

연속 접촉 처리를 고려한 실린더 벤딩 성형 공정의 유한요소해석

김태정¹, 양동열[#]

Finite Element Analysis of the Unconstrained Cylindrical Bending Process Considering Continuous Contact Treatment

T. J. Kim, D. Y. Yang

(Received May 12, 2005)

Abstract

In general, the sheet metal and die are described by finite elements for the simulation of the metal forming processes. Because the characteristics as continuum of the sheet metal are represented with triangles and rectangles, the errors occur inevitably in finite element analysis. Many contact schemes to describe the deformation modes exactly have been introduced in order to decrease these errors. In this study, a scheme for continuous contact treatment is proposed in order to consider the realistic behavior of contact phenomena during the forming process. The discrete mesh causes stepwise propagation of contact nodes of the sheet even though the contact region of the real forming process is altered very smoothly. It gives rise to convergence problem in case that the process, for example bending process, is sensitive to the contact between the sheet and the tools. The analysis of the unconstrained cylindrical bending process without blank holder is also presented in order to investigate the effect of the proposed algorithm.

Key Words : Sheet Metal Forming, Continuous Contact Treatment, Virtual Nodes, Penetration Depth, NURBS Surface Smoothness Control Factor

1. 서론

성형 공정의 유한요소해석 과정에서 금형과 소재 사이의 접촉 거동을 정확히 묘사하는 것은 오랫동안 중요한 문제로 연구되어 왔다. 연속체로서의 소재를 유한한 삼각형 혹은 사각형의 격자로 표현하게 되므로 이로부터 발생하는 해석 오차는 불가피하다. 그러나 접촉 현상조차도 이러한 유한개의 절점으로 처리하게 되므로 부가적인 수치적 오차가 발생하게 된다. 박판 성형 공정에서는 금형과 소재 사이의 접촉력이 성형의 중요한 인자

가 되므로 정확한 평가가 동반되어야 소재의 변형을 정확히 묘사할 수 있다.

실제 유한요소해석 과정 중 해석의 증분 사이에서 금형을 미소량 이동시키며 이를 바탕으로 소재와 금형 사이의 접촉 및 칩투 여부를 판단하여 처리하게 된다. 이 과정에서 소재의 절점들은 금형과 접촉이 진행되게 되며 칩투량에 따라 적절한 불칩투 조건을 부과하게 된다. 이러한 과정은 내연적 적분 방법에서는 상대적으로 해석의 증분을 크게 하므로 접촉 처리과정에서 발생하는 오차가 클 수 있다. 그러므로, 소재를 묘사하는

1. 한국과학기술원 기계공학과 대학원
교신저자: 한국과학기술원 기계공학과
E-mail:dyyang@kaist.ac.kr

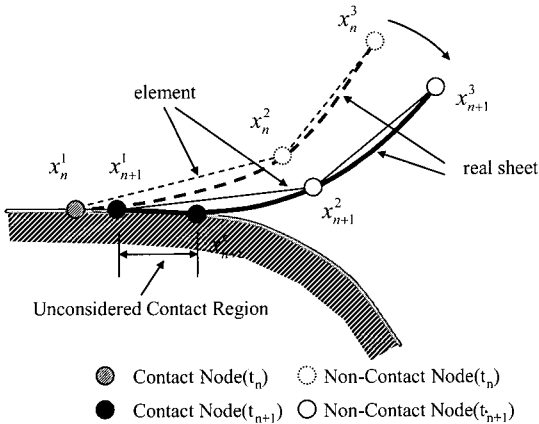


Fig. 1 Schematic diagram for the occurrence of the unconsidered contact region in the finite element analysis

유한요소의 절점들의 접촉 상태가 급격하게 변하며 유한한 요소로 표현함으로써 고려되지 않는 접촉 영역이 존재하게 된다. 즉, Fig. 1에 표시한 바와 같이 n스텝(step)에서의 소재가 n+1 스텝으로 해석이 진행되었을 때 소재와 금형간에 실제 접촉점(x_{n+1}^c)이 발생하더라도 유한요소로 표현하게 되면 실제 접촉 영역을 정확히 고려하지 못하고 접촉 처리 오차가 발생하게 된다.

앞에서 설명한 접촉 현상의 부드러운 변화를 처리하기 위하여 최근까지 다양한 연구가 진행되어 왔다[1~14]. T. Belytschko 등은 금형과의 침투 여부 및 침투량을 다항식의 형태로 간단하게 계산할 수 있는 함수를 정의하여 부드러운 접촉을 묘사하였다[12].

본 연구에서는 이러한 접촉 상태의 변화를 해석의 증분에 따라 부드럽게 처리하기 위한 연속 접촉 처리 방법을 제안하고 예제를 통해 검증하고자 한다. 금형과 소재 사이에서 발생한 절점들의 침투 현상을 처리하기 위한 불침투 조건의 부과는 크게 벌칙 함수를 이용한 방법(penalty method)과 라그랑지안 승수 방법(Lagrangian multiplier method)이 있다. 본 연구에서는 추가적인 자유도의 증가를 막고 효율적인 불침투 조건의 부과를 위해 벌칙 함수를 이용한 방법을 사용하였다.

2. 연속 접촉 처리 알고리즘

2.1 연속접촉처리를 위한 요소 선택인자

본 연구에서 제안되는 연속 접촉 처리 알고리

즘은 요소 내에 가상의 절점을 생성하고 해당 가상 절점에서 금형과의 침투량을 계산하므로 계산 시간의 증가가 불가피하다. 그러므로 연속 접촉 처리를 고려해야 할 필요성이 높은 요소들을 선별하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 연속 접촉 처리를 수행할 요소를 선택하기 위한 요소 선택인자로서 유연성 제어 인자(smoothness control factor)를 정의한다.

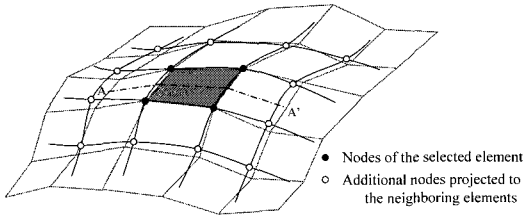
박판 성형 공정은 다양한 변형 모드(mode)들이 복합적으로 발생하여 변형한다. 그러나 금형과의 접촉이 발생하고 있는 소재는 상대적으로 굽힘 변형(bending deformation)이 주로 발생하게 된다. 본 연구에서는 쉘(shell) 요소를 사용하므로 5 개의 자유도($u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y$)가 있다. 그러므로 요소의 굽힘 거동을 자연스럽게 묘사할 수 있으며 이러한 굽힘 변형의 증분으로부터 굽힘 변형이 발생하고 있는 요소를 쉽게 판별할 수 있다. 본 연구에서 정의한 요소 선택인자는 식 (1)과 같다.

$$f = \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^n (\Delta\alpha_i \cdot \Delta\alpha_i + \Delta\theta_i \cdot \Delta\theta_i)}}{\sqrt{\max(\sum_{k=0}^n (\Delta\alpha_k \cdot \Delta\alpha_k + \Delta\theta_k \cdot \Delta\theta_k))}} \quad (1)$$

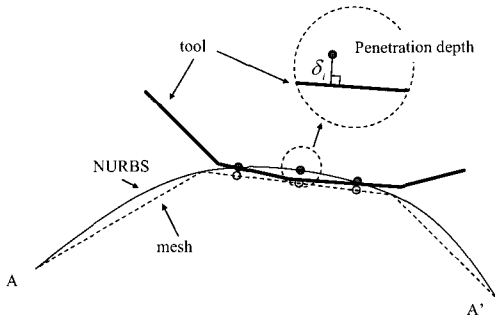
위의 식 (1)에서 n은 요소의 절점수이며 분자항은 해석 증분에 따른 굽힘 변형의 증분 정도이며 분모항은 인자의 정규화(normalization)을 위한 항으로써 현재 해석 단계에서의 굽힘 변형 증분의 최대값이다. 그러므로 유연성 제어 인자는 항상 0에서 1사이의 값을 가지며 본 유연성 제어 인자가 정해진 값(f_{cr})보다 크면 해당 요소에 대해서 연속 접촉 처리 알고리즘을 적용하게 된다. 이러한 f_{cr} 은 해석의 경우에 따라 달리 정해질 수 있으나 본 연구에서는 모두 0.2의 값을 동일하게 적용하였다. 본 값이 낮으면 굽힘 변형이 작더라도 해당 요소에 대해서 연속 접촉 처리를 수행하게 된다. 그러므로 선정되는 요소수가 증가하여 해석 시간이 증가한다. 그러나 다양한 값들에 대해서 해석해 본 결과, 내부적인 침투량 계산 과정에서 다시 접촉 여부를 판별하게 되므로 해석의 결과에는 차이가 없으며 단지 해석 시간에만 영향을 미치게 된다.

2.2 가상 곡면의 생성 및 침투량 계산

위의 과정을 통해 요소가 선정되면 선정된 요



(a) Generation of virtual surface using NURBS



(b) Cross section of the generated NURBS surface

Fig. 2 Schematic diagram for the generated virtual surface using NURBS

소를 포함하는 실제 소재의 묘사를 위한 가상의 곡면을 구성하게 된다. 본 연구에서는 식 (2)와 같이 NURBS 곡면을 이용한 방법을 적용하였다.

위의 Fig. 2(a)에서와 같이 선정된 요소의 절점 4개와 주위의 12개 절점을 추가적으로 생성하여 NURBS 곡면의 생성을 위한 절점으로 사용한다. 이때 추가적인 12개의 절점은 선정된 요소의 변과 동일한 간격으로 생성하여 이웃하는 요소들에 사상시킴으로써 3차원 좌표를 계산한다. 이러한 과정을 통해 변형이 커져 많이 찌그러진 격자나 비정규격자(unstructured mesh)에서도 쉽게 적용할 수 있다.

또한, Fig. 2(b)에서와 같이 선정된 요소에 9개 혹은 25개의 가상 절점을 생성하고 해당 가상 절점에서의 3차원 좌표를 식 (2)의 NURBS 방정식을 이용하여 계산한다. 계산된 좌표는 인접한 금형 격자와의 침투 여부를 판별하고 정확한 침투량을 계산한다.

금형 격자에 침투한 가상 절점(x_{n+1})의 침투량(δ)을 Fig. 3에 정의하였다. Fig. 3에서와 같이 사각형의 금형 격자를 2개의 삼각형으로 나누고 각

$$P(u) = \frac{\sum_{i=0}^n h_i P_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)}, \quad (2)$$

where $0 \leq u \leq n - k + 2$

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u - u_i)N_{i,k-1}(u)}{t_{i+k-1} - t_i} + \frac{(t_{i+k} - u)N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+k} - t_{i+1}}$$

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u < t_{i+1} \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

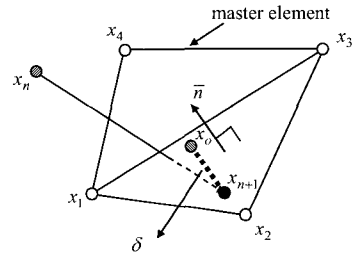


Fig. 3 Definition of the penetration depth

각의 삼각형에 대해서 식 (3)과 같이 침투량을 계산한다.

식 (3)에서 계산된 침투량이 0보다 크면 소재가 금형을 침투한 것이 되며 가상 절점의 실제 좌표가 해당 삼각형 내에 있는지를 판별하여 정확한 침투 여부를 확정한다.

$$\delta = \frac{-1}{D} \det \begin{bmatrix} x_{13} & x_{23} & x_{03} \\ y_{13} & y_{23} & y_{03} \\ z_{13} & z_{23} & z_{03} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{where } D = \det \begin{bmatrix} x_{13} & x_{23} & \bar{n}_x \\ y_{13} & y_{23} & \bar{n}_y \\ z_{13} & z_{23} & \bar{n}_z \end{bmatrix}$$

$$x_{ij} = x_i - x_j$$

2.3 침투량에 대응하는 접촉압력의 계산

본 연구에서 제안된 연속 접촉 처리 알고리즘은 앞에서 구한 가상 절점에서의 침투량에 따른

접촉 압력을 계산하고 각각의 접촉 압력에 해당하는 외력을 선정된 요소의 절점에 부과하는 방법이다. 그러므로 침투량에 대응하는 정확한 접촉 압력을 평가하여야 한다.

일반적으로 박판 성형 공정은 소재의 소성 변형을 통해 변형하므로 재료의 물성 및 해석 조건에 따라 유일하게 결정되는 것이 아니라 변형 형상 및 변형 경로에 따라 다르게 평가된다. 그러므로 본 연구에서는 침투량에 대한 접촉 압력의 평가를 위해 유한요소해석 과정에서 구해지는 수직 방향의 접촉 응력을 이용하였다.

앞에서 설명한 바와 같이 본 연구에서는 불침투 조건의 부과를 위해 벌칙 함수를 이용하였다. 그러므로 침투량에 비례하는 벌칙 외력(penalty force)이 자동적으로 가해지며 해석의 수렴 후에는 접촉 절점에서 접촉력이 계산된다. 이러한 접촉력은 요소의 단일 면적에 대한 접촉 응력(p)으로 쉽게 변환할 수 있다. 이렇게 계산된 접촉 응력은 현재 스텝(n-th step)에서 수행한 첫 번째 축차(iteration)에서 구한 침투량과 좌표에 대응하는 접촉 응력($p_n(\delta, x)$)이라 할 수 있다.

$$p_{n,\alpha}(\delta, x) = p_{n-1}(\delta, x) \quad (4)$$

$$\text{where } \min \left\| \delta(x) - \delta_{n-1,i}(x_{n,i}) \right\|$$

$$\left\| x - x_{n,i} \right\| \leq r_d$$

위의 식 (4)에서 $r_d = 10 \cdot l_c$ 이며 l_c 는 요소의 대각선 길이의 평균값이다. 그러므로, 현재 스텝에서 침투량이 계산되면 이전 스텝의 해로 저장된 침투량에 대한 접촉 압력 분포의 결과를 식 (4)에 의해 계산되어 접촉 압력을 결정한다.

이러한 접촉 압력은 해당 요소의 절점에 외력으로 부과되기 위해서 다시 적분되어야 한다. 본 연구에서는 위에서 계산한 가상 절점을 가우스(Gauss) 적분점과 동일하게 생성함으로써 적분을 쉽게 수행할 수 있다.

$$F_i = -\frac{1}{4}(1 + s_i s_j)(1 + t_i t_j)F \quad (5)$$

이렇게 계산된 접촉력은 식 (5)를 통하여 요소의 각 절점으로 재분배되며 이에 따른 수직력, 마찰력 및 모멘트(moment)를 계산한 후 추가 외력

(F^{ext})으로 변환되어 행렬 형태의 구성방정식에 추가된다.

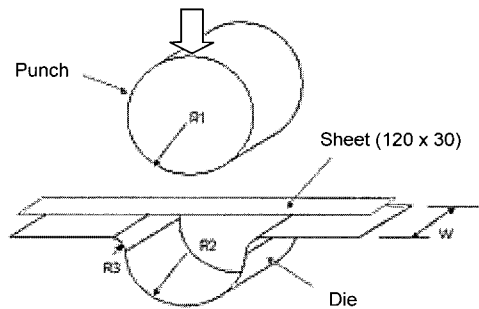
$$(K^{mat} + K^{geom})\Delta u = F^{ext} - F^{int} + F^{cct} \quad (6)$$

이상에서와 같이 본 연구에서 제안한 연속 접촉 처리 알고리즘은 유한요소로는 표현할 수 없는 가상의 접촉 영역을 판별하고 가상 절점에서의 침투량에 따른 접촉압력을 평가한다. 이렇게 계산된 접촉 압력의 영향을 각 절점의 접촉력과 마찰력 및 모멘트 항목으로 모두 계산한 후 행렬 형태의 유한요소식에 외력항으로 추가한다.

3. 실린더 벤딩 성형 공정의 해석

본 연구에서 제안한 연속 접촉 처리 기법의 영향을 살펴보기 위하여 Fig. 4 에 표시한 바와 같이 NUMISHEET 2002 벤치마크 예제인 실린더 벤딩 성형 공정을 해석하였다. 본 공정은 블랭크 홀더(blank holder)가 없는 공정으로 펀치(punch)와 다이(die) 사이에서 발생하는 접촉이 상당히 중요한 인자가 된다.

해석은 1/4모델에 대해 150개와 600개의 셀 요소를 각각 사용하여 해석하였으며 마찰계수는 0.1482를 적용하였다. 재료의 두께는 1.0mm이고 물성치는 식 (7)과 같다. 또한, 식 (8)에 표시한 바와 같이 평면이방성의 특성을 가지는 재료이다.

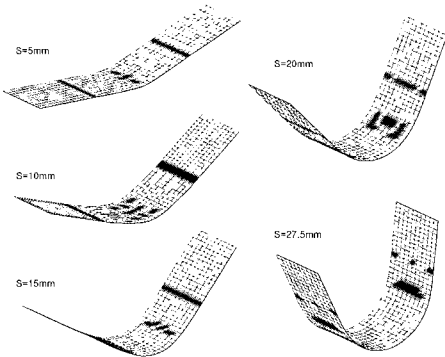


$$R1=23.5\text{mm}, R2=25.0\text{mm}, R3=4.0\text{mm}, W=50.0\text{mm}$$

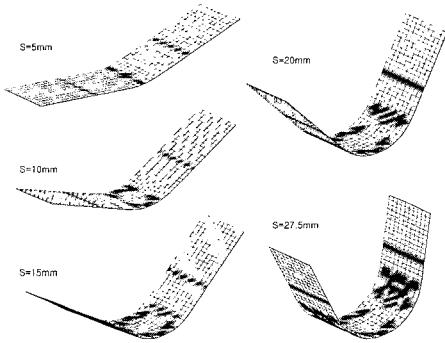
Fig. 4 Schematic diagram of the unconstrained cylindrical bending process

$$\sigma = 631.1(\epsilon + 0.01388)^{0.2531} \quad (7)$$

$$R_0 = 1.520, R_{45} = 2.096, R_{90} = 2.375 \quad (8)$$



(a) w/o continuous contact treatment



(b) w/ continuous contact treatment

Fig. 5 Distribution of contacting nodes in the unconstrained cylindrical bending process

Fig. 5(a)와 Fig. 5(b)에서 볼 수 있는 바와 같이 연속 접촉 처리를 하게 되면 접촉 부위에서의 절점에 대해 접촉력과 마찰력이 보정되어 접촉 모드가 달라진다. 이러한 변형 모드 변화에 의해 이후 해석에서 접촉점이 분포가 달라지며 변형 형상에 있어서 차이를 보이게 된다.

위의 Fig. 5의 결과는 요소를 150개를 사용한 경우의 해석 결과이다. 변형 형상과 접촉점의 차이를 보기 위해 NUMISHEET 2002에서 제안한 펀치와 소재 사이의 접촉 각도를 측정하여 Fig. 6에 표시하였다. 접촉 각도는 펀치의 중심에서 소재 사이의 접촉점들이 이루는 각도로서 이 중에서 가장 큰 값을 측정하게 되어 있다.

Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 요소를 150개 (coarse) 사용하고 연속 접촉 처리(CCT)를 고려한 경우의 해석 결과가 요소를 600개 (fine) 사용한 경우의 해석 결과에 근접해 지는 것을 볼 수 있다.

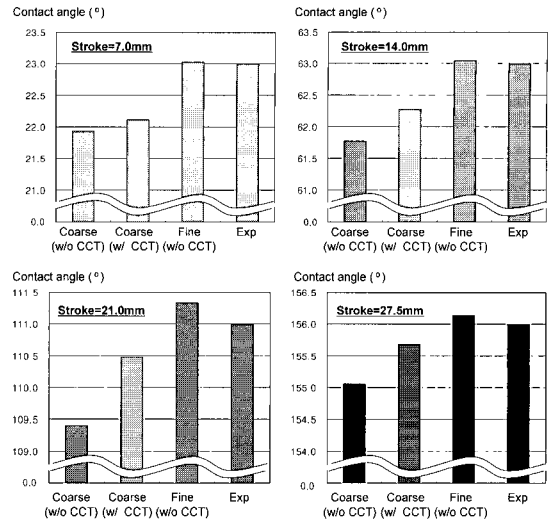


Fig. 6 Comparison of the contact angles with respect to punch stroke in the unconstrained cylindrical bending process.

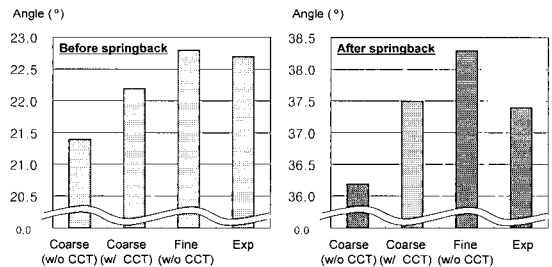


Fig. 7 Comparison of the angles between flanges of the sheet before and after springback in the unconstrained cylindrical bending process

연속 접촉 처리를 수행하게 되면 주어진 7.0mm, 14.0mm, 21.0mm, 27.5mm의 행정에 대해서 실험값과 각각 3.85%, 1.15%, 0.47%, 0.21%의 오차를 보이며 이로써 펀치 행정이 진행할수록 실험값에 더욱 근접해 지는 것을 알 수 있다.

변형 형상 및 스프링백의 차이를 살펴보기 위하여 Fig. 7에서와 같이 스프링백 전후의 각도를 비교하여 보았다. Fig. 7에서 볼 수 있는 바와 같이 연속 접촉 처리를 하게 되면 요소의 수가 작더라도 많은 요소를 사용한 것과 유사한 해석 결과를 얻을 수 있다. 즉, 스프링백 전의 경우에는 연속 접촉 처리를 수행함으로써 실험 결과와의 오차가 2.2%로 감소했으며, 스프링백 후에는 0.27%로 거의 정확히 예측하였다. 그러므로, 연속 접촉 처리

는 금형과 소재 사이의 접촉 현상의 거동을 더욱 정확하게 묘사하여 작은 요소수로도 좋은 결과를 얻을 수 있다.

4. 결 론

박판 성형 공정은 금형과의 접촉 현상에 민감하게 영향을 받는 공정으로 유한요소해석에서 접촉 거동을 정확히 묘사하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 이러한 접촉 현상의 정확한 묘사를 위해서 연속 접촉 처리 알고리즘을 제안하고 그 영향을 분석하여 보았다.

(1) 금형과 접촉이 진행되고 있는 요소의 선택을 위한 요소 선택인자(smoothness control factor)를 제안하였다.

(2) NURBS 곡면식으로부터 계산한 침투량에 대응하는 접촉 압력의 평가 방법을 제시하고 추가 외력항으로 재분배하는 방법을 제안하였다.

(3) 블랭크 홀더가 없는 실린더 벤딩 성형 공정의 해석을 통해 실험 결과와 더욱 일치하는 접촉 각도 및 변형 형상을 예측하였다.

참 고 문 헌

- [1] Y. T. Keum, E. Nakamachi, R. H. Wagoner, J. K. Lee, 1990, Compatible description of tool surfaces and FEM mesh for analyzing sheet forming operations, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 30, pp. 1471~1502.
- [2] D. J. Yoo, I. S. Song, D. Y. Yang, J. H. Lee, 1994, Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effect, *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 36(6), pp. 513~546.
- [3] T. Shimizu, T. Sano, 1995, An application of a penalty method contact and friction algorithm to a 3-dimensional tool surface expressed by a B-spline patch, *J. Mater. Process. Tech.*, vol. 48, pp. 207~213.
- [4] A. Santos, A. Makinouchi, 1995, Contact strategies to deal with different tool descriptions in static explicit FEM for 3-D sheet-metal forming simulation, *J. Mater. Process. Tech.*, vol. 50, pp. 277~291.
- [5] W. R. C. Underhill, M. A. Dokainish, G. AE. Oravas, 1997, A method for contact problems using virtual elements, *Comput. Methods. Appl. Mech. Engng.*, vol. 143, pp. 229~247.
- [6] H. Parisch, CH. Lubbing, 1997, A formulation of arbitrarily shaped surface elements for three-dimensional large deformation contact with friction, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 40, pp. 3359~3383.
- [7] L. Fourment, J. L. Chenot, K. Mocellin, 1999, Numerical formulations and algorithms for solving contact problems in metal forming simulation, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 46, pp. 1435~1462.
- [8] C. Kane, E. A. Repetto, M. Ortiz, J. E. Marsden, 1999, Finite element analysis of nonsmooth contact, *Comput. Methods. Appl. Mech. Engng.*, vol. 180, pp. 1~26.
- [9] R. E. Jones, P. Papadopoulos, 2001, A novel three-dimensional finite element based on smooth pressure interpolations, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 51, pp. 791~811.
- [10] N. El-Abbasi, S. A. Meguid, A. Czekanski, 2001, On the modeling of smooth contact surfaces using cubic splines, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 50, pp. 953~967.
- [11] P. Wriggers, L. Krstulovic-Opara, J. Korelc, 2001, Smooth C-interpolations for two-dimensional frictional contact problems, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 51, pp. 1469~1495.
- [12] T. Belytschko, W. J. T. Daniel, G. Ventura, 2002, A new contact algorithm with smoothing based on implicit functions, *Proceedings of NUMISHEET*, pp. 287~293.
- [13] V. Padmanabhan, T. A. Laursen, 2001, A framework for development of surface smoothing procedures in large deformation frictional contact analysis, *Finite Elements in Analysis and Design.*, vol. 37, pp. 173~198.
- [14] 서의권, 심현보, 1997, 일반적인 금형면에서의 접촉탐색과 3 차원 디프드로잉 성형에의 응용, *한국소성가공학회지*, 제 6 권 5 호, pp.416~424.