

# 최소 위상 조건을 적용한 음향 반사계수 측정

## Application of Minimum Phase Condition to the Acoustic Reflection Coefficient Measurement

임 병 덕† · 허 준 혁\* · 김 덕 기\*\*

Byoung-Duk Lim, Jun-Hyeok Heo and Deok-Ki Kim

(2005년 4월 14일 접수 : 2005년 9월 23일 심사완료)

**Key Words** : Minimum Phase Condition(최소 위상 조건), Reflection Coefficient(반사계수), Causality(인과성), Acoustic Measurement(음향 측정)

### ABSTRACT

For the accurate measurement of acoustic properties of a surface, efforts have been made to reduce errors caused by external disturbance. If the reflection coefficient is considered as a transfer function between reflected wave and incident wave, the causality is required between them and the reflection coefficient should be of minimum phase. In this thesis, the minimum phase condition is applied to measure correct reflection coefficient. The reflection coefficient is approximated as a rational function in the  $Z$  domain by minimizing the sum square error. Then the minimum phase reflection coefficient is reconstructed using the distribution of poles and zeros of the reflection coefficient model.

### 1. 서 론

음향 임피던스를 측정하는 대표적인 방법으로는 정재파비를 이용한 정재파관법과 음파분리법 또는 전달함수법과 같은 two-microphone 방법이 있다. Two-microphone 방법의 대표적인 것으로는 Seybert와 Ross<sup>(1)</sup>가 제안한 음파분리법과 Chung과 Blaser<sup>(2)</sup>가 제안한 전달함수법이 있는데 이 방법들은 백색잡음을 사용하기 때문에 넓은 주파수 범위에서 한번에 측정이 가능하므로 측정 시간이 적게 걸린다는 장점이 있다. 그러나 알고리즘 자체의 민감도에 의해 임계주파수 근방에서 작은 입력오차에 대해서도 큰 오차가 발생할 가능성 등이 있기 때문에 측정 시 많은 주의가

요구되고, 이와 관련된 오차 해석에 대하여 연구가 수행되어 왔다.<sup>(3,4)</sup> 후자의 방법이 측정상의 간편함 등으로 인하여 ASTM E1050으로 채택되어 사용되고 있다.<sup>(5)</sup>

반사파는 입사파가 재료 표면에 도달하기 전에는 존재할 수 없으므로 입사파-반사파의 관계는 인과적계의 입-출력 관계여야 하며, 따라서 반사 계수의 측정은 인과성의 조건을 요구한다. McDaniel, Clark<sup>(6,7)</sup> 등은 일차원 음향 반사 문제에서 인과성의 조건을 적용하였다. 인과성은 어떤 물체에 대한 음향 반사 특성의 일부분을 알고 있을 때 주파수 영역에서의 그 물체의 정보를 결정하는 수단으로써 이용되는데, 실제적 제약에 의해 반사파의 진폭만 측정 가능한 경우, 반사계수의 위상을 계산하기 위해 인과성의 조건을 이용하였다.

이 연구에서는 ASTM E1050 전달함수 방법을 이용하여 여러 다양한 시편에 대한 복소 반사계수를 측정하고 측정 결과에 최소 위상 조건을 적용하였다. 인과성이 고려된 전달함수와 반사계수를 실제 측정치

† 책임저자 : 정희원, 영남대학교 기계공학부  
E-mail : bdlim@yu.ac.kr  
Tel : (053)810-2571, Fax : (053) 810-4627  
\* (주) LG전자  
\*\* 영남대학교 기계공학부

와 비교하였다. 마이크로폰의 감도차나 신호수집과정 동안에 기인하는 시스템 내부의 잡음 등의 외란에 의한 오차를 줄이기 위해 기존의 방법보다 개선된 보정 인자를 사용함으로써 좀더 정확한 측정 결과를 얻을 수 있었다. 최소 위상 조건을 적용하였을 때 재료의 종류에 따른 경향을 비교 분석하였다.

## 2. 음파분리 이론

Chung과 Blaser<sup>(2)</sup>에 의해 제안된 전달함수법은 Fig.1과 같이 임피던스관 내의 두 지점에서 측정된 음압사이에서의 전달함수를 사용하여 식 (1)과 같이 시험 재료의 복소 반사계수를 구하거나 음향 임피던스, 흡음률 등의 음향 물성치를 구하는데 사용된다. 오차를 줄이기 위한 방법으로 센서의 위치를 뒤바꾸어 센서의 감도차를 보정하는 교정법이 사용되었다. Fig.1에서  $l, s$ 는 재료표면을 기점으로 한 각 마이크로폰의 위치,  $S_{AA}, S_{BB}$ 는 입사파와 반사파의 파워스펙트럼을 나타낸다.

$$R(z) = \frac{H - e^{-jks}}{e^{jks} - H} e^{j2k(l+s)} \quad (1)$$

여기서  $R$ 은 복소 반사계수,  $H$ 는 두 마이크로폰 사이의 전달함수이다.

수직입사 비 음향 임피던스  $z$ 는 복소 반사계수  $R$ 로부터  $z = \rho c(1+R)/(1-R)$ 로 구할 수 있다.

## 3. 최소 위상 조건

실험적 측면에서 보면 반사파의 크기는 적절한 시간 영역 평균화 등을 통해 정확한 측정이 가능하지만 부정확성이나 측정지점들에서의 주변 잡음 등이 넓은 주파수대역에서 위상에 영향을 주므로, 위상은 진폭보다는 오차에 더욱 민감하다.

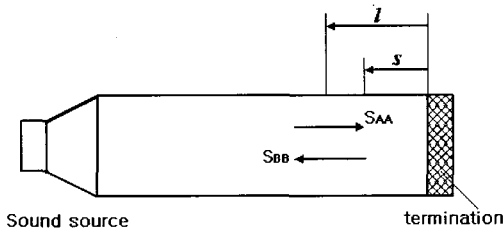


Fig. 1 Wave decomposition in a tube

반사계수의 크기로부터 위상이 일의적으로 정해진다면 그 위상 값은 실제 위상 측정에서 발생할 수 있는 오차에 대한 영향을 적게 받게 되므로 더 정확한 정보를 획득할 수 있다.

### 3.1 인과성(causality)과 최소위상 특성

시간영역에서 인과성은 시스템의 응답이 그 원인을 선행하여 일어날 수 없음을 의미한다. 입사파가 물체에 도달하기 전에 음파가 반사될 수는 없으므로 반사계수는 인과성을 만족해야 한다. 또한 반사 현상은 물리적으로 가역적(invertible) 현상이므로 주파수 영역에서 살펴보면 이러한 계의 전달함수는 최소위상 특성을 갖는다<sup>(8,9)</sup>. 최소위상 특성이란 동일한 진폭을 갖는 주파수 응답함수 가운데 위상지연이 최소가 된다는 의미이다. 이산신호 해석에서 주로 사용되는  $z$ -변환 함수의 특성으로 표현하면  $z$ -영역 유리함수로 표현된 최소위상 전달함수의 극점(pole)과 영점(zero)은 모두 단위원(unit circle)안에 있어야 한다는 것이다. 최소위상특성을 갖는 주파수응답함수의 크기와 위상사이에는 일의적(unique) 관련성을 가지고 있다. 즉 크기나 위상 중에서 하나를 알면 그것에 의해 다른 것을 정확하게 알 수 있다. 최소 위상 시스템이 아닌 경우에는 크기와 위상은 서로를 유일하게 결정할 수는 없다.

### 3.2 비최소 위상 시스템의 최소 위상 시스템으로의 변환

단위원 밖에 있는 단 하나의 영점  $z=1/c^*$  ( $|c| < 1$ ,  $c^*$ 는  $c$ 의 공액복소수)을 제외한, 나머지 극점과 영점은 모두 단위원 안에 있는 비최소위상시스템을 가정하면 식 (2)과 같이 나타낼 수 있는데, 여기서  $R_1(z)$ 는 최소 위상 전달함수이다<sup>(8)</sup>.

$$R(z) = R_1(z)(z^{-1} - c^*) \quad (2)$$

등가의 표현으로 식 (3)과 같이 나타낼 수 있고,

$$R(z) = R_1(z)(1 - cz^{-1}) \frac{z^{-1} - c^*}{(1 - cz^{-1})} \quad (3)$$

여기서  $|c| < 1$ 이므로 식 (3)의 오른쪽 부분 항  $R_1(z)(1 - cz^{-1})$ 도 최소 위상이 된다. 오른쪽 항의  $(z^{-1} - c^*)/(1 - cz^{-1})$ 은 크기가 1인 전역 통과(all

pass) 전달함수이다. 따라서  $R_1(z)(1-cz^{-1})$ 은  $R(z)$ 의 최소 위상 부분이다.

### 4. 전달 함수 측정

#### 4.1 임피던스관의 설계와 전달함수 측정

먼저 관심 주파수 대역을 선정한 후 주요 임피던스관의 형상이 여러 제한 조건을 만족하도록 설계해야 한다. ASTM E1050을 적용하여 하한, 상한 주파수를 각각 1000 Hz, 4000 Hz로 설정하였고, 관의 내경은 40 mm, 마이크로폰 사이의 간격은 30 mm, 시편에서 가장 가까운 마이크로폰 과 시편사이의 거리는 20 mm로 하였다.

Fig. 2는 위의 조건을 적용한 실험 장치 구성도이다. 스피커를 음원으로 하여 신호 생성기에서 음파를 발생하고, 마이크로폰을 통해 관내의 두 측정 지점사이에서 전달함수를 측정하여 식 (1)의 계산을 포함하는 일련의 과정을 통해 복소 반사계수를 구한다.

#### 4.2 수정된 보정 인자 $\bar{H}_{cc}$

두개의 마이크로폰을 사용할 때 각 마이크로폰의 감도차와 신호수집/분석 과정에서 각 채널간의 이득

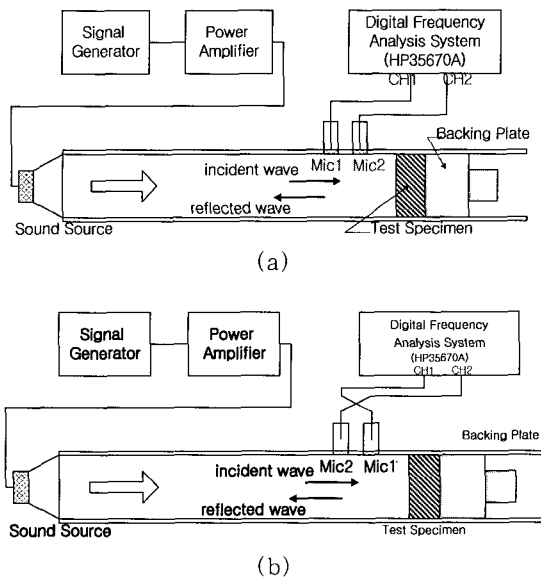


Fig. 2 Experimental set-up to measure transfer function using the two-microphone random excitation method (a) basic set-up, (b) switched microphone

(gain) 차이로 인해 측정된 전달함수는 원래의 전달함수와 달라질 수 있으므로 이 오차를 줄이기 위해 보정인자를 사용하여야 한다. 각각의 마이크로폰을 거쳐 측정되는 신호는 마이크로폰에 도달한 음파신호를 입력으로 하고 신호분석기의 각 채널로 들어오는 값을 출력으로 하는 또 하나의 작은 시스템으로 볼 수 있다. Fig. 3(a),(b)는 마이크로폰과 채널의 각기 다른 연결방법과 그에 대한 시스템 모형을 보이고 있다.

마이크로폰을 상호 교체하여도 음장은 동일하므로 Fig. 3(b)의 각 경우에 측정한 시스템 응답을 각각  $H_1, H_2, H_3, H_4$ 이라 하면 ASTM E1050에서 사용하는 기존의 보정인자  $H_c$ 는 흡음성 재료에 대해 Fig. 2(a), (b)와 같이 마이크로폰의 위치를 바꾸어 가면

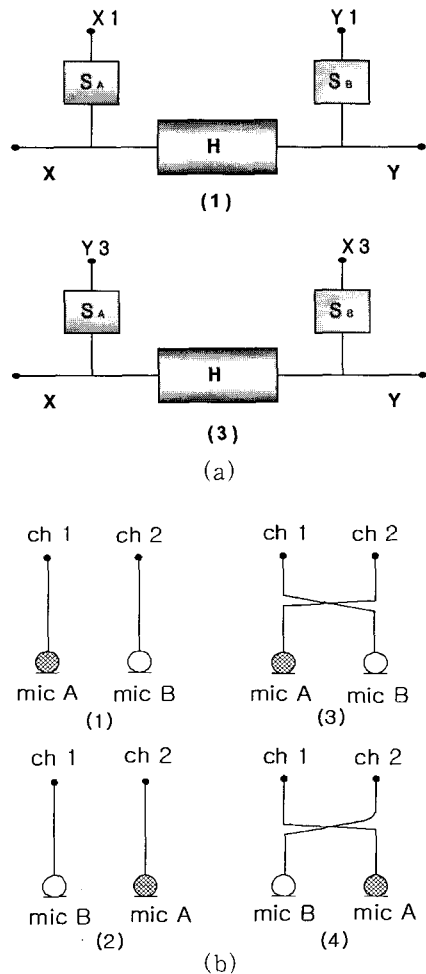


Fig. 3 (a) System model of two microphones, (b) the methods connecting two microphones to channels of digital signal analyzer

서 측정된 전달함수  $H_1, H_4$ 로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{H}_c = (H_1 H_4)^{\frac{1}{2}} = (S_B / S_A) \quad (4)$$

여기서  $S_A, S_B$ 는 Fig.3(a)의 각 마이크로폰의 감도를 나타낸다. 마이크 감도차에 따른 오차를 줄이고 채널

간 차이 보정효과도 얻기 위해 기존의 보정인자  $H_c$  대신 Fig.3(b)의 네 가지 연결방법에서 구한 전달함수를 모두 사용함으로써 다음 식 (5)와 같이 수정된 보정 인자  $H_{cc}$ 를 정의할 수 있다.

$$\bar{H}_{cc} = \frac{S_B}{S_A} = \left( \frac{H_1 H_4}{H_2 H_3} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5)$$

식 (4)에서 보듯이 기존의 보정인자  $H_c$ 는 단순히 마이크로폰의 위치만을 바꾸어서 구한 전달함수를 이용하였다. 수정된 보정인자  $H_{cc}$ 에는 Fig.3(b)의 네 가지 연결방법에서 구한 전달함수를 모두 사용함으로써  $H_c$ 와 같이 마이크 감도차에 따른 오차를 줄이고 채널 간 차이 보정효과도 얻을 수 있다. 이로부터 아래와 같이 보정된 전달함수를 구할 수 있다.

$$H = \bar{H} / \bar{H}_{cc} \quad (6)$$

Fig.4는 유리면 시편에 대해 측정된  $H_1$ 과  $H_4$ , 및 이로부터 계산된 두 가지 보정 인자를 보여준다. 실험에서 사용된 두 마이크로폰 사이에 감도차가 없는 이상적인 경우에 마이크로폰의 위치를 바꾸어서 측정 한 전달함수의 곱은 1이 된다. 그러나 Fig. 4의 전달 함수의 크기를 살펴보면, 두 마이크로폰의 감도차등으로 인해 보정인자는 1에서 약간 벗어나 있음을 알 수 있다. 이 실험에서  $\bar{H}_{cc}$ 와  $\bar{H}_c$ 와의 차이는 거의 없었는데, 이는 분석기 입력 채널 간의 이득차이 효과는 그리 크지 않았기 때문이다.

Fig.5는 보정된 전달함수로부터 두께 20 mm인 강재의 반사계수를 구한 것이다. 보정된 전달함수는 보정하지 않은 전달함수와 크기 및 위상에서 큰 차이를 보이지 않지만 반사계수를 살펴보면 비교적 차이가 있음을 알 수 있다.

보정인자를 사용하지 않았을 때에는 일부 주파수 구간에서 반사계수( $R$ )가 1보다 큰 구간이 존재하였으나  $H_{cc}$ 를 사용한 결과에서는 전 구간에서 1미만의 값을 나타내었다.

## 5. 최소 위상 조건

### 5.1 복소 반사계수 함수의 근사화

실제 측정 결과로부터 계산된 복소 반사계수를 z-변환 형태로 표현하고 영점, 극점 분포를 조사하기

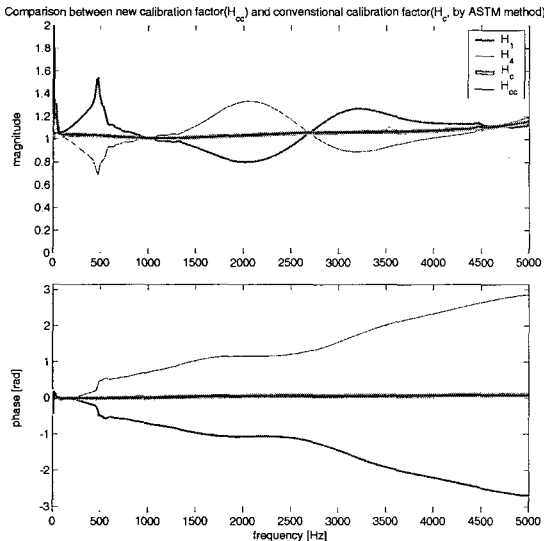


Fig. 4 Corrected cal. factor  $\bar{P}H_{cc}$  (—) and cal. factor  $H_c$  (---)

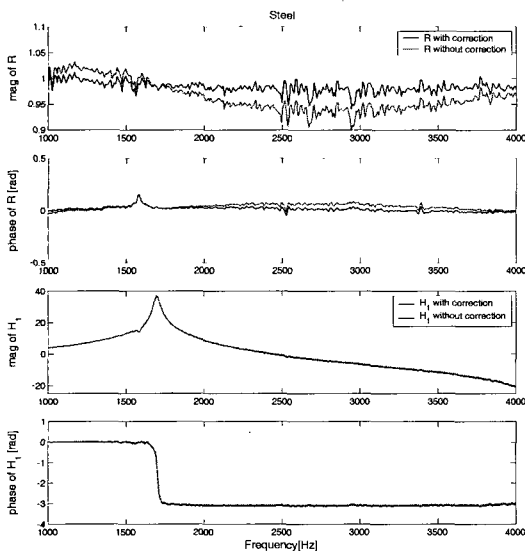


Fig. 5 Comparison of complex reflection coefficient and transfer function using calibration factor  $H_{cc}$  (—) and without any factor (---)

위하여  $z$ -영역에서의 유리함수 형태로 근사화하여 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$R(z) = \frac{D(z)}{C(z)} = \frac{d_m + d_{m-1}z^{-1} + d_{m-2}z^{-2} + \dots + d_0z^{-m}}{c_n + c_{n-1}z^{-1} + c_{n-2}z^{-2} + \dots + c_0z^{-n}}, \quad (7)$$

$n > m, \quad z = e^{j\omega}$

주파수영역에서  $z$ 영역으로 변환할 때, 이산화된 반사계수 모형의 적절한 차수를 선택하기 위해 측정치와 모델링 함수의 차이의 제곱의 합(sse: sum of square error)이 최소가 되는 차수를 선정한다.

$$sse = \int |R_{meas}(f) - R_{model}(f)|^2 df \quad (8)$$

여기서  $R_{meas}(f)$ 는 실험으로 구한 주파수  $f$ 에서의 반사계수이고  $R_{model}(f)$ 는 식 (7)으로부터 주파수  $f$ 의 함수로 계산되는 반사계수이다.

차수가 지나치게 작을 경우 응답을 정확하게 표현하기 곤란하거나 주요 성분을 표현할 수가 없게 되고, 차수가 너무 높을 경우 무의미한 극점이 많이 포함될 수 있다. 여기서는 분모 차수  $n$ 을 1차부터 70차까지 설정하고, 분자 차수는  $m = n - 1$ 로 정하였다.

Fig. 6은 식 (8)을 이용하여 차수별 오차 제곱 합  $sse(n)$ 을 최소 오차 제곱 합  $sse_{min}$ 에 대한 상용로그 스케일 비  $\log_{10}(sse(n)/sse_{min})$ 로 나타낸 그림이다. 유리면의 경우  $n=48$ 차에서 오차 제곱합이 최소가 되었다.

### 5.2 최소 위상 시스템으로 변형

$z$ -영역 유리함수로 근사화한 반사계수 모형의 극점과 영점의 분포를 이용하여 최소 위상 반사계수를 추정하였다. 이 모델링 함수에 대해 최소 위상 조건을

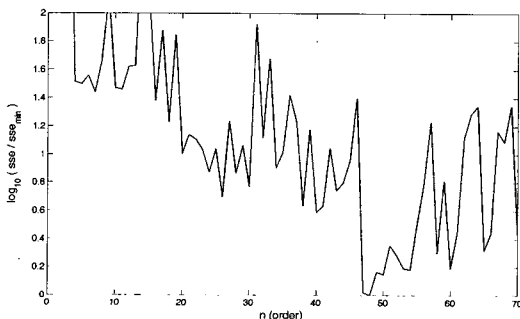


Fig. 6 Sum of square error(sse) versus the order of denominator  $n$ , (for glass wool)

만족하는 복소 반사계수 함수로 변환하였다. 실험 결과로부터 산출된 반사계수가 3장에서 언급한 최소 위상계의 특징들을 잘 만족하는지 살펴보고 재료에 따른 경향을 분석하여 그 응용 가능성을 살펴보았다.

## 6. 결과 분석

실험에 사용된 시편들은 편의상 2가지 계열로 구분하여 그 특징을 Table 1에 나타내었다.

실험에서 구한 복소 반사계수와 최소 위상의 복소 반사계수의 크기와 위상을 각각 비교한 결과, 시편으로 사용한 재료들의 반사계수는 크게 두 가지의 성향으로 구분되었다.

첫째, 석고보드, 고무, 강, 빨대 다발 위에 알루미늄 호일을 덮은 시편(이하 A 계열) 등에 대해서는 반사계수의 크기와 위상 모두 실측치와 최소 위상 조건의 반사계수가 거의 일치하였다.

둘째, 주방용 수세미, 유리면, 스폰지 등(이하 B 계열)은 반사계수의 크기는 거의 일치하지만, 위상은 실험에서 구한 값과 최소 위상 조건에서 구한 값이 많이 차이가 있고, 최소 위상의 경우가 실험치보다 위상지연이 작음을 알 수 있다.

Fig. 7은 B 계열의 재료에 대해 실험을 통해 구한 반사계수와 최소 위상 조건의 반사계수를 비교한 것이다. B 계열 재료의 경우 최소 위상 반사계수는 시료 표면에서 최초로 반사되어 오는 반사파로부터 결정된 반사계수인 반면, 실제 측정된 반사계수는 시료 내부로 투과되어 시료의 양 경계면에서 반복적으로 발생하는 반사를 모두 포함하므로 위상지연이 증가한다.

Table 1 Test specimens grouped by the reflection characteristics

Group A		Group B	
Material	Thickness (mm)	Material	Thickness (mm)
Gypsum board	10	Dish scrubber (scouring pad)	9
Rubber	5	Glass wool	50
Steel	20	Polyurethane foam (sponge)	25
Bundle of drinking straws covered with Al foil	15	Bundle of drinking straws (without cover)	15

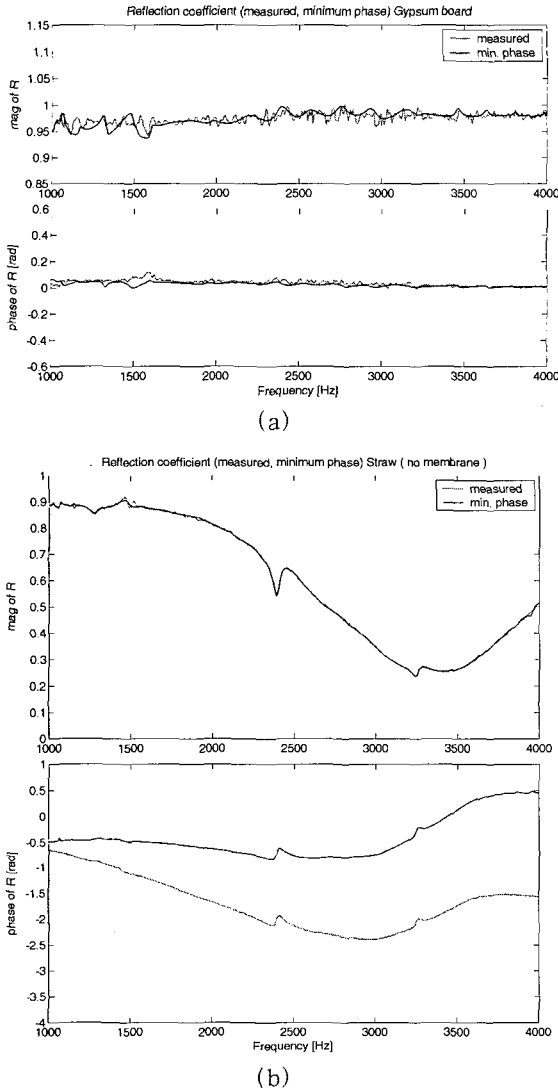


Fig. 7 Comparison of measured (—) and minimum phase (---) reflection coefficient (a) gypsum board, (b) bunch of straw only

## 7. 결론

반사계수를 입사파에 대한 반사파의 전달함수로 간주하면 이들 사이에 인과성이 성립하므로 주파수영역에서 최소 위상 조건을 적용하여 정확한 반사계수를 측정하고자 하였다.

단순히 반사계수의 크기만을 정확히 알고, 여러 제약에 의해 위상에 대한 올바른 정보를 알 수 없는 경우 실험에서 구한 반사계수의 크기로부터 인과성을 사용하여 위상을 복원할 수 있었다. 최소 위상조건의

적용은 반사계수 위상에 대한 올바른 정보를 얻는데 사용될 수 있다.

## 후 기

이 논문은 2003년도 두뇌한국 21사업에 의해 지원되었습니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Seybert, A. F. and Ross, D. F., 1977, "Experimental Determination of Acoustic Properties Using a Two-microphone Random-excitation Technique", *J. Acoust. Soc. Am.*, 61, pp. 1362~1370.
- (2) Chung, J. Y. and Blaser, D. A., 1980, "Transfer Function Method of Measuring in Duct Acoustic Properties. I. Theory, II. Experiment", *J. Acoustic. Soc. Am.*, 68, pp. 907~921.
- (3) Seybert, A. F. and Soenarko, B., 1981, "Error Analysis of Spectral Estimates with Application to the Measurement of Acoustic Parameters Using Random Sound Fields in Ducts", *J. Acoustic. Soc. Am.*, 69, pp. 1190~1199.
- (4) 강성우, 김양한, 1992, "두개의 음향탐촉자를 이용한 소음기의 투과손실 측정과 오차해석", *한국소음진동공학회논문집*, 제 2 권, 제 3 호, pp. 181~192.
- (5) ASTM C1050-98, 1998, "Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using a Tube, Two Microphones, and a Digital Frequency Analysis Method" (American Society for Testing and Materials, Philadelphia).
- (6) McDaniel, J. G., 1999, "Applications of the Causality Condition to One-dimensional Acoustic Reflection Problems." *J. Acoust. Soc. Am.* 105, pp. 2710~2716.
- (7) McDaniel, J. G. and Clarke, C. L., 2001, "Interpretation and Identification of Minimum Phase Reflection Coefficients," *J. Acoust. Soc. Am.* 110, pp. 3003~3010.
- (8) Oppenheim, A. V. and Schafer, R. W., 1999, *Discrete-time Signal Processing*, Prentice Hall, New Jersey, Chapter 5.