

<논문 >

감쇠계 고유치문제의 설계민감도해석을 위한 보조변수법

이태희[†] · 이진민^{*} · 유정훈^{*} · 이민욱^{*}

(2005년 7월 18일 접수, 2005년 8월 26일 심사완료)

An Adjoint Variable Method for Eigenproblem Design Sensitivity Analysis of Damped Systems

Tae Hee Lee, Jin Min Lee, Jung Hoon Yoo and Min Uk Lee

Key Words : Design Sensitivity Analysis(설계민감도해석), Adjoint Variable Method(보조변수법), Complex Eigenproblem(복소고유치문제), Damped Systems(감쇠계)

Abstract

Three methods for design sensitivity analysis such as finite difference method(FDM), direct differentiation method(DDM) and adjoint variable method(AVM) are well known. FDM and DDM for design sensitivity analysis cost too much when the number of design variables is too large. An AVM is required to compute adjoint variables from the simultaneous linear system equation, the so-called adjoint equation. Because the adjoint equation is independent of the number of design variables, an AVM is efficient for when number of design variables is too large. In this study, AVM has been extended to the eigenproblem of damped systems whose eigenvalues and eigenvectors are complex numbers. Moreover, this method is implemented into a commercial finite element analysis program by means of the semi-analytical method to show applicability of the developed method into practical structural problems. The proposed method is compared with FDM and verified its accuracy for analytical and practical cases.

기호설명

K	: 전체강성행렬(global stiffness matrix)
M	: 전체질량행렬(global mass matrix)
C	: 전체감쇠행렬(global damping matrix)
λ_i	: i 번째 고유치(eigenvalue)
\mathbf{u}_i	: i 번째 고유벡터(eigenvector)
b	: 설계변수(design variable)
\mathbf{z}, \mathbf{y}	: 보조변수(adjoint variable)
I	: 단위행렬(identity matrix)

1. 서 론

감쇠계 고유치문제는 구조 감쇠를 고려한 구조

물의 안정성, 진동, 음향문제를 해석할 때 다루게 된다. 이 감쇠계 고유치문제로부터 얻을 수 있는 고유치, 고유벡터에 대한 설계민감도해석은 구조물의 동적특성을 파악하고, 개선하는 정보로 중요하게 사용될 수 있다. 따라서 효율적이고 정확한 설계민감도해석 방법은 설계개선을 위해 필수적인 요소이다.

Lee 와 Jung 은 고유치문제의 특이성을 제거하기 위해 정규직교성을 설계민감도해석에 포함시켰으며⁽¹⁾ Lee 와 Kim 은 이를 감쇠계와 중복 고유치문제로 확장 시켰다.⁽²⁾ Adhikari 는 modal method⁽³⁾ 와 Nelson's method⁽⁴⁾ 를 감쇠계의 문제로 확장시켰고,⁽⁵⁻⁶⁾ 비점성감쇠에 대한 연구도 수행되었다.⁽⁷⁾ 하지만 위의 방법들은 직접미분법의 일종으로 설계변수가 많은 경우 계산비용이 커지게 된다. 고유치문제의 보조변수법은 계산비용이 설계변수의 개수와 독립적이기 때문에 최근 위상최적설계와 같은 많은 설계변수를 다루는 문제에 설계민감도해석기법으로 제안되고 있다.⁽⁸⁾ 이 방법은 비감쇠

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : thlee@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0449, FAX : (02)2298-4634

^{*} 한양대학교 대학원 기계설계학과

계의 중복 고유치문제까지 확장되어 적용되고 있다.⁽⁹⁾

본 논문에서는 감쇠계 고유치문제의 설계민감도 해석을 위한 보조변수법을 제안한다. 특히 감쇠 계의 고유치와 고유벡터는 복소함수로 표현되어 항상 실함수 고유치가 존재하는 대칭행렬의 비감쇠계 고유치문제와는 매우 다르기 때문에 설계민감도 값의 정확성에 대한 보장이 어려웠다. 본 연구에서는 제안된 보조변수법을 검증하기 위하여 2 자유도 스프링-질량-감쇠 시스템의 해석적인 고유치문제 설계민감도해석 예제와 상용유한요소해석 프로그램인 ANSYS 와 연동한 켄털레버 빔, 25 부재 트리스, 평면 웰 구조문제의 준해석적인 고유치문제 설계민감도해석을 예제로 제시하여 제안된 보조변수법에 의한 설계민감도 값의 정확도를 유한차분법과 비교한다. 또한, 차분량에 따른 설계민감도해석의 정확도를 확인하기 위하여 차분량의 계수실험을 수행하며 이를 기반으로 적절한 차분량을 제시한다.

2. 감쇠계의 고유치문제

감쇠계 자유진동의 운동방정식은 식 (1) 같이 정의 된다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (1)$$

라플라스 변환에 의해 시간의 함수인 식 (1)은 식 (2)와 같이 고유치의 함수로 나타낼 수 있고,

$$(\lambda_i^2 \mathbf{M} + \lambda_i \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_i = \mathbf{0} \quad (2)$$

식 (2)를 식 (3)과 같이 일반적인 고유치문제 형태로 나타낼 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \lambda_i \mathbf{u}_i \end{Bmatrix} = \lambda_i \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \lambda_i \mathbf{u}_i \end{Bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)의 특이성을 제거하기 위한 정규직교성 조건식은 식 (4)와 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \lambda_i \mathbf{u}_i \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \lambda_i \mathbf{u}_i \end{Bmatrix} = \mathbf{u}_i^T (\mathbf{2}\lambda_i \mathbf{M} + \mathbf{C}) \mathbf{u}_i = 1 \quad (4)$$

3. 설계민감도해석

설계민감도란 설계변수의 변화에 따른 응답의

변화율을 의미한다. 일반적으로 고유치문제의 설계민감도해석에서 응답함수는 식 (5)와 같이 고유치, 고유벡터, 설계변수의 함수로 나타낼 수 있다.

$$g = g(\lambda_i, \mathbf{u}_i, b) \quad (5)$$

보조변수 \mathbf{z} 와 y 를 이용하여 식 (2), (4), (5)를 식 (6)과 같이 라그란지 이론을 이용하여 범함수(augmented functional)로 표현한다.⁽⁸⁾

$$A = g(\lambda_i, \mathbf{u}_i, b) + \mathbf{z}^T (\lambda_i^2 \mathbf{M} + \lambda_i \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{u}_i - y \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T (\mathbf{2}\lambda_i \mathbf{M} + \mathbf{C}) \mathbf{u}_i \right] \quad (6)$$

위 범함수를 설계변수에 대해 전미분을 수행하고, 식 (7)과 같이 미지수인 전미분항이 포함된 식을 0 으로 가정한다.

$$0 = \left[\frac{\partial g}{\partial \lambda_i} + \mathbf{z}^T (\mathbf{2}\lambda_i \mathbf{M} + \mathbf{C}) \mathbf{u}_i + y \mathbf{u}_i^T \mathbf{M} \mathbf{u}_i \right] \frac{d\lambda_i}{db} + \left[\left(\frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}_i} \right)^T + \mathbf{z}^T (\lambda_i^2 \mathbf{M} + \lambda_i \mathbf{C} + \mathbf{K}) + y \mathbf{u}_i^T (\mathbf{2}\lambda_i \mathbf{M} + \mathbf{C}) \right] \frac{d\mathbf{u}_i}{db} \quad (7)$$

for $\forall \frac{d\mathbf{u}_i}{db}, \frac{d\lambda_i}{db}$

범함수의 설계변수에 대한 전미분식에서 임의의 전미분항이 항상 0 이 되는 조건을 만족하면 식 (6)의 전미분은 식 (8)과 같이 편미분항으로만 표현할 수 있다.⁽⁸⁾

$$\begin{aligned} \frac{dg}{db} &= \frac{dA}{db} = \frac{\partial g}{\partial b} + \mathbf{z}^T \left(\lambda_i^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial b} + \lambda_i \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial b} + \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial b} \right) \mathbf{u}_i \\ &\quad + \frac{1}{2} y \mathbf{u}_i^T \left(2\lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial b} + \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial b} \right) \mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)에서 얻어지는 보조방정식은 $\mathbf{g} = [\mathbf{u}_i^T, \lambda_i]^T$ 인 경우 다음과 같은 행렬식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_i^2 \mathbf{M} + \lambda_i \mathbf{C} + \mathbf{K} & (\mathbf{2}\lambda_i \mathbf{M} + \mathbf{C}) \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_i^T (\mathbf{2}\lambda_i \mathbf{M} + \mathbf{C}) & \mathbf{u}_i^T \mathbf{M} \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial g}{\partial \lambda_i} \\ -\frac{\partial g}{\partial \mathbf{u}_i} \end{bmatrix} = -\mathbf{I} \quad (9)$$

식 (9)로부터 구한 보조변수값을 식 (8)에 대입하면 고유치문제의 설계민감도를 구할 수 있다.

식 (9)에서 좌변의 계수행렬은 비특이행렬이기

때문에 유일한 보조변수값을 구해낼 수가 있다. 식 (9)를 푸는 횟수는 설계변수의 개수와 관계가 없기 때문에 설계변수가 많은 문제의 설계민감도 해석에서는 보조변수법이 효율적임을 알 수 있다.

4. 상용유한요소해석 프로그램과 연동

실제 구조문제의 설계민감도해석을 위해 상용유한요소해석 프로그램인 ANSYS 와 연동하여 설계민감도해석을 수행한다. 하지만 상용유한요소해석 프로그램은 내부 해석정보를 제한적으로 제공하기 때문에 제한적인 정보만 이용한 설계민감도 해석 연구를 수행한다. ANSYS 의 EMAT 파일에서 제공하는 요소 강성, 질량행렬의 정보를 통해 시스템의 강성, 질량, Rayleigh 감쇠행렬의 결과를 얻는다. 이를 통해 식 (8)에서 설계변수에 대한 행렬들의 편미분 값과 고유치 고유벡터를 구한 후 보조변수법의 설계민감도 값을 도출한다. 여기서 설계변수에 대한 행렬들의 편미분 값은 상용유한요소해석 프로그램과 연동하기 쉽게 유한차분을 이용하여 구하는 준해석법을 적용한다.

5. 예제

네 개의 예제를 이용하여 제안한 방법의 정확도를 검증한다. 모든 예제의 준해석법과 유한차분법은 전방차분법을 사용한다.

5.1 2 자유도 스프링-질량-감쇠 자유진동문제

보조변수법을 사용하여 Fig. 1 과 같은 2 자유도 스프링-질량-감쇠 시스템의 고유치와 고유벡터 설계민감도해석을 수행한다. 본 예제는 설계변수에 대한 시스템의 강성, 질량, 감쇠행렬의 편미분 값을 해석적으로 구한 정확한 해를 기준으로 수치적 방법인 유한차분법과 준해석적 보조변수법의 결과를 비교한다. 여기서 설계변수는 k_1 으로 선정하며, 강성행렬, 질량행렬, 감쇠행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = 5, k_2 = 7, k_3 = 8, m_1 = 3, m_2 = 5, c_1 = 0.1, c_3 = 0.2$$

Fig. 2~3 과 같이 유한차분법과 준해석적 보조변수법으로 구한 첫번째 고유치 설계민감도를 차분량에 대하여 계수실험을 수행한다. 설계민감도의 실수 항과 허수 항 모두 준해석적 보조변수법이 차분량에 대하여 강건한 결과를 얻었다.

유한차분법의 경우 실수항은 차분량의 절대적 크기가 $10^{-4} \sim 10^{-7}$, 허수항은 $10^{-5} \sim 10^{-8}$ 정도에서 안정적인 결과를 제공한다. 이 예제에서 차분량은 유한차분법과 준해석적 보조변수법 모두 10^{-6} 으로 선정하여 설계민감도해석을 수행한다.

다음은 설계변수에 대한 시스템의 강성, 질량, 감쇠행렬의 편미분 값을 해석적으로 구한 정확한 해를 기준으로 유한차분법과 준해석적 보조변수법의 상대오차를 비교한 결과가 고유치 설계민감도는 Table 1 에 나와있고, 고유벡터 설계민감도는 Table 2 에 나와있다.

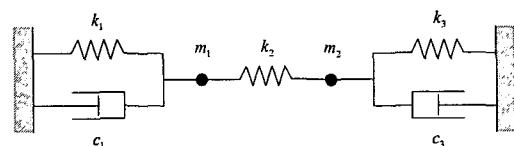


Fig. 1 2-DOF spring-mass-damping system

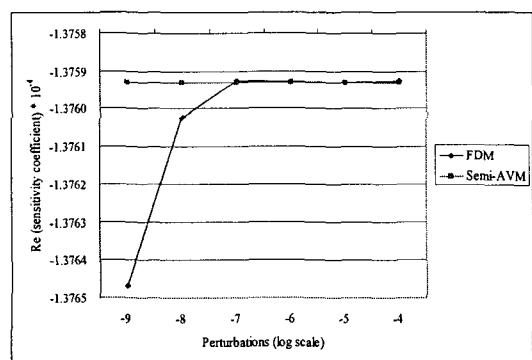


Fig. 2 Real part of 1st eigenvalue sensitivity with respect to the amount of perturbations

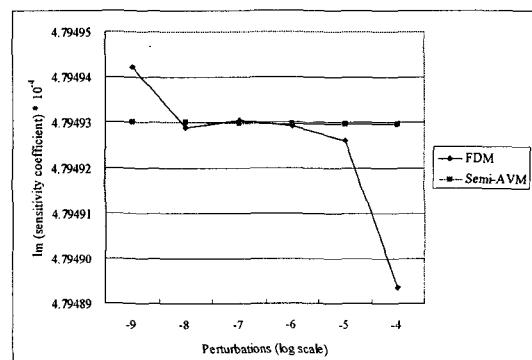


Fig. 3 Imaginary part of 1st eigenvalue sensitivity with respect to the amount of perturbations

Table 1 Eigenvalues design sensitivity analysis of 2-DOF spring-mass-damping system

1st ~ 4th	FDM Error (%)		Semi-AVM Error (%)	
Part	Re	Im	Re	Im
$d\lambda_1 / db$	6.4604E-05	6.9763E-06	1.0326E-07	1.0279E-07
$d\lambda_2 / db$	6.4604E-05	6.9763E-06	1.0326E-07	1.0279E-07
$d\lambda_3 / db$	5.1343E-04	3.4964E-06	1.0327E-07	1.0279E-07
$d\lambda_4 / db$	5.1343E-04	3.4964E-06	1.0327E-07	1.0279E-07

Table 2 Eigenvectors design sensitivity analysis of 2-DOF spring-mass-damping system

1st ~ 4th	FDM Error (%)		Semi-AVM Error (%)	
Part	Re	Im	Re	Im
$d\mathbf{u}_1 / db$	3.8873E-06	3.1015E-06	1.0276E-07	1.0281E-07
$d\mathbf{u}_2 / db$	1.5187E-06	5.7690E-06	1.0265E-07	1.0282E-07
$d\mathbf{u}_3 / db$	3.8873E-06	3.1015E-06	1.0276E-07	1.0281E-07
$d\mathbf{u}_4 / db$	1.5187E-06	5.7690E-06	1.0265E-07	1.0282E-07
$d\mathbf{u}_5 / db$	8.7249E-06	1.1287E-05	1.0281E-07	1.0272E-07
$d\mathbf{u}_6 / db$	4.4661E-07	8.2348E-08	1.0285E-07	1.0282E-07
$d\mathbf{u}_7 / db$	8.7249E-06	1.1287E-05	1.0281E-07	1.0272E-07
$d\mathbf{u}_8 / db$	4.4661E-07	8.2348E-08	1.0285E-07	1.0282E-07

이 예제는 총 2 자유도 시스템이지만 고유치와 고유벡터가 결례 복소수 형태로 나타나기 때문에 각각 4 개씩의 고유치와 고유벡터 설계민감도를 구하게 된다. 여기서, Re 는 설계민감도의 실수 항을 나타내고, Im 은 허수 항을 나타낸다.

전체적으로 준해석적 보조변수법이 유한차분법보다 정확한 결과를 얻었다. 앞의 차분량에 대한 강건성과 해의 정확성을 통해 준해석적 보조변수법이 유한차분법에 비해 수치적으로 안정함을 확인할 수 있다.

5.2 켄틸레버 빔

Fig. 4 의 켄틸레버 빔 구조문제의 고유치와 고유벡터 설계민감도를 상용유한요소해석 프로그램인 ANSYS 와 연동하여 준해석적으로 구한다. 설계변수는 b_2 로 설정하고, 차분량은 10^{-6} 으로 설정하여 설계민감도해석을 수행한다.

감쇠는 식 (10)과 같이 비례 감쇠인 Rayleigh 감쇠를 사용하였고, 감쇠계수는 부족감쇠를 표현할 수 있는 임의의 값인 $\alpha=10^{-4}$, $\beta=10^{-4}$ 로 설정한다. 구조물의 물성치는 Table 3 과 같다.

이 예제는 2 차원 빔 요소를 사용하였으며, 각 절점(node) 당 x, y 방향 변위와 z 축 회전 등 3 개의 자유도를 갖기 때문에 총 12 자유도 시스템

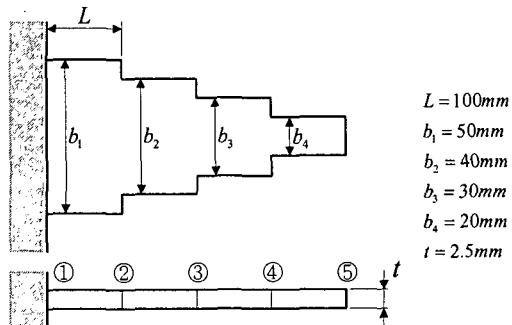


Fig. 4 Configuration and finite element model of cantilever beam structure

Table 3 Material properties of cantilever beam

Young's modulus (GPa)	200
Poisson's ratio	0.3
Density (kg/m ³)	7800

Table 4 1st eigenvalue and eigenvector design sensitivity analyses of cantilever beam

	SEN	FDM	AVM
$d\lambda_1 / db$	-3.1103 + 277.51i	-3.1104 + 277.52i	
	0	0	
	0.1124 - 0.1124i	0.1124 - 0.1124i	
	2.0035 - 2.0035i	2.0034 - 2.0034i	
	0	0	
	-0.0045 + 0.0045i	-0.0045 + 0.0045i	
$d\mathbf{u}_1 / db$	-3.7607 + 3.7607i	-3.7609 + 3.7609i	
	0	0	
	-0.3624 + 0.3624i	-0.3624 + 0.3624i	
	-3.4642 + 3.4642i	-3.4645 + 3.4645i	
	0	0	
	-0.7042 + 0.7042i	-0.7042 + 0.7042i	
	-3.4020 + 3.4020i	-3.4024 + 3.4024i	

으로 각각 24 개씩의 고유치와 고유벡터 설계민감도를 구하게 된다. 이 중 첫번째 고유치 및 고유벡터의 설계민감도해석 결과는 Table 4 에 나타낸다.

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (10)$$

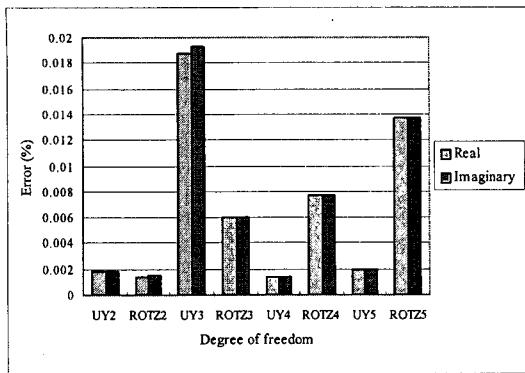


Fig. 5 Percentage error of 1st eigenvector sensitivity of cantilever beam

Table 5 Material properties of 25 bar truss and flat shell

Young's modulus (GPa)	210
Poisson's ratio	0.3
Density (kg/m ³)	7800

Fig. 5 는 첫번째 고유벡터 설계민감도를 유한차분법과 비교한 상대오차를 나타낸다. x 축은 절점의 자유도를 나타내며, 자유도 옆의 숫자는 절점의 번호를 나타낸다. 최대 상대오차가 실수 항은 0.01875%, 허수 항은 0.01933%이내로 매우 정확한 결과를 얻을 수 있었다.

5.3 25 부재 트러스

Fig. 6 의 25 부재 트러스 (25 bar truss) 구조문제의 고유치와 고유벡터 설계민감도를 ANSYS 와 연동하여 준해석적으로 구한다. 설계변수는 25 번째 요소의 단면적으로 설정하고, 차분량은 10⁻⁷ 로 선정하여 설계민감도해석을 수행한다.

감쇠는 식 (10)과 같이 $\alpha = 10^{-5}$, $\beta = 10^{-5}$ 인 Rayleigh 감쇠를 사용하였으며, 물성치는 Table 5 와 같다. 이 예제는 총 18 자유도 시스템이지만 고유치와 고유벡터가 절로 복소수 형태로 나타나기 때문에 각각 36 개의 고유치와 고유벡터 설계민감도를 구하게 된다. 이 중 첫번째 고유치 및 고유벡터의 설계민감도해석 결과는 Table 6 에 나타낸다.

Fig. 7 은 첫번째 고유벡터 설계민감도를 유한차분법과 비교한 상대오차를 나타내고, 최대 상대오차가 실수 항은 0.0768%, 허수 항은 0.077%이내로 정확한 결과를 얻을 수 있었다.

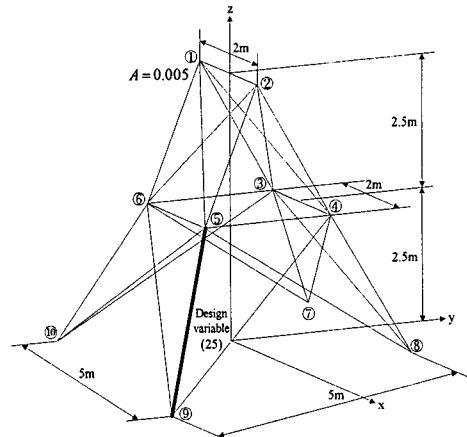


Fig. 6 Configuration of 25 bar truss

Table 6 1st eigenvalue and eigenvector design sensitivity analysis of 25 bar truss

SEN	FDM	AVM
$d\lambda_1 / db$	$-67.874 + 8622.1i$	$-67.875 + 8622.3i$
	$-0.3070 + 0.3070i$	$-0.3069 + 0.3069i$
	$-0.0071 + 0.0071i$	$-0.0070 + 0.0070i$
	$0.1532 - 0.1532i$	$0.1531 - 0.1531i$
	$-0.3280 + 0.3280i$	$-0.3279 + 0.3279i$
	$0.0326 - 0.0326i$	$0.0326 - 0.0326i$
	$0.1986 - 0.1986i$	$0.1985 - 0.1985i$
	$-0.3156 + 0.3156i$	$-0.3155 + 0.3155i$
	$0.0582 - 0.0582i$	$0.0582 - 0.0582i$
	$-0.1805 + 0.1805i$	$-0.1804 + 0.1804i$
	$-0.3260 + 0.3260i$	$-0.3259 + 0.3259i$
	$0.0120 - 0.0120i$	$0.0120 - 0.0120i$
	$-0.1590 + 0.1590i$	$-0.1589 + 0.1589i$
	$0.1245 - 0.1245i$	$0.1244 - 0.1244i$
	$-0.0725 + 0.0725i$	$-0.0725 + 0.0725i$
	$0.1953 - 0.1953i$	$0.1952 - 0.1952i$
	$0.1256 - 0.1256i$	$0.1255 - 0.1255i$
	$0.0026 - 0.0026i$	$0.0026 - 0.0026i$
	$-0.1894 + 0.1894i$	$-0.1894 + 0.1894i$

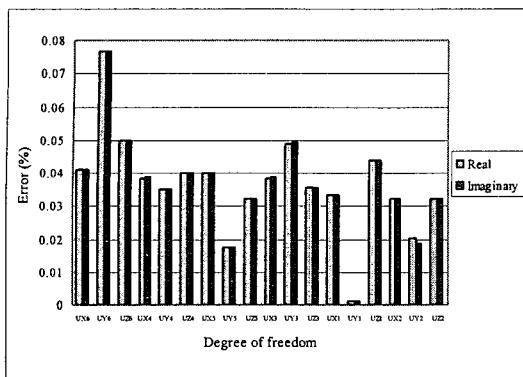


Fig. 7 Percentage error of 1st eigenvector sensitivity of 25 bar truss

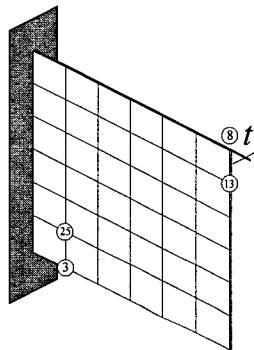


Fig. 8 Sketch of flat shell structure

Table 7 1st eigenvalue and eigenvector design sensitivity analysis of flat shell structure

SEN	FDM	AVM
$d\lambda_1/db$	-1.4331 + 3785.5i	-1.4332 + 3786.0i
	0	0
	0	0
	5.6458 - 5.6461i	5.6462 - 5.6462i
	12.499 - 12.500i	12.502 - 12.502i
	-58.700 + 58.705i	-58.694 + 58.694i
	0	0
	0	0
	6.9010 - 6.9011i	6.9020 - 6.9020i
	2.8801 - 2.8777i	2.8811 - 2.8811i
$\frac{d\mathbf{u}_1}{db}$	-64.839 + 64.842i	-64.858 + 64.858i
	.	.
	.	.
	.	.
	153.46 - 153.46i	153.48 - 153.48i
	-6.9798 + 6.9870i	-6.9557 + 6.9557i
	-178.54 + 178.54i	-178.59 + 178.59i
	0	0
	0	0
	151.82 - 151.82i	151.85 - 151.85i
	-9.0563 + 9.0663i	-9.0585 + 9.0585i
	-179.22 + 179.20i	-179.26 + 179.26i

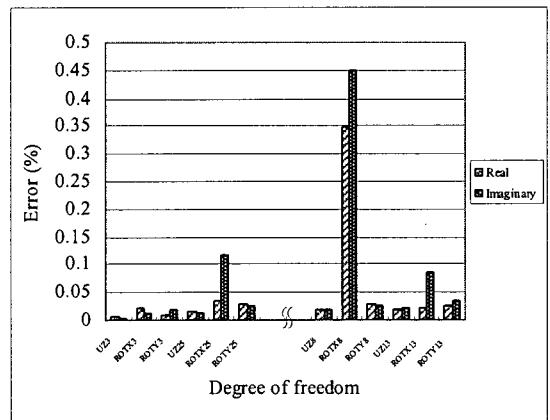


Fig. 9 는 첫번째 고유벡터 설계민감도를 유한차분법과 비교한 상대오차를 나타내고, 최대 상대오차가 실수 향은 0.3472%, 허수 향은 0.4506% 이내로 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있었다.

6. 결 론

설계변수가 아주 많을 경우 보조변수법은 보조변수를 구하는 해석과정의 횟수가 설계변수 개수와 상관이 없기 때문에 보다 효율적인 설계민감도해석을 수행할 수 있다.

본 논문에서는 감쇠계의 고유치와 고유벡터 설계민감도해석을 위한 보조변수법을 제안하였다. 그리고 2 자유도 스프링-질량-감쇠 시스템의 간단한 예제를 통해 해석적 방법의 정확한 해를 기준으로 수치적 방법인 유한차분법과 준해석적 보조변수법의 설계민감도 값의 상대오차를 비교하였다. 이를 통해 준해석적 보조변수법이 유한차분법에 의해 차분량에 대해 강건하고, 설계민감도 값도 정확함을 확인할 수 있었다. 즉, 수치적으로 안정함을 확인하였다.

켄틸레버 빔, 25 부재 트러스, 웰 구조문제에서는 설계변수에 대한 시스템의 강성, 질량, 감쇠행렬의 편미분 값을 수치적으로 구한 준해석적 보조변수법의 사용을 통해 상용유한요소해석 프로그램과 연동하여 설계민감도해석을 수행하였다. 이를 통해 정규직교성 조건에 따라 영향을 받기 때문에 정확성의 보장이 어려웠던 고유벡터 설계민감도를 유한차분법과의 결과 비교를 통해 제안한 보조변수법의 정확성을 검증하였다.

또한, 차분량에 따라 영향을 받는 유한차분법과 준해석법의 설계민감도 결과의 특성상 설계민감도를 차분량에 대해 계수 실험을 하여 $10^6 \sim 10^7$ 의 차분량을 제안하였다.

보조변수법에 의한 설계민감도해석 방법은 감쇠계의 중복고유치문제에도 적용될 수 있으며, 상용유한요소해석 프로그램과의 연동을 통해서 일반적인 구조문제에도 쉽게 적용될 수 있다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계 신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Lee, I.-W. and Jung, G. H., 1999, "Natural Frequency and Mode Shape Sensitivities of Damped System-Part I. Distinct Natural Frequencies," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 223, pp. 399~412.
- (2) Lee, I.-W. and Kim, D.O., 1999, "Natural Frequency and Mode Shape Sensitivities of Damped System-Part II. Multiple Natural Frequencies," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 223, pp. 413~424.
- (3) Fox, R.L. and Kapoor M.P., 1968, "Rates of Changes of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA Journal*, Vol. 6, pp. 2426-2429.
- (4) Nelson, R.B., 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA Journal*, Vol. 14, pp. 1201~1205.
- (5) Adhikari, S., 1999, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors in Damped Dynamic System," *AIAA Journal*, Vol. 37, pp. 1452~1457.
- (6) Friswell, M.I. and Adhikari, S., 2000, "Derivatives of Complex Eigenvectors Using Nelson's Method," *AIAA Journal*, Vol. 38, pp. 2355~2357.
- (7) Adhikari, S., 2002, "Derivative of Eigensolutions of Nonviscously Damped Linear Systems," *AIAA Journal*, Vol. 40, pp. 2061-2069.
- (8) Lee, T.H., 1999, "An Adjoint Variable Method for Structural Design Sensitivity Analysis of a Distinct Eigenvalue Problem," *KSME International Journal*, Vol. 13, pp. 470~496.
- (9) Lee, T.H., 2000, "Adjoint Design Sensitivity Analysis of Repeated Eigenvalues and Their Associated Eigenvectors of Structures," *Engineering Design Optimization Proceedings of the 2nd ASMO UK/ISSMO Conference*, pp. 125~131.
- (10) Meirovitch, L., 1997, *Principles and Techniques of Vibrations*, Prentice – Hall International, INC.