

일반화된 Hoek-Brown 모델의 정식화 및 Rounded Hoek-Brown 모델의 개발

Formulation of Generalized Hoek-Brown Model and Development of Rounded Hoek-Brown Model

김 범 상¹ Kim, Bum-Sang

권 오 순² Kwon, O-Soon

장 인 성³ Jang, In-Sung

Abstract

Hoek-Brown model, which was developed in order to predict the behavior of rock mass, has widely been utilized and revised by many researchers to solve various problems encountered in tunnelling and slope stability analysis. However, there is no schematic investigation on the application of the Hoek-Brown model to numerical analysis including finite element simulations. In this paper the Hoek-Brown model was formulated as a constitutive model according to the procedure of generalized plasticity theory, and a Rounded Hoek-Brown model, which could overcome the numerical difficulties by modifying the edge part of the yield surface as a curve shape, was newly proposed. The new model could satisfy the requirements as an elasto-plastic constitutive soil model and follow the yield surface of the original Hoek-Brown model in the compression mode. The constitutive equation for the proposed model herein was established and presented to be applicable to the generalized nonlinear finite element analysis.

요 지

암반의 거동을 예측하기 위해 1980년 발표된 Hoek-Brown 모델은 지속적인 개선과 더불어 수많은 문제들을 해결하기 위해 널리 사용되고 있다. 그러나 Hoek-Brown 모델의 유한요소법 등 수치해석에 대한 적용성에 관한 연구는 미미한 실정이다. 본 논문에서는 Hoek-Brown 모델을 일반적 소성론 절차에 따라 구성모델로 정식화하여 그 특징을 살펴보고, 수치적 문제점을 유발하게 되는 항복면의 모서리부를 곡면으로 처리한 Rounded Hoek-Brown 모델을 제시하였다. 제안모델은 탄소성 구성모델로서의 요구조건들을 만족하며, 압축축에서 원래의 Hoek-Brown 모델과 동일한 항복면을 갖는다. 제안 모델을 일반적인 비선형 유한요소해석에 적용하기 위하여 제안 모델의 구성방정식을 수립하였다.

Keywords : Hoek-Brown model, Constitutive model, Rounded Hoek-Brown model, Yield surface

1. 서 론

Hoek-Brown 파괴기준은 1980년 발표된 이래 우수한

실용성과 범용성으로 인하여 암반거동을 묘사하기 위해 널리 사용되고 있다(Hoek and Brown, 1980). 또한 원래 발표된 파괴기준에 대한 지속적인 수정 및 보완

1 정회원, 포스코건설 토목환경사업본부 토목기술팀 과장 (Member, Manager, Civil Engrg. Team, POSCO E&C, geobum@poscoenc.com)

2 정회원, 한국해양연구원 연안항만공학연구본부 선임연구원 (Member, Senior Researcher, Harborand Coastal Zone Development Research Div., KORDI)

3 정회원, 한국해양연구원 연안항만공학연구본부 선임연구원 (Member, Senior Researcher, Harborand Coastal Zone Development Research Div., KORDI)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2006년 4월 30일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다. 단, 건전한 토의 문화 정착을 위하여 학회에서 내용을 조정할 수 있음을 알려드립니다.

이 이루어지고 있으며, 터널 및 사면 등의 실제 문제 해결을 위한 많은 연구가 이루어졌다(Carranza-Torres and Fairhurst, 1999, 2000). 신선암에 기초한 초기 기준에 암체의 절리 특성을 고려하기 위하여 Bieniawski(1976)가 제안한 RMR이 파괴기준식에 도입되었다. Hoek-Brown 파괴기준 외에는 암반의 거동 예측을 위한 수치해석에 적합한 파괴기준이 없었으므로 급속히 전파되었으며, 이 과정에서 본 기준의 유도에 사용된 원래의 한계를 벗어나는 경우도 많았다. Hoek and Brown(1988)은 ‘불교란(undisturbed)’과 ‘교란(disturbed)’ 암반의 개념을 자신들의 파괴기준에 도입함으로써, 실제 적용과정에서 발생하는 문제점을 해결하고자 하였다. 또한 Hoek et al.(1992)는 매우 불량한 암반에 대하여 암반의 인장강도를 0으로 고려하는 수정 기준을 도입하였다. Hoek(1990)은 다양한 실제 문제에 적용할 수 있는 등가 마찰각과 점착력을 제안하였는데, 포물선 형태의 파괴기준에 대한 접근으로부터 구한 점착력은 상한 값이므로 이 값이 안정 계산에 사용된다면 안정성을 과대평가할 수 있다고 언급하였다. 결과적으로 최소자승법에 의해 Mohr-Coulomb 관계를 직선으로 근사화시켜 얻은 평균값을 사용하는 것이 더욱 적절할 것으로 판단된다. 여러 학자들의 연구 결과에서 RMR 분류법은 특히 매우 연약한 암반의 특성을 Hoek-Brown 파괴기준에 반영시키는 데에 적합하지 않다는 사실이 밝혀진 이후에 Hoek et al.(1992), Hoek et al.(1995) 등은 RMR 대신 GSI(Geological Strength Index)를 도입하여 현장 암반 상태를 파괴기준에 반영시켰다.

그러나 Mohr-Coulomb 파괴기준이 탄소성 구성모델로서 수치해석시 널리 사용되는데 비하여 Hoek-Brown 파괴기준은 수치해석시 직접적으로 사용된 예는 제한적이다. 단지 수치해석적 적용성을 위하여 Mohr-Coulomb 파괴기준에 대한 등가 마찰각 및 점착력을 산정하는 방법에 대한 연구들이 수행된 바 있으며 실무에 적용되고 있다. 그러나 이러한 접근법은 Hoek-Brown 파괴기준을 소성모델로 사용하는 데 필요한 연구의 부족으로 인한 차선책이며 Mohr-Coulomb 파괴기준과 어떠한 응력수준에서 근사시켜야 합리적인지에 대한 혼란이 존재한다. Hoek-Brown 파괴기준을 Mohr-Coulomb 파괴기준과 근사화시키기 위한 응력수준은 터널 내지 사면 등 대상 문제의 특성과 관련있으며 이와 관련한 일반화된 기준은 제시하기 어려운 것으로 판단된다. 따라서 Hoek-Brown 파괴기준을 일반적인 탄소성론의 범주에서 정식화하고

구성방정식을 수립하여 유한요소법 등의 수치 해석 기법에 적용한다면 이러한 등가 마찰각 개념의 사용에 따른 혼란을 피할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 일반적인 탄소성론에 따른 항복면으로 사용할 수 있도록 Hoek-Brown 파괴기준을 보정한 Rounded Hoek-Brown 모델을 제시하고 수치해석시 적용할 수 있는 구성방정식을 수립하였다.

2. Generalized Hoek-Brown model

2.1 Hoek-Brown 모델의 개요

이전부터 암반을 포함한 지반재료의 파괴기준으로 널리 사용되고 있는 Mohr-Coulomb 파괴기준이 구속압 또는 평균주응력에 비례하여 파괴면이 확장되는 데 비하여 Hoek-Brown 파괴기준은 구속압 또는 평균주응력에 대하여 비선형적으로 파괴면이 확장되는 특성을 가지고 있다.

2002년에 발표된 일반화된 Hoek-Brown 파괴 기준은 다음과 같다(Hoek et al., 2002).

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

여기서, σ_1 과 σ_3 는 각각 파괴시의 최대, 최소 유효 주응력이며, 본 논문에 사용된 모든 응력은 유효응력이다. σ_{ci} 는 일축 압축 강도이며 m_b , s , a 는 암반상수이다.

암반상수들은 다음과 같이 표현된다.

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \quad (2)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} (e^{-GSI/15} - e^{-20/3}) \quad (4)$$

여기서, m_i 는 무결암의 암반상수, D (Disturbance factor)는 발파 손상 및 응력 이완에 따른 암반의 교란 정도를 나타내는 계수이다.

GSI(Geological Strength Index)는 Hoek et al.(1995)에 의해 소개된 개념이며, 현장조사를 통해 얻은 지질학적 정보에 근거하여 암반 강도를 추정하는 데에 사용된다. GSI는 절리면의 거칠기와 변질 정도로 평가되는 불연속면의 표면상태와 암반의 구조 상태로부터 결정된다.

본 논문에서 의도하는 바와 같이 Hoek-Brown 파괴식을 일반적인 소성론에 따른 항복면식으로 나타내기 위해서는 주응력으로 표시된 항을 응력불변량의 형태로

변환하여 표시하여야 한다. 이를 위해 다음과 같은 응력 불변량의 정의를 사용한다.

$$\text{평균주응력 } p = \frac{1}{3}\sigma_{kk} \quad (5)$$

$$\text{편차응력의 제2불변량 } J = \sqrt{\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}} \quad (6)$$

$$\text{Lode angle } \alpha = \frac{1}{3}\sin^{-1}\left(3\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{S^3}{J^3}\right) \quad (7)$$

$$\text{편차응력 } s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}p \quad (8)$$

$$\text{편차응력의 제3불변량 } S = \sqrt[3]{\frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki}} \quad (9)$$

여기서 Lode 각 α 는 그림 1에서 제시한 바와 같이 $-\frac{\pi}{6}$ 에서 부터 $\frac{\pi}{6}$ 까지 변화한다.

이때 최대, 최소 주응력은 다음과 같은 관계식을 만족시킨다.

$$\sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}J\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) + p \quad (10)$$

$$\sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}J\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right) + p \quad (11)$$

Hoek-Brown 식은

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_\alpha \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_\alpha} + s\right)^a \quad (12)$$

$$\text{편의상 } A = \sigma_\alpha, B = \frac{m_b}{\sigma_\alpha} \quad (13)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 + A(B\sigma_3 + s)^a \quad (14)$$

식 (10)과 식 (11)을 식 (14)에 대입하면

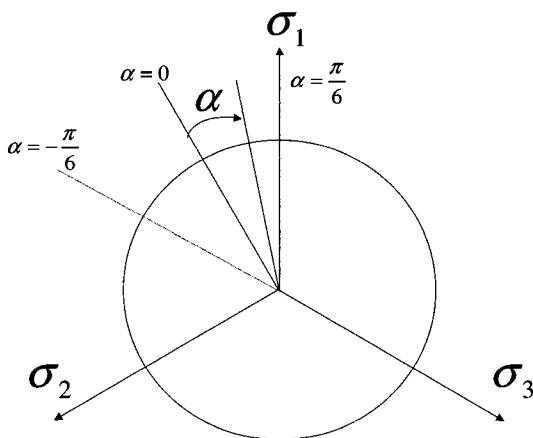


그림 1. Lode 각(α)의 정의

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{3}}J\left(\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right)\right) \\ & = A\left(\frac{2B}{\sqrt{3}}J\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right) + Bp + s\right)^a \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)를 정리하면

$$\frac{2B}{\sqrt{3}}\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \alpha\right)J - \left(\frac{2\cos\alpha}{A}J\right)^{\frac{1}{a}} + Bp + s = 0 \quad (16)$$

응력공간상 압축측에서 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ 이므로 식 (16)에 대입하면 압축측에 대한 편차응력의 제2불변량 J_1 에 대한 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$-\frac{B}{\sqrt{3}}J_1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{A}J_1\right)^{\frac{1}{a}} + Bp + s = 0 \quad (17)$$

인장측에서는 $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ 이므로 같은 방법으로 인장측에 대한 편차응력의 제2불변량 J_2 에 대한 관계식을 얻을 수 있다.

$$-\frac{2B}{\sqrt{3}}J_2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{A}J_2\right)^{\frac{1}{a}} + Bp + s = 0 \quad (18)$$

식 (17), 식 (18)의 관계로부터 평균주응력 p 와 압축 및 인장측에서 편차응력의 제2불변량 J_1, J_2 의 관계를 얻을 수 있다. 그러나 식 (17)과 식 (18)은 비선형 방정식이므로 해를 구하기 위해서는 Newton-Rhapson 반복법 등을 이용한 수치적 해법이 요구된다. 그림 2는 평균주응력의 변화에 따른 제2불변량 J_1, J_2 및 압축측과 인장

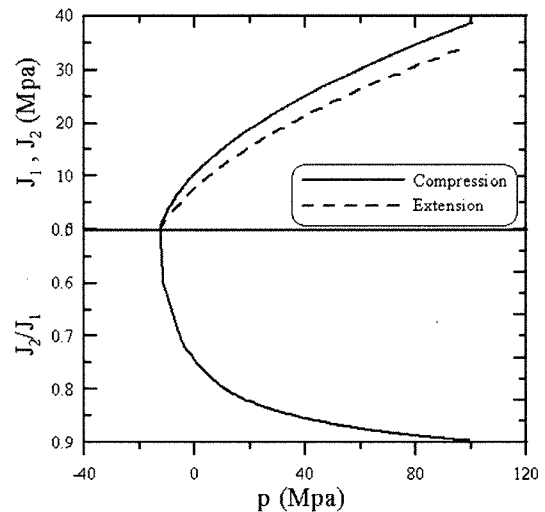


그림 2. 평균주응력에 따른 $J_1, J_2, J_2/J_1$ 의 변화

측의 비 $\beta_1(=J_2/J_1)$ 의 변화를 나타낸 것이다. 이 때 암반 상수는 $GSI=75, D=0, \sigma_{ci}=100MPa$ 를 사용한 경우로 관계식에 따라 $m_b=4.095, a=0.501, s=0.0622$ 로 산정하였으며, 해는 Newton-Rhapson 반복법을 적용하여 구하였다. 그림에서 압축축(실선)과 인장축(점선)의 제2불변량이 차이가 난 것을 알 수 있으며, 그 비 β_1 을 그림에 도시하였다. Mohr-Coulomb 모델의 경우 평균주응력과 J 의 관계는 직선의 형태를 보이는 것에 반하여, Hoek-Brown 모델의 가장 큰 특징인 평균주응력에 대한 J 의 변화가 비선형적이라는 것을 알 수 있다.

2.2 π 면에서의 형상

식 (16)에 따른 항복면을 π 면상에 나타내면 그림 3과 같은 형태가 된다. 주응력 p 의 변화에 따른 π 면상에서의 항복면 형상 변화는 Hoek-Brown 모델의 특징인 것으로 판단된다. 기본적인 π 면상의 항복면 형상은 육각형이지만 주응력 p 값이 0에 가까울 경우는 삼각형에 가까우며, 주응력 p 값이 커짐에 따라 정육각형에 가까워지게 된다. 일정한 p 값에 대하여 $\beta = J_2/J_1$ 는 π 면상에서 압축축과 인장축 J 의 비이며 개별 구성모델의 특성을 나타낸다. 일반적으로 널리 알려진 Mohr-Coulomb 모델의 경우 β 는 주응력 p 값에 관계없이 일정한 값

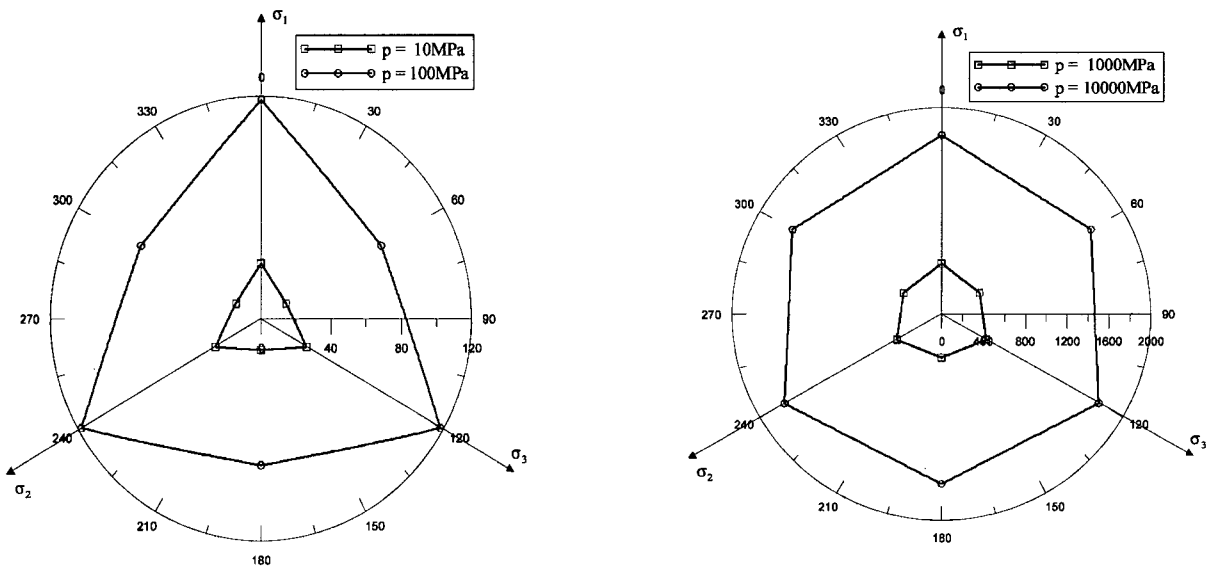
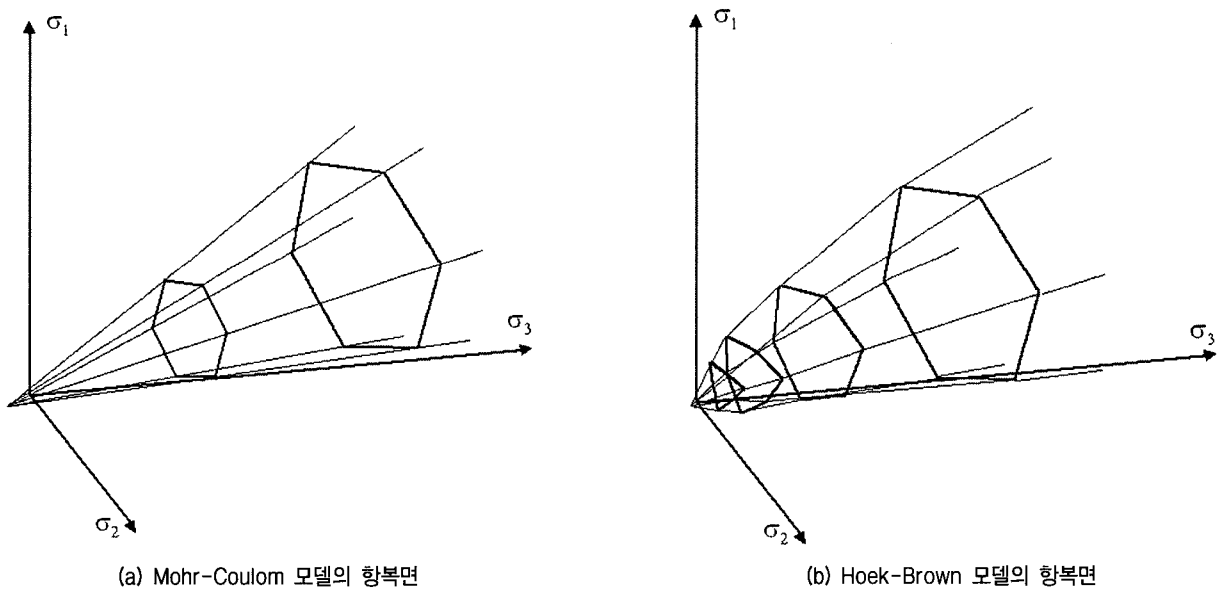


그림 3. 평균주응력에 따른 π 면에서 항복면의 형상 변화



(a) Mohr-Coulomb 모델의 항복면

(b) Hoek-Brown 모델의 항복면

그림 4. 평균주응력의 변화에 따른 항복면 형상에 대한 개념도

을 가지며 일정한 π 면상 항복면 형상을 갖게 된다. Mohr-Coulomb 모델의 경우 β 는 ϕ 값에 관계되며 ϕ 가 0도에서 90도까지 변화할 때 β 는 1에서 0.5까지 변화한다. Drucker-Prager 모델 및 Von-Mises 모델의 경우 β 값은 1이며, π 면에서 원형으로 나타난다. Hoek-Brown 모델의 경우 β 는 암반상수 σ_{ci} , m_b , s , a 뿐 아니라 그림 3과 같이 평균주응력 p 에 따라 변화하게 된다. 그림 4는 주응력 공간에서 항복면의 형상을 개념적으로 나타낸 것으로 Mohr-Coulomb 모델이 평균주응력의 크기에 따라 육각형의 크기가 점차 커지는 형태를 보이는 것에 반해, Hoek-Brown 모델에서는 평균주응력의 크기가 커짐에 따라 삼각형에서 점차 정육각형으로 변화해가는 것을 알 수 있다.

Hoek-Brown 모델의 항복면으로서의 또 다른 특징은 Mohr-Coulomb 모델과 마찬가지로 $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ 와 $\frac{\pi}{6}$ 인 지점에서 미분불가인 모서리 부분이 발생하는 점이다. 이러한 경우 구성방정식의 수립이 불가능하기 때문에 별도의 수치적인 처리나 항복면 함수의 수정이 필요하게 된다. 다음 절에서 이러한 모서리에서의 문제점을 해결한 Rounded Hoek-Brown 모델을 제시한다.

3. 제안 모델

3.1 Rounded Hoek-Brown 모델

앞에서 언급한 바와 같이 Hoek-Brown 모델의 탄소성

구성모델의 수립이 가능하도록, 모서리부분에서의 문제점을 해결한 Rounded Hoek-Brown 모델을 식 (19)와 같이 제시한다.

$$f = -\frac{B}{\sqrt{3}} \frac{J}{\rho(\alpha)} - \left(\frac{\sqrt{3}}{A} J \right)^{\frac{1}{a}} + Bp + s = 0 \quad (19)$$

식 (19)에서 $\rho(\alpha)$ 는 Lode 각에 대한 함수로서 다음과 같이 정의된다.

$$\rho(\alpha) = \frac{2(1-e^2)\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha) + (2e-1)\sqrt{4(1-e^2)\cos^2(\frac{\pi}{6}+\alpha) + e(5e-4)}}{4(1-e^2)\cos^2(\frac{\pi}{6}+\alpha) + (2e-1)^2} \quad (20)$$

식 (20)에서 상수 e 는 0.5에 가까울수록 인장축 ($\alpha = -\frac{\pi}{6}$)에서 제안된 기준이 원래의 Hoek-Brown 기준과 근사해진다. 본 논문에서는 $e = 0.500001$ 을 사용하여 Rounded Hoek-Brown 모델을 나타내었다. 식 (20)은 원래 평균주응력 의존적인 재료인 콘크리트의 π 면에서의 Lode 각에 따른 J 의 변화를 나타내기 위해 제시된 관계식이다(Willam and Warnke, 1975). $\alpha = \frac{\pi}{6}$ 일때 $\rho = 1$ 이므로 압축축에서 Rounded Hoek-Brown 모델은 원래의 Hoek-Brown 기준과 동일하다. $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ 인 인장축에서 $\rho = e \approx \frac{1}{2}$ 이며, 식 (19)에 대입하여 식 (18)과 비교하면 약간의 계수의 차이가 존재함을 알 수 있다. e 가 $\frac{1}{2}$ 에 가까울 수록 인장축에서 Rounded Hoek-Brown

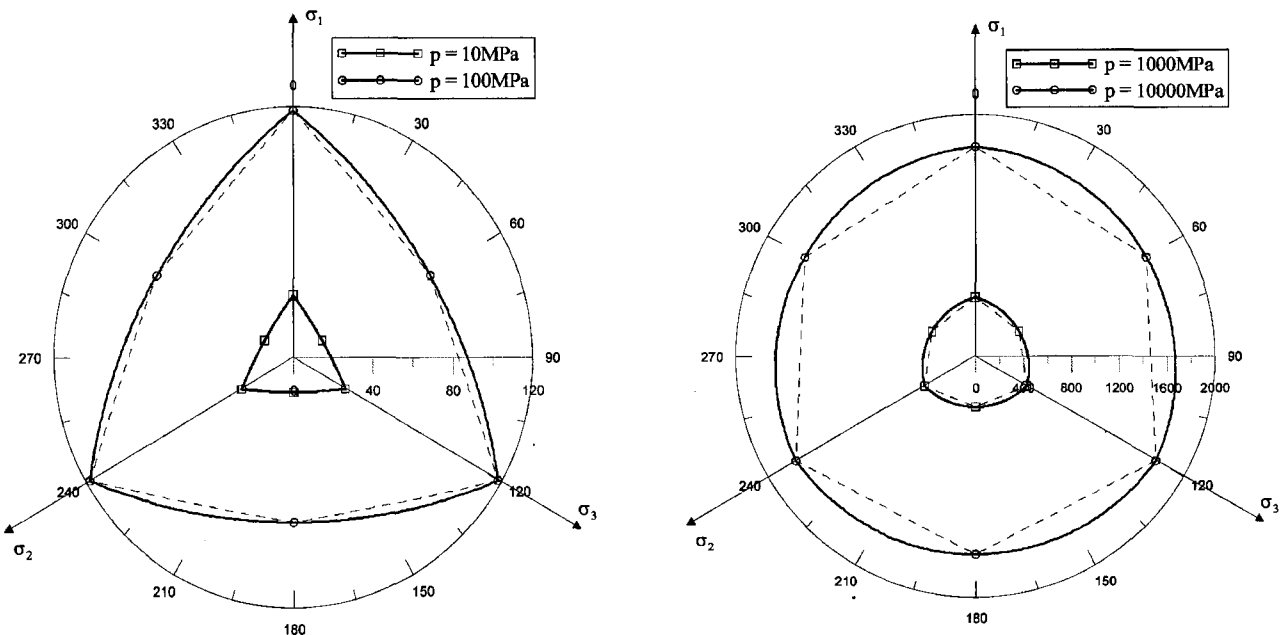


그림 5. 평균주응력에 따른 제안 모델의 π 면에서 항복면 형상 변화(점선 : Hoek-Brown 모델)

모델은 원래의 Hoek-Brown 모델과 가까워지게 되며 $e = 0.500001$ 을 사용할 경우 인장축에서 두 모델에 의한 J 의 차이는 $10^{-4}\%$ 미만으로 산정되었다.

식 (19)에서 제시한 항복면식이 일반적인 소성론에 따른 항복면으로 사용되기 위한 요구조건으로는 두 가지가 있다(Bardet, 1990). 첫번째로 π 면상의 압축축과 인장축에서 미분가능의 조건을 만족시켜야 한다. 제안된 항복면식은 $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ 인 점에서 $\frac{\partial J}{\partial \alpha} = 0$ 이 되므로 첫 번째 조건을 만족한다. 두 번째 조건은 π 면에서 항복면의 형상이 볼록함(convexity)을 만족해야 하는 것인데 π 면에서 항복면의 형상을 나타낸 그림 5와 주응력공간에서 항복면 형상의 개념도인 그림 6에서 나타난 바와 같이 항복면의 형상에서 확인할 수 있다.

그림 5에서 제안모델의 경우 실선으로 나타내었으며 원래의 Hoek-Brown 모델의 경우 점선으로 나타내었다. 주응력축과 만나게 되는 압축축에서 제안모델은 원래의 Hoek-Brown 모델과 완전히 일치하며 인장축에서도 육안으로 차이를 확인할 수 없을 정도로 근사함을 알 수 있다. 기본적으로 제안모델의 항복면은 원래의 Hoek-Brown 모델의 항복면과 압축 및 인장축에서 만나면서 미분 가능하도록 부드러운 곡선 형태로 이어짐을 알 수 있다. $p=10\text{Mpa}$ 인 경우 제안모델의 항복면은 Hoek-Brown 항복면과 유사하게 삼각형에 가까운 형상이며 p 값의 증가에 따라 원형에 가까운 형상으로 변화함을 확인할 수 있

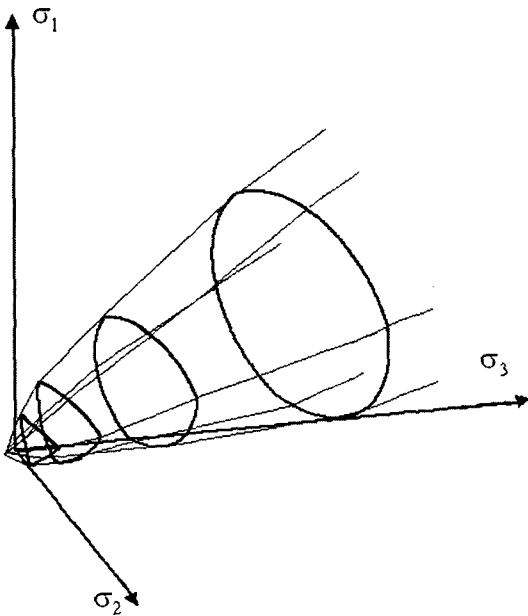


그림 6. 평균주응력의 변화에 따른 제안 모델의 항복면 형상에 대한 개념도

다. 압축축 및 인장축 이외의 구간에서($-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6}$) 제안모델 및 Hoek-Brown 모델의 항복면에 차이가 발생하지만 원래의 Hoek-Brown 모델이 압축축에 대한 시험 결과로 제시되었음을 감안할 때 이러한 차이에는 큰 오류가 없다고 판단된다.

3.2 구성방정식

제안모델에서는 응력 상태가 항복면 내에 있을 때($f < 0$) 고전적인 탄소성론에 따라서 탄성 거동만을 나타내게 되며 항복면과 만났을 경우($f = 0$) 다음에 제시되는 응력-변형률 증분 관계에 따라 탄소성 거동을 하게 된다.

$$d\sigma = D^{ep}d\varepsilon \quad (21)$$

여기서, $d\sigma$ 는 응력증분, $d\varepsilon$ 은 변형률증분, D^{ep} 는 탄소성 구성행렬이다.

제안 모델에 대하여 관련 유동법칙을 적용할 경우 탄소성 구성 행렬 D^{ep} 는 일반화된 Hooke의 법칙과 유동 법칙에 따라서 다음과 같은 행렬 형태로 쓸 수 있다.

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\}^T D^e}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\}^T D^e \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\}} \quad (22)$$

여기서, D^e 는 탄성구성행렬이다.

구성관계를 나타내는 식 (22)에 나타나는 유동벡터 $\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\}$ 는 항복면 식 (19)를 응력에 대해 편미분하여 산정한다. 유한요소법 등의 수치해석법으로 적용하려면 식 (21)에 대한 응력적분이 필요하다. 이러한 수치응력의 적

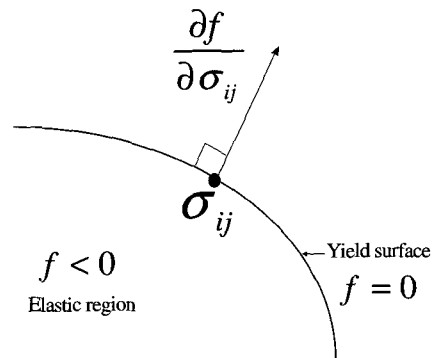


그림 7. 소성 유동벡터

분에는 내연적 방법(implicit stress integration method) 또는 외재적 방법(explicit stress integration method)이 일반적으로 사용된다(Ortiz and Popov, 1985). 제안모델의 경우 재료변수의 경화가 없는 완전소성 모델이므로 한 두차례의 반복 계산(iteration)에 의해 새로운 응력상태를 산정할 수 있는 내연적 응력적분이 보다 효율적인 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 논문에서는 일반적인 탄소성론에 따른 항복면으로 사용할 수 있도록 Hoek-Brown 파괴기준을 보정한 Rounded Hoek-Brown 모델을 제시하고 수치 해석시 적용할 수 있는 구성방정식을 수립하였다. Rounded Hoek-Brown 모델은 탄소성 구성모델로서의 요구조건들을 만족하며, 원래의 Hoek-Brown 모델과 근사한 항복면을 갖는다. 제시된 구성관계를 유한요소법 등의 수치해석 기법에 적용할 경우 터널 및 사면 등의 실제 문제에 응용할 수 있으므로 Hoek-Brown 모델의 적용성을 크게 확장시킬 수 있을 것으로 판단된다. 추후 제안모델에 대한 적절한 응력적분방법에 대한 연구와 터널 및 사면 문제에 대한 수치해석 연구를 통하여 제안모델의 타당성을 보다 심도 깊게 연구해야 할 필요성이 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Bardet, J. P. (1990), "Lode Dependences for Isotropic Pressure-sensitive Elastoplastic Materials", *Journal of Applied Mechanics*, 57, pp.498-506
2. Bieniawski, Z. T. (1976), "Rock Mass Classification in Rock Engineering", *Exploration for Rock Engineering, Proceedings of Rock Characterization Symposium* (Edited by Bieniawski, Z. T.), Balkema, Cape Town, pp.97-106
3. Carranza-Torres, C. and Fairhurst, C. (1999), "The Elasto-Plastic Response of Underground Excavations in Rock Masses That Satisfy the Hoek-Brown Failure Criterion", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 36(6), pp.777-809
4. Carranza-Torres, C. and Fairhurst, C. (2000), "Application of the Convergence-Confinement Method of Tunnel Design to Rock Masses that Satisfy the Hoek-Brown Failure Criterion", *Tunneling and Underground Space Technology*, 15(2), pp.187-213
5. Hoek, E. and Brown, E.T. (1980), *Underground Excavation in Rock*, Institution of Mining and Metallurgy.
6. Hoek, E. and Brown, E.T. (1988), "The Hoek-Brown Failure Criterion-a 1988 Update", *Proceedings of the 15th Canadian Rock Mechanics Symposium*, (ed. Curran, J.C.), Toronto, Canada, pp. 31-38.
7. Hoek, E. (1990), "Estimating Mohr-Coulomb Friction and Cohesion Values from the Hoek-Brown Failure Criterion", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics, Abstracts*, 12(3), pp.227-229.
8. Hoek, E., Carranza-Torres, C. and Corkum, B. (2002), "Hoek-Brown Failure Criterion 2002 Edition", *NARMS-TAC 2002: Mining and Tunnelling Innovation and Opportunity*, Vol.1, pp.267-273
9. Hoek, E., Kaiser P.K. and Bawden W.F. (1995), *Support of Underground Excavations in Hard Rock*, Rotterdam, Balkema, pp.214-215.
10. Hoek, E., Wood D. and Shah S. (1992), "A Modified Hoek-Brown Criterion for Jointed Rock Masses", *Proc. Rock Characterization, Symp. Int. Soc. Rock Mech.: Eurock '92*, (ed. Hudson, J.A.), London, Brit. Geotech. Soc., pp.209-214.
11. Ortiz, M. and Popov, E. P. (1985), "Accuracy and Stability of Integration Algorithms for Elastoplastic Constitutive Relations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 21, pp.1561-1576.
12. Willam, K.J. and Warnke, E.P. (1975), "Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete", *IABSE Seminar on Concrete Structures Subjected To Triaxial Stresses*, Report 19, pp.1-30.

(접수일자 2005. 4. 6, 심사완료일 2005. 10. 10)