

비 간섭 슬라이딩 모드 기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어

남택근†

(원고접수일 : 2004년 9월 1일, 심사완료일 : 2005년 8월 2일)

Trajectory control of a manipulator by the decoupling sliding mode method

Taek-Kun Nam†

Abstract : The decoupling control using state feedback was once intensively studied during 1960's by many researchers. However, this control scheme was sensitive to the disturbance and parameter variations. SMC(sliding mode control) is known as a robust control methodology to overcome such a disturbance. In this paper, the decoupling control by means of SM(sliding mode) for a trajectory control of a two-degrees-of-freedom manipulator was discussed. The position and velocity of manipulator tip were adopted to compose a nonlinear error functions. The reference inputs of the controller can be decided by switching function combined with the desired position and velocity. Simulation result is provided to verify the effectiveness of the proposed control scheme.

Key words : Manipulator(매니퓰레이터), Sliding mode(슬라이딩모드), Trajectory control(궤도 제어)

1. 서 론

본 연구에서는 비 간섭 슬라이딩 모드제어기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어에 대해 논의하고자 한다. 상태 피드백기법에 의한 비 간섭제어는 1960년대 활발한 연구가 진행되었다^{[1],[2]}. 특히 선형시스템의 구조에 대한 연구가 중심적으로 진행되었고 많은 연구들이 산업계에 실제적으로 적용되기도 하였다. 하지만 선형시스템의 구조에 근간을 둔 이러한 제어방식은 실제시스템

이 가지고 있는 비선형성 및 파라미터의 불확정성에 대하여 피할 수 없는 약점을 가지고 있다.

한편 슬라이딩모드제어기법은 선형 및 비선형 시스템에도 폭넓게 적용이 가능하고 파라미터의 불확정성 및 시스템의 비선형성 등에도 강인한 제어 특성을 가지고 있다^{[3],[4]}. Chen 등은 목표궤도로 부터 산출된 로봇 관절의 회전각과 실제회전각과의 오차를 없애기 위해 슬라이딩모드제어기법을 적용하고 있다^[5]. 본 연구에서는 각 관절의 회전각이 아닌 매니퓰레이터 팁의 목표 위치를 대상으로

† 책임저자(목포해양대학교 기관시스템공학부), E-mail:tknam@mmu.ac.kr, Tel: 061)240-7310

하여 비 간섭 슬라이딩모드 제어기법을 제안하고 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어^{[6][7]}에 응용하고자 한다. 아울러 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기법의 유용성을 검증한다.

2. 본 론

2.1 제어대상 및 모델링

제어대상물은 Fig. 1과 같은 로봇 매니퓰레이터이다. 그림에서와 같이 첫 번째 관절의 절대각이 θ_1 , 두 번째 관절의 상대각이 θ_2 이며 링크의 길이가 각각 l_1, l_2 인 두개의 회전관절로 구성된 로봇이다. 각 관절의 중심으로부터 링크의 무게중심까지의 거리는 각각 r_1, r_2 이다.

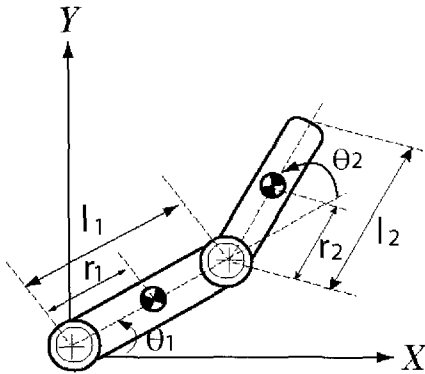


Fig. 1 Robot manipulator with 2 links

평면내의 2링크 매니퓰레이터의 운동방정식은

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + D\dot{\theta} = u \quad (1)$$

과 같다. 단, $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ 를 의미하고 $M(\theta)$ 는 관성행렬, $H(\theta)$ 는 코리올리 힘과 회전력을 나타내는 비 선형항이며 각 파라미터는

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, H(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h_1(\theta, \dot{\theta}) \\ h_2(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

를 의미한다. 단,

$$M_{11} = J_1 + J_2 + m_1 r_1^2 + m_1 (r_2^2 + l_1^2) + 2m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2$$

$$M_{12} = M_{21} = J_2 + m_2 r_2^2 + m_1 l_1 r_2 \cos \theta_2$$

$$M_{22} = J_2 + m_2 r_2^2$$

$$h_1(\theta, \dot{\theta}) = -2m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2$$

$$h_2(\theta, \dot{\theta}) = m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2$$

를 나타낸다. 여기에서 J_1, J_2 는 각각 제 1링크와 제2링크의 관성모멘트를 나타내고 u 는 각 관절의 토크입력을 의미한다.

파라미터의 불확정성을 고려하기 위하여 (1)의 관성행렬을

$$M = M^0 + \Delta M \quad (2)$$

와 같이 M^0 (공칭치)와 ΔM (추정오차)의 합으로 나타낸다. 여기에서 공칭치는 매니퓰레이터의 질량 및 관성에 대한 추정치를 의미하고 ΔM 은 실제 값으로부터의 공칭치에 대한 추정오차를 의미한다. 그리고 ΔM 의 각 요소의 절대 상한치를

$$|\Delta M_{ij}(q)| \leq \widehat{M}_{ij} \quad (3)$$

와 같이 정의한다. 단, \widehat{M}_{ij} 는 행렬 \widehat{M} 의 제 i 행 j 열 요소를 나타낸다. (2)를 (1)에 대입하여 정리하면 비 선형항과 파라미터 오차가 외란으로 고려되는 상태방정식

$$\dot{x} = Ax + Bu + B\omega \quad (4)$$

가 얻어진다. 단, $x = (\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T$ 이고

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ 0 & -(M^0)^{-1} D \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ (M^0)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\omega = -\Delta M(\theta)\ddot{\theta} - H(\theta, \dot{\theta})$$

를 의미한다. (4)로부터 추정오차 및 비 선형항으로 구성되는 ω 는 매칭조건을 만족하고 있음을 알 수 있고 그 상한치는 유한한 것으로 가정한다.

3. 슬라이딩모드를 이용한 비 간섭제어기 설계

제어목적은 로봇 매니퓰레이터의 끝단을 X축 방향으로 같은 거리를 유지하면서 Y축 방향으로는 가속, 등속, 감속구간을 갖는 목표궤도를 따라 이동시키고자 하는 것이다. 즉, 오차함수를

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(x) - L_x \\ C_2(x) - L_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_x \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - L_y \end{bmatrix} = 0$$

와 같이 설정하여 원하고자 하는 제어목적 ($e \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$)을 실현시키는 것이다. 단, $C_1(x), C_2(x)$ 는 매니퓰레이터 끝단의 X 방향, Y방향의 위치를 나타내고 있으며 L_x 는 X 방향으로의 일정목표치, L_y 는 가속, 등속, 감속 구간을 갖는 Y방향으로의 목표궤도 위치함수이다 (2.3절 참조). Fig. 2는 상기의 제어 목적을 나타내고 있다.

상기의 제어 목적을 달성하기 위하여 슬라이딩모드 제어기법을 도입한다. 먼저 (5)의 출력함수는

$$\frac{\partial C_1}{\partial x} B = 0, \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \neq 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial x} B = 0, \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \neq 0$$

의 조건을 만족시킨다.

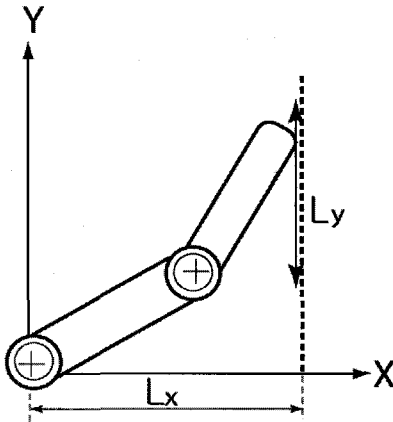


Fig. 2 Control purpose

그리고 스위칭 함수 σ 를

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 \\ \lambda_2 e_2 + \dot{e}_2 \end{bmatrix}, \lambda_1, \lambda_2 > 0 \quad (7)$$

과 같이 설정하여

$$u = -B^{-1} (Q(x) + \begin{bmatrix} k_1 \text{sgn}(\sigma_1) \\ k_2 \text{sgn}(\sigma_2) \end{bmatrix}) \quad (8)$$

과 같은 제어입력을 고려하면 $\sigma \rightarrow 0$ 가 달성되게 된다. 단,

$$B^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Q(x) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} (\frac{\partial C_1}{\partial x}) Ax + \lambda_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} Ax + \frac{\partial C_1}{\partial x} A^2 x \\ \frac{d}{dt} (\frac{\partial C_2}{\partial x}) Ax + \lambda_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} Ax + \frac{\partial C_2}{\partial x} A^2 x \end{bmatrix}$$

를 의미하고 $|B^*| \neq 0$ 는 비 간섭제어의 필요조건이 된다. (8)의 제어입력의 도출과정은 다음과 같다.

(7)로 표현되는 스위칭 함수의 시간미분을 구하면

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-\frac{d}{dt} (\frac{\partial C_1}{\partial x}) + \lambda_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_1}{\partial x} A] Ax \\ [-\frac{d}{dt} (\frac{\partial C_2}{\partial x}) + \lambda_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} + \frac{\partial C_2}{\partial x} A] Ax \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda_2 L_y - \dot{L}_y \end{bmatrix} + B^* \omega + B^* u \end{bmatrix} \quad (10)$$

이 얻어지므로 (8)의 제어입력을 (10)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_1 \\ \dot{\sigma}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \omega - k_1 \text{sgn}(\sigma_1) \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \omega + \dot{r} - k_2 \text{sgn}(\sigma_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

가 된다. 단, $\dot{r} = -\lambda_2 L_y - \dot{L}_y$ 이다.

리아프노프 함수 후보로서

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (12)$$

를 선정하고 시간에 대한 미분을 계산하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma^T \dot{\sigma} \\ &= -|\sigma_1| (\pm \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \omega + k_1) \\ &\quad - |\sigma_2| (\pm \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \omega + \dot{r} + k_2) \end{aligned} \quad (13)$$

가 얻어지기 때문에

$$\begin{aligned} k_1 &> \left\| \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \right\| \|\omega\| \\ k_2 &> \left\| \frac{\partial C_2}{\partial x} AB \right\| \|\omega\| + \|\dot{r}\| \end{aligned} \quad (14)$$

와 같이 스위칭 계인 k_1, k_2 를 정하게 되면 스칼라 함수 V 는 σ 에 관한 리아프노프 함수($\dot{V} \leq 0$)가 되므로 $\sigma \rightarrow 0$ 를 얻는다. 스위칭 함수 σ 는 (7)과 같이 선정되어 있으므로

$$\begin{aligned} \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 &= 0 \\ \lambda_2 e_2 + \dot{e}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

를 얻을 수 있고 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ 조건에 의해 $e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0$ 이 만족된다. 즉, 오차함수가 0에 수렴하는 제어목적이 달성되게 된다.

실제로 (9)의 비 간섭조건을 계산하면

$$B^* = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} (M^0)^{-1}$$

가 되어

$$\det(B^*) = -l_1 l_2 \sin(\theta_2) \det((M^0)^{-1}) \quad (16)$$

가 얻어지므로 $\theta_2 = 0$ 의 특이자세(singular configuration)를 제외하고는 비 간섭제어의 필요 조건을 만족시킨다.

4. 시뮬레이션

본 절에서는 제안한 제어기법을 적용하여 X 축과의 일정한 거리를 유지하며 ($L_x = 0.3219[m]$), Y 축 방향으로 가속, 등속, 감속이 존재하는 궤도제어를 행하고자 한다.

Y 축 방향의 목표궤도 즉, $L_y = p(t), \dot{L}_y = v(t), \ddot{L}_y = a(t)$ 는 Fig. 5와 같다.

Fig. 5에서 $p(t), v(t), a(t)$ 는 각각 Y 방향 목표궤도의 위치, 속도, 가속도를 나타내고 있고 가속, 등속, 감속 구간으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 이러한 목표궤도를 구성하기 위하여

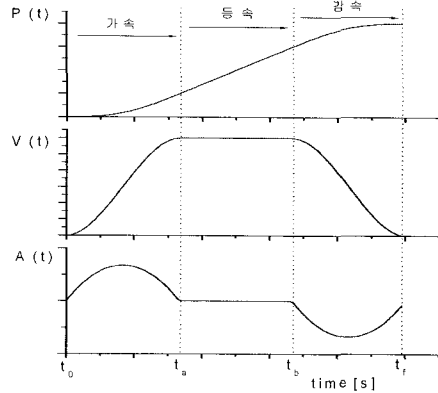


Fig. 5 Trajectory generation

$$\begin{aligned} p(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ v(t) &= a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \\ a(t) &= 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \end{aligned} \quad (17)$$

과 같은 5차 함수를 도입하였다. (17)에서 미지계수 $a_0 \sim a_5$ 를 구하기 위해 가속구간, 등속구간, 감속구간($t_0 \leq t < t_a$)에서 다음과 같은 조건을 이용한다. 먼저 가속구간에서는

$$\begin{aligned} p(t_0) &= 0, v(t_0) = 0, a(t_0) = 0 \\ p(t_a) &= \frac{1}{2} M_m t_a, v(t_a) = M_m, a(t_a) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

를 적용한다. 단, $p(t_0)$ 는 $t=0$ 에서의 위치값을 의미하고 M_m 은 등속 구간의 속도를 의미한다. 등속구간($t_a \leq t < t_b$)에서는

$$p(t) = p(t_a) + M_m(t - t_a), v(t) = M_m, a(t) = 0 \quad (19)$$

과 같은 조건을 이용한다. 감속구간($t_b \leq t \leq t_f$)에서는

$$\begin{aligned} p(t_b) &= p_b, v(t_b) = M_m, a(t_b) = 0, \\ p(t_f) &= p_b + \frac{1}{2} M_m(t_f - t_b), v(t_f) = a(t_f) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

과 같은 조건을 이용하면 미지계수 $a_0 \sim a_5$ 를 구할 수 있다. Fig. 6은 $p(t) = 0.3(0.3 \sim 0)[m]$, $M_m = -0.05[m/sec]$, $t_a = 3, t_b = 6, t_f = 9[sec]$ 로 하였을 경우 생성된 목표궤도이다.

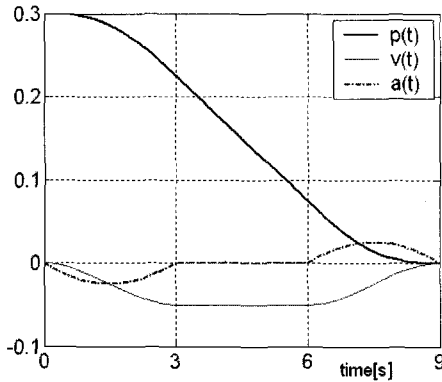


Fig. 6 Desired trajectory of y direction

Fig. 6과 같은 목표궤도를 설정함으로써 각 구간에서 연속적인 목표값을 얻을 수 있고 매니플레이터의 틱을 부드럽게 이동시킬 수 있는 장점을 기대할 수 있다.

x 축 방향으로 일정한 거리를 유지하면서 y 축 방향으로는 Fig. 6과 같은 움직임을 달성하기 위하여 앞절에서 제안한 제어기법을 이용하여 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션에 적용한 로봇 매니플레이터의 파라미터 값은 Table 1과 같다.

Table 1 Parameters of the manipulator

parameters	values	
링크의 길이 [m]	$l_1=0.25$	$l_2=0.208$
중심의 위치[m]	$r_1=0.125$	$r_2=0.104$
링크의 질량[kg]	$m_1=7.0$	$m_2=5.5$
관성모멘트[kgm ²]	$J_1=0.95$	$J_2=0.14$
점성마찰계수[N/m/s]	$D_1=5.6$	$D_2=5.0$

시뮬레이션상의 공칭치 M^0 는 관성행렬 항(M)의 비 선형항을 제외한 것으로 하였다.

시뮬레이션에 있어서 제어기설계에 필요한 상태 방정식의 시스템행렬 A, B 는 다음과 같고

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3.99 & 3.46 \\ 0 & 0 & 3.99 & 27.77 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.713 & 0.713 \\ 0.713 & -5.726 \end{bmatrix}$$

제어기 설계파라미터 $\lambda_1 = \lambda_2 = 5$, 스위칭계인 $k_1 = k_2 = 10$ 으로 하였다.

시뮬레이션 결과는 Fig. 7 ~ Fig. 12와 같다.

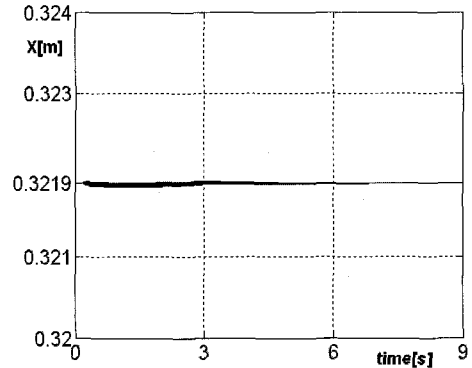
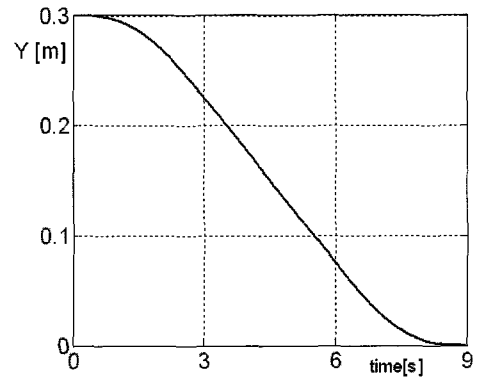
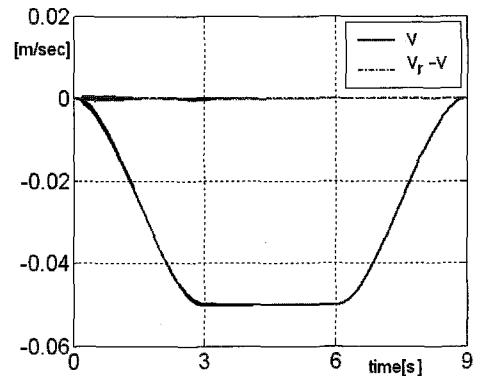


Fig. 7 Position of X direction

Fig. 7은 매니플레이터의 원점으로부터 X 방향의 거리를 나타내고 있으며 목표로서 하는 0.3219 [m]를 일정하게 유지하고 있음을 알 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 8 Position and velocity of Y direction

Fig. 8 (a), Fig. 8 (b)는 각각 Y 방향의 위치와 속도를 나타낸다. Fig. 8 (a)에서 Y 방향의 위치는 양호하게 추종되고 있음을 나타내고 있고 Fig. 8 (b)에서 실선은 Y 방향의 속도를 일점쇄선은 목표속도와 오차를 나타내고 있다. Fig. 8로부터는 Y 방향에 있어서 위치와 속도는 목표궤도에 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 X, Y 평면상에서 매니퓰레이터 끝단의 궤적 즉, 베이스로부터 매니퓰레이터 끝단까지의 X 방향거리 $L_x = 0.3219[m]$, Y 방향의 궤도 (Fig. 6의 $p(t)$)를 추종하는 결과를 나타내고 있다.

Fig. 10은 제어입력 즉, 입력토크를 나타내고 있다.

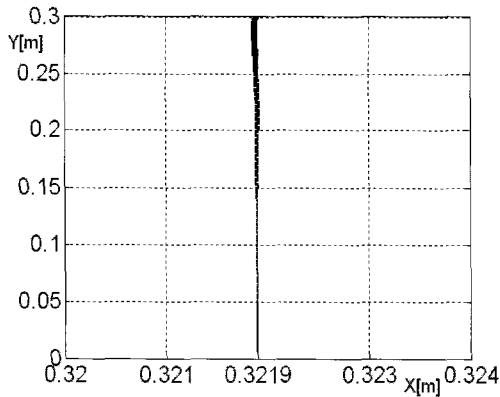


Fig. 9 Trajectory of the manipulator tip

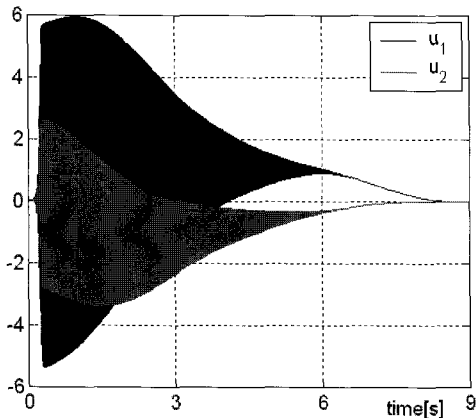


Fig. 10 Time evolution of control inputs

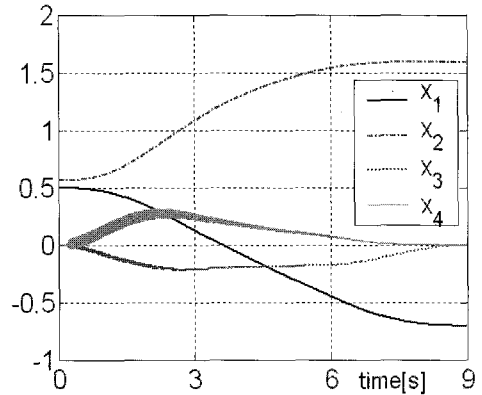


Fig. 11 Time evolution of joint variables

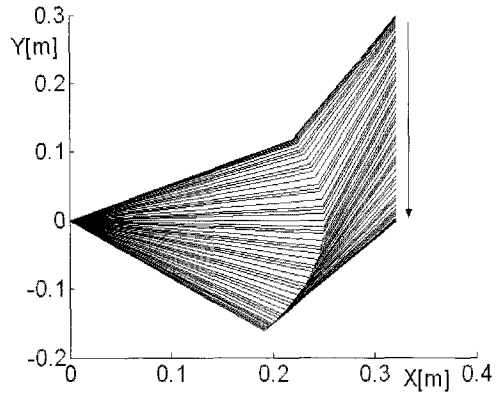


Fig. 12 Stick diagram of the manipulator

Fig. 11은 각 관절의 회전각 및 회전각속도 $x_1, x_2, x_3, x_4 = \theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ 의 시간에 따른 변화를 나타낸다.

Fig. 12는 시뮬레이션 결과에 근거하여 링크 1과 링크 2의 움직임을 스틱다이아그램으로 표시한 것이다.

시뮬레이션의 결과를 통하여 원하고자 하는 제어목적이 달성되고 있음을 알 수 있고 파라미터의 불확정성이 있음에도 불구하고 소기의 제어성능을 발휘하고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 2자유도를 가지는 평면형 로봇

매니플레이터의 궤도제어에 슬라이딩모드제어기법을 도입한 비 간섭 제어기법을 제안하였다. 종래의 선형구조의 해석에 근간을 둔 비 간섭제어와는 달리 파라미터 오차 및 비선형에 의한 영향을 억제할 수 있는 강인한 제어기 설계가 가능하였고 매니플레이터의 궤도제어에 적용하여 제안한 제어기법의 유용성을 확인하였다.

참고문헌

- [1] P. L. Falb, and W. A. Wolovich, "Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems", IEEE Trans. on AC, Vol. 12, No. 6, pp. 651-659, 1967.
- [2] E. G. Gilbert, "The Decoupling of multivariable systems by state feedback", SIAM J. Control, Vol. 7, No. 1, pp. 50-63, 1969.
- [3] X. U Lu, S. K. Spurgeon, "Robustness of static sliding mode control for non-linear system", Int. J. Control, Vol. 72, No. 15, pp. 1343-1353, 1999.
- [4] H. Hashimoto et. al, "A Microprocessor-Based robot manipulator control with sliding mode", IEEE Trans. IE, Vol. 34, No.1, pp. 11-18, 1987.
- [5] Y. S. Chen, H. Ikeda, T. Mita, S. Wakui, "Trajectory control of robot arm using sliding mode control and experiments", 일본로봇학회지(JRSJ), Vol. 7, No. 6, pp. 62-67, 1989.
- [6] J. J. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators", Int. J. Control, Vol. 38, No. 2, pp. 465-492, 1983.
- [7] J. J. Slotine, "The robust control of robot manipulators", Int. J. Robotics research, Vol. 4, pp. 49-63, 1985.

저 자 소 개



남택근 (南澤 謹)

1986년 한국해양대학교 기관공학과 졸업. 1996년 한국해양대학교 기관공학과 대학원 졸업(공학석사). 2001년 동경공업대학 제어공학과 졸업(공학박사). 2002년 한국전기연구원 기기제어 응용그룹 선임연구원 현재 목포해양대학교 기관시스템공학부 조교수