

유한요소해석과 연계한 플라스틱 렌즈의 광선추적 기법

박 근[#], 이상규^{*}, 전광식^{*}, 모필상^{*}

A New Ray Tracing Method of a Plastic Lens Connected with Finite-Element Analysis

K. Park[#], S. K. Lee^{*}, K. S. Jeon^{*} and P. S. Mo^{*}

ABSTRACT

The present work covers a new ray tracing scheme of an injection-molded plastic lens linked with finite element analysis for injection molding processes. The traditional ray tracing schemes have been based on the assumption that optical property of the lens is homogeneous throughout the entire volume. However, this assumption is quite unrealistic for injection-molded plastic lenses since material properties vary at every point due to injection molding effects. In order to consider non-homogeneous property of a lens, a modified ray tracing method is proposed in connection with finite element analysis of injection molding. Through the analysis of the injection molding process, the distribution of refractive indices can be obtained. This information is then utilized in the proposed ray tracing scheme based on finite element meshes so as to take into account variation of the refractive indices. The effect of mold temperature is also investigated through finite element analysis, and the relevant optical quality is evaluated through the proposed ray tracing simulation.

Key Words : Optical lens (광학렌즈), Plastic lens (플라스틱 렌즈), Ray tracing (광선추적), Injection Molding (사출 성형), Finite Element Analysis (유한요소해석), Spherical Aberration (구면수차)

1. 서론

렌즈는 광학제품의 성능에 직접적인 영향을 미치는 주요 부품으로서, 고정도의 형상 및 안정된 내부물성을 요구하는 정밀 부품이다. 광학 렌즈는 특정 광학계 내에서 입사광이 원하는 위치에 초점을 맺을 수 있도록 굴절시켜주는 역할을 하며, 이를 위해 초점거리, 배율, 렌즈의 성능 등을 종합적으로 고려하여 렌즈의 형상을 설계해야 한다.¹

이러한 설계과정은 기하광학에 기반한 광선추적 (Ray tracing) 기법을 통해 이루어지며, 주로 CODE V², OSLO³ 등의 상용 광학계설계 소프트웨어를 사용하여 수행되고 있다. 광학계설계 소프트웨어에서는 렌즈의 형상 및 재질, 입사되는 광의 특성에 따른 빛의 결상특성을 예측하여 설계된 광학계의 수차(Aberration)를 평가하고 이를 감소시킬 수 있는 방향으로의 설계 개선 기능을 제공해준다.

광학계의 수차를 보정하는 방법은 수차 보정

¹ 접수일: 2005 년 2 월 17 일; 게재승인일: 2005 년 10 월 7 일

[#] 교신저자: 서울산업대학교 기계설계·자동화공학부

E-mail: kpark@snut.ac.kr, Tel: (02) 970-6358

^{*} 서울산업대학교 기계설계·자동화공학부

용 렌즈를 사용하는 방법, 렌즈 자체를 비구면으로 설계하는 방법, 굴절율이 변화하는 재료를 사용하는 방법(Gradient-index lens) 등이 일반적으로 사용되고 있다.⁴ 최근에는 광선 역추적 방법을 이용한 구면수차 제거 기법이 발표된 바 있다.⁵

전술한 상기와 같은 렌즈의 설계방법은 렌즈면의 형상이 설계치대로 제작되고, 내부의 물성이 렌즈 전체에 대해 균일하다는 이상적인 전제조건을 바탕으로 수행된다. 그러나 사출성형 기법으로 제작되는 플라스틱 렌즈의 경우 성형과정에서 발생하는 수축으로 인해 형상정밀도가 저하되며, 위치에 따라 렌즈 내부 물성의 차이가 발생하게 된다. 따라서 상기와 같은 이상적인 가정을 바탕으로 수행된 시뮬레이션 결과가 실제 결과와는 차이를 보이게 되며, 결과적으로 원하는 특성을 얻기 위해 많은 시행착오를 거쳐야 한다.

이러한 문제점을 극복하기 위해서는 사출성형 과정의 수치해석을 병행하여 실제 성형과정에서 발생하는 형상오차 및 내부 물성의 변화를 반영함으로써 성형공정이 고려된 광학설계 시뮬레이션을 수행해주어야 한다. 최근들어 플라스틱 렌즈의 사출성형 공정에 대한 수치해석에 대한 연구가 발표되었으나, 대부분이 박막요소에 기반한 단순화 모델을 사용하여 해석을 수행하였다.⁶⁻⁸ 한편 3차원 입체요소를 사용한 렌즈의 사출성형 해석결과도 발표되었는데, Mackawa 등은 렌즈의 잔류응력 및 불균질 예측에 관한 연구를 수행하였으며,⁹ Park 등은 구면렌즈¹⁰와 비구면렌즈¹¹에 대한 유동해석 및 변형해석에 관한 연구를 진행하였다.

본 연구에서는 입체요소를 사용한 렌즈 성형 과정의 CAE 해석을 통해 성형된 렌즈의 내부 물성변화를 예측하고, 이를 바탕으로 렌즈의 광학적 특성을 예측할 수 있는 광선추적 기법을 개발하고자 한다. 또한 개발된 해석기법을 적용하여 사출성형 조건에 따른 렌즈의 결상특성 변화를 예측하고, 기존의 광선추적 기법과의 비교를 통해 제안된 기법의 효용성을 검증하고자 한다.

2. 광선추적의 이론적 배경

2.1 광선추적의 해석적 기법

본 연구에서는 단일 렌즈 광학계를 대상으로 광선추적에 의한 렌즈의 광학적 특성 평가방법에 대해 고찰하였다. Fig. 1 에 양면 볼록렌즈로 구성

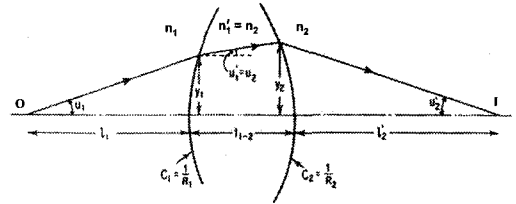


Fig. 1 Basic symbols in paraxial ray tracing

된 광학계의 개요를 도시하였다. 이때 입사된 광신호에 대해 렌즈면에서의 굴절을 정의하는 굴절방정식(Refraction equation) 및 매질 내에서의 이동을 표현하는 전달방정식(Transfer equation)은 근축광학 영역에서 다음과 같다.

$$n'_1 u'_1 = n_1 u_1 - \frac{n'_1 - n_1}{R_1} y_1 \quad (1)$$

$$y_2 = y_1 + t_1 u'_1 \quad (2)$$

여기서 u 와 y 는 각각 빛의 각도 및 높이, n 은 매질의 굴절율, t 는 매질의 두께, R 은 렌즈의 반경을 의미한다. 계산상의 편의를 위해 식 (1)의 굴절방정식은 렌즈의 첫번째 굴절면에 대해 아래와 같이 행렬 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} n'_1 u'_1 \\ y'_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\phi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 u_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

위 식에서 ϕ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi = \frac{(n'_1 - n_1)}{R_1} \quad (4)$$

한편 식 (3)은 아래와 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$\{\psi'_1\} = [R_1] \{\psi_1\} \quad (5)$$

여기서 $[R_1]$ 은 렌즈의 첫번째 면에 대한 굴절행렬(Refraction matrix)로 정의된다. 마찬가지로 방법으로

식 (2)의 전이방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} n_2 u_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_1/n_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1' u_1' \\ y_1' \end{Bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)을 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$\{\psi_2\} = [T_{21}]\{\psi_1'\} \quad (7)$$

여기서 $[T_{21}]$ 은 렌즈의 첫번째 면에서 두번째 면 사이에서의 빛의 전달특성을 정의하는 전달행렬 (Transfer matrix)이다. 이러한 굴절행렬과 전달행렬의 개념을 사용하여 물체점(O)에서 상점(I)까지의 광선추적을 위한 수식은 대기중에서의 전달행렬을 추가하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\{\psi_i\} = [T_{i2}][R_2][T_{21}][R_1][T_{10}]\{\psi_o\} \quad (8)$$

2.2 렌즈의 수차 (Aberration)

일반적으로 결상광학계는 광선들이 상평면상의 한 점에 상을 맺는 것을 목표로 한다. 그러나 광학계 내에 존재하는 무한한 광선간의 광경로차 (Optical Path Difference; OPD)에 의해 한 점에 초점을 맺지 못하게 되는데, 이러한 현상을 수차로서 정의한다. 수차의 발생은 광학계의 특성을 저하시키게 되는데, 이를 개선하기 위해 각종 렌즈의 추가, 비구면렌즈의 사용, 광학요소들간의 거리 조정 등의 수차보정 기법을 사용해주는다. 수차는 발생 원인에 따라 구면수차(Spherical aberration), 코마수차(Coma), 비점수차(Astigmatism), 색수차(Chromatic

aberration), 왜곡수차(Distortion) 등이 있다. 이중 구면수차는 광학적 면의 곡률에 의하여 발생하는 수차로서 Fig. 2 에 도시한 바와 같이 광축에 평행한 광선중 입사하는 높이에 따라 모이는 점의 위치 차이에 의해 발생하는 수차이다. 구면수차는 시야 각도가 작은 경우 가장 두드러지는 수차이며, 본 연구에서는 광선추적을 통해 렌즈의 구면수차를 예측해보도록 하겠다.

3. CAE 해석결과를 고려한 광선추적

3.1 사출성형의 CAE 해석

사출성형의 공정은 크게 가소화(plastication), 충전(filling), 보압(packing), 냉각(cooling), 이형(ejection)의 5단계로 구분되며, 각각의 단계에서 공정변수를 적절하게 설정해주어야 한다. 이러한 목적으로 컴퓨터를 사용한 수치해석(Computer Aided Engineering; CAE) 기법이 사출성형용 금형 및 공정설계를 위한 목적으로 널리 사용되고 있다. 해석을 통해서서는 수지의 유동패턴, 압력 및 온도 분포, 이형 후의 잔류응력 및 후변형 등을 예측할 수 있다.

본 연구에서는 Toray社의 3D TIMON¹²을 사용하여 입체요소 기반 충전, 보압, 냉각해석 및 후변형해석을 수행하였다. Fig. 3에 3차원 육면체 요소로 구성된 렌즈의 해석모델 및 단면에서의 격자구조를 도시하였으며, 총 3000개의 요소와 3549개의 절점으로 구성하였다. 사출성형 해석결과를 바탕으로 3D TIMON-Optics¹³를 사용하여 성형된 렌즈의 굴절율의 변화를 계산해주었다.

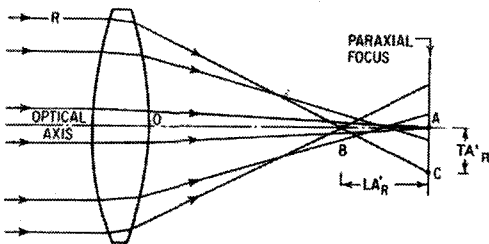


Fig. 2 Schematic description of spherical aberration

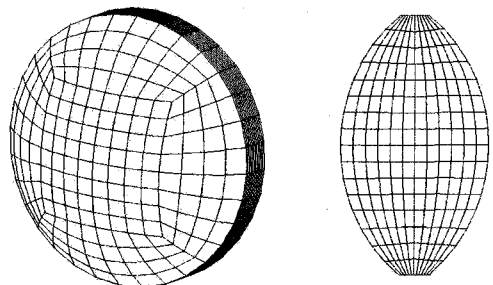


Fig. 3 Finite element mesh for a bi-convex lens

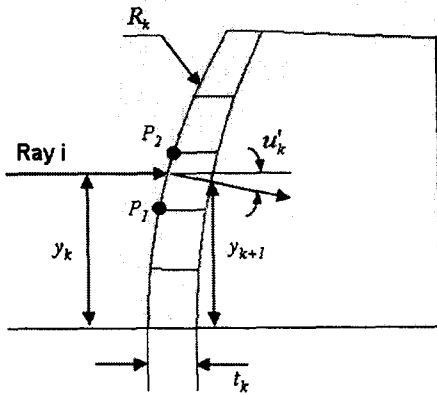


Fig. 4 Schematic description of the finite element ray tracing method

3.2 유한요소를 이용한 광선추적

해석결과로부터 얻어진 굴절율 분포를 고려하여 광선추적을 수행하기 위해서는 유한요소에 기반하여 계산이 수행되어야 한다. 이때 유한요소층(layer)의 개수만큼의 렌즈 단면을 구성할 수 있으며, 이때 총 (k-1)개의 유한요소층을 가진 렌즈의 광선추적 수식은 다음과 같다.

$$\{\psi_I\} = [T_k][R_k][T_{k(k-1)}][R_{(k-1)}] \cdots [T_{21}][R_1][T_{10}]\{\psi_0\} \quad (9)$$

이를 구현하기 위한 단일 유한요소층에 대한 광선추적의 개념도를 Fig. 4 에 도시하였다. 각 유한요소층에 대한 곡률반경(R_k) 및 두께(t_k)는 절점의 위치정보를 사용하여 계산될 수 있다. 이후 입사광선이 통과하는 요소를 검색하고, 해당 요소의 절점 P_1 및 P_2 에서의 형상함수를 사용하여 입사위치에서의 굴절율을 다음과 같이 계산하였다.

$$n_k(\xi) = \left(1 - \frac{\xi}{l}\right)n_k(P_1) + \frac{\xi}{l}n_k(P_2) \quad (10)$$

여기서 l 은 절점 P_1 및 P_2 사이의 거리, ξ 는 절점 P_1 과 P_2 로 이루어진 선분 요소에서의 지역좌표를 의미한다. 이러한 과정을 거쳐 계산된 변수들을 식 (9)에 대입하여 전체 요소층의 개수만큼 광선추적을 반복적으로 수행하였다. Fig. 5 에 이러한 일련의 과정을 순서대로 도시하였다.

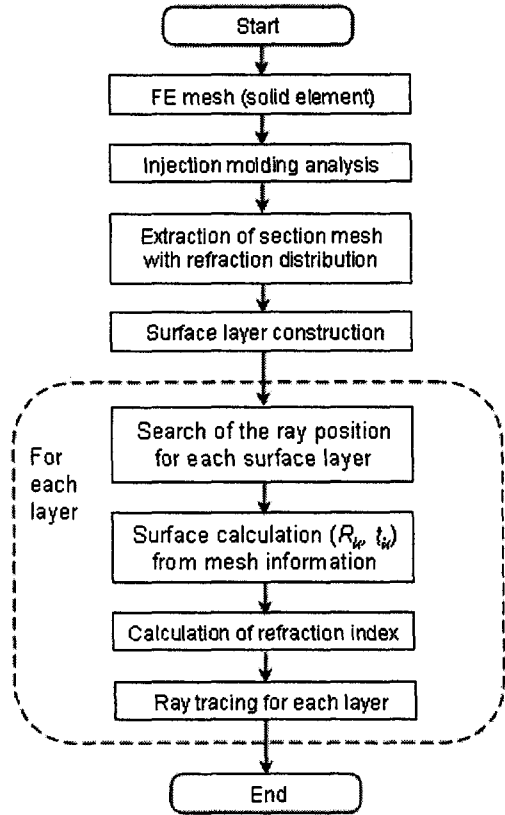


Fig. 5 The finite element ray tracing procedure

4. 광선추적에 의한 렌즈의 결상성능 평가

4.1 렌즈 사출성형의 CAE 해석

본 연구에서는 반경 5mm, 두께 5mm인 양면 볼록렌즈를 대상으로 해석을 수행하였다. 수지는 광학용 PC인 Makrolon CD 2005를 사용하였으며, 이때의 성형조건을 Table 1에, 수지의 물성을 Table 2에 요약하였다. Fig. 6에 단계별 유동패턴을 도시하였는데, 그림에서 알 수 있듯이 양면이 볼록한 구면으로 이루어져 있어 3차원적인 유동의 양상을 보여주고 있다.

Fig. 7에 유동방향 단면에서의 굴절율 분포를 도시하였다. 사출성형시 렌즈 내부 밀도의 변화로 인해 굴절율도 불균일한 분포를 가짐을 확인할 수 있으며, 결과적으로 렌즈 전체에 걸쳐 굴절율이 균일하다고 가정한 기존의 광선추적 기법으로는 정확한 결과의 예측이 어려움을 알 수 있다.

Table 1 Injection molding conditions for the lens

Items	Contents
Melt temperature (°C)	230
Mold temperature (°C)	80
Injection time (sec.)	1.0
Packing time (sec.)	5.0
Cooling time (sec.)	30.0

Table 2 Material property of CD 2005

Constants	Value
Young's modulus (GPa)	2.280
Poisson's ratio	0.417
Density (kg/m ³)	1193.9
Thermal expansion coeff. (/°C)	7.30 x 10 ⁻⁵
Specific heat (J/kg.C)	1700
Glass transition temperature (°C)	150
Refractive index	1.568

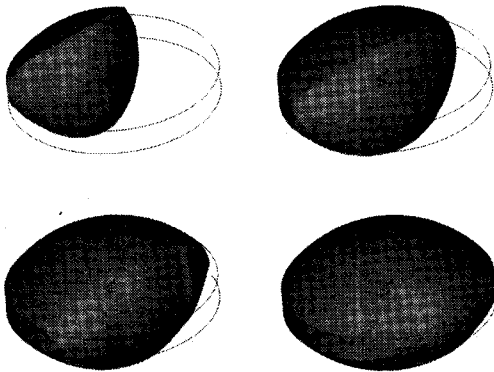


Fig. 6 Flow patterns during the filling stage

4.2 해석결과를 반영한 렌즈의 광선추적

본 연구에서는 계산된 굴절율의 분포를 고려하여 광선추적을 수행하기 위해 OpenGL™ 을 사용하여 Windows 기반 소프트웨어를 개발하였으며, Fig. 8 에 개발된 시스템의 기본 구성을 도시하였다. 렌즈의 기하학적 형상은 사출성형 해석시 사용한 유한요소 모델 파일로부터 정의되며, 여기에 부가적으로 입사광의 높이, 각도, 조리개의 직경



Fig. 7 Distributions of the refraction indices

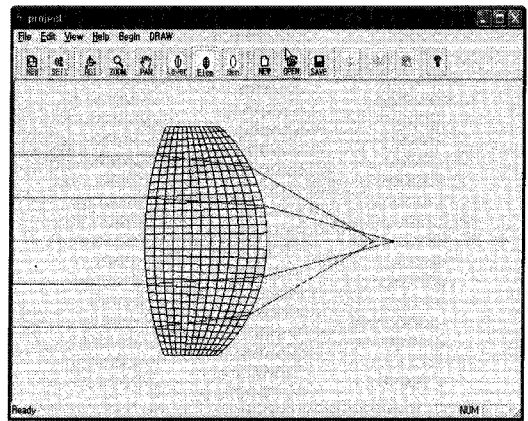
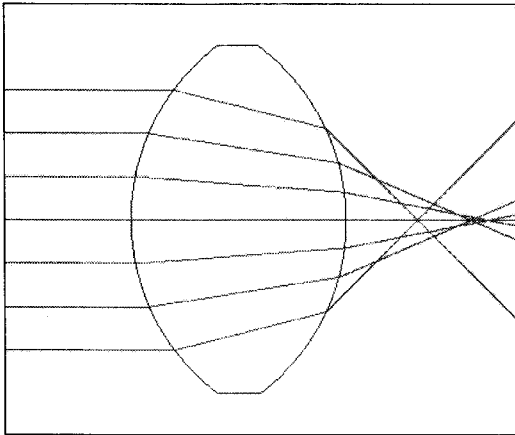


Fig. 8 Basic layout of developed software

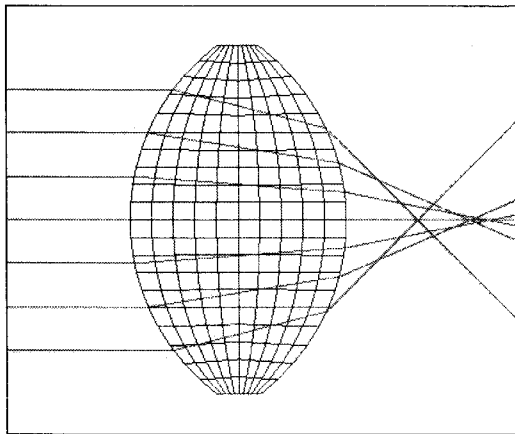
등 광선추적에 필요한 정보를 입력해주게 된다. 또한 유한요소해석으로부터 계산된 굴절율 분포를 입력받아 이를 고려한 광선추적을 선택적으로 수행할 수 있도록 구성하였다.

개발된 시스템을 사용하여 대상 렌즈에 대해 광선추적을 수행한 결과를 Fig. 9에 도시하였다. Fig. 9 (a)는 렌즈의 굴절율이 균일한(1.568) 것으로 가정하고 수행한 결과로서 중구면수차가 0.8133으로 계산되었다. 반면 Fig. 9 (b)는 Fig. 7에 표시한 렌즈의 굴절율 변화를 고려하여 광선추적을 수행한 결과로서 구면수차가 0.8406으로 증가됨을 확인할 수 있었다. 이는 내부 굴절율의 변화에 의해 이상적인 조건에서의 설계안보다 렌즈의 결상능이 더욱 저하됨을 의미한다.

4.3 성형조건에 따른 렌즈의 결상성능 비교



(a)



(b)

Fig. 9 Ray tracing results: (a) homogenous refraction and (b) inhomogeneous refraction

사출성형시 제품의 품질을 향상시키기 위해서는 사출압, 보압, 사출속도, 보압시간, 용융온도, 금형온도 등 여러가지 공정변수를 적절히 조절해 주어야 한다. 이중 금형온도는 렌즈의 광학적 특성에 가장 큰 영향을 미치는 것으로 알려져있다.¹⁴ 따라서 본 연구에서는 4.1절의 해석결과에서 금형온도를 변화시켜가며 사출성형 해석을 수행하고, 개발된 시스템을 사용하여 해석 결과가 반영된 광선추적을 실시하였다. Table 3에 금형온도에 따른 굴절율 분포와 구면수차의 변화를 비교하였으며,

Table 3 Comparison of spherical aberration with various mold temperatures

Temperature (°C)	Refractive index		Spherical aberration
	Average	Std. dev.	
70	1.5657	0.01709	0.8471
75	1.5665	0.01683	0.8432
80	1.5675	0.01668	0.8406
85	1.5683	0.01635	0.8392
90	1.5701	0.01568	0.8378
95	1.5711	0.01522	0.8389
100	1.5728	0.01478	0.8407

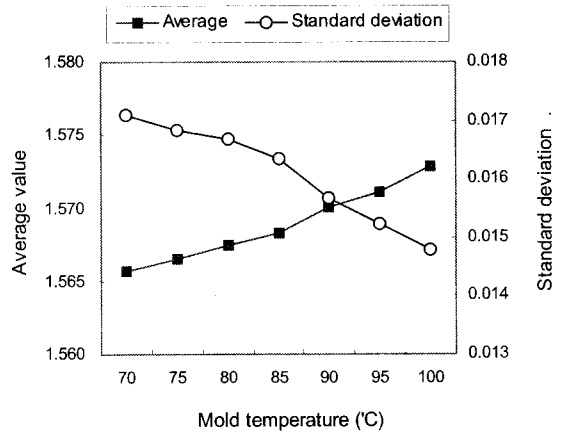


Fig. 10 Variation of average value and standard deviation of the refractive indices

이때 굴절율의 평균치와 표준편차는 유동방향 단면 내에 존재하는 모든 절점들을 대상으로 계산하였다. 이중 금형온도가 90°C일 때 가장 적은 수차가 발생됨을 알 수 있는데, 이는 다음과 같이 분석된다. Fig. 10에 금형온도에 따른 굴절율의 평균 및 표준편차의 변화를 도시하였다. 금형온도를 증가시킬수록 굴절율의 평균값이 증가하는 반면 표준편차는 감소하는 경향을 보임을 알 수 있는데, 이와 같은 평균치와 표준편차의 변화가 복합적으로 작용하여 렌즈의 수차에 영향을 미침을 알 수 있었다. 향후 이러한 연구결과를 바탕으로 렌즈의 광학적 특성을 향상시키기 위한 최적의 공정조건을 찾을 수 있을 것으로 전망된다.

5. 결 론

이상으로 본 연구에서는 사출성형 과정의 수치 해석과 연계한 렌즈의 광선추적 기법에 관한 연구를 수행하였다. 이러한 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 광선추적의 해석적 기법에 대한 이론적 고찰을 수행하고, 이를 기반으로 사출성형 과정에서 유발되는 렌즈의 내부 물성변화를 고려할 수 있는 유한요소 기반 광선추적에 대한 수식화를 확립하였다.
- (2) 3차원 육면체 요소를 사용하여 렌즈 사출성형 과정의 수치해석을 수행하고, 이때 얻어진 결과를 사용하여 렌즈의 결상성능을 평가할 수 있는 유한요소 기반 렌즈의 광선추적 시스템을 개발하였다.
- (3) 개발된 해석기법을 적용하여 사출성형의 영향을 고려한 광선추적을 수행하였고, 이러한 결과는 균일한 물성으로 가정한 기존의 광선추적 결과와 차이가 발생함을 확인할 수 있었다.
- (4) 금형온도의 영향에 따른 렌즈의 구면수차의 변화에 대한 비교를 수행함으로써 기존에 실험을 통해서만 확인할 수 있었던 사출성형 조건이 렌즈의 광학적 특성에 미치는 영향을 분석할 수 있었다. 특히 밀도분포의 평균치와 분산이 렌즈의 수차에 복합적으로 작용함을 확인할 수 있었으며, 수차를 감소시키기 위한 최적의 조건을 선정할 수 있었다.

기존의 렌즈 설계과정은 렌즈의 굴절율이 균일하다는 가정하에 진행되는 한계점을 갖고 있는 만큼 최적화된 설계대로 제작을 하더라도 실제 제품 성능의 최적화로 직결되기는 어려운 것이 사실이다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 본 연구에서 제시된 사출성형의 영향에 의한 렌즈 내부 물성의 변화가 고려된 광선추적을 수행한다면 보다 신뢰할 수 있는 렌즈의 성능평가 및 설계개선이 가능할 것으로 전망된다. 향후에는 이러한 연구결과를 토대로 실험결과와의 비교를 통해 제안된 방법의 신뢰성을 검증하고, 실제 제품 개발 과정에 적용할 예정이다.

후 기

본 연구는 서울산업대학교의 학술연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. Smith, W. J., "Modern Optical Engineering," McGraw-Hill, 1990.
2. Optical Research Associates, "Introduction to CODE V," 2001.
3. Lambda Research Co., "OSLO: Optics Software for Layout and Optimization - Optics Reference," 2001.
4. Möller, K. D. "Optics," University Books, 1988.
5. Kim, H. S., Park, K. Y., Lee, W. K. and Jeon, J. U., "Design of Spherical Aberration Free Aspherical Lens by Use of Ray Reverse Tracing Method," J. Kor. Soc. Prec. Engng., Vol. 20, pp. 191-198, 2003.
6. Kim, S. Y., Rim, M. H., Lim, W. S. and Kim, W. Y., "A Numerical Approach for Predicting the Optical Characteristics of Injection-Molded Lenses," J. Injection Molding Tech., Vol. 4, pp. 29-35, 2000.
7. Turng, L. S., Peic, M. and Bradley, D. K., "Process Simulation and Optimization for Injection Molding - Experimental Verifications," J. Injection Molding Tech., Vol. 6, pp. 143-155, 2002.
8. Pazos, M., Baselga, J. and Brabo, J., "Limiting Thickness Estimation in Polycarbonate Lenses Injection using CAE Tools," J. Mat. Proc. Tech., Vol. 143-144, pp. 438-441, 2003.
9. Maekawa, Y., Onishi, M., Ando, A., Matsushima, S. and Lai, F., "Prediction of Birefringence in Plastics Optical Elements using 3D CAE for Injection Molding," Proc. SPIE, Vol. 3944, pp. 935-943, 2000.
10. Park, K., "A Study on Flow Simulation and Deformation Analysis for Injection-Molded Plastic Parts Using Three-Dimensional Solid Elements," Polym. Plast. Tech. Engng. Vol. 43, pp. 1569-1585, 2004.
11. Park, K. and Han, C. Y., "Numerical Analysis for the Injection Molding of an Aspheric Lens for a

- Photo Pick-up Device,” J. Kor. Soc. Prec. Engng., Vol. 21, pp. 507-514, 2004.
12. Toray Industries, Inc., “3D TIMON – Reference Manual,” 2002.
 13. Toray Industries, Inc., “3D TIMON – Optics Manual,” 2003.
 14. Park, K., Han, C. Y., Park, C. H. and Choi, S. R. “Design and Analysis for Precision Plastic Lenses with Aspheric Surfaces using MPI/Flow3D and CODE V,” 6 Sigma Project Report, Samsung Electro-Mechanics Co., 2002.