

BEM과 VOF법을 결합한 수치모델의 개발과 그 타당성 검토

김상호* · 야마시로** · 요시다*** · 하시모토**** · 이중우*****

* 큐슈대학교 대학원 해양시스템공학 전공 박사과정, ** 큐슈대학교 대학원 수공토목부문 조수, *** 큐슈대학교 대학원 수공토목부문 조교수
**** 큐슈대학교 대학원 수공토목부문 교수, ***** 한국해양대학교 건설환경공학부 교수

Development and verification of a combined method of BEM and VOF

Sang-Ho Kim* · Masaru Yamashiro** · Akinori Yoshida*** · Noriaki Hashimoto**** · Joong-Woo Lee*****

*, **, ***, **** Dep. of Civil Engineering, Kyushu Univ., 6-10-1 Hakozaki Higashi-ku, Fukuoka, Japan
***** Division of Civil and Environmental Engineering, Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea

요약 : 최근의 해안, 해양공학 분야에서는 구조물이 있는 영역의 파동을 계산하기 위해 Navier-Stokes 방정식을 기초로 한 많은 기법들이 개발되고 발전되어 왔다. 이들 중, 파랑의 쇄파현상 등의 복잡한 파동현상을 재현하기 위한 수치해석 기법으로 Volume Of Fluid method (보프법)에 근거를 둔 수치해석 기법이 자주 사용되어지고 있다. 그러나 보프법은 일반적으로 방대한 계산시간과 기억용량이 요구되는 단점을 가지고 있어, 적어도 100주기 이상의 계산시간을 통한 해석이어야만 만족할 만한 결과가 나타나는 불규칙파랑의 경우, 보프법의 단독 적용으로는 현실적으로 어려워진다. 한편, 경계요소법(BEM)의 경우는 파랑을 신속하고, 정확하게 계산할 수 있으나, 비선형 현상을 재현할 수 없는 단점이 있다. 본 연구는 불규칙 파랑을 대상으로 하고, 구조물이 있는 경우의 파동현상도 계산이 가능한 수치 해석 기법의 개발을 목표로 하고 있다. 이를 위해, 두 기법의 장점을 살려 쇄파현상 등으로 인해 비선형 현상의 재현이 요구되는 영역에서는 보프법을 사용하여 계산하고, 비선형성을 무시할 수 있어 포텐셜이론이 적용 가능한 구간에서는 BEM을 사용하여 계산을 하도록 두 기법을 연결한 BEM-VOF model을 개발하였다. 개발된 수치모델의 검증은 5차 스톡스파의 파랑전파 및 불규칙파랑의 전파를 통해 수행하였다.

핵심용어 : 경계요소법, 보프법, 결합, 조파수조, 조파수로

Abstract : Recently, various novel numerical models based on Navier-Stokes equation have been developed for calculating wave motions in the sea with coastal or ocean structures. Among those models, Volume Of Fluid (VOF) method might be the most popular one, and it has been used for numerical simulations of wave motions including complicated phenomena of wave breakings. VOF method, however, needs enormous computation time and large computational storage memories in general, thus it is practically difficult to use this method for calculations in the case of random waves because long and stable computation (e.g. for more than 100 significant wave periods) is required to obtain statistically meaningful results. On the other hand if the wave motion is potential motion, Boundary Element Method (BEM), which is a much faster and more accurate method than VOF method, can be effectively used. The aim of this study is to develop a new efficient model applicable to calculations of wave motion and/or wave-structure interactions under random waves. To achieve this, a strictly combined BEM-VOF model has been developed by making the best use of both methods' merits; VOF method is used in a restricted fluid domain around a structure where complicated phenomena of wave breakings may exist, and BEM is used in the other domains far from the disturbance where the wave motion may be assumed to be potential. The verification of the model was performed with numerical results for Stokes' 5th order wave propagation and a random wave propagation.

Key words : Boundary Element Method, Volume of Fluid method, Combination, Wave basin, Wave channel

1. 서 론

최근, 해안에 친수 구조물의 설치, 방파제나 해상공항의 건설 등, 연안해역을 광범위하게 사용하고 있어 구조물의 설치 이전에 좀더 정확한 데이터의 필요성이 절실한 실정이다. 지금까지는 수리모형실험이나 현지관측의 결과에 기초한 경험식이 자주 사용되어져 왔으나 수리모형실험이나 현지관측에는 많은 비용과 시간이 소요되고, 경험식을 사용할 경우는 조

건에 따라 정확도에 문제가 발생할 우려가 있다. 이에 따라, 정도가 우수한 수치모델에 의한 검토가 요구되고 있는 실정이며, 정도가 우수한 수치모델 개발에 많은 연구가 진행되어 다양한 기법들이 제시되어 왔다. 그 중에 계산영역을 포텐셜장으로 가정하는 경우, 주로 경계적분방정식에 강비선형 포텐셜이론이 사용되는 경계요소법(BEM)이 적용될 수 있다. 이 기법은 쇄파나 와 등을 계산할 수 없다는 단점을 가지고 있으나, 다른 기법에 비해 계산시간이 월등히 빠르고, 높은 계산정도

* 대표저자 : 김상호(중신회원), sanghokim@civil.kyushu-u.ac.jp +81-92-642-3293
** 정회원, yamashiro@civil.kyushu-u.ac.jp +81-92-642-3293
*** 정회원, yoshida@civil.kyushu-u.ac.jp +81-92-642-3292
**** 중신회원, hashimoto-n@civil.kyushu-u.ac.jp +81-92-642-3291
***** 중신회원, jwlee@mail.hhu.ac.kr 051)410-4461

로 파랑장을 계산할 수 있다.

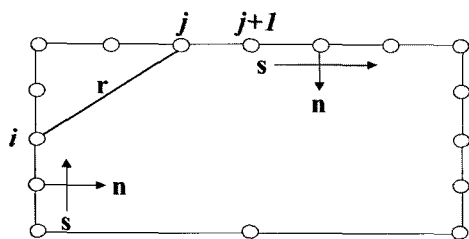
한편, 구조물 근방의 복잡한 파랑장에 대한 수치계산은 Navier-Stokes 방정식을 기본식으로 한 직접해석법이 주류를 이루고 있다. 특히, 이러한 직접해석법 중, Volume of Fluid (VOF)법이 널리 이용되고 있으며, 쇄파등 복잡한 현상을 계산대상으로 한 논문과 보고서가 다수 발표되어 있다. 그러나 VOF법은 방대한 계산시간과 계산기억용량이 필요하기 때문에 불규칙파를 대상으로 하여 비교적 넓은 계산영역에서 장시간의 계산을 할 경우, 시간과 계산기의 용량이 과다하게 소요되어 해석이 대단히 불편하다는 것이 단점으로 지적되고 있다.

따라서, 현재 활용되고 있는 단독 기법을 통한 해석보다 여러 기법을 병행하여 불필요한 계산시간과 양을 줄임으로써 보다 합리적인 수치모델개발의 필요성이 대두되어 몇몇 분야에서는 이미 이루어지고 있는 실정이다. 최근, Yan et al.(2003)은 BEM과 VOF법을 결합한 수치 해석 기법을 제시하였다. 그러나 이 연구는 기존의 일방향 연결 방법이 아닌 쌍방향 연결이 가능함을 보여주는 연구로써, 결합 기법에 관한 연구에 큰 기여를 하였으나, 대상파랑이 규칙파에 한정되어 있어 장시간에 걸친 파랑의 전파나 반사를 계산하지 못하는 단점을 가지고 있다.

이에 본 저자들은 불규칙파를 대상으로 하여, 쇄파등의 복잡한 현상이 발생하는 구조물 근방의 영역을 포함하는 비교적 넓은 파랑장에서 장시간에 걸쳐 안정적인 계산이 가능하고, 계산시간을 줄임으로써 보다 합리적인 계산이 가능한 수치모델을 개발하고자 한다.

2. 연구 목적

본 연구는 불규칙 파랑을 대상으로 하여 파랑과 구조물의 상호작용에 관한 해석을 하기 위한 효율적인 수치모델을 완성하는데 그 목적이 있다. 이를 위하여 구조물과 어느정도 떨어진 영역에서는 포텐셜장으로 가정하여 포텐셜이론을 사용하는 경계요소법(BEM)을 적용하고, 구조물 근방의 강비선형현상은 VOF법을 적용하여 해석하기로 한다. 이는 경계요소법이 계산시간이 적게 소요된다는 장점과, 복잡한 현상의 재현성이 우수한 VOF법의 장점을 이용하기 위해 두 기법을 결합한다.



$i, j = 1, 2, \dots, N$

Fig. 1 Calculation with BEM

이를 통해, 양자간에 얻어진 해석 결과를 보다 정확히 연결하는 수치모델을 개발하고, 개발된 모델을 이용하여, 규칙파의 전파와 반사, 불규칙파의 전파에 관한 검토를 실시함으로써, 모델의 타당성과 적용성을 검토한다.

3. 경계요소법 (BEM)

BEM은 유체운동을 비압축, 비점성의 완전유체에 의한 비회전운동으로 가정하면, 속도포텐셜 $\phi(x, z, t)$ 이 존재하고, 이는 다음과 같은 라플라스 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi(x, z, t) = 0 \quad (1)$$

경계선으로 둘러싸인 폐영역에 대해서 그린 정리와 일점수심의 해저면에 관한 경상의 원리를 적용하면, 속도 포텐셜 ϕ 에 관한 다음의 경계적분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\phi(X_p) = -\frac{1}{\alpha} \int_{\Gamma} \left\{ \phi(X_b) \frac{\partial G(r)}{\partial n} - G(r) \frac{\partial \phi(X_b)}{\partial n} \right\} ds \quad (2)$$

여기서, $G(r) = \log r + \log r^*$, r 은 영역내의 점 X_p 와 경계상의 점 X_b 의 경상점 X_b^* 의 거리, 적분경계 Γ 는 해저면을 제외한 경계면, α 는 X_p 가 경계선을 제외한 영역내의 점에서는 2π , 경계선상의 점일 경우에는 요소간의 내각을 취하는 계수, S 는 적분방향, n 은 경계선의 안쪽방향을 양(+)으로 하는 법선벡터이다.

수치계산에 있어서는 Fig. 1에서 나타낸 것과 같이, 경계상에 N 개의 절점을 배치하고, j 와 $j+1$ 번째의 절점에서 구성된 j 번째의 경계요소 ΔS_j 에 있어서, 경계상의 포텐셜과 그 법선미분을 각각의 요소의 끝점에서 ϕ 와 ϕ_n 을 이용해 선형보간한다.

경계적분방정식인 식 (2)를 경계요소를 이용해 이산화 하면, 다음과 같이 ϕ 와 ϕ_n 를 이용한 연립1차 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N \left\{ (\overline{Q_{ij}} - \delta_{ij}) \phi(j) - Q_{ij} \phi_n(j) + E_{ij}^* \phi(j+1) - E_{ij}^* \phi_n(j+1) \right\} = 0 \quad (3)$$

여기서,

$$Q_{ij} = E_{ij} - E_{ij}^*$$

$$\overline{Q_{ij}} = \overline{E_{ij}} - \overline{E_{ij}^*}$$

$$E_{ij} = \frac{1}{\alpha_i} \int_{\Delta S_j} (\log r_i + \log r_i^*) ds$$

$$\overline{E_{ij}} = \frac{1}{\alpha_i} \int_{\Delta S_j} \frac{\partial (\log r_i + \log r_i^*)}{\partial n} ds$$

$$E_{ij}^* = \frac{1}{a_i \Delta S_j} \int_{\Delta S_j} s(\log r_i + \log r_i^*) ds$$

$$\overline{E}_{ij}^* = \frac{1}{a_i \Delta S_j} \int_{\Delta S_j} s \frac{\partial(\log r_i + \log r_i^*)}{\partial n} ds$$

$$\delta_{i,j} = \text{크로네크 델타함수}$$

이 연립1차방정식에 수면경계조건, 방사조건등을 부여하여, 경계상의 ϕ 와 ϕ_n 을 구하고, 식 (2)에 의해 영역내점의 임의 점에서의 속도포텐셜이 구해진다. 따라서, 얻어진 속도포텐셜을 이용해 유속과 압력을 구할 수 있다.

4. VOF법

VOF법은 계산영역을 Fig. 2와 같이 셀로 나누고, 각 셀에서 셀을 점하고 있는 유체의 비율을 나타내는 VOF함수를 이용하여 유속과 압력을 계산하는 방법으로 잘 알려져 있다.

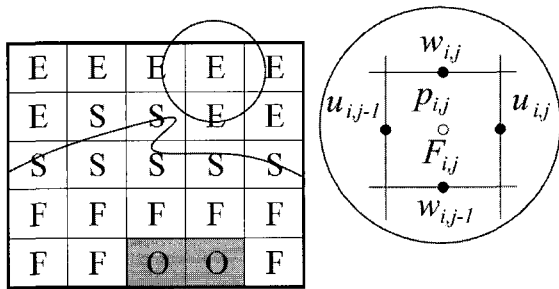


Fig. 2 Calculation with VOF-method

연속식과 운동방정식 및 VOF함수의 이류방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \tag{5}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \tag{6}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Fu}{\partial x} + \frac{\partial Fw}{\partial z} = 0 \tag{7}$$

여기서 t 는 시간, x, z 는 수평, 수직좌표축, u, w 는 수평유속 및 수직유속, ρ 는 밀도, P 는 압력, ν 는 동점성계수, F 는 유체의 체적율(VOF함수), g 는 중력가속도이다.

VOF법은 경계조건을 만족시키면서 Navier - Stokes 방정식을 풀어냄으로써 임시유속을 얻는다. 그러나, 임시유속은 연

속방정식을 반드시 만족시키고 있다고 할 수 없기 때문에 연속방정식을 만족시킬 때까지 유속과 압력의 조정을 반복하여 모든 조건식을 만족하는 유속을 얻는다. 이렇게 얻어진 유속을 이용하여 VOF함수의 이류를 계산하고 이를 이용하여 수면의 위치를 결정한다.

5. 결합방법

서로 독립적으로 계산을 수행하는 BEM과 VOF법의 연결 방법은 접속영역에서 속도와 압력이 연속되어야 한다는 점을 이용한다. 이는 한 기법에서 계산된 속도와 압력이 다른 기법의 경계조건으로 부여됨으로써 그 연속성을 가진다.

5.1 기존의 연결방법

지금까지의 BEM과 VOF법을 연계하여 계산하는 연구는 크게 2가지로 나뉘어 있다. Guignard et al.(1999)은 외해에서 입사하는 파랑을 경계요소법으로 계산하고, 이를 통해 얻은 정보를 이용하여 VOF법을 사용하여 쇄파를 계산하였다. 이 연구는 경계요소법과 VOF법을 연결할 수 있는 가능성을 보여준 연구로 잘 알려져 있으나, 진행파에 대한 계산만 가능하며, 반사파에 의한 외해로의 파랑진파의 계산은 불가능하다는 단점을 가지고 있다. 이후, Yan et al.(2003)에 의해 개발된 연결법은 반사파까지 계산이 가능한 새로운 기법을 발표하였다. 그 기법은 다음의 그림에 나타난 것과 같다.

BEM영역에서 VOF영역으로의 계산은 Fig. 3에서와 같이 BEM에서 계산된 포텐셜을 이용하여, VOF영역의 경계셀에서의 유속을 산정한다. 반대로 VOF영역에서 BEM영역으로의 계산에서는 VOF영역에서 계산된 유속과 압력을 이용하여 베르누이방정식을 만족시킴으로써, 동일한 지점의 BEM 영역의 속도포텐셜과 속도포텐셜의 미분치로 활용하여 경계조건을 만족시킨다. 이때 각각의 기법에서 산정된 수면이 반드시 일치하지 않아 각각의 수면을 연결하는 스킴을 수행한다.

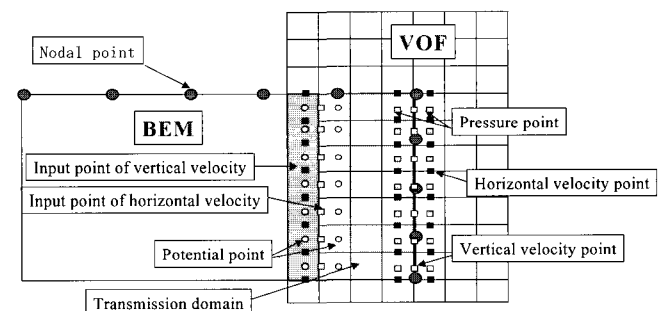


Fig. 3 Method of BEM-VOF combination

그러나, Yan et al.(2003)은 이 연구에서는 가장 문제가 될 수 있는 파랑의 연결을 BEM에서 계산된 수위 중, 3절점의 값을 VOF법으로 계산된 수위값으로 근사시키는 방법을 사용하였다. 따라서, 파랑의 불연속점이 크게 부각될 우려가 있으며, 연결부가 입사파의 파장의 길이에 관계하여, 불규칙파랑에

대해서는 Fig. 4에서 보는바와 같이 정도가 떨어지는 단점을 가지고 있다.

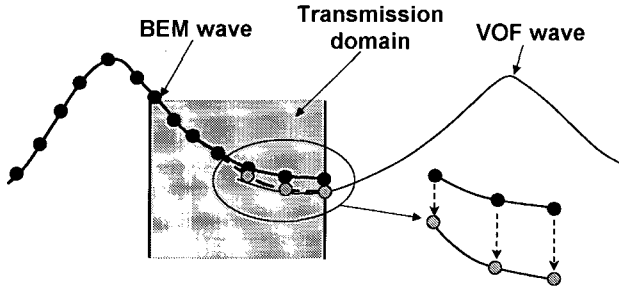


Fig. 4 Connection of water surface by Yan et al.(2003)

5.2 연결방법의 개선

본 연구에서는 기존의 기법을 기초로 하여 계산정도를 향상시키고자 새로운 방법을 사용하였다. Fig. 5에서와 같이 연결부에서 계산된 수면은 접속영역의 폭에 따른 가중평균을 수행함으로써 수면의 불연속성을 최소화 시키고자 하였다. 이때 수정된 수면은 만족시킨 경계조건을 호트리트리하는 결과를 가져올 수 있어, 수정된 수면에 관련된 물리량을 다시 산출하였다. 즉, BEM의 수면을 조정한 후, 이동한 요소의 각도, 포텐셜의 미분치를 재산정하였고, VOF법의 수면을 조정한 후에는 그에 따른 VOF함수 F치를 수정하였다. 그러나, 이러한 수면의 조정에 의한 수위의 이동은 시간발전에 따라 매번 수행함으로써 두 기법의 수위차가 크게 발생하지 않는다.

한편, 두 기법의 접속은 베르누이 방정식을 이용하였다. BEM 영역의 모서리에 있는 계산점은 수면의 경계조건과 베르누이 방정식을 모두 만족해야 한다. 이때 포텐셜과 VOF에서 산정된 유속과 압력의 관계는 베르누이 방정식에 기초한 다음과 같은 식이 된다.

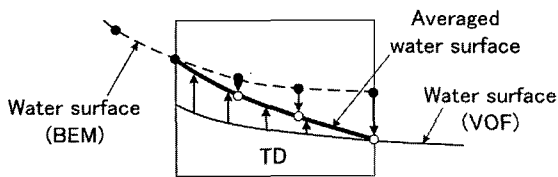


Fig. 5 New connecting method of water surface

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{P_{vof}}{\rho} - gz - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

이를 수면의 포텐셜 변화율에 관련된 식

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (9)$$

에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{P_{vof}}{\rho} - gz - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (10)$$

이를 이산화 하여 VOF영역에서 계산된 속도와 압력을 이용하여 포텐셜을 산정한다. 또한, 불규칙파랑의 계산에 요구되는 장시간에 걸친 계산의 안정성 확보를 위하여 안정화 기법을 수행했다.

6. 결 과

새로운 수면의 연결방법을 검증하기 위하여 Fig. 6과 같이 BEM으로 계산하는 영역에 조파소스를 위치시키고, 소스의 왼편을 외해로 가정하여, 두 파장 길이의 스펀지 층을 넣어 파랑이 무한 원방으로 감소하는 것으로 가정하였다. VOF영역은 총 2.5파장 길이로 계산을 하고, 접속영역의 폭은 Yan et al.(2003)이 계산하여 효과가 가장 좋은 것으로 연구되어 있는 0.3파장 길이와 새로운 연결 기법을 검증하고자 0.15파장 길이로 계산하였다.

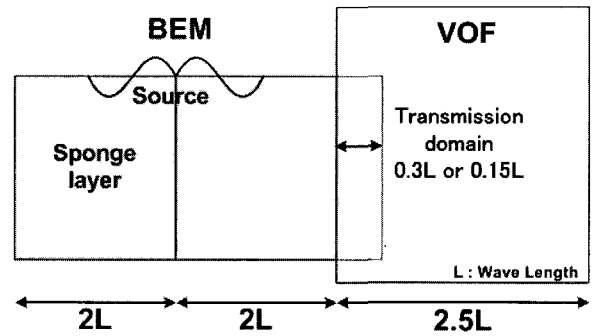


Fig. 6 Definition sketch of the domains

Fig. 7 ~10에서는 접속영역의 폭을 0.3L과 0.15L로 취하여 계산한 접속영역내의 수면을 나타내고 있다. Fig. 7과 Fig. 8은 스토크스 5차의 규칙파랑을, Fig. 9와 Fig. 10은 불규칙파랑을 입사시켰을 때의 수면을 나타내고 있다. Yan et al.(2003)의 기법을 적용한 수면을 나타내는 Fig. 7과 Fig. 9에서 나타내는 바와 같이 경계요소법의 수면과 VOF법의 수면이 일치하지 않음을 알 수 있다. 특히 폭을 0.3L을 취한 경우

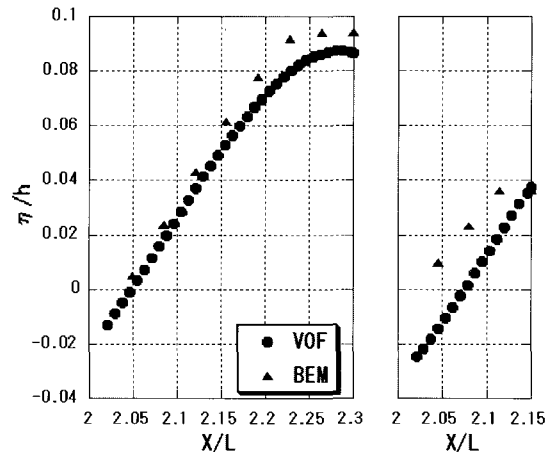


Fig. 7 Water surface under regular wave condition (Yan et al., 2003)

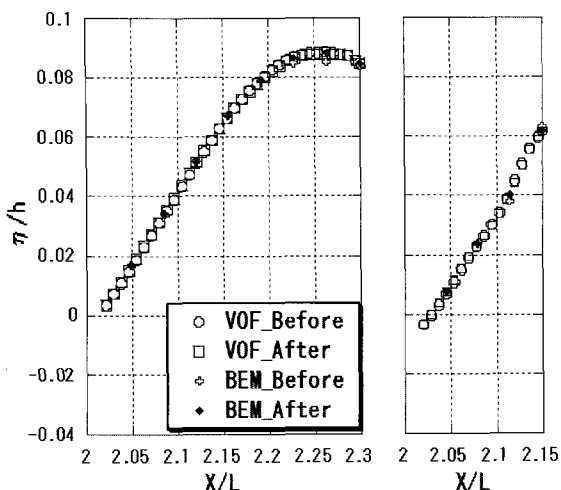


Fig. 8 Water surface under regular wave condition(New-method)

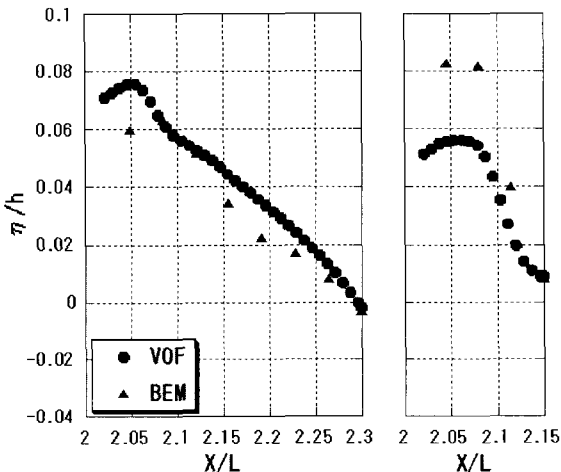


Fig. 9 Water surface under irregular wave condition (Yan et al., 2003)

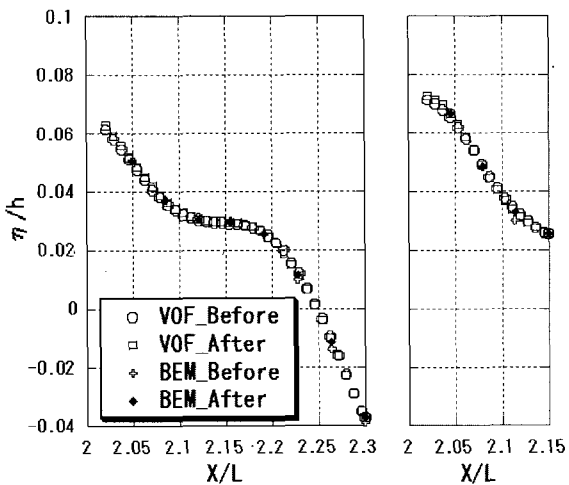


Fig. 10 Water surface under irregular wave condition (New-method)

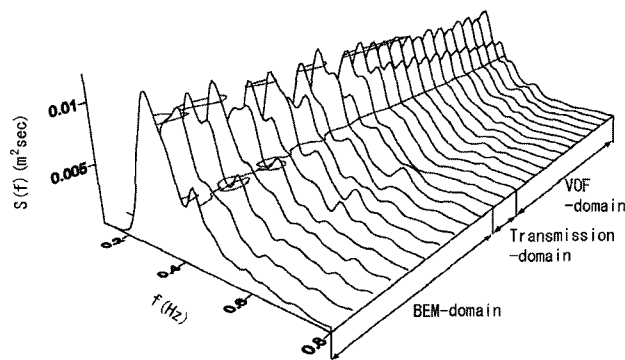


Fig. 11 Power-spectrum in the case of 0.3L (Yan et al., 2003)

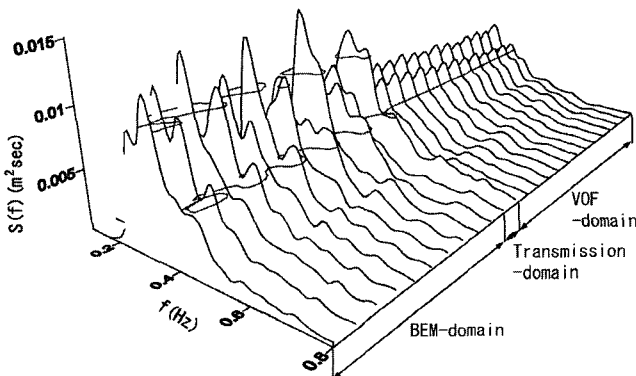


Fig. 12 Power-spectrum in the case of 0.15L (Yan et al., 2003)

보다 0.15L을 취할 경우 수면의 차가 커짐을 알 수 있다. 그러나 새로운 기법을 이용하여 특정계산 스텝에서 기법의 적용전 후의 수면을 나타내는 Fig. 8과 Fig. 10에서는 두 기법의 수면이 비교적 일치하고 있음을 알 수 있다. 특히, 접속영역의 폭이 0.15L에서도 수면이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 Yan et al.(2003)의 기법에서 지적되었던 접속영역의 폭이 0.3L로 고정되어 불규칙파랑의 경우 파장이 변하여 계산의 정도가 떨어지는 단점을 해결하였다고 할 수 있다. 수면의 조정은 매 스텝마다 수행하기 때문에 조정 전후의 수면의 위치변화는 거의 없다.

Fig. 11과 Fig. 12는 접속영역의 폭을 0.3L과 0.15L로 설정하여 Yan et al.(2003)의 기법을 적용하여 불규칙파랑을 입사시켰을 때의 파워스펙트럼을 나타내고 있다. Yan et al.(2003)이 제안한 0.3L에서도 불규칙 파랑의 경우 접속영역에서 반사가 일어나고 있고, 특히 0.15일 경우는 반사의 정도가 매우 큰 것을 알 수 있다. 한편 Fig. 13과 Fig. 14는 새로운 방법을 사용한 결과로써, 접속영역에서 반사가 거의 일어나지 않아 계산정도가 향상된 것을 알 수 있다. 0.15L의 경우에서도 균일한 파워스펙트럼을 나타냄으로써, 새로운 방법을 사용하면, 불규칙 파랑에서도 정도가 우수함을 나타내고 있다.

이상의 결과를 종합해 볼 때, 새로운 수면의 연결기법을 통하여 기존의 기법에 의해서 계산되지 못한 불규칙파랑에 대한 계산이 가능하게 되었고 할 수 있다.

7. 토 의

참 고 문 헌

좀 더 정확한 접속기법의 타당성 검토를 위해, 난류모델을 적용하여, 구조물에 의해 발생한 난류의 전파를 계산하여, 유체입자의 회전의 효과가 어느 지점까지 전파되는지를 검토할 필요가 있다. 아울러, 2차원을 3차원으로 확장하여, 3차원 문제를 해결할 수 있도록 접속할 필요가 있다.

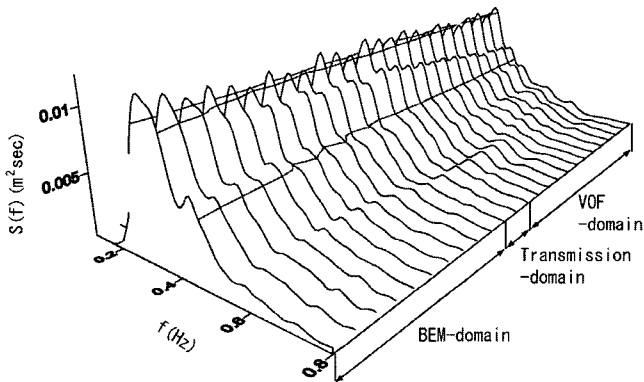


Fig. 13 Power-spectrum in the case of 0.3L(New-method)

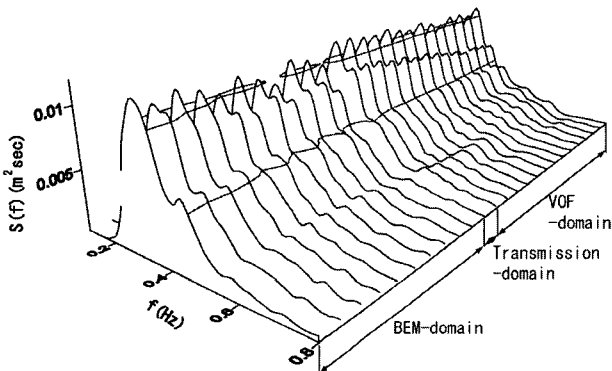


Fig. 14 Power-spectrum in the case of 0.15L (New-method)

[1] 藤 曙光, 山城賢, 吉田明德, 鮎川慶一郎, 入江 功(2003), BEMとVOFを結合した波動場解析法の開発, 海洋開発論文集, 第19巻, pp.83~88.

[2] 藤 曙光(2004), BEMとVOFを結合した断面2次元波動場解析法に関する研究, 九州大學學位論文.

[3] 川崎活司(1998), 潜水構造物による碎波変形と再生過程に関する基礎的研究, 名古屋大學學位論文.

[4] Guignard, S., Grilli, S. T., Marcer, R. and Rey, V. (1999) "Computation of shoaling and breaking waves in nearshore areas by the coupling of BEM and VOF method", In Proc. 9th Offshore and Polar Engng. Conf., Vol. 3, pp.304~309.

[5] Yan, S., M. Yamashiro, A. Yoshida and I. Irie(2003) "A combined method of BEM and VOF for analyzing wave motion", Proc. of Coastal Engng., JSCE, Vol.50, pp.11~15(in Japanese)

원고접수일 : 2005년 10월 1일
 원고채택일 : 2005년 12월 23일