

# 확장 칼만 필터 학습 방법 기반 웨이블릿 신경 회로망을 이용한 비선형 시스템의 간접 적응 제어

## Indirect Adaptive Control of Nonlinear Systems Using a EKF Learning Algorithm Based Wavelet Neural Network

김경주\*, 최운호\*\*, 박진배\*  
Kyoung-Joo Kim, Yoon Ho Choi, Jin Bae Park

\* 연세대학교 전기전자공학과

\*\* 경기대학교 전자공학부

### 요 약

본 논문에서는 미지의 비선형 시스템을 제어하기 위해 웨이블릿 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어기를 설계한다. 제안된 간접 적응 제어기는 웨이블릿 신경 회로망을 이용한 동정 모델과 제어기로 구성된다. 여기서 동정 모델과 제어기에 사용되는 웨이블릿 신경 회로망은 시간과 주파수에 대한 정보를 동시에 포함하는 웨이블릿의 특성을 가지고 있기 때문에 다층구조 신경회로망과 방사 기저 함수 신경회로망에 보다 더 빠른 수렴특성을 보인다. 웨이블릿 신경 회로망의 학습방법은 경사 하강법, 유전알고리즘, DNA 기법등 여러 가지가 있으나, 본 논문에서는 확장 칼만 필터를 기반으로 한 학습 방법을 제안한다. 확장 칼만 필터 학습 방법은 계산이 복잡하기는 하지만 학습되어 갱신되는 파라미터의 이전 데이터 정보를 이용하는 특성 때문에 매우 빠른 수렴 특성을 보인다. 본 논문에서는 Duffing 시스템과 1축 머니플레이터에 대한 컴퓨터 모의 실험을 통해 제안한 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 간접 적응 제어기가 일반적인 경사 하강법을 이용한 경우보다 우수함을 보인다.

### Abstract

In this paper, we design the indirect adaptive controller using Wavelet Neural Network(WNN) for unknown nonlinear systems. The proposed indirect adaptive controller using WNN consists of identification model and controller. Here, the WNN is used in both identification model and controller. The WNN has advantage of indicating the location in both time and frequency simultaneously, and has faster convergence than MLPN and RBFN. There are several training methods for WNN, such as GD, GA, DNA, etc. In this paper, we present the Extended Kalman Filter(EKF) based training method. Although it is computationally complex, this algorithm updates parameters consistent with previous data and usually converges in a few iterations. Finally, we illustrate the effectiveness of our method through computer simulations for the Duffing system and the one-link rigid robot manipulator. From the simulation results, we show that the indirect adaptive controller using the EKF method has better performance than the GD method.

**Key words** : Wavelet Neural Network, Extended Kalman Filter, Indirect Adaptive Control, Nonlinear System.

### 1. 서 론

비선형성을 갖는 대부분의 자연 현상이나 물리적 시스템의 모델링의 경우 해석상 편리함 때문에 다양한 선형화 기법을 통해 얻어진 선형 모델을 이용하여 왔다. 그러나 프로세서 성능의 향상과 새로운 수학적 이론의 개발로 인해 비선형 시스템 자체에 대한 시스템 모델의 유도가 가능하게 되었고, 아울러 이와 같은 비선형 모델을 이용한 비선형 제어 방법의 개발이 필요하게 되었다. 비선형 시스템에 대한 기존 제어 방법들은 플랜트에 대한 비선형성을 알고 있을 때 궤환 선형 방법(feedback linearization method)을 이용해서 제어를 수

행한다[1]. 그러나 이 방법들은 시스템의 동특성에 대한 지식을 필요로 했기 때문에, 복잡한 미지의 시스템에 대해서는 적용이 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 플랜트의 동정 모델 생성기법을 제어 방법에 이용하게 되었다[2]. 시스템에 대한 동정 모델 생성 과정은 파라미터를 조정하여 동일한 입력에 대해서 모델 출력과 실제 플랜트의 출력이 동일하도록 하는 것이다.

따라서 지난 20년 동안 비선형 시스템의 동정 및 제어에 관한 연구들이 활발히 수행되고 있으며, 1990년대에 들어 신경 회로망(Neural Network: NN)을 이용한 비선형 시스템의 동정(Identification: ID) 및 제어 방법이 많은 관심을 받아왔다[3]. 이와 같은 비선형 시스템의 동정에 사용된 대표적인 신경 회로망으로는 다층 구조 신경 회로망(Multi Layer Perceptron Network: MLPN), 방사 기저 함수 신경 회로망(Radial Basis Function Network: RBFN) 등이 있으나, 구조적인 특성 때문에 다음과 같은 문제점을 가지고 있다. 경

\* : 교신저자

접수일자 : 2005년 7월 23일

완료일자 : 2005년 10월 20일

사 하강(Gradient Descent: GD)법을 사용한 다층 구조 신경 회로망[4]은 신경 회로망의 기본적인 구조로서 실제 응용분야에서 많이 사용되고 있으나 다층 구조와 오차 역전파 알고리즘의 본질적 특성 때문에 수렴 속도가 느리고, 지역 최소치(local minima) 문제에 빠질 우려가 있다. 한편 방사 기저 함수 신경 회로망[5]은 다층 구조 신경 회로망의 다른 형태로서 보다 간단한 구조를 가지고 있다. 방사 기저 함수 신경 회로망은 지역적 기저 함수(local basis function) 집단을 사용하여 표현되고, 이 기저 함수의 지역적 특성은 신경망의 학습을 용이하게 하지만 기저 함수들은 일반적으로 직교성을 가지고 있지 않아서 불필요한 기저 함수가 존재하는 비효율적인 문제를 방사 기저 함수 신경 회로망은 포함하고 있다[6]. 이와 같은 기존 신경 회로망들의 단점들을 해결하기 위해 최근에 웨이블릿(wavelet)을 신경 회로망 구조와 결합한 웨이블릿 신경 회로망(Wavelet Neural Network: WNN)이 제시되었다. 웨이블릿 표현은 푸리에 해석(Fourier analysis)과 달리 신호에 대한 주파수 정보뿐만 아니라 시간에 대한 정보도 동시에 표현 할 수 있다[7]. 이와 같은 시간과 주파수 특성에 대한 해석 능력이 뛰어난 웨이블릿을 이용한 웨이블릿 신경 회로망은 망 구조가 간단하면서도 수렴 속도가 빠르고 평균 제곱 오차(Mean Square Error: MSE)면에서 성능이 우수하기 때문에 이를 이용한 비선형 시스템에 대한 모델링 및 제어기 설계 방법에 관한 연구들이 활발히 수행되고 있다[8-10].

한편 웨이블릿 신경 회로망의 대표적인 학습 방법으로 경사 하강법이 널리 사용되고 있으나, 경사 하강법은 과거 정보를 이용하지 않기 때문에 간단한 문제, 즉 작은 신경 회로망에 대해서는 양호한 성능을 보일 수 있지만, 시스템이 복잡해지고 신경 회로망의 구조가 커질수록 양호한 결과를 기대하기 어렵다[11]. 또한 지능적 기법인 유전 알고리즘(Genetic Algorithm: GA)이나 DNA 알고리즘 등이 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법으로 사용되었으나, 학습 시간이 긴 단점을 가진다. 이와 같은 신경 회로망의 기존 학습 방법들의 문제점을 개선하기 위해, 동적 시스템에 대한 정확한 값을 모르더라도 평균값과 분산에 대한 정보로서 상태 추정이 가능한, 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter: EKF) 알고리즘을 이용한 학습 방법이 제안되었다[12]. 확장 칼만 필터 알고리즘은 비선형 시스템에서 파라미터의 현재 상태 값을 이용해 시스템의 다음 상태를 추정하는 방법으로서[13] 신경 회로망 학습 방법으로 확장 칼만 필터 알고리즘을 이용하면 계산이 복잡해지기는 하지만 이전 파라미터 값에 따라 파라미터가 갱신(update)되면서 일반적으로 몇 번의 반복(iteration)으로 신경 회로망이 수렴하게 된다[12].

본 논문에서는 시간과 주파수 특성에 대해 뛰어난 해석 능력을 지닌 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법으로 수렴 속도가 빠르며 우수한 학습 능력을 갖는 확장 칼만 필터 학습 방법을 적용하는 방법을 제안하고 비선형 시스템을 제어하기 위하여 확장 칼만 필터 학습 방법을 적용한 웨이블릿 신경 회로망을 기반으로 하여 간접 적응 제어 시스템을 설계한다. 본 논문에서 설계한 간접 적응 제어 시스템은 플랜트의 동적 모델과 제어기 두 부분으로 구성되며 웨이블릿 신경 회로망은 플랜트를 동정한 동적 모델과 시스템 출력이 기준 신호에 수렴할 수 있도록 하는 제어기에 적용한다. 본 논문에서 제안한 간접 적응 제어기와 웨이블릿 신경 회로망 학습 방법의 성능을 검증하기 위해 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템과 1축 머니퐁레이터(manipulator)에 대한 모의실험을 통해 각각 동적 모델의 정확도 및 제어 성능을 평

가하여 본 논문에서 제안한 제어기와 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법의 우수성을 보이고자 한다.

## 2. 웨이블릿 신경 회로망

### 2.1. 웨이블릿 신경 회로망

웨이블릿 이론은 1980년대 초 푸리에 해석의 단점을 개선하기 위해 다해상도 해석(multi-resolution analysis)분야에서 Mallet에 의해서 최초로 제안되었다[14]. 웨이블릿 신경 회로망은 신경 회로망 내부에 웨이블릿 함수를 사용함으로써 다층 구조 신경 회로망의 층 수를 3개로 줄이면서도 성능은 향상된 신경 회로망이다[15].

그림 1은  $N_i$ 개의 입력과 1개의 출력을 갖는 웨이블릿 신경 회로망의 구조를 나타낸다. 여기서, 이동(translation) 인자  $m$ 과 확장(dilation) 인자  $d$ 로 구성된 모체 웨이블릿은 식 (1)과 같이 표현된다. 모체 웨이블릿은 가우시안(Gaussian) 함수의 1차 미분 값으로서 Haar 모체 웨이블릿의 변형으로 통합 근사화(universal approximation) 특성을 갖는다[15].

$$\phi(z) = -z \exp(-\frac{1}{2} z^2) \quad (1)$$

$$y = \Psi(\mathbf{x}, \phi) = \sum_{j=1}^{N_i} c_j \phi_j(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{N_i} a_k x_k \quad (2)$$

$$\phi_j(\mathbf{x}) = \prod_{k=1}^{N_i} \phi(z_{jk}), \quad z_{jk} = \frac{x_k - m_{jk}}{d_{jk}} \quad (3)$$

그림 1에 나타난 웨이블릿 신경 회로망은 입력 노드, 웨이블릿 노드, 출력 노드의 3개 층으로 구성되어 있으며, 웨이블릿 신경 회로망의 출력 값은 식 (2)와 같이 각각의 입력에 가중치를 적용한 값과 웨이블릿 노드의 출력에 가중치(weight)를 곱한 값의 합으로 나타난다. 여기서  $a_k$ 는 입력 노드와 출력 노드 사이의 가중치를,  $c_j$ 는 웨이블릿 노드와 출력 노드 사이의 가중치를 나타내고 웨이블릿 노드의 출력은 식 (3)과 같이 각각의 입력  $x_k$ 에 대한 모체 웨이블릿의 곱으로 표현된다. 식 (3)에서  $m_{jk}$ 는 이동 인자,  $d_{jk}$ 는 확장 인자,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N_i}]^T$ ,  $k = 1, \dots, N_i$ ,  $j = 1, \dots, N_w$ 이며,  $N_i$ 는 입력 값의 개수,  $N_w$ 는 웨이블릿 노드의 개수이다.

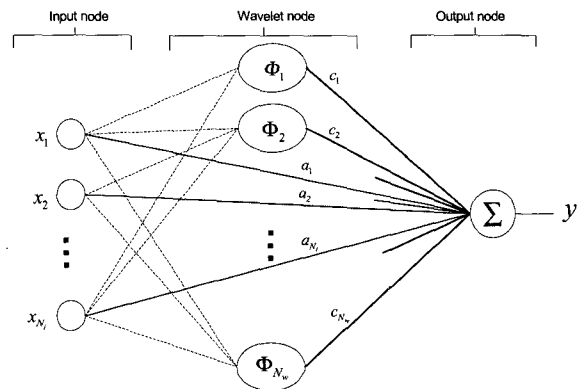


그림 1. 웨이블릿 신경 회로망 구조  
Fig. 1 Wavelet neural network structure

식 (4)에서  $\phi$ 는 학습을 통하여 갱신되는 웨이블릿 신경 회로망의 파라미터 집합이다.

$$\phi = \{ a_k, c_j, m_{jk}, d_{jk} \} \quad (4)$$

### 2.2. 확장 칼만 필터를 이용한 웨이블릿 신경 회로망의 학습

확장 칼만 필터를 이용한 신경 회로망 학습 방법은 관측 가능한 모든 파라미터를 나타내는 상태 변수  $\theta$ 에 대한 최소 제곱 평균 오차 추정치(minimum mean-square error estimation)를 구하는 것이다[12]. 웨이블릿 신경 회로망에서 확장 칼만 필터 알고리즘을 적용하기 위해 웨이블릿 신경 회로망의 파라미터들의 집합을 상태 변수  $\theta$ 로 놓는다.

$$\theta = [ a_1, \dots, a_{N_i}, c_1, \dots, c_{N_w}, m_{11}, \dots, m_{N_w N_i}, d_{11}, \dots, d_{N_w N_i} ]^T \quad (5)$$

벡터  $\theta$ 는 신경 회로망의 모든 파라미터들을 포함하고 있고, 시스템 모델은 식 (6), (7)과 같은 확장 칼만 필터 형식으로 표현할 수 있다.

$$\theta_n = \theta_{n-1} + w_n, \quad n > 2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_n &= h(\theta_n, \mathbf{x}_n) + v_n \\ &= \sum_{j=1}^{N_w} c_{j,n} \phi_{j,n}(\mathbf{x}_n) + \sum_{k=1}^{N_i} a_{k,n} x_{k,n} + v_n \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\phi_{j,n}(\mathbf{x}_n) = \prod_{k=1}^{N_i} \phi(z_{jk,n})$ ,  $z_{jk,n} = \frac{x_{k,n} - m_{jk,n}}{d_{jk,n}}$

이고, 식 (7)은 측정 방정식을,  $w_n$ 과  $v_n$ 은 각각 연산 노이즈(process noise)와 측정 노이즈(measurement noise)를 나타낸다. 주어진 식 (6)과 (7)에 확장 칼만 필터를 적용하면, 식 (8)~(10)이 유도된다.

$$K_n = P_n H_n^T [R_n + H_n^T P_n H_n]^{-1} \quad (8)$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n + K_n \xi_n \quad (9)$$

$$P_{n+1} = P_n - K_n H_n^T P_n + Q_n \quad (10)$$

이때 상태 변수  $\theta_n$ 은 시간  $n$ 에서 갱신되는 신경 회로망의 파라미터를 나타낸다. 상태 변수 추정은 칼만 이득 와 오차 벡터  $\xi_n = y_n - \hat{y}_n$ 의 함수로 표현된다. 여기서,  $y_n$ 와  $\hat{y}_n$ 는 각각 시간  $n$ 에서의 목표 출력 값과 신경 회로망 출력 값을 나타낸다. 근사 오차 공분산 행렬  $P$ 는  $\theta$ 와 같은 재귀적인(recursive) 형태로 나타나고, 미분 행렬  $H$ 는 각각  $\hat{y}$ 의  $\theta$ 에 대한 자코비안(Jacobian) 행렬이다.

$$\begin{aligned} H &= \frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta}(\theta, \mathbf{x}) \\ &= \left[ \frac{\partial \hat{y}}{\partial a_1} \dots \frac{\partial \hat{y}}{\partial a_{N_i}} \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial c_1} \dots \frac{\partial \hat{y}}{\partial c_{N_w}} \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial m_{11}} \dots \frac{\partial \hat{y}}{\partial m_{N_w N_i}} \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial d_{11}} \dots \frac{\partial \hat{y}}{\partial d_{N_w N_i}} \right]^T \end{aligned} \quad (11)$$

미분 행렬  $H$ 를 구하기 위한 상태 변수  $\theta$ 의 각 원소에 대한 신경 회로망 출력 함수  $\hat{y}$ 의 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial a_k} = x_k \quad (12)$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial c_j} = \phi_j(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}}{\partial m_{jk}} &= \frac{\partial \hat{y}}{\partial z_{jk}} \frac{\partial z_{jk}}{\partial m_{jk}} \\ &= -\frac{c_j}{d_{jk}} \frac{\partial \phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}}{\partial d_{jk}} &= \frac{\partial \hat{y}}{\partial z_{jk}} \frac{\partial z_{jk}}{\partial d_{jk}} \\ &= c_j \frac{\partial \phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} \frac{(x_k - m_{jk})}{-d_{jk}^2} \\ &= -\frac{c_j}{d_{jk}} z_{jk} \frac{\partial \phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,  $\frac{\partial \phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} = \phi(z_{j1})\phi(z_{j2})\dots\phi'(z_{jk})\dots\phi(z_{jN_i})$ 이며,  $k=1, 2, \dots, N_i$ ,  $j=1, 2, \dots, N_w$ 이고,  $\phi'(z_{jk})$ 는  $z_{jk}$ 에서 의 모체 웨이블릿의  $z_{jk}$ 에 대한 미분 값을 의미하며  $\phi'(z_{jk})$ 는 식 (16)과 같다.

$$\phi'(z_{jk}) = (z_{jk}^2 - 1) \exp(-\frac{1}{2} z_{jk}^2) \quad (16)$$

미분 행렬  $H$ 에 대한 표현을 간단히 하기 위해 식 (11)~(16)에서 시간에 대한 인덱스  $n$ 은 표시하지 않았다.

확장 칼만 필터 학습 방법은 식 (8)~(10)을 반복적으로 수행하면서 제곱 오차의 합  $\sum_n \xi_n^T \xi_n$ 을 최소화하는 가중치 값을 구한다. 측정 오차 공분산 행렬과 연산 오차 공분산 행렬  $R_n$ ,  $Q_n$ 은 매순간 학습할 때 마다 값이 변화 되고 이때 근사 오차 공분산 행렬  $P_n$ 은 학습 과정이 시작되기 전에 반드시 초기화되어야 한다.

### 3. 웨이블릿 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어기 설계

웨이블릿 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어 방법은 제어하고자 하는 플랜트에 대한 동정 모델을 오프 라인(off-line)으로 적절히 생성한 후, 제어 대상 플랜트를 온 라인(on-line)으로 제어할 때 미리 생성해 둔 동정 모델을 이용해서 플랜트에 대한 정보를 간접적으로 추출하여 제어하는 방법이다. 본 논문에서 사용한 웨이블릿 신경 회로망 간접 적응 제어기 구조는 그림 2와 같다.

플랜트를 동정하기 위한 동정 구조는 모델 출력의 과거 값을 동정 모델 입력으로 사용하는 병렬 동정(parallel identification) 구조와 플랜트 출력의 과거 값을 모델 입력으로 사용하는 직-병렬 동정(serial-parallel identification) 구조가 있으며, 본 논문에서는 그림 3과 같은 양호한 성능과 우수한 수렴성을 내포하는 모델인 직-병렬 동정구조를 이용하여 비선형 시스템을 동정한다.

플랜트 출력과 동정 모델의 오차로 정의되는 동정 오차는 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용하여 신경 회로망의 각 파라미터들을 학습시킴으로써 오차를 감소시키는 방향으로 플랜트 동정이 수행된다.

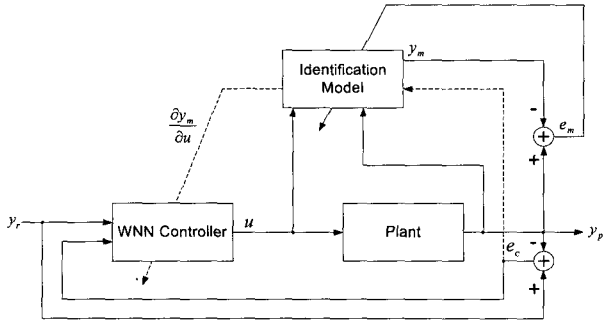


그림 2. 웨이블릿 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어기의 구조  
Fig. 2. Structure of the indirect adaptive controller using WNN

그림 2에서 비선형 시스템을 제어하기 위한 제어기와 동정 모델은 2 장에서 서술한 웨이블릿 신경 회로망을 사용한다. 동정 모델 출력은 식 (17)과 같이 표현된다.

$$y_m(n+1) = \sum_{j=1}^{N_c} c_j \Phi_j(\mathbf{x}(n)) + \sum_{k=1}^{N_i} a_k x_k(n) \quad (17)$$

$$\Phi_j(\mathbf{x}(n)) = \prod_{k=1}^{N_i} \phi(z_{jk}), \quad z_{jk} = \frac{x_k - m_{jk}}{d_{jk}} \quad (18)$$

여기서,

$$\mathbf{x}(n) = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_i}]^T = [y_p(n) \ y_p(n-1) \ \dots \ y_p(n-N_p+1) \ u(n) \ u(n-1) \ \dots \ u(n-N_c+1)]^T \quad (19)$$

$$e_m(n+1) = y_p(n+1) - y_m(n+1) \quad (20)$$

$$\theta_n = \{a_k(n), c_j(n), m_{jk}(n), d_{jk}(n)\} \quad (21)$$

식 (17)에서  $N_w$ ,  $N_i$ 는 동정 모델의 웨이블릿 노드 수와 입력의 수를 나타내고, 동정 모델 입력  $\mathbf{x}(n)$ 은 플랜트의 과거 출력 값과 제어기에서 출력되는 제어 신호로 구성된다. 동정 모델 오차  $e_m(n+1)$ 은 플랜트의 출력과 동정 모델 출력의

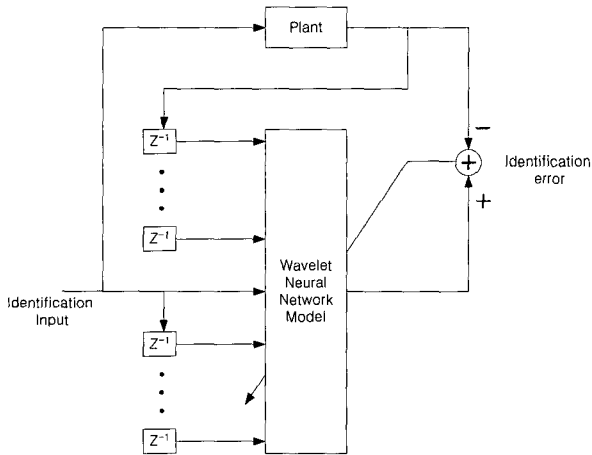


그림 3. 직-병렬 동정 구조  
Fig. 3 Serial-parallel identification structure

차이로 정의되며 식 (20)과 같이 표현된다. 식 (19)에서  $N_p$ 와  $N_c$ 는 각각 동정 모델에 입력되는 플랜트의 과거 값의 개수와, 제어 입력 신호의 과거 값의 개수를 나타내며  $N_p + N_c = N_i$ 이고, 식 (21)의  $\theta_n$ 는 동정 모델 신경 회로망의 파라미터 집합이다.

제어기의 출력 방정식은 식 (22)과 같으며, 동정 모델에 대한 식 (17)과 유사하게 표현된다.

$$u(n) = \sum_{j=1}^{N_w} c_j \Phi_j(\mathbf{x}(n)) + \sum_{k=1}^{N_i} a_k x_k \quad (22)$$

$$\Phi_j(\mathbf{x}(n)) = \prod_{k=1}^{N_i} \phi(z_{jk}), \quad z_{jk} = \frac{x_k - m_{jk}}{d_{jk}} \quad (23)$$

$$\mathbf{x}(n) = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \dots \ \bar{x}_{N_i}]^T = [y_r(n) \ y_r(n-1) \ \dots \ y_r(n-\bar{N}_r+1) \ e_c(n) \ e_c(n-1) \ \dots \ e_c(n-\bar{N}_e+1)]^T \quad (24)$$

$$e_c(n+1) = y_r(n+1) - y_p(n+1) \quad (25)$$

$$\bar{\theta}_n = \{\bar{a}_k(n), \bar{c}_j(n), \bar{m}_{jk}(n), \bar{d}_{jk}(n)\} \quad (26)$$

여기서 제어기의 출력  $u$ 는 플랜트의 제어 입력 신호이고,  $\bar{N}_w$ 와  $\bar{N}_i$ 는 각각 제어기에 사용되는 웨이블릿 신경 회로망의 웨이블릿 노드수와 입력 개수를 나타낸다. 제어기의 입력  $\bar{\mathbf{x}}(n)$ 은 기준 출력의 과거 값과, 제어 오차  $e_c$ 의 과거 값들로 구성된다.  $\bar{N}_r$ 과  $\bar{N}_e$ 는 각각 제어기에 입력되는 기준 출력의 과거 값 개수와 제어 오차의 과거 값 개수를 나타내며  $\bar{N}_r + \bar{N}_e = \bar{N}_i$ 이다.  $\bar{\theta}$ 는 식 (21)과 마찬가지로 제어기 신경 회로망의 파라미터 집합이다.

동정 모델 파라미터  $\theta$ 는 확장 칼만 필터 학습 방법인 식 (5)~(16)을 이용하여 학습된다. 여기서 동정 모델 입력  $x$ 는 식 (19)와 같다. 제어기 역시 확장 칼만 필터 학습법을 이용하여 학습이 수행된다. 제어기 신경 회로망의 파라미터를 상태 벡터로 한 확장 칼만 필터 방정식은 식 (27), (28)로 표현된다.

$$\bar{\theta}_n = \bar{\theta}_{n-1} + \bar{w}_n, \quad n > 2 \quad (27)$$

$$y_p = \bar{h}(\bar{\theta}_n, \bar{\mathbf{x}}_n) + \bar{v}_n \quad (28)$$

식 (27), (28)로 표현된 비선형 방정식을 식 (7)~(9)처럼 계산하기 위해 식 (27), (28)에 대한 미분 행렬  $\bar{H}_n$ 은 식 (29)과 같다. 그러나 제어 입력  $u$ 에 대한 플랜트 출력의 미분 이득을 직접 구할 수 없기 때문에 모델을 이용해서 구해야 한다. 오프 라인 상에서 플랜트에 대한 모델을 충분히 정확히 생성하면, 모델 출력  $y_m$ 은  $y_p$ 와 거의 같다고 할 수 있으며  $\bar{H}_n$ 은 식 (29)와 같이 제어 입력  $u$ 에 대한 모델 출력의 미분 이득으로 대신할 수 있다.

$$\bar{H}_n = \frac{\partial y_p(n)}{\partial \theta(n)} \approx \frac{\partial y_m(n)}{\partial \theta(n)} \quad (29)$$

$$\frac{\partial y_m(n)}{\partial \theta(n)} = \frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)} \frac{\partial u(n)}{\partial \theta(n)} \quad (30)$$

$$\frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)} = \frac{\partial y_m(n)}{\partial \mathbf{x}(n)} \frac{\partial \mathbf{x}(n)}{\partial u(n)}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N_w} \frac{c_j}{d_{j1}} \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{j1}} & \dots & \sum_{j=1}^{N_w} \frac{c_j}{d_{jk}} \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \left[ \sum_{j=1}^{N_p} \frac{c_j}{d_{jk}} \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} \right]_{k=N_p+1} \quad (31)$$

$$\frac{\partial \mathbf{x}(n)}{\partial \mathbf{u}(n)} = \begin{bmatrix} N_p \times 1 \\ N_c \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

여기서,  $\frac{\partial \mathbf{x}(n)}{\partial \mathbf{u}(n)}$  은 식 (32)에 보이는 것처럼  $(N_p + N_c, 1)$  행렬이고,  $N_p, N_c$ 는 각각 웨이블릿 신경 회로망 동정 모델의 입력으로서 플랜트 과거 출력 값 개수와 제어 입력 개수를 나타낸다. 식 (30)에서  $\frac{\partial \mathbf{u}(n)}{\partial \theta(n)}$  은 식 (11)~(14)와 같은 방법으로 구해보면, 식 (33)~(36)과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial a_k} = \bar{x}_k \quad (33)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial c_j} = \Phi_j(\bar{\mathbf{x}}) \quad (34)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial m_{jk}} = -\frac{\bar{c}_j}{d_{jk}} \frac{\partial \Phi_j(\bar{\mathbf{x}})}{\partial z_{jk}} \quad (35)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial d_{jk}} = -\frac{\bar{c}_j}{d_{jk}} \frac{\partial \Phi_j(\bar{\mathbf{x}})}{\partial z_{jk}} \quad (36)$$

여기서  $k=1, 2, \dots, \bar{N}_p, j=1, 2, \dots, \bar{N}_w$  이다.

#### 4. 모의 실험 및 결과 고찰

확장 칼만 필터 학습법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망의 성능을 검증하기 위하여 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템과 일반적인 비선형 시스템인 1축 머니플레이터에 제안된 웨이블릿 신경 회로망을 적용한다. 간접 적응 제어를 위하여 오프 라인으로 충분히 각 플랜트를 동정하고 동정 결과를 이용한 간접 적응 제어를 수행하여 경사하강법을 이용한 웨이블릿 신경회로망의 결과와 비교하였다.

##### 4.1. 연속 시간 혼돈 시스템 : Duffing system

###### 4.1.1. Duffing 시스템 동정

Duffing 시스템은 특정한 비선형 회로나 많은 기계적인 문제에서 볼 수 있는 단단한 스프링 효과를 표현한다. 이와 같은 Duffing 시스템은 혼돈 시스템의 예로서 사용되거나, 전기 및 전력 분야에서 주기적 신호를 비주기적으로 생성하는데 사용되며, 식 (37)과 같은 2차 미분 방정식 형태로 정의된다.

$$\ddot{x}(t) + p_1 \dot{x}(t) + p_2 x(t) + x^3 = q \cos(\omega t) + u(t) \quad (37)$$

여기서  $t$ 는 시변수이고,  $p_1, p_2, q, \omega$ 는 실계수이다.  $u(t)$ 는 시스템을 제어하기 위한 제어 입력이다. 식 (37)을 상태 방정식으로 나타내기 위해  $\dot{x} = y$ 로 정의하여 정리하면 식 (38)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ -p_2 x(t) - x^3(t) - p_1 y(t) + q \cos(\omega t) + u(t) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Duffing 시스템의 주기해와 비주기해는 파라미터  $q$  값에 의해 결정된다[9]. 본 논문에서는 식 (38)가 혼돈 현상을 가질 수 있도록 파라미터 집합을 식 (39)와 같이 설정하였다.

$$\{p_1, p_2, q, \omega\} = \{0.4, -1.1, 1.8, 1.8\} \quad (39)$$

Duffing 시스템을 동정하기 위한 동정 입력은  $1.0e^{-3} \cos(t)$ 로서 혼돈 현상이 충분히 유지되도록 실험을 통해서 얻어졌다. 그림 4는 Duffing 시스템의 스트레인지 어트랙터 (strange attractor)를 나타낸다.

표 1은 경사 하강법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망과 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망의 오프 라인 동정 결과와 실험 환경을 나타내고 있다.

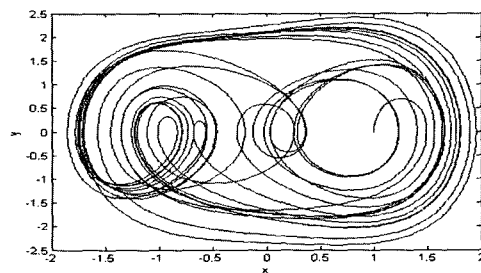


그림 4. Duffing 시스템의 스트레인지 어트랙터  
Fig. 4 Strange attractor for Duffing system

표 1. Duffing 시스템에 대한 모의실험 환경 및 오프 라인 동정 결과

Table 1. Simulation environment and off-line identification results for Duffing system

Duffing System (Identification)	EKF	GD
Number of Wavelet node	5	5
Number of past output	2	2
Number of past input	2	2
Sampling time	0.02	0.02
Learning rate	-	0.02
Identification result : MSE	0.00027	0.0011

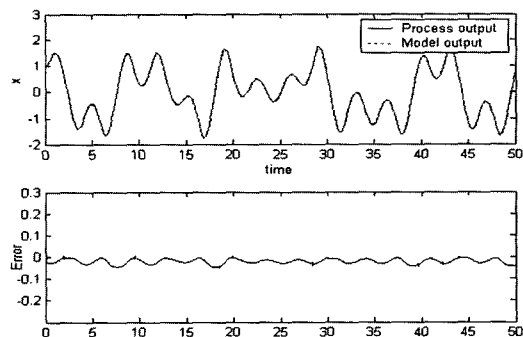


그림 5. GD 방법을 이용한 Duffing 시스템 동정 결과  
Fig. 5. Identification result using GD method for Duffing system

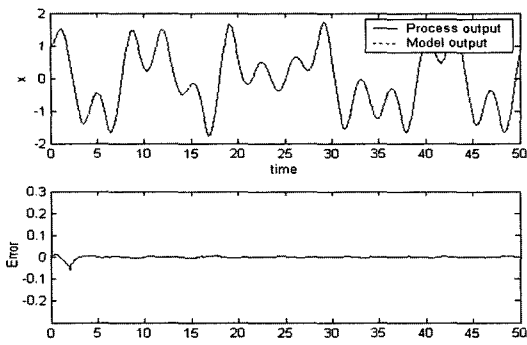


그림 6. EKF 학습 방법을 이용한 Duffing 시스템의 동정결과

Fig. 6 Identification result using EKF method for Duffing system

MSE 값을 비교해 보면 확장 칼만 필터 학습 방법을 사용한 경우가 약 4배 정도 우수한 결과를 보인다. 그림 5와 6은 각각 경사 하강법을 이용한 시스템 동정 결과와 확장 칼만 필터 학습법을 이용한 시스템 동정 결과를 나타낸다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 경사 하강법을 이용한 경우 시간이 지나도 작지만 오차가 계속 존재하는 것을 볼 수 있는 반면에, 그림 6과 같이 확장 칼만 필터 학습법을 이용한 경우 수렴한 후에는 오차가 거의 없음을 알 수 있다.

#### 4.1.2. Duffing 시스템 간접 적응 제어

4.1.1절에서 생성한 동정 모델을 이용하여 간접 적응제어를 실험하였으며, Duffing 시스템의 기준 신호는 Duffing 시스템의 1주기 해로서 식 (40)과 같이 설정하였다.

$$\begin{bmatrix} \hat{r}_1(t) \\ \hat{r}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2(t) \\ 1.1r_1(t) - r_1^3(t) - 0.4r_2(t) + 2.3 \cos(1.8t) \end{bmatrix} \quad (40)$$

표 2. Duffing 시스템에 대한 모의실험 환경 및 온 라인 제어 결과

Table 2. Simulation environment and on-line control results for Duffing system

Duffing System (Control)	EKF	GD
Number of Wavelet node	5	5
Number of past state	2	2
Number of past input	2	2
Sampling time	0.01	0.01
Learning rate	-	0.05
On-line ID result :MSE	0.0002	0.0005
Control result : MSE	0.0095	0.07

표 2에 오프 라인으로 생성된 동정 모델을 이용한 간접 적응 제어 실험 결과와 실험 환경을 나타내고 있다. MSE는 온 라인 동정 결과와 제어 결과 두가지 모두가 확장 칼만 필터 학습법을 이용했을 경우 더 양호한 성능을 가짐을 알 수 있다. 특히 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우 제어 성능이 경사 하강법을 이용한 경우에 비해 약 7.3배나 향상됨을 알 수 있다.

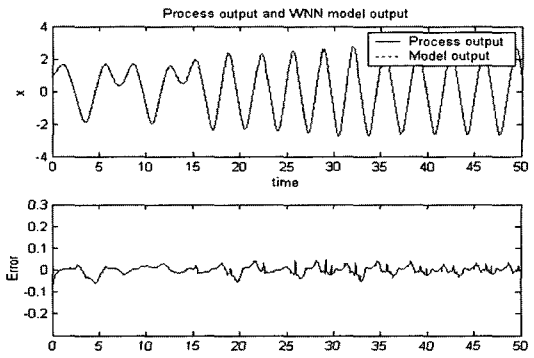


그림 7. GD 방법을 이용한 Duffing 시스템 온 라인 동정 결과

Fig. 7. On-line Identification result using GD method for Duffing system

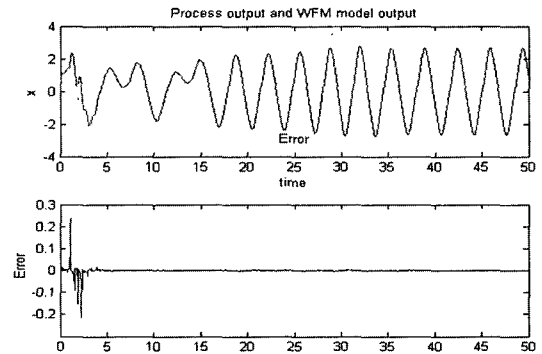


그림 8. EKF 학습 방법을 이용한 Duffing 시스템 온 라인 동정 결과

Fig. 8. On-line Identification result using EKF method for Duffing system

그림 7과 8은 각각 경사 하강법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망의 온 라인 동정 결과와 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우의 온 라인 동정 결과를 나타낸다. 그림 7과 8을 비교해 보면 오프 라인 동정 경우와 마찬가지로 경사 하강법을 이용한 경우 동정 오차는 계속적으로 조금씩 존재하게 되고, 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우 온 라인 동정에 서도 수렴 후의 오차는 거의 없음을 알 수 있다.

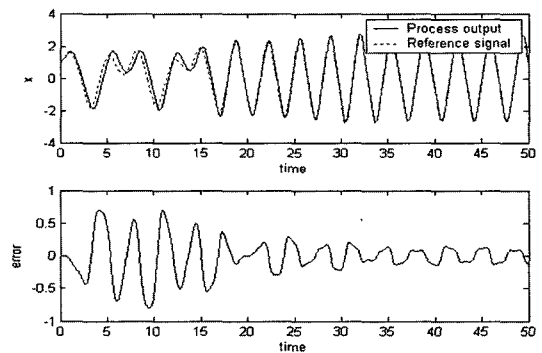


그림 9. GD 방법을 이용한 Duffing 시스템 제어 결과  
Fig. 9. Control result using GD method for Duffing system

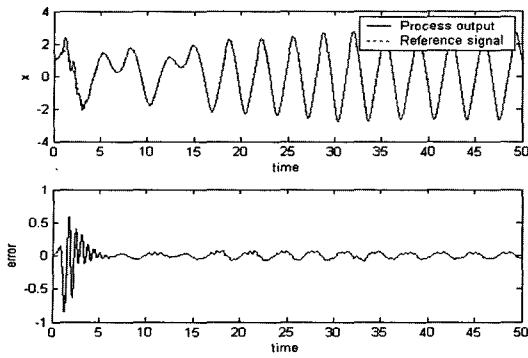


그림 10. EKF 학습 방법을 이용한 Duffing 시스템 제어 결과  
Fig. 10. Control result using EKF method for Duffing system

그림 9와 10은 각각 경사 하강법을 이용한 경우와 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우의 간접 적응 제어 결과를 나타낸다. 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우 경사 하강법을 이용한 경우에 비해 수렴 속도가 훨씬 빠르고, 수렴 후의 제어 오차 또한 작음을 알 수 있다.

#### 4.2. 1축 머니플레이터

##### 4.2.1. 1축 머니플레이터 동정

1축 머니플레이터에 대한 동적 방정식은 식 (41)과 같다 [16].

$$ml^2\ddot{q} + d\dot{q} + mgl\cos(q) = u \quad (41)$$

여기서  $m$ 은 링크의 질량,  $l$ 은 링크의 길이, 그리고  $q$ 는 각도를 나타낸다. 식 (41)를 간단히 하기 위해서 식 (42)와 같이  $m=1, d=1, l=1$ , 그리고  $g=9.8$ 으로 설정하였다.

$$\ddot{q} + \dot{q} + 9.8\cos(q) = u \quad (42)$$

그림 11은  $u=0$ 일때  $q, \dot{q}$ 의 관계를 나타내며, 그림 12은  $u=0$ 일때  $q, \dot{q}$ 의 궤적을 나타낸다.

표 3은 1축 머니플레이터에 대한 모의실험 환경과 오프 라인 동정 결과를 나타낸다. MSE는 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우 경사 하강법에 비해 더 양호한 동정 결과를 보인다. 그림 13과 14는 각각 학습 방법에 따른 1축 머니플레이터의 오프 라인 동정 결과를 나타낸다.

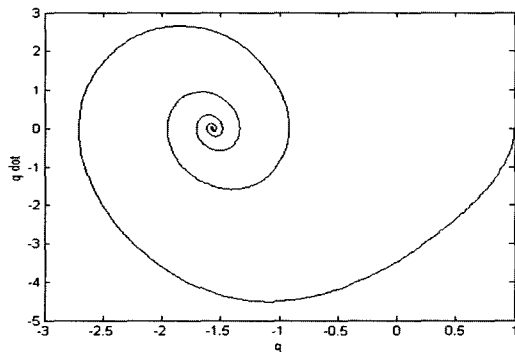


그림 11. 1축 머니플레이터의  $q$ 에 대한  $\dot{q}$ 의 변화  
Fig. 11 Phase plane of  $(q, \dot{q})$  for one-link manipulator

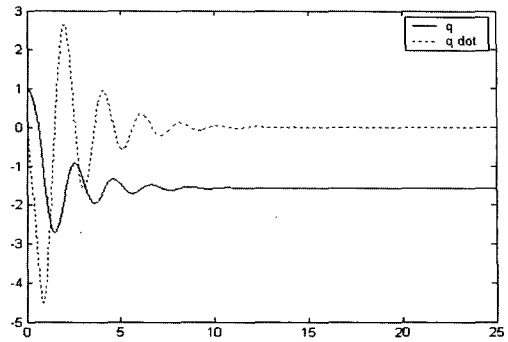


그림 12. 1축 머니플레이터의  $q, \dot{q}$ 의 궤적  
Fig. 12. One-link manipulator trajectory of  $q$  and  $\dot{q}$

표 3. 1축 머니플레이터에 대한 모의실험 환경 및 오프 라인 동정 결과

Table 3. Simulation environment and identification results for one link manipulator

One-link manipulator (Identification)	EKF	GD
Number of Wavelet node	5	5
Number of past output	2	2
Number of past input	1	1
Sampling time	0.01	0.01
Learning rate	-	0.02
Identification result : MSE	0.0004	0.0007

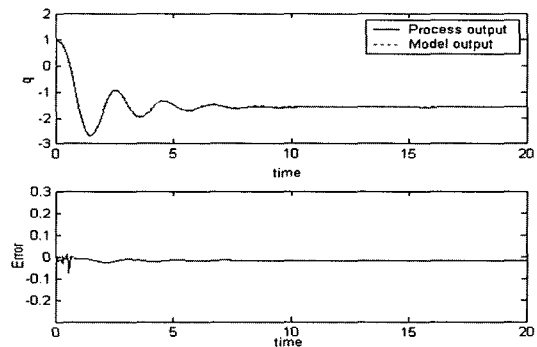


그림 13. GD 방법을 이용한 1축 머니플레이터 오프 라인 동정 결과  
Fig. 13 Off-line Identification result using GD method for one-link manipulator

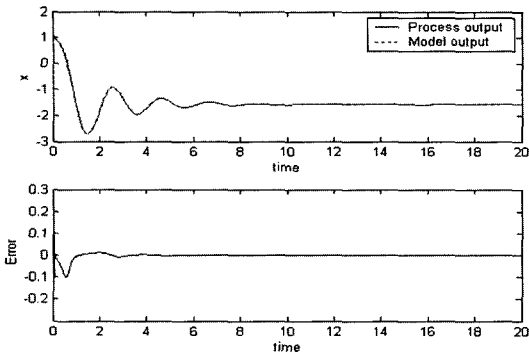


그림 14. EKF 학습 방법을 이용한 1축 머니플레이터 오프 라인 동정 결과  
 Fig. 14. Off-line Identification result using EKF method for one-link manipulator

4.2.2. 1축 머니플레이터 간접 적응 제어

1축 머니플레이터를 제어하기 위한 기준 출력은 식 (43)과 같다.

$$\ddot{q}_r = -2.5 \dot{q}_r - 1.5 q_r + \sin(t) \quad (43)$$

여기서 식 (43)의 초기값은  $[q_r(0), \dot{q}_r(0)]^T = [1, 0]^T$  이다.

표 4는 1축 머니플레이터에 대한 모의실험 환경과 간접 적응 제어 결과를 나타낸다. 온 라인 동정 결과와 제어 결과의 MSE는 근소한 차이를 보이지만 확장 칼만 학습 방법을 이용한 경우 경사 하강법의 경우에 비해 더 좋은 성능을 보인다. 그림 15와 16은 각각 학습법에 대한 온 라인 동정 결과를 나타낸다. 1축 머니플레이터 경우 온 라인 동정은 그래프 상으로는 성능 차이를 거의 확인할 수 없다. 그림 17과 18은 간접 적응 제어 결과를 나타낸다. 시스템 특성상 MSE 값은 별 차이가 없어 보이지만, 그래프에서 나타나는 제어 결과는 상당한 차이를 보인다. 경사 하강법을 이용한 제어기 경우 기준 신호를 정확히 따라가지 못하고 있음을 확연히 알 수 있고, 확장 칼만 학습법을 이용한 제어기 경우 초반에 채터링(chattering)이 발생하지만 기준 신호에 바로 잘 수렴하고 있음을 알 수 있다.

표 4. 1축 머니플레이터에 대한 모의실험 환경 및 제어 결과  
 Table 4. Simulation environment and control results for one-link manipulator

One-link manipulator (Control)	EKF	GD
Number of Wavelet node	5	5
Number of past state	2	2
Number of past input	2	2
Sampling time	0.01	0.01
Learning rate	-	0.2
On-line ID result : MSE	0.0006	0.0012
Control result : MSE	0.0135	0.0154

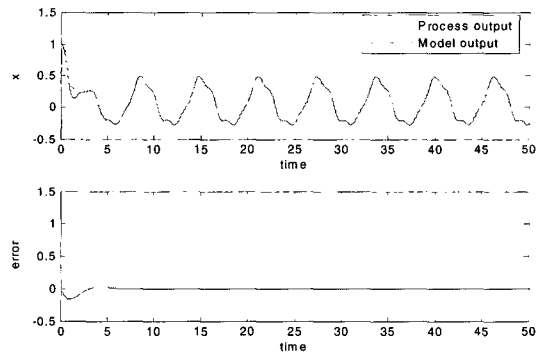


그림 15. GD 방법을 이용한 1축 머니플레이터 온 라인 동정 결과  
 Fig. 15. On-line Identification result using GD method for one-link manipulator

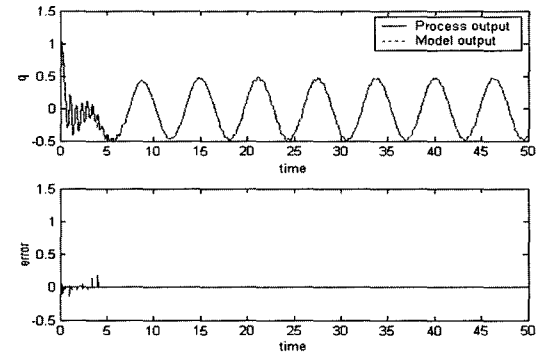


그림 16. EKF 학습 방법을 이용한 1축 머니플레이터 온 라인 동정 결과  
 Fig. 16. On-line Identification result using EKF method for one-link manipulator

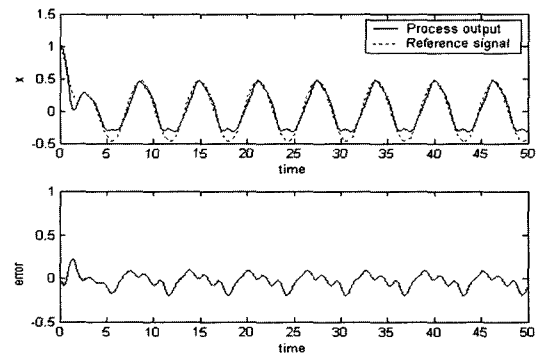


그림 17. GD 방법을 이용한 1축 머니플레이터 제어 결과  
 Fig. 17. Control result using EKF method for one-link manipulator

5. 결 론

본 논문에서는 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법으로



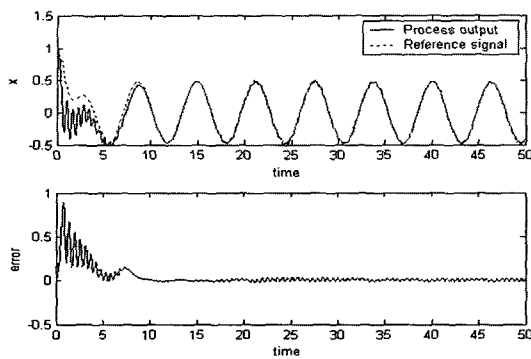


그림 18. EKF 학습 방법을 이용한 1축 머니플레이터 제어 결과

Fig. 18 Control result using EKF method for one-link manipulator

수렴 속도가 빠르며 우수한 학습 능력을 갖는 확장 칼만 필터 학습 방법을 적용하였다. 또한 확장 칼만 필터 학습 방법을 적용한 웨이블릿 신경 회로망을 이용하여 간접 적응 제어 시스템을 제안하였다. 본 논문에서 설계한 간접 적응 제어 시스템은 플랜트의 동정 모델과 제어기 두 부분으로 구성되어 있으며 웨이블릿 신경 회로망은 플랜트에 대한 동정 모델과 시스템을 제어하는 제어기에 적용하였다. 설계한 간접 적응 제어 시스템을 이용하여 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템과 비선형 시스템인 1축 머니플레이터에 대한 모의실험을 실시하여 다음과 같은 결과를 확인하였다. 각각의 비선형 플랜트에 대한 오프 라인 동정 모델 생성 결과, 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망이 경사 하강법을 이용한 경우보다 MSE와 수렴 속도면에서 성능이 우수함을 확인할 수 있었다. 또한 웨이블릿 신경 회로망을 간접 적응 제어기에 적용하여 제어 성능을 비교해 보았다. 신경 회로망 제어기의 학습 방법으로 경사 하강법을 이용한 경우와 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 경우를 비교해 보았을 때 뚜렷한 성능의 차이를 보인다. GD 방법을 이용한 제어기는 수렴 후에도 오차가 줄어들지 않고 계속 존재하는 반면, 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망 제어기는 수렴 후의 정상상태에서의 오차가 GD 방법을 이용한 제어기보다 훨씬 작으며 결과적으로 MSE 성능도 우수함을 모의실험을 통해서 확인하였다. 결론적으로 확장 칼만 필터 학습 방법을 이용한 웨이블릿 신경 회로망 간접 적응 제어기를 이용하여 비선형 시스템에 대한 간접 적응 제어를 수행한 결과 모델링 성능과 제어 성능이 우수함을 확인하였다.

### 참 고 문 헌

[1] J. E. Slotin and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, 1991.  
 [2] X. M. Ren, A. B. Rad, P. T. Chan, and W. L. Lo, "Identification and Control of Continuous-Time Nonlinear Systems via Dynamic Neural Networks," IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 50, No. 3, June 2003.  
 [3] G. W. Irwin, "Artificial Intelligence Approaches to Model-based Control," Proc. of IEE Colloquium on

Update on Developments in Intelligent Control, pp. 4/1 - 4/6, October 1998.  
 [4] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, Learning Internal Representation by Error Propagation, in D. E. Rumelhart, J. L. McClelland & the PDP research Group, (Eds.), Parallel Distributed Processing: Experiments in the Microstructure of Cognition, Vol. 1, pp. 318-362. Cambridge: MIT Press, 1986.  
 [5] T. Poggio and F. Girosi, "Networks for Approximation and Learning," The Proc. of IEEE, Vol. 78, Issue. 9, pp. 1481-1497, September 1990.  
 [6] J. Zhang, G. G. Walter, Y. Miao and W. N. Wayne Lee, "Wavelet Neural Networks for Function Learning," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 43, No. 6, pp. 1485-1497, June 1995.  
 [7] C. S. Burrus, R. A. Gopinath, and H. Guo, Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms, Prentice Hall, 1998.  
 [8] 최종태, 최윤희, 박진배, "웨이블릿 신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 간접 적응 제어," 대한전자공학회/대한전기학회 시스템 및 제어분야 합동 추계학술대회 논문집, pp. 71-73, November 2002.  
 [9] 박상우, "웨이블릿 신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 일반형 예측제어기 설계," 연세대학교 대학원, 2003.  
 [10] J. S. Oh, J. B. Park, and Y. H. Choi, "Path Tracking Control using a Wavelet Neural Network for Mobile Robot with Extended Kalman Filter," Proc. of ICCAS2003, pp. 1283-1288, October 2003.  
 [11] A. Waibel, T. Hanazawa, G. Hinton, K. Shikano and K. Lang, "Phoneme Recognition Using Time-Delay Neural Networks," IEEE Trans. ASSP, Vol. 37, No.3, pp. 328-339, April 1989.  
 [12] S. Singhal and L. Wu, "Training Feed-forward Networks with the Extended Kalman Algorithm," Proc. of ICASSP-89, Vol. 2, pp. 1187-1190, May 1989.  
 [13] M. S. Grewal, A. P. Andrews, Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Wiley-Interscience Publication, 2001.  
 [14] S. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, July 1989.  
 [15] Q. Zhang and A. Benveniste, "Wavelet Networks," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, No. 6, pp. 889-898, November 1992.  
 [16] M. Zhihong, H.R. Wu, M. Palaniswami, "An Adaptive Tracking Controller Using Neural Networks for a Class of Nonlinear Systems," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 9, No. 5, pp. 947-955, September 1998.

저 자 소개



**김경주(Kyoung-Joo Kim)**  
1998년 : 연세대학교 전기공학과 졸업  
2005년 : 연세대학교 대학원  
전기전자공학과 졸업(석사)  
2005년~현재 : 연세대학교 대학원전기  
전자공학과 박사과정

관심분야 : 웨이블릿 신경회로망  
Phone : 02-2123-2773  
Fax : 02-362-4539  
E-Mail : mirukkj@control.yonsei.ac.kr



**최윤호(Yoon Ho Choi)**  
제 15권 4호(2005년 8월호) 참조



**박진배(Jin Bae Park)**  
제 15권 1호(2005년 2월호) 참조