

실험계획법과 크리깅 근사모델에 의한 게이트밸브 최적화

강정호*, 강진⁺, 박영철⁺⁺
(논문접수일 2005. 10. 31, 심사완료일 2005. 12. 1)

Optimization of a Gate Valve using Design of Experiments and the Kriging Based Approximation Model

Kang Jung Ho*, Kang Jin⁺, Park Young Chul⁺⁺

Abstract

The purpose of this study is an optimization of gate valve made by forging method instead of welding method. In this study, we propose an optimal shape design to improve the mechanical efficiency of gate valve. In order to optimize more efficiently and reliably, the meta-modeling technique has been developed to solve such a complex problems combined with the DACE(Design and Analysis of Computer Experiments). The DACE modeling, known as the one of Kriging interpolation, is introduced to obtain the surrogate approximation model of the function. Also, we prove reliability of the DACE model's application to gate valve by computer simulations using FEM(Finite Element Method).

Key Words : Kriging Based Approximation(크리깅 근사모델), Design of Experiments(실험계획법), DACE : Design and Analysis of Computer Experiments, Gate Valve(게이트밸브), Optimization(최적화)

1. 서론

기존의 게이트밸브는 몸통부위와 Fore line입구 부분을 용접하는 공법으로 제작되었는데, 이러한 공법은 판재성형, 기계적 가공, 용접부 크랙 등에 따른 소재낭비 및 용접부 부식 등의 문제점을 가진다. 따라서, 본 연구에서는 우수한 기계적 성질을 보장할 수 있는 단조공법을 이용하여 게이트

밸브를 제작하였다.

본 논문에서는 단조공법을 이용한 제품의 가장 큰 단점인 경량화를 만족하기 위한 게이트밸브의 최적설계를 다룬다. 즉, 중량에 영향을 주는 변수들을 정의하고 이들의 변화에 대한 특성치를 검토함으로써 최적의 설계변수를 찾아낸다.

최근의 설계문제는 다분야통합최적설계와 같이 복잡해지고 많은 해석시간을 요구함에 따라 근사화 된 모델의 사용이

* 삼성종합기술원 (kangjhspeed@naver.com)
주소: 499-902 경기도 수원시 기흥읍 공서리 삼성종합기술원 N.F.C.
+ 동아대학교 대학원 기계공학과
++ 동아대학교 기계공학과

증가하고 있는 추세이다. 특히, 유한요소해석(Finite Element Method)과 같이 컴퓨터 해석을 통해 실제의 응답모델을 구하는 것이 비용적, 시간적 측면에서 많은 제약이 있는 경우 실험 및 공정의 최적설계를 위해 많이 적용되는 통계적 방법론인 실험계획법(Design of Experiments : DOE) 및 전산실험계획법(Design and Analysis of Computer Experiments : DACE)을 이용한 근사화 모델링 기법들이 많이 등장하게 되었다. 이러한 통계적인 방법을 이용하여 시뮬레이션 모델을 다시 근사화하여 얻어낸 모델이 메타모델(meta-model)이다. 본 연구에서는 비선형성이 강한 모델 및 설계인자가 많은 문제에서도 비교적 정확한 DACE 모델을 사용하여 게이트벨브를 최적화하였다.

2. 크리깅 근사모델

크리깅(Kriging)은 관심 있는 지점에서 특성치를 알기 위해 이미 값을 알고 있는 주위의 값들의 가중 선형조합으로 그 값을 예측하는 지구통계적 기법이다. Danny Krige가 이 기법을 광산에 적용하여, 이미 알려진 광맥의 공간적 정보를 이용하여 새로운 광맥을 찾기 위해 사용하면서 그의 이름을 따라 크리깅 기법이라 부르게 되었다. 그 후에 Sacks 등에 의하여 크리깅 모델이 공학 분야에 적용되어 사용되면서, 기존의 크리깅 모델을 전산실험에 적합하도록 통계적, 수학적 으로 정립하여 새로운 형태의 크리깅 모델을 제시하였는데, 이것이 바로 현재 최적설계분야에서 사용되고 있는 크리깅 근사모델 즉, DACE 모델⁽¹⁻⁵⁾이다.

DACE 모델에서는 전역적 근사화 모델이 다음과 같이 구성된다.

$$y(x) = g(x) + z(x) \tag{1}$$

여기서 x 는 설계변수 b 와 설계변수 p 의 모든 성분을 가질 수 있는 벡터이다. 그리고, $g(x)$ 는 알고 있는 함수이며, $z(x)$ 는 평균이 '0'이고 분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 확률변수이다. 이때 $g(x)$ 는 아래의 식 (2)와 같이 상수 β 로 대체할 수 있다.

$$y(x) = \beta + z(x) \tag{2}$$

$\hat{y}(x)$ 를 근사모델이라고 하면, $y(x)$ 와 $\hat{y}(x)$ 의 평균제곱오차(mean squared error)가 최소가 되도록 하면 $\hat{y}(x)$ 는 다음과 같이 예측된다.

$$\hat{y}(x) = \hat{\beta} + r^T(x)R^{-1}(y - \hat{\beta}q) \tag{3}$$

여기서 $\hat{\beta}$ 는 β 의 추정치, R^{-1} 은 상관행렬 R 의 역행렬, r 은 상관벡터, y 는 n_s 개의 표본데이터 벡터이고, q 는 n_s 개 성분을 갖는 단위벡터이다.

상관행렬 및 상관벡터는 다음 식과 같이 정의된다.

$$R(x^j, x^k) = \text{Exp} \left[- \sum_{i=1}^n \theta_i |x_i^j - x_i^k|^2 \right] \tag{4}$$

$$(j = 1, \dots, n_s), (k = 1, \dots, n_s)$$

$$r(x) = [R(x, x^{(1)}), R(x, x^{(2)}), \dots, R(x, x^{(n_s)})]^T \tag{5}$$

여기서 θ_i 는 i 번째 설계변수에 대응하는 i 번째 모수(parameter)이다. 이때, 우도함수(likelihood function) L 은 다음과 같이 정의된다.

$$L(y; \theta, \beta, \sigma^2) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-n_s/2}}{\sqrt{|R|}} \cdot \text{Exp} \left[- \frac{(y - \beta q)^T R^{-1} (y - \beta q)}{2\sigma^2} \right] \tag{6}$$

식 (6)으로부터 로그우도함수를 β 및 σ 에 대해 미분하고 '0'으로 놓으면, β 와 σ^2 의 최대우도추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\beta} = (q^T R^{-1} q)^{-1} q^T R^{-1} y \tag{7}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(y - \hat{\beta}q)^T R^{-1} (y - \hat{\beta}q)}{n_s} \tag{8}$$

그리고, 미지의 모수 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ 는 다음 식으로부터 구해진다.

$$\text{maximize} \quad - \frac{[n_s \cdot \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln|R|]}{2} \tag{9}$$

여기서, $\theta_i (i = 1, 2, \dots, n) > 0$ 이다.

3. 게이트벨브 최적설계

본 연구는 기존에 용접공법을 이용하여 생산하던 게이트벨브를 단조공법을 이용하여 생산함에 있어 형상을 최적화하는데 있다. 이를 위하여 제안하는 최적설계 과정은 아래와 같으며, Fig. 1은 제시된 과정을 순서도로 나타낸다.

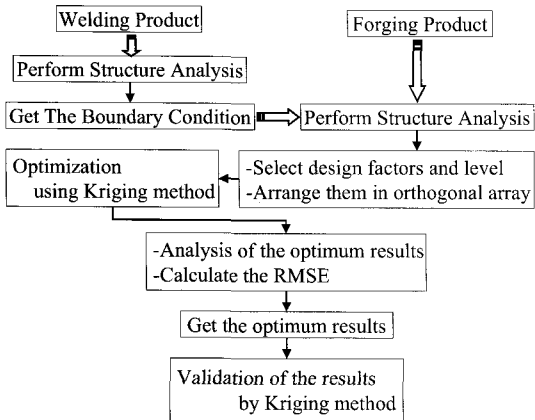


Fig. 1 Process of application design optimization

Step 1: 용접공법을 이용하여 생산된 제품의 구조 해석을 통한 경계조건 도출

Step 2: 단조품 초기모델의 구조해석

Step 3: 단조공법을 이용한 게이트 밸브의 최적설계

3.1 용접품의 구조해석

실제 사용 라인에서 게이트밸브는 중력방향으로 0.2mm 이상의 처짐이 발생하지 않아야한다. 따라서 이를 만족하는 최대 작용하중을 구하기 위하여, 안전성이 만족된다고 가정할 수 있는 기존 용접품의 구조해석⁶⁻⁹⁾을 수행하였다. 실제 배관에서의 밸브 체결 환경을 고려하여 끝단 면을 완전 구속하고, 밸브가 배관과 체결되는 면이 중력 방향으로 일정하게 힘을 받는다는 점을 고려하여 체결 면의 일정 거리(0.06m) 떨어진 한 점에서 Remote force로 체결 면 전체에 정확히 일정한 힘을 부여하였다. Fig. 2는 CATIA 프로그램을 이용한 용접제품의 형상이며, 이를 ANSYS Workbench 프로그램에서 import하여, Hex-dominate mesh를 이용하여 6면체 요소를 생성하였다. 이렇게 생성된 유한요소모델은 Fig 3에

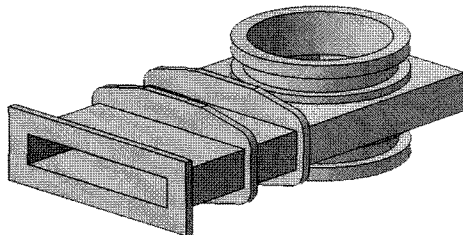


Fig. 2 The gate valve by welding method

나타나있다. Fig. 4는 용접품의 해석을 위한 경계조건 부여 모습을 나타내며, Fig. 5는 0.2mm 처짐의 제한을 만족하는 최대하중인 1000N 적용시의 구조해석 결과를 나타낸다. 최대하중을 구하기 위하여 그 값을 변화하여 해석한 결과는 Table 1에 정리하였다.

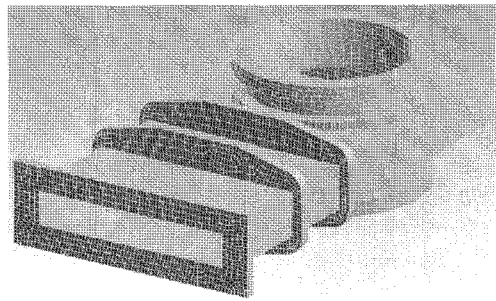


Fig. 3 The finite model of welding product

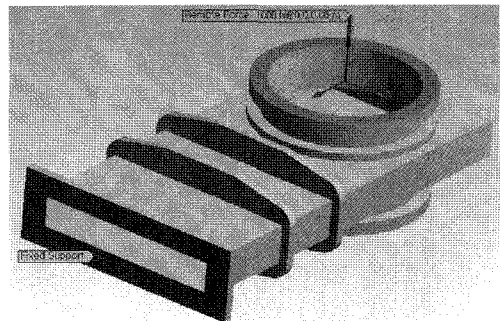


Fig. 4 The boundary conditions of welding product

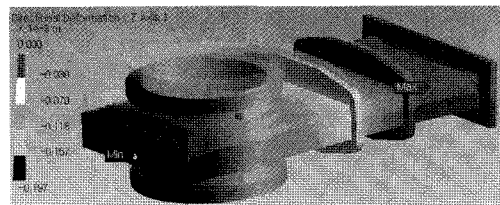


Fig. 5 The deformation of welding product

Table 1 The results of each remote force

Remote Force (N)	2000	1500	1000	1100	1050	1020
Deformation (mm)	0.394	0.295	0.197	0.216	0.207	0.201

3.2 단조품 초기모델의 구조해석

용접품의 해석으로 구한 최대 작용하중인 1000N을 적용하여 초기 단조품 모델의 구조해석을 수행하였다. 구속조건 및 해석방법은 용접품과 같이 배관과의 체결 면은 완전 구속을 부여하고, 체결 면에서 수직 방향으로 0.06m 떨어진 한 점에서 Remote force로 1000N을 부여하였다.

단조품 초기 모델의 형상은 Fig. 6에 나타내었으며, 유한요소모델은 Fig. 7에, Fig. 8은 경계조건의 부여 모습을 나타내고, 그 해석 결과는 Fig. 9에 나타내었다. 구조해석결과, 중력 방향 처짐량은 0.0436mm로써, 요구조건인 0.2mm에 대하여 21.8% 정도 수준이므로 매우 과다설계 되었음을 알 수 있다. 따라서 단조품의 최적설계가 요구된다.

3.3 단조품의 최적설계

3.3.1 설계의 정식화

본 논문에서 개발하는 게이트밸브는 구조적 안전성을 만족하는 동시에 경량화 되어야 하므로, 중량을 목적함수로 설정하였다. 일반적으로 구조적 안전성을 평가할 때 응력과 고유진동수를 고려하지만, 본 논문의 밸브는 응력보다는 중력 방향 처짐량이 더 중요시되므로, 변형량과 1차 고유진동수

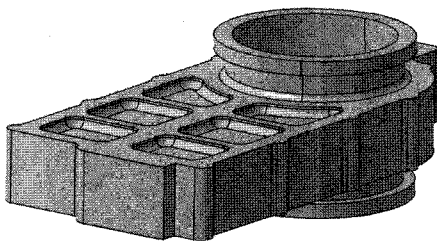


Fig. 6 The gate valve by forging method

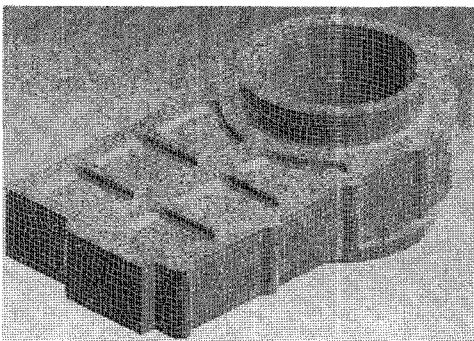


Fig. 7 The finite model of forging product

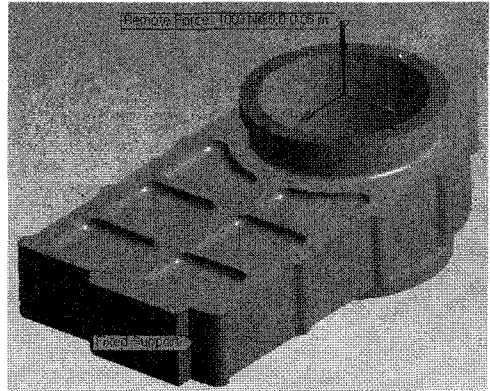


Fig. 8 The boundary conditions of forging product

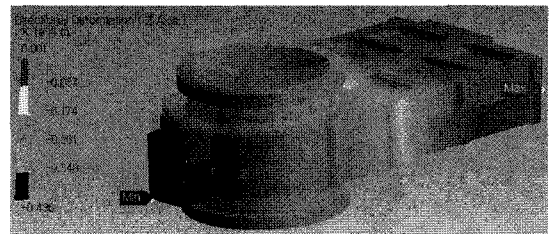


Fig. 9 The deformation of forging product

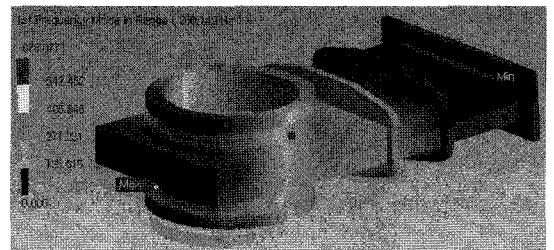


Fig. 10 The frequency of welding product

를 제한 함수로 한다.

기존의 용접품은 처짐량이 0.2mm 이하를 만족하여야 하였지만, 단조의 경우에는 가공단계에서의 안전성을 고려하여야 하므로 40%의 안전율을 부과하여 0.08mm 이하를 만족시키도록 처짐량(δ)의 제한함수를 설정하였다.

Fig. 10은 용접품에 1000N의 remote force 작용시 고유진동수를 알기 위하여 ANSYS Workbench 프로그램을 이용하여 해석을 수행한 결과로, 그 값은 200.15Hz이다. 고유진동수(f)는 처짐량과 마찬가지로 안전율을 부과하여 220Hz 이상을 만족하도록 하였다. 이러한 조건들을 수식으로써 정

식화하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize Weight} \\ & \text{Subject to } \delta \leq 0.08\text{mm} \\ & \text{Frequency} \geq 220\text{Hz} \end{aligned} \quad (12)$$

3.3.2 설계변수 및 수준수

게이트밸브는 설계 규격에 의하여 설계되므로, 설계 규격에 정의되지 않았으나 경량화 및 안전성에 영향을 미치는 곳을 설계변수로 설정하여 Fig. 11에 나타내었다. 실험은 $L^9(3^4)$ 직교배열표로 배치하여, 각각의 설계변수는 $3 \leq A \leq 7$, $5 \leq B \leq 20$, $6 \leq C \leq 10$ 의 제한범위 내에서 3수준을 정하여 구조해석을 수행하였다. Table 2는 3개의 설계변수에 따른 3개의 수준수를 나타낸다. 구조해석을 통하여 얻은 중력방향 처짐량 및 고유진동수는 Table 3에 나타내었다.

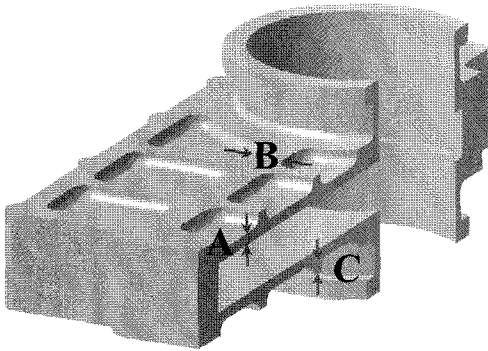


Fig. 11 The design parameter of gate valve

Table 2 Design factor and level

D. P.	A	B	C
Level	(mm)	(mm)	(mm)
1	3	5	6
2	5	12.5	8
3	7	20	10

3.3.3 최적설계

게이트밸브의 형상 최적화^(10~11)를 위하여 구조해석으로 구한 각 실험점에서의 해를 DACE 모델에 적용하여 최적의 설계변수 값을 찾았다. DACE 모델의 수식 계산은 Microsoft사의 Excel 프로그램을 이용하였다.

DACE 모델인 $\hat{y}(x)$ 는 상관행렬 R에 대한 함수이고, $R(x^j, x^k) = \text{Exp} \left[-\sum_{i=1}^n \theta_i |x_i^j - x_i^k|^2 \right]$ 이므로, θ_i 를 구해야 한다. 이 값은 MLE (Maximum Likelihood Estimator) 과정을 통하여 결정되는데, 식 (9)를 최대화(Maximization)하는 θ^* 를 구하는 과정이며, 구하는 방법은 아래와 같다.

- Step 1: 초기값 θ_i 를 가정하고, 상관행렬 R을 구한다.
- Step 2: R^{-1} 와 |R|을 구한다.
- Step 3: 상관벡터 r과 전역모델 $\hat{\beta}$ 를 구한다.
- Step 4: $\hat{\sigma}^2$ 을 구하여 목적함수를 구성한다.

위와 같은 과정으로 중량, 변위, 고유진동수 각각에 대한 목적함수를 구성한 후, 게이트밸브 설계의 제한조건(변위, 고유진동수)을 만족하면서 목적함수(중량)를 최소화하도록

Table 3 The analysis results according to orthogonal array

Ex.	Design Parameter				Experiment condition	Weight (Kg)	Deformation (mm)	Frequency (Hz)
	X1	X2	X3	X4				
1	0	0	0	0	A0B0C0	12.545	0.099	217.3
2	0	1	1	1	A0B1C1	13.639	0.082	229.9
3	0	1	2	2	A0B2C2	14.764	0.068	246.0
4	1	0	1	2	A1B0C2	15.189	0.061	257.1
5	1	1	2	0	A1B1C0	14.327	0.067	253.9
6	1	2	0	1	A1B2C1	15.456	0.057	265.6
7	2	0	2	1	A2B0C1	16.825	0.046	287.1
8	2	1	0	2	A2B1C2	17.978	0.040	298.6
9	2	2	1	0	A2B2C0	16.109	0.049	287.0

최적화하였다. 크리깅 기법에 의한 최적화 결과, 각각의 설계변수가 A = 3.39mm, B = 16.39mm, C = 6mm인 값을 갖는 경우가 최적 값이며, 이때의 중량은 13.439kg, 변위는 0.08mm, 고유진동수는 260.3Hz이다. 이렇게 최적 설계된 결과를 초기모델과 비교하여 Table 4에 나타내었다. 초기 모델은 처짐량은 적지만 중량이 매우 크고, 최적화된 모델은 하중은 약 21.6% 감소하나, 처짐량과 고유진동수의 제한조건을 모두 만족한다.

4. 크리깅 근사모델의 신뢰성 검증

4.1 최적해의 구조해석

크리깅 기법에 의하여 도출된 게이트밸브 설계변수의 최적 값을 적용하여 구조해석을 수행하였다.

Fig. 12는 최적 해를 실제 모델에 적용한 형상을 나타내며, Fig. 13과 Fig. 14는 이 모델의 구조해석 결과로 얻은 중력방향 처짐량과 고유진동수를 나타낸다. 전산실험에 의한 중량은 12.89Kg, 처짐량은 0.083mm이며, 고유진동수는 225Hz로써 크리깅 기법에 의하여 계산된 값과 거의 일치함을 알 수 있다.

4.2 수식에 의한 검증

근사화된 모델의 타당성은 아래의 식 (10) 또는 식 (11)로 평가할 수 있다.

Table 4 Comparison optimum to initial model

Exp.	Weight (Kg)	Deformation (mm)	Frequency (Hz)
Initial model	17.14	0.044	294.8
Optimum model	13.439	0.08	260.3

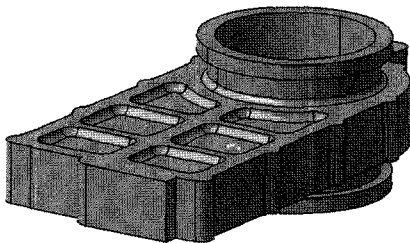


Fig. 12 The shape of optimized design

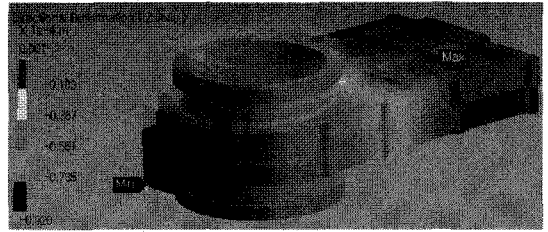


Fig. 13 The deformation of optimized design

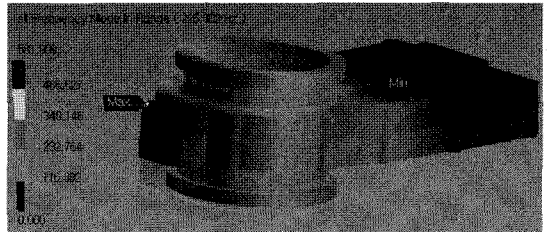


Fig. 14 The frequency of optimized design

$$SE = \sqrt{\frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^{n_i} (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (10)$$

$$MAXERR = MAX[|y_i - \hat{y}_i|, i = 1, 2, \dots, n_i] \quad (11)$$

크리깅 모델의 평가를 위하여, 직교배열표에서 이용한 실험값 이외에 임의로 6개의 실험값을 지정하여 Table 5에 나타내었다. 이 값을 적용한 새로운 형상으로 구조해석을 수행한 결과를 식 (10), 식 (11)에 대입하여 계산함으로써 타당성을 평가한다. 구조해석 및 크리깅에 의한 결과와 식에 의하여 구한 RMSE 값과 MAXERR 값은 Table 6에 정리하였다.

Table 5 The experiment values for validation

Ex.	Design Parameter		
	A (mm)	B (mm)	C (mm)
1	3	5	10
2	5	12.5	8
3	7	5	6
4	3	20	6
5	5	20	10
6	7	12.5	8

Table 6 The results of validation

Ex.	Weight (Kg)		Deformation (mm)		Frequency (Hz)	
	y_i	\hat{y}_i	y_i	\hat{y}_i	y_i	\hat{y}_i
1	14.444	13.581	0.075	0.081	233.8	229.5
2	15.322	15.250	0.059	0.061	261.6	260.7
3	15.911	15.89	0.021	0.023	281.1	278.7
4	14.613	13.523	0.071	0.079	240.0	236.4
5	16.465	16.158	0.050	0.054	275.3	270.2
6	16.959	17.361	0.045	0.042	291.3	295.9
MAXERR	1.1881		0.000064		26.01	
RMSE	0.4938		0.0039		3.0766	

5. 결론

본 연구에서는 기존에 용접 공법으로 생산되던 게이트밸브를 단조 공법으로 생산하기 위한 최적설계를 수행하였다. 이를 위하여 직교배열표를 이용하여 실험을 계획한 후, 전산실험을 수행하고 이를 크리깅 기법을 이용하여 근사적으로 정의하여 최적설계를 수행하였다. 또한, 이렇게 구한 최적해를 전산실험 및 수식에 의하여 검증함으로써 크리깅 기법의 유용성 및 신뢰성을 확인하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 게이트밸브의 형상 최적설계를 위하여 직교배열표를 이용함으로써, 실험은 간략화하면서 신뢰성은 만족하도록 설계를 계획할 수 있었다.
- (2) 전산실험 결과와 크리깅 근사모델에 의한 최적해의 비교를 통하여 값이 거의 유사함을 알아냄으로써, 크리깅 기법의 유용성을 확인하는 동시에 신뢰성을 검증하였다.
- (3) 게이트밸브 형상 최적화 문제에 크리깅 기법을 적용할 경우 효율적인 최적화 수행이 가능함을 확인하였으며, 초기모델과 비교하여 약 21.6%의 중량 감소율을 얻으면서, 변위와 고유진동수의 제한조건을 충분히 만족하는 최적화된 새로운 형상의 모델을 구할 수 있었다.

참고 문헌

- (1) Sacks, J., Welch, W.J., Mitchell, T.J. and Wynn, H.P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol.4, No.4, pp.409-435
- (2) Lee, K.H., 2005, "Optimization of a Driver-Side Aribag Using Kriging Based Approximation Model," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.

- 19, No.1, pp. 116~126
- (3) Guinta, A. and Watson, L., 1998, "A Comparison of Approximation Modeling Techniques: Polynomial Versus Interpolation Models," *Proceedings of the 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, St. Louis, MO, AIAA, Vol. 2, 2-4, pp. 392~440
- (4) Ryu, J.S., Kim, M.s., Cha, K.J., Lee, T.H. and Choi, H., 2002, "Kriging Interpolation Methods in Geostatistics and DACE Model," *KSME International Journal*, Vol. 16, No. 5, pp. 619~632
- (5) Martin, J. and Simpson, T., 2002, "Use of Adaptive Metamodeling for Design Optimization," *Proceedings of the 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, Atlanta, Georgia, AIAA, Sep. 4-6, pp. 2167~2175
- (6) Lee, S.C. and Kang, S.Y., 2004, "Structural Analysis and Optimal Design of Eddy Current Brake Frame," *Tans. of KSPE*, Vol. 21, No. 5, pp. 106~113
- (7) Jung, S.H., Hur, M.G., and Oh, H.S., 2003, "Structure analysis and design for O water target," *Autumn conference of KSPE*, pp. 670~674
- (8) Kim, W.K., Chung, J.D., Yoon, S.C., Hong, Y.K., 2003, "A safety evaluation on the loading and vibration test for transport freight car of cold rolled coil sheet," *Autumn conference of KSPE*, pp. 1499~1502
- (9) Yoon, S.C., Chung, J.D., Kim, W.K., Park, K.J., 2003, "A Safety Evaluation on Structure of Panel for Railway," *Autumn conference of KSPE*, pp. 1553~1556