

# ELECTRE IS의 구현 시 일치판정 기준비율 도출과 핵심대안 선정을 위한 혼합정수계획 모형

박석영<sup>1</sup> · 김재희<sup>2</sup> · 김승권<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>고려대학교 산업시스템정보공학과/ <sup>2</sup>군산대학교 경영회계학부

## A Mixed-Integer Programming Model to Draw the Concordance Level and the Kernel Set for the Implementation of ELECTRE IS

Seokyoung Park<sup>1</sup> · Jaehee Kim<sup>2</sup> · Sheung-Kown Kim<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Industrial Systems and Information Engineering, Korea University, Seoul, 136-701

<sup>2</sup> School of Business Administration and Accounting, Kunsan National University, Kunsan, 573-701

ELECTRE IS requires the decision maker (DM) to specify several parameters such as weights, pseudo-criteria thresholds and the concordance level. Among these parameters, the concordance level has a significant effect on the outranking relation. And the number of alternatives selected may be sensitive to the value of these parameters. Therefore the DM may have to perform many iterations to obtain the desired number of alternatives in the kernel set. In this study, we developed a mixed-integer programming (MIP) model to elicit the concordance level and thereby to choose the desired number of alternatives in the kernel set. The MIP model can be applied in the interactive process so that the pseudo-criteria thresholds are adjusted according to the results of MIP model. Using the MIP model in the interactive process, we can reduce the number of iterations needed to perform ELECTRE IS.

**Keywords:** multicriteria decision analysis, ELECTRE IS, optimization, mixed integer programming

### 1. 서론

다기준 의사결정 기법(multicriteria decision analysis)은 주어진 대안들(potential alternatives)을 다양한 기준에 입각하여 얼마나 합리적인 방법으로 의사결정자의 직관에 의한 평가결과를 정량화 하는가에 초점을 두고, MAUT(Keeney and Raiffa, 1976), AHP/ANP (Saaty, 1980; Saaty, 1996), PROMETHEE(Brans and Vincke, 1985), ELECTRE(Roy, 1991) 등의 다양한 기법들이 연구되어 왔다. 이 중에서 ELECTRE (ELimination Et Choice Translating REality)는 순위선호(outranking) 관계와 유사기준(pseudo-criteria)을 기반으로 해서 여러 선호 대안을 선정하는

데 유용하게 사용되어 왔다. ELECTRE는 다루고자 하는 대상 문제의 특성에 따라 ELECTRE I, IS, II, III, IV, TRI 등으로 구분되어(Maystre, 1999; Roy, 1990), ELECTRE I, IS는 선호되는 대안을 선정하는 문제, ELECTRE II, III, IV는 대안들 간의 순서를 정하는 문제, 그리고 ELECTRE TRI는 사전에 정의된 카테고리 대안들을 분류하고자 하는 문제에 효과적으로 적용된다(Roy and Hugonnard, 1982; Hokkanen and Salminen, 1997; Lourenco and Costa, 2004).

위와 같이 ELECTRE IS는 주어진 대안들 중에서 원하는 수만큼 최선의 대안을 선정하고자 하는 문제에 활용될 수 있다. 그런데 이 기법은 대안선정 과정에서 의사결정자에게 기준들의

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2004-000-10362-0) 지원과 21세기 프론티어 연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구지원(과제번호 1-6-2)으로 수행되었음.

\* 연락저자 : 김승권 교수, 136-701 서울시 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교 산업시스템정보공학과, Fax : 02-929-5888,

E-mail : kimsk@korea.ac.kr

2005년 4월 접수; 2005년 6월 수정본 접수; 2005년 6월 게재 확정

가중치(weight), 유사기준판정 경계치(pseudo-criteria thresholds), 그리고 일치판정 기준비율(concordance level)에 대한 설정을 요구한다. 이 중에서 기준들의 가중치와 유사기준판정 경계치들은 일반적으로 의사결정자가 지닌 평가기준에 의해 정할 수 있다. 하지만 0.5~1 사이의 실수값을 갖는 일치판정 기준비율은 ELECTRE IS의 최종적인 순위번호 관계형성 여부에 결정적인 영향을 주어 매개변수의 아주 작은 변화에도 선정되는 대안의 수가 달라질 수 있는 특성을 갖고 있다 따라서 실제 ELECTRE IS를 적용하여 원하는 수의 대안을 선정하기 위해서는 일치판정 기준비율에 대한 반복적용이 불가피하다

이에 본 연구에서는 ELECTRE IS를 적용하는 과정에서 반복시행을 줄일 수 있도록 일치판정 기준비율을 추출하고 궁극적으로 많은 반복 없이 원하는 수의 핵심대안을 효율적으로 도출할 수 있는 절차를 제안하고자 한다. 이 절차에서는 정해진 수의 대안을 선정하도록 설계된 혼합정수계획 (Mixed Integer Programming; MIP) 모형을 이용한다. 모형의 적용 결과 일치판정 기준비율 정보를 입력하지 않더라도 대부분의 경우에 원하는 수의 핵심대안을 선정할 수 있었으며, 원하는 수와의 차이가 발생할 경우 MIP 모형의 결과를 이용해서 유사기준판정 경계치를 수정함으로써 최종적으로 원하는 수의 대안을 쉽게 도출할 수 있다.

다음 장에서는 순위번호 이론 및 ELECTRE IS에 대해 간략히 언급하고, 3장에서 ELECTRE IS를 기반으로 수립한 혼합정수계획 모형과 대화형 프로세스를 소개한다. 그리고 4장에서는 반복적인 실험을 통하여 혼합정수계획 모형의 결과분석을 수행하였으며, 결론 및 향후 연구과제는 5장에 수록하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 ELECTRE의 순위번호 이론 및 유사기준

다기준 의사결정 문제는  $n$ 개의 대안들 집합  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 와  $m$ 개의 기준들 집합  $F = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$ 로 구성된다. 그리고 어떠한 기준  $k$ 에 대한 대안  $a_i \in A$ 의 평가치는  $g_k(a_i)$ 로 표현되어, 대안  $a_i \in A$ 의 다기준 평가치는  $g(a_i) = \{g_1(a_i), g_2(a_i), \dots, g_m(a_i)\}$ 로 나타낼 수 있다.

ELECTRE에서는 ‘모든 기준을 고려하여 대안  $a$ 는 대안  $b$ 보다 나쁘지 않다’라는 순위번호 ( $aSb$ ) 관계를 기반으로 한다. 그리고 초기에 제시된 ELECTRE I, II를 제외한 여타 ELECTRE 기법에서는 두 대안 사이의 순위번호 관계를 정하는 데 있어서 의사결정자가 갖게 되는 애매모호한 판단을 감안하여 유사기준의 개념을 도입하였다(Roy, 1984). 유사기준은 <Figure 1>과 같이 각 기준  $k$ 에 indifference, preference, veto 판정 경계치 ( $q_k, p_k, v_k$ )를 지정함으로써 구성된다. 여기서 indifference 판정 경계치에 의해 구분되는  $aI_k b$ 는 두 대안 사이에 선호관계

가 없음을 의미하고, preference 판정 경계치에 의해 구분되는  $aP_k b$ 는 대안  $a$ 가 대안  $b$ 보다 확실히 좋음을 확신할 수 있음을 의미한다. 그리고 indifference와 preference 판정 경계치 사이에 존재하는  $aQ_k b$ 는 대안  $a$ 가 대안  $b$ 보다 좋지만 이를 확신하기에는 다소 망설임이 있음을 의미한다. 반대로  $bP_k a$ 는 대안  $b$ 가 대안  $a$ 보다 확실히 좋음을,  $bQ_k a$ 는  $bP_k a$ 를 확신하기에는 다소 망설임이 있음을 나타낸다.

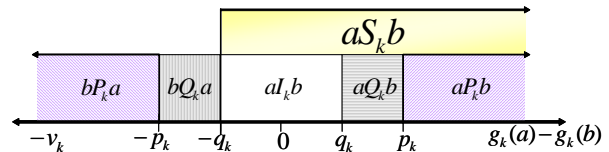


Figure 1. The restricted outranking relations depicted according to the concept of pseudo-criterion.

$$\begin{aligned}
 aI_k b (= bI_k a) &: -q_k \leq g_k(a) - g_k(b) \leq q_k \\
 aQ_k b &: q_k \leq g_k(a) - g_k(b) \leq p_k \\
 bQ_k a &: -p_k \leq g_k(a) - g_k(b) \leq -q_k \\
 aP_k b &: p_k \leq g_k(a) - g_k(b) \\
 bP_k a &: g_k(a) - g_k(b) \leq -p_k
 \end{aligned}$$

‘기준  $k$ 에 대해서 대안  $a$ 는 대안  $b$ 보다 나쁘지 않다’를 의미하는  $aS_k b$ 는 <Figure 1>에서와 같이  $aI_k b, aQ_k b$  또는  $aP_k b$  일 경우에 성립된다. 한편 한 기준  $k$ 에서 대안  $a$ 에 대한 대안  $b$ 의 평가치 차이( $g_k(a) - g_k(b)$ )가 veto 판정 경계치보다 크게 되면 다른 모든 기준에서  $aS_i b, i \neq k$ 가 성립된다 할지라도  $aSb$  성립을 부정하게 된다. 이 경우에 거부효과(veto effect)가 발생되었다고 한다.

ELECTRE 기법의 보다 쉬운 이해를 위하여 ‘자동차 선정’이라는 의사결정 예를 살펴보도록 하겠다. <Table 1>은 가격, 안전도, 디자인이라는 3가지 기준에 대하여 얻어진 3개 대안(자동차)의 평가치( $g_k(a_i)$ )와 기준별 가중치( $w_k$ )를 보여준다. 여기서 가격에 대한 평가치는 그 수치가 낮을수록 안전도 및 디자인에서는 높을수록 좋은 평가치이다.

Table 1. Scores of alternatives and weights for each criteria

		criteria		
		$g_1$ (price,\$)	$g_2$ (safety)	$g_3$ (design)
alternatives	$a_1$ (HMC)	22,000	28	69
	$a_2$ (Toyota)	28,500	39	78
	$a_3$ (Volvo)	33,000	52	46
weights		0.45	0.35	0.20

Table 2. Pseudo-criteria thresholds for each criteria

criteria	$g_1$ (price,\$)	$g_2$ (safety)	$g_3$ (design)
indifference( $q_k$ )	2,000	5	5
preference( $p_k$ )	5,000	10	15
veto( $v_k$ )	15,000	35	40

자동차 선정문제에 ELECTRE 기법을 적용하면서 의사결정자는 가격 측면에서 두 대안 사이의 차이가 \$2,000 이내이면 차이가 없다고 생각하고, 그 차이가 \$5,000 이상일 때이어야 두 대안 사이의 선호관계를 확연하게 판단할 수 있다 또한 그 차이가 \$15,000 이상이 되면 다른 기준들에 상관없이 이 대안을 선정하지 않고자 한다. 같은 방식으로 안전도 및 디자인이라는 기준에서 의사결정자에 의해 정해진 유사기준판정 경계치들은 <Table 2>에 나타나 있다. <Table 1>과 <Table 2>에 의해 가격( $g_1$ ) 측면에서 현대차(HMC,  $a_1$ )와 도요타(Toyota,  $a_2$ )의 평가치 차이는 \$6,500이므로 두 대안 사이의 선호관계는  $a_1 P_1 a_2$ 에 속하게 된다. 따라서  $a_1 S_1 a_2$ 은 성립하지만,  $a_2 S_1 a_1$ 은 전혀 성립되지 않는다.

2.2 ELECTRE IS의 핵심대안 선정절차

ELECTRE IS에서의 핵심대안 선정과정은 <Figure 2>와 같이 의사결정자의 주관적인 판단에 의해 정해지는 매개변수 설정으로부터 시작된다. 다음으로 두 대안 사이의 일치지수(concordance index,  $C(a_i, a_j)$ )와 불일치지수(discordance index,  $D(a_i, a_j)$ )를 계산한다.

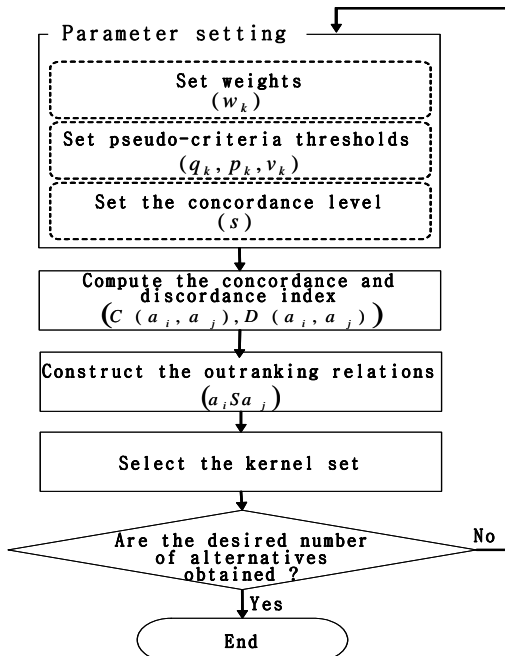


Figure 2. General procedure of ELECTRE IS.

$$c_k(a_i, a_j) = \begin{cases} 1 & , a_i S_k a_j \\ \frac{g_k(a_i) - g_k(a_j) + p_k}{p_k - q_k} & , a_j Q_k a_i \\ 0 & , a_j P_k a_i \end{cases} \quad (1)$$

$$C(a_i, a_j) = \sum_{k=1}^m w_k c_k(a_i, a_j) \quad (2)$$

모든 기준을 고려하여 식 (2)에 의해 산정되는 일치지수는  $a_i S a_j$ 를 만족하는 정도를 0과 1 사이로 정량화한 수치이다 이는 식 (1)에 의해 계산되는 기준 k에 대한 두 대안의 일치지수와 기준별 가중치를 곱한 값의 총합으로 계산된다. 일치지수가 1에 가까울수록 대안  $a S b$ 가 받아들여질 가능성이 커지며, 0에 근접하면  $a S b$ 의 강도가 미약하다는 것을 의미한다. 식 (2)에 의해 계산된 자동차 선정문제에 대한 일치지수는 <Table 3>에 나타나 있다.

Table 3. Concordance matrix

i \ j	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$a_1$	-	0.570	0.650
$a_2$	0.550	-	0.650
$a_3$	0.350	0.425	-

ELECTRE I, III, TRI와 달리 ELECTRE IS에서의 불일치지수는 식 (3)과 (4)에 의해 0 또는 1로 표현된다. 만일 한개 이상의 기준에서 거부효과가 발생하여 불일치지수가 1이 되면 식 (5)에서  $a_i S a_j$  관계 성립을 부정하게 된다.

$$d_k(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & \text{if } g_k(a_i) - g_k(a_j) > q_k \frac{1 - C(a_i, a_j) - w_k}{1 - s - w_k} - v_k \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$D(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & d_k(a_i, a_j) = 0, \forall i, j, k, i \neq j \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

다음 단계로 산정된 일치지수와 불일치지수를 이용하여 식 (5)에 의해 0 또는 1의 값을 갖는 순위선호 관계( $a_i S a_j$ )가 정해진다.  $a_i S a_j$ 는 그 값이 1인 경우 성립하는데, 이는 일치지수가 일치판정 기준비율(s)보다 크고 불일치지수가 0이 되어  $a_i S a_j$ 가 거부되지 못할 경우이다. 일치판정 기준비율의 하한(0.5)은 최소한 과반수의 기준들에서  $a_i S a_j$ 를 동조할 수 있어야 한다는 것을 의미한다. 한편 일치판정 기준비율을 상한( $s^*$ )보다 크게 설정하면 모든 기준에서  $a_i S_k a_j$ 가 성립되어질 경우에만  $a_i S a_j$ 가 성립된다.

$$a_i S a_j = \begin{cases} 1, & C(a_i, a_j) \geq s \text{ and } D(a_i, a_j) = 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{where } \frac{1}{2} \leq s < s^*, s^* = 1 - \min_{k \in F} w_k$$

여기서  $a_i Sa_j$ 의 성립 여부는 의사결정자에 의해 정해진 상수인 일치판정 기준비율  $s$ 에 따라 달라진다. <Table 4>는 일치판정 기준비율을 0.75, 0.65, 0.55로 설정하였을 경우 식 (5)에 의해 산정된  $a_i Sa_j$  행렬을 나타낸다.

**Table 4.** Matrices of outranking relations

i \ j	s = 0.75			s = 0.65			s = 0.55		
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$a_1$	-	0	0	-	0	1	-	1	1
$a_2$	0	-	0	0	-	1	1	-	1
$a_3$	0	0	-	0	0	-	0	0	-

지금까지 언급한 과정을 거쳐 정해진  $a_i Sa_j$ 를 이용하여 다른 어떠한 대안들에 대하여서도 순위선호되지(outranked, 제압당하지) 않는 핵심대안 집합(kernel set, N)으로 대안들을 선정한다. 핵심대안 집합으로 선정된 대안은 내·외부 안정성 조건을 만족해야 한다. 내부 안정성(internal stability) 조건은 핵심대안 집합에 속한 모든 대안들 사이에서는  $aSb, a, b \in N$  관계를 갖지 않아야 한다는 것이다. 외부 안정성(external stability) 조건은 핵심대안 집합에 속하지 않은 대안  $b \notin N$ 는 적어도 하나의 대안  $a \in N$ 에 의해  $aSb$  관계를 가져야 한다는 것이다. 이러한 조건을 만족하는 대안  $a_j$ 는 식 (6)과 같이 순위선호관계 행렬에서 모든 행의 합이 0인 대안으로 정의된다.

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n a_i Sa_j = 0 \tag{6}$$

<Table 5>는 예시문제에 대하여 설정된 3가지 일치판정 기준비율에 따라 핵심대안 집합으로 선정된 대안을 보여준다.

**Table 5.** Kernel set for each concordance level

concordance level	kernel set
0.75	$a_1, a_2, a_3$
0.65	$a_1, a_2$
0.55	-

결국 ELECTRE IS에서 최종적으로 선정되는 핵심대안의 수는 식 (5)에 의해 결정되는  $a_i Sa_j$ 의 성립 유무에 따라 달라진다. 여기서  $a_i Sa_j$  성립 유무는 일치판정 기준비율 값에 결정적인 영향을 받는다. <Table 5>에서와 같이 일치판정 기준비율이 상한인  $s^*$ 에 가까워지면 대부분의 경우에  $a_i Sa_j$ 가 성립되지 않게 되어 식 (6)에 의해 많은 수의 대안이 핵심대안 집합으로 선정되게 된다. 반대로 하한값 0.5에 근접한 수치를 설정하면  $a_i Sa_j$ 가 성립될 가능성이 매우 커져 극소수의 대안만이 선정되거나 또는 단 하나의 대안도 선정되지 못할 수가 있다 또한 veto 판정 경계치 역시  $a_i Sa_j$  성립 유무에 큰 영향을 미친다.

즉, veto 판정 경계치를 낮게 설정하면 대부분의 경우에 거부 효과(veto effect)가 발생하여  $a_i Sa_j$  성립을 부정해서 어떠한 일치판정 기준비율을 적용하더라도 원하는 수의 핵심대안을 선정하지 못할 수도 있다. 이러한 성질은 ELECTRE IS에 내재된 본질적인 특성이라 할 수 있다.

일례로 <Table 5>의 결과를 보면 단 1대의 자동차만을 선정하고자 하는 예시문제에서 설정된 3가지 일치판정 기준비율(0.75, 0.65, 0.55)은 모두 대안선정의 목표를 충족시키지 못한다. 따라서 의사결정자는 단 1대의 자동차 선정을 위하여 또 다른 일치판정 기준비율을 설정해야 한다. 어쩌면 어떠한 일치판정 기준비율을 적용하더라도 단 1개의 대안만을 선정하는 것이 불가능한 상황이 발생될 수도 있다. 이 경우에는 초기에 의사결정자에 의해 정해진 유사기준판정 경계치들에 대한 조정이 필요하게 된다. 하지만 본 연구에서 제시한 혼합정수계획 모형과 달리 ELECTRE IS 기법에서는 의사결정자가 이러한 사실을 알지 못하므로, <Figure 2>에서와 같이 일치판정 기준비율을 변경하는 과정을 반복 시행하여 이를 해결해야 한다.

설정된 매개변수에 따라 대안 선정의 결과가 달라진다는 점은 의사결정자로 하여금 ELECTRE IS 기법 적용에 대한 부담감을 느끼게 한다. 그러므로 실제 의사결정과정에서 ELECTRE IS 기법의 활용성을 향상하기 위해서는 합리적인 매개변수 설정방법에 대한 연구가 필요하다. 실제로 ELECTRE 기법들 중에서 ELECTRE TRI의 매개변수 추론에 관련된 연구는 Mousseau and Slowinski (1998) 이후로 지금까지 진행되고 있지만, 본 연구의 대상인 ELECTRE IS의 매개변수 설정에 대한 연구는 현재까지 진행된 바가 없다. 따라서 본 연구에서는 ELECTRE IS의 매개변수 설정을 위한 MIP 모형과 대화형 프로세스를 통한 해결방안을 제시하고자 한다.

### 3. ELECTRE IS의 매개변수 설정을 위한 모형 및 대화형 프로세스

#### 3.1 혼합정수계획 모형의 수립

본 연구에서는 ELECTRE IS 기법을 기반으로 원하는 수의 핵심대안선정을 용이하게 수행하기 위한 혼합정수계획 모형을 수립하였다. 최종 대안 선정 여부에 결정적인 영향을 미치는 일치판정 기준비율( $s$ )은 수립된 모형을 통해 도출된다.

##### 3.1.1 변수 및 상수의 정의

###### ■ 변수의 정의

ELECTRE IS에서 일치판정 기준비율은 의사결정자에 의해 정해진 상수이다. 그러나 MIP 모형에서는 일치판정 기준비율을 변수( $s$ )로 하였다. 그 외에도 MIP 모형의 변수는 ELECTRE IS 기법의 일치판정 기준비율( $s$ )에 따라 그 값이 달라지는 불일치지수( $d_k(a_i, a_j), D(a_i, a_j)$ ), 순위선호 관계( $a_i Sa_j$ ), 그리

고 대안  $a_j$ 의 선정 여부 등이 된다.  $n$ 개의 대안과  $m$ 개의 기준으로 구성된 의사결정 문제에 있어서 수립된 MIP 모형의 변수는 다음과 같으며, 식 (8)~(24)로 구성되는 MIP 모형에서 굵은 로마체로 표기하였다.

**s** 일치판정 기준비율 실수변수

$$d_{ij}^k = \begin{cases} 0, & d_k(a_i, a_j) = 0 \\ 1, & d_k(a_i, a_j) = 1 \end{cases}$$

**Y1<sup>k</sup>, Y2<sup>k</sup>**  $d_{ij}^k$  결정에 관련된 이진변수

$$D_{ij} = \begin{cases} 0, & D(a_i, a_j) = 0 \\ 1, & D(a_i, a_j) = 1 \end{cases}$$

**YD<sub>ij</sub>**  $D_{ij}$  결정에 관련된 이진변수

$$S_{ij} = \begin{cases} 0, & a_i S a_j = 0 \\ 1, & a_i S a_j = 1 \end{cases}$$

**YS<sub>ij</sub>**  $S_{ij}$  결정에 관련된 이진변수

$$SelA_j = \begin{cases} 0, & \text{대안 } a_j \text{ 선정} \\ 1, & \text{대안 } a_j \text{ 탈락} \end{cases}$$

**YSelA<sub>j</sub>**  $SelA_j$ 에 관련된 이진변수

**A<sub>N</sub><sup>+</sup>**  $A_N$ 의 초과 편차변수

**A<sub>N</sub><sup>-</sup>**  $A_N$ 의 부족 편차변수

▣ 상수의 정의

MIP 모형에 내포된 상수는 핵심대안 집합으로 선정되는 대안 수 ( $A_N$ ), 의사결정자에 의해 정해진 기준별 가중치 ( $w_k$ ), 그리고 유사기준판정 경계치 ( $q_k, p_k, v_k$ )에 의해 계산된 일치지수 ( $C(a_i, a_j)$ )이다. 또한 식 (3)에 의해 정의된 제한된 불일치지수를 정하는 데 있어서 모형의 변수인 일치판정 기준비율 ( $s$ )을 따로 분리하는 과정에서 아래와 같은 상수 ( $c1_{ij}^k, c2_{ij}^k$ )가 정의된다.

$$\begin{aligned} c1_{ij}^k &= q_k(1 - C(a_i, a_j) - w_k) - (1 - w_k)c2_{ij}^k \\ c2_{ij}^k &= g_k(a_i) - g_k(a_j) + v_k \end{aligned} \quad (7)$$

3.1.2 목적함수

본 연구에서는 ELECTRE IS를 활용하여 주어진  $n$ 개의 대안들 중에서  $A_N$ 개의 대안을 선정하고자 하는 의사결정 문제를 대상으로 하였다. 그런데 정해진 유사기준판정 경계치에 영향을 받는 일치판정 기준비율의 가능해 영역이  $A_N$ 개 핵심대안 선정을 못할 수도 있다. 따라서 본 MIP 모형에서는  $A_N$ 개 핵심대안 선정을 준수하지 못하는 편차를 최소화하도록 하였다. 목표계획법(Goal Programming)의 형태로 구성된 MIP 모형의 목적함수는 아래 식(8)로 표현된다.

$$\min (A_N^+ + A_N^-) \quad (8)$$

여기서  $A_N^+, A_N^-$ 은 모형에서 도출한 결과와  $A_N$  사이의 편차를 표현한 변수이다

3.1.3 제약식

본 연구에서 수립한 MIP 모형의 제약식은 크게 ELECTRE IS 기법을 그대로 반영하는 제약식과 선정하고자 하는 핵심대안수 ( $A_N$ )의 준수 제약식으로 구성된다.

▣ ELECTRE IS 반영을 위한 제약식

■ 제한된 불일치지수 ( $d_k(a_i, a_j) = d_{ij}^k$ ) 결정

식 (9)~(15)는 제한된 불일치지수를 정하는 식(3)의 조건을 만족하는  $d_k(a_i, a_j)$ 를 도출하기 위한 제약식이다. 여기서  $Y1^k$ 는  $1 - s - w_k > 0$ 이면 1, 그렇지 않으면 0이 되는 이진변수로, 식 (3)의 우변항에서 분모에 포함된  $s$ 를 따로 분리하는 과정에서 발생하는 부등호의 변경을 감안하기 위하여 사용되었다. 만일  $1 - s - w_k > 0$ 이면 불일치지수는 다음 조건에 의해 정해진다.

$$d_k(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s < 0 \\ 1, & c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s \geq 0 \end{cases}$$

반대로  $1 - s - w_k < 0$ 이면 불일치지수는 다음과 같이 반대 상황의 조건을 따른다.

$$d_k(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s > 0 \\ 1, & c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s \leq 0 \end{cases}$$

$Y1^k$ 가 1인 경우에  $c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s \geq 0$ 이면 식 (12)에 의해  $d_{ij}^k$ 는 1이 되고,  $c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s < 0$ 이면 식 (13)에 의해  $d_{ij}^k$ 는 0 값을 갖는다. 식 (14)와 (15)는  $Y1^k$ 가 0인 경우에 같은 원리로 작동된다.

$$Y1^k - (1 - s - w_k) \geq 0 \quad (9)$$

$$Y2^k + (1 - s - w_k) \geq 0 \quad (10)$$

$$Y1^k + Y2^k = 1 \quad (11)$$

$$d_{ij}^k - (c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s + \epsilon) / \text{big}M - Y1^k \geq -1 \quad (12)$$

$$d_{ij}^k - (c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s) / \text{big}M + Y1^k \leq 2 \quad (13)$$

$$d_{ij}^k + (c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s) / \text{big}M + Y1^k \geq 0 \quad (14)$$

$$d_{ij}^k + (c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s + \epsilon) / \text{big}M - Y1^k \leq 1 \quad (15)$$

식 (12)와 (15)에 나타난  $\epsilon$ 은 매우 작은 상수로,  $c1_{ij}^k + c2_{ij}^k s = 0$ 일 경우  $d_{ij}^k$ 가 1 값을 갖도록 하기 위해 사용되었다.

■ 불일치지수(  $D(a_i, a_j) = D_{ij}$  ) 결정

식 (16)~(18)은 불일치지수를 정하는 식(4)의 조건을 만족하는 변수  $D_{ij}$ 를 정하기 위한 제약식이다. 만일  $d_{ij}^k = 1, \exists k$ 가 되면 식(16)에 의해  $D_{ij}$ 는 1이 된다.  $d_{ij}^k = 0, \forall k$ 이면 식(17)에 의해  $YD_{ij}$ 가 1이 되고 식(18)에 의해  $D_{ij}$ 는 0값을 갖게 된다.

$$D_{ij} \geq \sum_{k=1}^m d_{ij}^k / m \tag{16}$$

$$YD_{ij} \geq 1 - \sum_{k=1}^m d_{ij}^k \tag{17}$$

$$D_{ij} + YD_{ij} = 1 \tag{18}$$

■ 순위선호 관계(  $a_i S a_j = S_{ij}$  ) 결정

식 (19)~(21)은 최종 순위선호 관계(  $a_i S a_j$  )를 정하는 식 (5)의 조건을 만족하는 MIP 모형의 변수  $S_{ij}$ 를 정하기 위한 제약식이다.  $S_{ij}$ 는 위에서 언급한 다른 제약식과 비슷하게  $YS_{ij}$ 라는 이진변수를 사용하여 정해지게 된다

$$S_{ij} - (C(a_i, a_j) - s + \epsilon) + D_{ij} \geq 0 \tag{19}$$

$$2 YS_{ij} + (C(a_i, a_j) - s) - D_{ij} \geq 0 \tag{20}$$

$$S_{ij} + YS_{ij} = 1 \tag{21}$$

■ 대안  $a_j$ 의 선정 여부(  $SelA_j$  ) 결정

식 (22)~(24)는 대안  $a_j$ 의 선정 여부를 정하는 식(6)의 조건을 만족하는 변수  $SelA_j$ 를 정하기 위한 제약식이다.

$$SelA_j + \sum_{i=1, i \neq j}^n S_{ij} \geq 1 \tag{22}$$

$$YSelA_j - \sum_{i=1, i \neq j}^n S_{ij} / n \geq 0 \tag{23}$$

$$SelA_j + YSelA_j = 1 \tag{24}$$

■ 핵심대안 집합수(  $A_N$  )의 준수

식 (25)는 주어진 n개의 대안 중에서  $A_N$ 개의 대안을 핵심대안 집합으로 선정하고자 하는 목표를 최대한 준수하고자 하는 목적과 관련된 제약식이다. 여기서  $A_N^+, A_N^-$ 은 MIP 모형에서 도출한 결과와  $A_N$  사이의 편차를 나타내는 변수이다

$$\sum_{i=1}^n SelA_i - A_N^+ + A_N^- = A_N \tag{25}$$

본 연구에서 수립된 MIP 모형을 2.1에서 예시된 자동차 선정 문제에 적용할 경우 0.560이라는 일치판정 기준비율 도출을 통하여 현대차(  $a_1$  ) 자동차를 핵심대안으로 선정한다.

한편, MIP 모형의 결과로 제시된 대안의 수는 선정하고자 하는 대안수(  $A_N$  )와 일치하는 경우가 대부분이지만 모형이 제시한 대안수와 선정하고자 하는 대안수와의 차이가 발생할 수 있다. 이러한 차이는 어떠한 일치판정 기준비율을 설정하더라도 현재 정해진 유사기준판정 경계치를 변경하지 않고서는 도저히  $A_N$ 개의 대안선정을 할 수 없는 경우로서 ELECTRE IS에서는 불가피한 일이다. 따라서 정확히 원하는 개수의 대안을 도출하기 위해서는 MIP 모형 수행 전에 정해진 유사기준판정 경계치들에 대한 변경을 수행하는 피드백 과정이 요구된다

3.2 매개변수 설정 프로세스

매개변수 설정을 위한 프로세스는 <Figure 3>과 같다. 기본적으로 대안선정 결과에 중대한 영향을 미치는 일치판정 기준비율(  $s$  )은 앞서 설명된 혼합정수계획 모형을 통해 도출하고 대화형 매개변수 설정 프로세스에서는 MIP 모형 수행 결과에 의해 얻어진 정보를 통해 모형 수행 전에 설정한 유사기준판정 경계치를 재설정하도록 한다

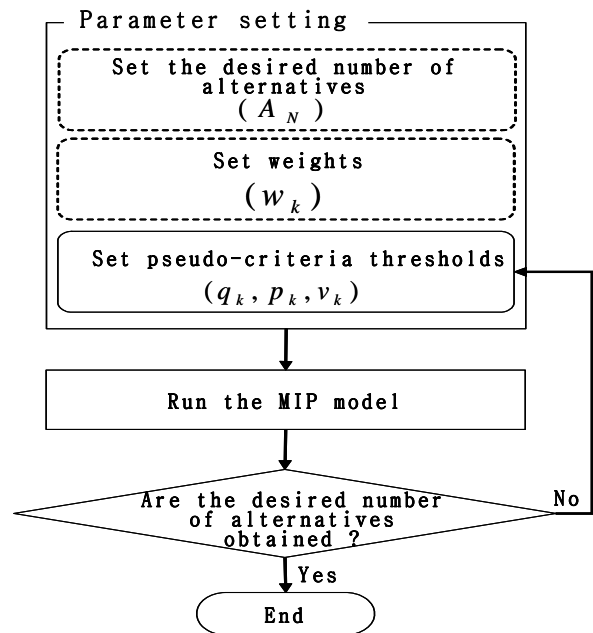


Figure 3. Interactive process for setting parameters for the proposed MIP model.

이 프로세스는 기준별 가중치(  $w_k$  )와 주어진 대안들 중에서 최종적으로 선정하고 싶은 핵심대안 수(  $A_N$  )의 입력으로 시작된다. 다음으로 의사결정자는 주관적인 판단에 의해 유사기준판정 경계치들(  $q_k, p_k, v_k$  )을 설정한다. 그러면  $A_N$ 개의 대안선정을 목적으로 수립된 MIP 모형이 수행된다. MIP 모형에서는 최종적으로 핵심대안 집합으로 선정된 대안과 함께 일치판정 기준비율을 제시해 준다.

## 4. MIP 모형의 검증 및 민감도분석

### 4.1 MIP 모형의 검증

수립한 MIP 모형의 성능평가를 위한 민감도분석을 수행하기에 앞서 MIP 모형이 ELECTRE IS 기법을 그대로 반영하고 있는지 검증하였다. 일치판정 기준비율( $s$ )이 정해진 상수( $s_{known}$ )가 된다면, 수립된 MIP 모형의 결과는 <Figure 2>에 표현된 ELECTRE IS 수행절차를 그대로 적용한 결과와 동일한 결과를 도출해야 한다.

$A_N$ 개 대안 선정을 최대한으로 준수하고자 하는 것을 목적으로 수립된 MIP 모형의 목적함수와 제약식은 식 (8)~(25)로 구성된다. 여기서 식 (25)를 정해진 일치판정 기준비율( $s_{known}$ )을 준수하려는 제약식인 식 (27)로, 목적함수를 식 (26)으로 바꾸면 ELECTRE IS 기법을 그대로 반영한 모형이 수립된다

■ 모형 검증에 사용된 목적함수 및 제약식

$$\min \quad s^+ + s^- \quad (26)$$

$$s - s^+ + s^- = s_{known} \quad (27)$$

여기서  $s^+$ ,  $s^-$ 는 정해진 일치판정 기준비율( $s_{known}$ )을 준수하지 못한 편차변수이다. 모형검증을 위한 목적함수는 이 편차변수를 최소화함으로써 모형에서 도출하고자 하는 변수인 일치판정 기준비율( $s$ )은 정확하게 정해진 상수( $s_{known}$ ) 값을 갖게 된다. 모형을 통해 선정된 핵심대안 역시 <Figure 2>의 절차를 수행한 결과와 동일해야 한다.

한편 본 연구에서는 최적화 패키지인 ILOG CPLEX 9.0을 이용하여 수립한 MIP 모형의 해를 도출하였다. 그런데 ILOG CPLEX 9.0에서는 정수변수의 기본설정 공차(tolerance)를  $10^{-5}$ 으로 하여 (혼합)정수계획 모형의 해를 도출한다(ILOG, 2003). 이에 본 연구에서는 ILOG CPLEX 9.0의 공차를  $10^{-5}$ ,  $10^{-7}$ ,  $10^{-9}$ , 0으로 변경하면서 나타난 대안선정 결과를 분석하였다. 이러한 원리를 바탕으로 대안수와 기준수를 각각 5개~20개까지 변화시키면서 각각의 경우에 100번씩, 총 25,600번의 반복실험을 하였다. <Figure 4>는 검증을 위해 수립된 MIP 모형의 결과와 ELECTRE IS 과정을 그대로 따른 결과가 일치하지 않은 횟수를 보여준다.

<Figure 4>를 보면 기본설정인 공차가  $10^{-5}$ 인 경우에 25,600번중 60번(0.23%) 일치하지 않았다. 그러나 공차를 줄임에 따라 그 횟수가 줄어들어 공차를 0으로 하였을 경우 본 연구에서 수립한 MIP 모형의 결과와 ELECTRE IS 결과가 정확하게 일치하였다. 따라서 식 (3)~(6)을 모사하여 수립된 혼합정수계획 모형이 ELECTRE IS의 대안 선정과정을 그대로 반영한다는 것을 검증할 수 있다.

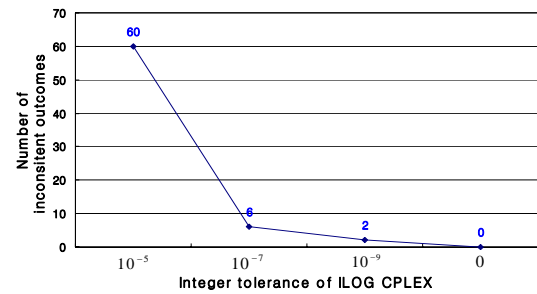


Figure 4. The number of inconsistent outcomes for each tolerance levels of integer for ILOG CPLEX.

### 4.2 MIP 모형의 성능평가를 위한 민감도분석

#### 4.2.1 실험계획

본 연구에서 수립된 MIP 모형은 ELECTRE IS 시 요구되는 반복실험을 줄여 간편하게 원하는 수의 핵심대안을 도출하고자 한다. 그러나 2.2절에서 언급한 바와 같이 ELECTRE IS의 본질적인 특성으로 인해 일치판정 기준비율값을 어떻게 조정하더라도 원하는 핵심대안수( $A_N$ )와 MIP 모형을 통해 도출되는 대안수와 차이가 발생할 수가 있다. 따라서 반복실험을 통해 선정하고자 하는 대안수와 실제로 MIP 모형을 통하여 선정된 대안수와 차이 발생 여부, 나아가 차이 발생 횟수에 대해 분석할 필요가 있다. 이를 위해 차이발생에 영향을 줄 것으로 예상되는 주어진 대안수, 기준수, 그리고 선정하고자 하는 비율의 매개변수에 대한 민감도분석을 수행하였다.

<Figure 5>는 민감도분석 수행절차를 도시한 그림으로 다양한 매개변수 조합에 대해 각각 100회의 반복실험을 수행하고, 선정하고자 하는 대안수( $A_N$ )와 실제로 MIP 모형이 도출한 대안수와 차이가 발생한 횟수를 파악하는 과정이다 먼저 대안선정 비율( $r$ )은 10% 단위로 변화시키면서 주어진 대안수의 10%~60%까지 6가지 경우를 고려하였으며, 다음으로 대안과 기준의 수를 각각 5개~20개까지 변화시켰다. 주어진 대안수( $n$ )와 대안선정 비율( $r$ )에 따라 선정될 핵심대안의 수( $A_N$ )는 식 (28)과 같이 반올림을 한 정수로 설정하였다. 주어진 대안이 5개이고 선정비율이 10%와 20%일 경우에  $A_N$ 은 1이 되며, 30%일 경우에는  $A_N$ 이 2가 된다.

$$A_N = \lceil n \times r + 0.5 \rceil \quad (28)$$

한편,  $A_N$ 이 실수라면 대안수( $n$ , 16가지), 대안선정 비율( $r$ , 6가지)에 따라서 96가지(=16\*6)의 실험조건이 고려될 수 있겠지만 이 값이 식 (28)에 의해 결정되는 정수값인 관계로 실제 고려해야 하는 조합의 수는 96보다 작게 된다. 즉, 다른 대안선정 비율값을 입력하더라도 경우에 따라서  $A_N$  값이 동일하게 결정될 수가 있고 실제 이런 경우가 총 9회 발생했다. 따라서 고려해야 하는 경우의 수는 전체 가능한 조합수 96

에서 9회를 뺀 87가지가 된다. 이에 따라 기준수(m, 16가지) 변화까지 고려한 총 1,392가지 경우에 대하여 MIP 모형의 결과 분석을 수행하였다. 그리고 각 경우별로 대안들 점수, 기준별 가중치, 그리고 유사기준판정 경계치들을 컴퓨터 난수발생에 의해 무작위로 추출하는 과정을 100번씩 반복 수행하였다.

대안들 점수는 무작위로 생성된 1~100 사이의 실수값을 사용하였으며, 기준별 가중치는 그 합이 1이 되는 0~1 사이의 실수값을 생성하였다. Indifference 판정 경계치( $q_k$ )는 0~20 사이, preference 판정 경계치( $p_k$ )는  $q_k$  보다는 크고 40보다는 작은 실수값을 사용하였다. 그리고 veto 판정 경계치( $v_k$ )는  $p_k$ 와의 비율인  $v_k/p_k$ 에 관련하여 설정해야 한다고 제안한 Roy (1986) 등의 연구에서 근거하여  $v_k/p_k$ 가 3 이상이 되도록 하였으며, 대신  $v_k$ 가 대안들 점수의 상한인 100을 넘지 않도록 하였다.

일반적으로 veto 판정 경계치에 높은 수치를 설정하면 대부분의 경우에 불일치지수가 0이 되어, 대안선정 결과가 일치지수에 의해서만 영향을 받게 되어 선정하고자하는 대안수와 실제로 선정된 대안수의 차이가 발생할 가능성이 줄어든다

총 139,200번 수행되는 MIP 모형은 Visual C++ 6.0과 ILOG Concert Technology 2.0을 활용하여 구성하였으며, ILOG CPLEX 9.0을 이용하여 구성된 MIP 모형의 최적해를 도출하였다. 모형의 변수는 대안수(n)와 기준수(m)의 변화에 따라서  $(m+4)n(n-1)+2n+m+3$ 개로 기하급수적으로 증가한다. Windows XP 기반의 CPU 3.0MHz, RAM 1GB의 컴퓨터에서 대안수와 기준수가 20개인 문제의 최적해를 도출하는 데

평균적으로 10.13초가 소요되었다.

4.2.2 결과분석

<Table 6>은 1,392회의 경우에 대하여 대안 선정비율을 10, 30, 50% 로 설정하고 100번씩의 반복실험을 수행했을 때 MIP 모형을 통해 실제 선정된 대안 수와 목표로 하는 핵심 대안 수 ( $A_N$ )와 차이가 발생한 횟수를 보여준다 이는 앞에서 언급한 바와 같이 ELECTRE IS 기법에 내재된 문제로서 <Figure 3>의 대화형 절차에 의한 유사기준판정 경계치 조정을 통해 해결할 수 있다.

실험결과를 보면 대개 모형을 통해 선정된 대안의 수와  $A_N$  개라는 목표수와의 차이는 1개 이하였으며, 139,200번 중 차이가 2 이상인 경우는 702번(0.50%), 3 이상인 경우는 282번(0.20%) 발생하였다. 하지만 차이가 발생할 경우에 모든 기준의 veto 판정 경계치를 상한(100)으로 설정함으로써 거부효과를 고려하지 않으면 모든 경우에 불일치지수가 0이 되어, 결국 일치지수와 일치판정 기준비율에 의해서만 순위선호 관계를 정하므로 정확하게 원하는 수의 핵심대안을 선정할 수 있다 (식 (6)).

<Table 7>은 대안수의 차이가 1인 경우, 즉  $A_{N\pm 1}$ 도 유효한 결과로 가정하였을 때 각 경우별로 원하는 수의 핵심대안을 선정하지 못한 횟수를 나타낸다. 만일 의사결정자가  $A_{N\pm 1}$ 개 대안선정까지를 허용한다면 대부분의 경우에 초기에 정한 다른 매개변수들에 대한 추가적인 변경이 없이도 단 한 번에 대안 선정 과정을 수행할 수 있었다.

<Figures 6-8>은 매개변수 변화에 따른 민감도 분석결과를 그림으로 나타낸 것으로, 선정하고자 하는 핵심 대안수( $A_N$ ), 주어진 대안수(n), 그리고 평가기준수(m)를 변화시켰을 때 원하는 수의 핵심대안을 선정하지 못한 횟수를 나타낸다. 그림에서 윗부분에 있는 실선은 선정된 대안수가 원하는 대안수와 정확히 일치하지 못한 횟수이며 아래 점선은 1개의 차이를 허용할 때, 즉 2 이상의 차이가 발생한 횟수만을 표시한 것이다

<Figure 6>을 보면 소수의 대안만을 선정하고자 할 경우에 차이가 발생하는 횟수가 다소 높으며  $A_N$ 이 증가할수록 감소하는 추세를 갖는다. 마찬가지로 <Figure 7>을 보면 대안수가 증가함에 따라 그 횟수가 감소함을 알 수 있다. 이러한 현상은  $A_N$  또는 n이 증가함에 따라 주어진 n개의 대안 중에서  $A_N$ 개의 대안을 선정하는 데 있어서 발생하는 조합(combination)의 수가 증가하여 일치판정 기준비율의 가능해 영역이 증대되기 때문이다. 정확하게  $A_N$ 개 대안을 선정하지 못한 횟수가 원하는 대안수( $A_N$ )와 주어진 대안수(n)의 증가에 반비례하는 데 반하여, <Figure 8>과 같이 평가기준수(m)가 증가함에 따라 원하는 수의 핵심대안을 선정하지 못한 횟수는 증가한다. 이는 기준수가 증가함에 따라 거부효과가 발생할 가능성이 커지게 되어,  $A_N$ 개의 대안선정을 위한 순위선호 관계를 결정하는 일치판정 기준비율의 가능해 영역이 줄어들기 때문이다

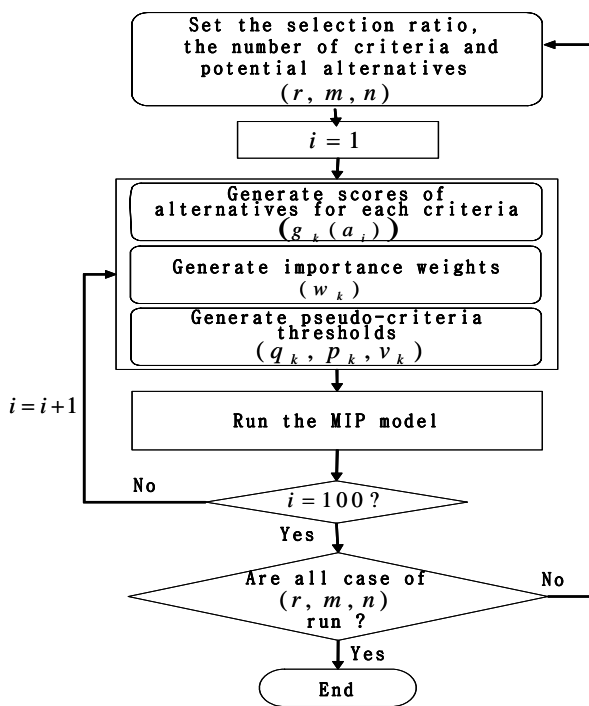


Figure 5. Procedure for verification of the MIP model.



**Table 6.** Number of failures in selecting the desired number of alternatives ( $A_N$ ) for different level of selection ratios  
(The number of experiments for each case is 100)

selection ratio(r)	n ( $A_N$ )	number of criteria																average	
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
10%	5 (1)	3	3	0	2	6	3	6	17	19	20	26	20	11	38	21	33	14.3	
	6 (1)	12	0	0	4	5	5	6	11	13	6	6	23	10	21	20	22	10.3	
	7 (1)	2	3	3	1	4	4	2	4	10	2	4	13	17	17	17	24	7.9	
	8 (1)	1	0	1	2	1	2	4	6	8	9	9	8	11	14	17	25	7.4	
	9 (1)	4	2	1	4	2	2	1	5	10	5	8	10	9	9	13	25	6.9	
	10 (1)	3	1	1	2	3	4	5	3	5	13	4	8	10	9	15	14	6.3	
	11 (1)	1	3	2	0	2	2	0	4	6	2	3	7	7	6	13	16	4.6	
	12 (1)	3	3	3	0	3	1	1	3	2	4	10	6	8	12	6	11	4.8	
	13 (1)	1	3	1	0	1	2	1	5	3	6	1	5	8	15	10	11	4.6	
	14 (1)	3	1	0	0	1	0	0	5	4	1	2	9	1	3	10	14	3.4	
	15 (2)	4	2	2	4	4	1	4	2	1	1	1	0	0	0	1	5	2.0	
	16 (2)	3	0	3	5	2	0	4	0	0	0	1	1	2	1	3	6	1.9	
	17 (2)	1	4	4	3	3	2	2	1	1	0	0	2	1	2	2	2	1.9	
	18 (2)	2	1	4	6	4	4	0	0	2	0	0	0	3	1	3	3	2.1	
	19 (2)	0	3	3	2	4	4	2	1	0	0	1	0	2	1	2	1	1.6	
	20 (2)	0	3	4	4	3	5	2	2	1	2	0	0	0	1	1	1	1.8	
	average	2.7	2.0	2.0	2.4	3.0	2.6	2.5	4.3	5.3	4.4	4.8	7.0	6.3	9.4	9.6	13.3	5.1	
	30%	5 (2)	5	2	3	6	5	5	4	10	3	2	0	2	1	0	0	1	3.1
		6 (2)	5	0	2	6	6	6	5	6	6	7	4	3	3	0	1	2	3.9
		7 (2)	3	1	0	4	9	5	5	9	2	4	2	0	0	2	3	3	3.3
8 (2)		0	2	0	4	7	10	7	6	2	2	1	2	0	0	0	2	2.8	
9 (3)		2	2	0	0	1	1	5	1	0	2	2	4	4	3	3	3	2.1	
10 (3)		0	0	3	0	0	0	1	2	1	2	8	2	7	4	5	11	2.9	
11 (3)		1	4	4	0	1	2	1	0	1	1	2	4	1	4	4	7	2.3	
12 (4)		0	0	0	2	1	2	2	1	0	0	0	1	4	5	9	9	2.3	
13 (4)		0	2	6	3	2	2	3	2	2	2	0	1	3	2	1	1	2.0	
14 (4)		2	1	3	3	5	4	4	1	0	3	2	2	2	2	0	1	2.2	
15 (5)		0	2	2	2	1	3	5	1	4	1	2	0	2	0	1	1	1.7	
16 (5)		2	1	4	4	5	2	1	1	0	0	0	1	0	1	0	2	1.5	
17 (5)		0	0	3	0	2	1	2	0	1	1	1	0	2	2	1	4	1.3	
18 (5)		0	1	4	3	3	1	2	2	0	1	0	0	1	0	2	0	1.3	
19 (6)		0	1	1	1	3	3	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0.9	
20 (6)		1	2	1	3	6	2	0	4	0	1	0	0	0	0	0	0	1.3	
average		1.3	1.3	2.3	2.6	3.6	3.1	3.0	2.9	1.4	1.9	1.5	1.4	1.9	1.6	1.9	3.0	2.2	
50%		5 (3)	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0.2
		6 (3)	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	2	0.6
		7 (4)	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0.3
	8 (4)	0	0	0	1	2	0	1	1	1	1	0	2	1	0	0	1	0.7	
	9 (5)	0	0	0	1	2	1	0	1	0	1	0	1	2	0	0	0	0.6	
	10 (5)	0	0	2	0	0	3	2	0	0	2	1	3	0	0	0	0	0.8	
	11 (6)	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0	0.5	
	12 (6)	0	0	1	0	4	3	0	0	1	4	2	2	1	0	0	0	1.1	
	13 (7)	4	1	0	0	1	3	1	2	1	1	1	4	6	2	1	0	1.8	
	14 (7)	0	0	1	2	0	1	3	6	1	2	1	0	0	1	0	2	1.3	
	15 (8)	2	1	3	1	0	1	3	3	3	3	1	3	1	0	1	0	1.6	
	16 (8)	2	0	0	1	0	3	4	4	2	2	1	0	3	0	2	1	1.6	
	17 (9)	0	0	1	2	0	1	2	5	3	6	4	9	4	0	4	3	2.8	
	18 (9)	0	1	2	0	1	1	0	1	0	0	4	4	0	4	1	4	1.4	
	19 (10)	0	0	3	3	2	1	2	0	0	0	2	3	0	3	5	1	1.6	
	20 (10)	3	1	3	0	3	2	3	3	3	6	2	2	0	2	1	1	2.2	
	average	0.7	0.3	1.1	0.8	1.1	1.4	1.4	1.6	1.1	1.9	1.3	2.3	1.3	0.8	1.0	0.9	1.2	

† n is the number of potential alternatives, and  $A_N$  is the desired number of alternatives to be chosen in kernel set.

**Table 7.** Number of failures in selecting a number of alternatives ( $A_N$  or  $A_{N\pm 1}$ ) for the selection ratio of 10%  
(The number of experiments for each case is 100)

selection ratio(r)	n ( $A_N$ )	number of criteria																average	
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
10%	5 (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	4	11	3	1	11	10	8	3.4
	6 (1)	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	8	1	9	3	5	1.9
	7 (1)	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	0	1	2	3	4	2	9	1.6
	8 (1)	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	1	1	1	3	1	5	8	1.5
	9 (1)	1	1	0	0	0	0	0	1	1	4	1	3	0	4	3	5	7	1.9
	10 (1)	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	2	0.9
	11 (1)	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	2	1	3	4	0.9
	12 (1)	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	1	1	4	0.8
	13 (1)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	2	3	0.6
	14 (1)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	4	0.5
	15 (2)	1	0	1	0	0	0	0	2	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0.4
	16 (2)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	2	2	0.4
	17 (2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0.2
	18 (2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	1	0.3
	19 (2)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0.3
	20 (2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0.1
	average	0.4	0.1	0.2	0.0	0.1	0.1	0.4	0.6	0.9	0.5	1.1	1.2	1.6	2.3	2.3	3.8	1.0	
	30%	5 (2)	4	0	2	2	1	3	2	2	1	1	0	2	1	0	0	1	1.4
		6 (2)	5	0	2	2	3	2	2	1	2	2	4	2	2	0	1	1	1.9
		7 (2)	3	0	0	0	2	0	2	2	0	2	1	0	0	0	3	2	1.1
8 (2)		0	2	0	1	2	3	2	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0.8	
9 (3)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	2	0	0.3	
10 (3)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	2	0.4	
11 (3)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0.2	
12 (4)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	3	0.4	
13 (4)		0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	3	1	0	0	0.4	
14 (4)		1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0.5	
15 (5)		0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	1	1	0.4	
16 (5)		0	0	2	2	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0.6	
17 (5)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0.3	
18 (5)		0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	
19 (6)		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0.1	
20 (6)		1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	
average		0.9	0.2	0.5	0.5	0.6	0.6	0.5	0.5	0.3	0.5	0.6	0.6	0.8	0.4	0.6	0.8	0.6	
50%		5 (3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0
		6 (3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0.1
		7 (4)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0
	8 (4)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0	
	9 (5)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0	
	10 (5)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0	
	11 (6)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0	
	12 (6)	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	
	13 (7)	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	
	14 (7)	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.1	
	15 (8)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0.3	
	16 (8)	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0.3	
	17 (9)	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	1	1	3	0	4	2	0.9	
	18 (9)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1	0	1	0	0	0.3	
	19 (10)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	3	0	0.4	
	20 (10)	1	1	1	0	2	0	1	1	2	2	0	1	0	1	0	0	0.8	
	average	0.4	0.1	0.1	0.1	0.2	0.0	0.3	0.3	0.2	0.3	0.4	0.2	0.3	0.2	0.6	0.2	0.2	

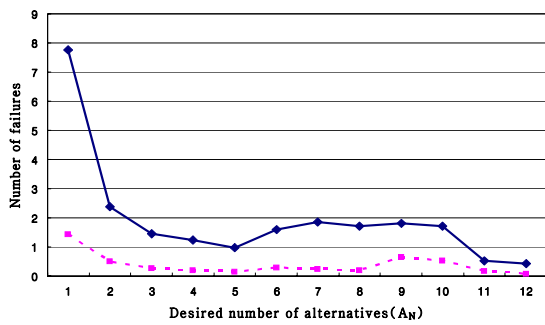


Figure 6. Number of failures in selecting the desired number of alternatives ( $A_N$ ) for different sets of  $A_N$ .

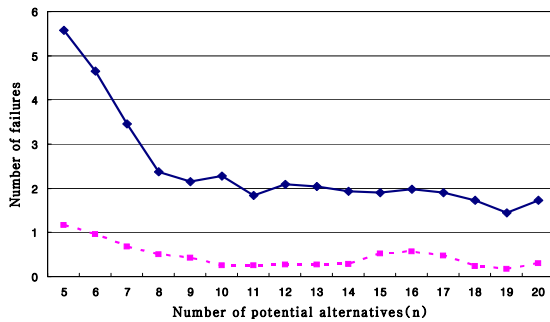


Figure 7. Number of failures in selecting desired number of alternatives ( $A_N$ ) for different number of potential alternatives ( $n$ ).

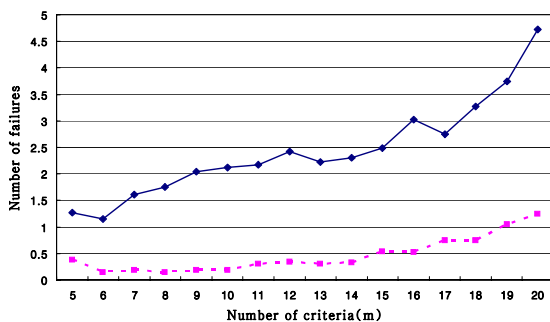


Figure 8. Number of failures in selecting desired number of alternatives ( $A_N$ ) for different number of criteria ( $m$ ).

한편 <Table 6>과 <Table 7>에서 대안선정 목표치를 준수하지 못한 상황은 일치지수가 낮은 편이거나 불일치지수가 1이 되는 경우가 많아져서 순위번호 관계( $a_i Sa_i$ )가 성립되지 않는 경우가 많을 때 흔히 발생한다. 앞서 언급한 바와 같이 이러한 경우에 의사결정자는 어떠한 일치판정 기준비율을 설정하더라도 대안선정 목표를 준수하지 못하게 된다. 따라서 의사결정자는 초기에 정한 preference 경계치를 좀더 높이거나 indifference와 preference 경계치의 차이를 줄임으로써 일치지수가 높아지도록 조정해야 한다(식 (1)). 또는 veto 경계치를 상향 조정하여 불일치지수가 1이 되는 가능성을 줄임

으로써  $a_i Sa_i$ 가 1이 되는 경우의 수가 늘어나도록 한다(식 (3)). 이와 같은 유사기준판정 경계치의 조정을 통해 대안의 내·외부 안정성 조건이 만족될 가능성을 줄임으로써 핵심대안 집합으로 선정되는 대안의 수를 줄일 수 있다(식 (6)).

## 5. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 ELECTRE IS 적용 시 요구되는 반복시행을 줄여 간편하게 원하는 수의 핵심대안을 도출할 수 있는 혼합정수계획 기반의 수학모형을 제시하였다. 이 모형은 ELECTRE IS가 원하는 수의 핵심대안을 도출하기 위해 일치판정 기준비율을 수정하며 적용해 보는 것과 달리, 목표계획기법을 활용해서 도출되는 대안의 개수를 만족할 수 있도록 하고 일치판정 비율은 모형의 결과로 자동 산출될 수 있도록 했다.

제시된 모형을 활용함으로써 대부분의 경우에 원하는 수의 핵심대안을 선정할 수 있었다. 한편 극소수의 경우에 원하는 대안수와 실제로 선정된 대안수와의 차이가 발생하였는데, 이러한 차이는 ELECTRE IS의 본질적인 특성으로 인하여 어떠한 일치판정 기준비율을 설정하더라도 도저히 원하는 수의 핵심대안을 선정하지 못한 경우이다. 이 경우에는 초기에 정한 유사기준판정 경계치를 조정하는 대화형 프로세스를 통하여 원하는 수의 핵심대안을 선정할 수 있다.

본 연구에서는 ELECTRE IS에서와 마찬가지로 매개변수 중 하나인 중요도 가중치가 사전에 추론되어 고정되었다는 것을 전제로 하였다. 그러나 중요도 가중치 역시 대안선정 결과에 영향을 미친다. 따라서 정확한 가중치 추론에 관한 연구를 진행해 볼 수 있을 것이다. 또한 유사기준판정 경계치가 대안선정 결과 및 차이 발생에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 유사기준판정 경계치 변경에 따른 민감도분석(sensitivity analysis) 역시 추후 연구될 수 있다.

본 연구에서 제시한 모형을 공공분야에서 프로젝트 선정, 수자원 확보기술 대안선정 등의 문제에 그리고 기업에서 신입사원 또는 진급자를 선발하는 등의 인사평가 문제에 적용하였을 경우에 효율적으로 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

## 감사의 글

모형 개발 및 수행에 사용된 ILOG 소프트웨어를 고려대학교에 기증해 주신 KSTEC에 감사드립니다.

## 참고문헌

- Brans, J. P. and Vincke, Ph. (1985), A Preference Ranking Organisation Method : (The PROMETHEE Method for Multiple Criteria Decision-Making), *Management Science*, 31(6), 647-656.

- Hokkanen, J. and Salminen, P. (1997), ELECTRE III and IV Decision Aids in an Environmental Problem, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, **6**, 215-226.
- ILOG (2003), *ILOG CPLEX C++ API 9.0 Reference Manual*.
- Keeney, R. L. and Raiffa, H. (1976), *Decisions with Multiple Objective : Preferences and Value Tradeoff*, John Wiley & Sons, New York.
- Lourenco, R. P. and Costa, J. P. (2004), Using ELECTRE TRI Outranking Method to Sort MOMILP Nondominated Solutions, *European Journal of Operational Research*, **153**(2), 271-289.
- Maystre, L. Y. (1999), *ELECTRE and Decision Support : Methods and Applications in Engineering and Infrastructure Investment*, Kluwer Academic, Boston.
- Mousseau, V. and Slowinski, R. (1998), Inferring an ELECTRE TRI Model from Assignment Examples, *Journal of Global Optimization*, **12**(2), 157-174.
- Roy, B. (1990), Decision-aid and Decision-making, *European Journal of Operational Research*, **45**(2/3), 324-331.
- Roy, B. (1991). The Outranking Approach and the Foundations of ELECTRE Methods, *Theory and Decision*, **31**, 49-73.
- Roy, B. and Hugonnard, J. C. (1982), Ranking of Suburban Line Extension Projects on the Paris Metro System by a Multicriteria Method, *Transportation Research*, **16**(4), 301-312.
- Roy, B., Present, M., and Silhol, D. (1986), A Programming Method for Determining which Paris Metro Stations Should be Renovated, *European Journal of Operational Research*, **24**(2), 318-334.
- Roy, B. and Vincke, Ph. (1984), Relational Systems of Preferences with One or More Pseudo-Criteria: Some New Concepts and Results, *Management Science*, **30**(11), 1245-1254.
- Saaty, T. L. (1980), *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York.
- Saaty, T. L. (1996), *Decision Making with Dependence and Feedback: the Analytic Network Process*, RWS publisher, Pittsburgh.