

## 비등방성 얇은 쉘 및 두꺼운 쉘의 해석연구

박원태<sup>1\*</sup>

### A Study on the Analysis of Anisotropic Thin and Thick Shells

Weon-Tae Park<sup>1\*</sup>

**요 약** 본 연구에서는 비등방성 두꺼운 쉘 및 얇은 쉘의 휨문제에 대한 해석결과를 제시하였다. 복잡한 편미분방정식을 포함하는 쉘의 역학적 문제에 대한 수치해석을 위해 유한요소법을 사용하였으며, 비등방성 쉘의 휨문제에 대한 지배방정식은 키르호프 가정에 의한 얇은 쉘이론과 민들린 가정에 의한 두꺼운 쉘이론을 이용하여 유도하였으며, 쉘의 폭 - 두께비에 따른 해석결과를 비교 검토하였으며, 본연구의 수치해석방법은 비등방성 쉘의 휨거동 분석 및 설계에 사용될 수 있을 것으로 본다.

**Abstract** In this study, it is presented analysis results of bending problems in the anisotropic thick shell and the anisotropic thin shell bending problems. In the numerical analysis of various mechanical problems involving complex partial differential equations, finite element method is used. Both Kirchoff's assumptions and Mindlin assumptions are used as the basic governing equations of bending problems in the anisotropic shells. The analysis results are compared between the anisotropic thick shells and the anisotropic thin shells for the various width-thickness ratios. The numerical method of this study will be contributed not only to analysis the bending behavior of anisotropic shells but also to design the anisotropic shells,

**Key Words** : anisotropic thick shells, anisotropic thin shells, finite element method Kirchoff's assumptions, Mindlin's assumptions

## 1. 서 론

건설 구조물 중에는 곡선형상을 지닌 다양한 구조물들이 있다. 곡선구조물중 대표적인 구조물이 셸구조물이며, 셸구조물은 그 자체의 구조역학적 효율성과 미적 특성 때문에 여러 분야의 공학적 구조에 많이 사용되고 있다.

이러한 셸구조 재료로서는 단일재료보다 최근에는 경제적이고 더 강한 복합재료의 등장으로 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

그러나 복합재료로 이루어진 비등방성 셸구조는 역학적 거동이 예측하기 어려울 정도로 복잡하고 건설구조물에 적용하기 위해 보다 많은 연구와 실험이 필요하다.

본 연구에서는 복합재료로 구성된 비등방성 셸 구조물의 모델해석을 위해 전단변형효과를 무시한 키르호프이론 전단변형효과를 고려한 민들린이론을 사용하였으며,

수치적인 결과를 분석하여 복합재료의 특성인 전단변형 효과 및 이에 대한 공학적 측면을 고찰하여, 건물 및 토목 구조물등에 새롭게 등장하는 건설재료에 대한 보다 정확한 해석기법을 제시하자 한다.

## 2. 기본이론

### 2.1 쉘의 변위벡터와 변형률벡터

[그림 1]에서 키르호프이론에 의한 쉘의 변위 벡터 ( $\delta_{SK}$ ), 변형률 벡터 ( $\epsilon_{SK}$ )와 각각 식(1)과 식(2)와 같이 나타낼 수 있다[1~6].

$$\delta_{SK} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

<sup>1</sup>공주대학교 천안공과대학 건설환경공학부

\*교신저자: 박원태(pwtiae@kongju.ac.kr)

cross-sectional deformation of a shell

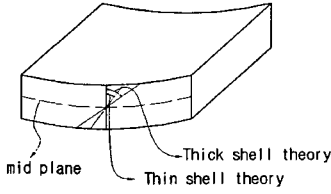


그림 1. 셸의 단면 변위

$$\epsilon_{SK} = \{ \chi_{SK} \} \quad (2)$$

여기서  $\chi_{SK}$  식(3)과 같다.

$$\chi_{SK} = \begin{Bmatrix} \chi_\xi \\ \chi_\eta \\ \chi_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \theta_\xi}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_\eta}{\partial y} \\ \eta \left( \frac{\partial \theta_\xi}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta_\eta}{\partial \xi} \right) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

[그림 1]에서 민들린이론에 의한 셸의 변위벡터 ( $\delta_{SM}$ )와 변형률벡터 ( $\epsilon_{SM}$ )는 각각 식(4)와 식(5) 같이 나타낼 수 있다[1~5].

$$\delta_{SM} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_\xi \\ \theta_\eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} + \phi_\xi \\ \frac{\partial w}{\partial \eta} + \phi_\eta \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\epsilon_{SM} = \begin{Bmatrix} \chi_M \\ \phi_M \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서  $\chi_{SM}$ ,  $\phi_{SM}$  은 식(6)과 식(7)과 같다.

$$\chi_{SM} = \begin{Bmatrix} \chi_\xi \\ \chi_\eta \\ \chi_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \bar{\theta}_\xi}{\partial x} \\ -\frac{\partial \bar{\theta}_\eta}{\partial y} \\ \eta \left( \frac{\partial \bar{\theta}_\xi}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{\theta}_\eta}{\partial \xi} \right) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\phi_{SM} = \begin{Bmatrix} -\phi_\xi \\ -\phi_\eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \bar{\theta}_\xi \\ \frac{\partial w}{\partial \eta} + \bar{\theta}_\eta \end{Bmatrix} \quad (7)$$

키르호프이론과 민들린이론에 의한 비등방성 셸요소 의 모멘트, 전단력과 변형률과의 관계는 식(8)과 식(9) 및

식(10)과 같다[5,6,7,8].

$$\begin{Bmatrix} M_\xi \\ M_\eta \\ M_{\xi\eta} \end{Bmatrix}_{SK} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_\xi \\ \chi_\eta \\ \chi_{\xi\eta} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} M_\xi \\ M_\eta \\ M_{\xi\eta} \end{Bmatrix}_{SM} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_\xi \\ \chi_\eta \\ \chi_{\xi\eta} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_\xi \\ Q_\eta \end{Bmatrix}_{SM} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_\xi \\ \phi_\eta \end{Bmatrix} \quad (10)$$

여기서,

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$A_{ij} = K \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k - z_{k-1}) \quad (i, j = 4, 5)$$

$D_{ij}$ 는 휨강도 그리고  $A_{ij}$ 는 전단강도,  $K$ 는 전단보정 계수를 의미한다. 또한  $[\bar{Q}_{ij}]_k$ 는 재료축에서의 재료강도를 구조축으로 좌표변환하여 구한 재료강도를 나타낸다.

shell model

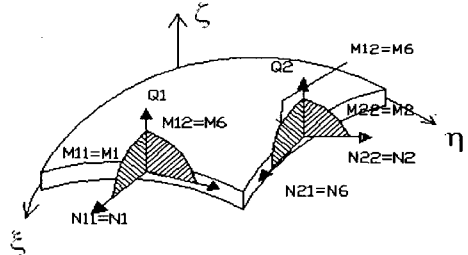


그림 2. 셸의 단면력

키르호프이론과 민들린이론에 의한 셸의 total potential energy는 식(11)과 식(12)로 나타낼 수 있다[5,6,7,8].

$$\Pi_{SK} = \frac{1}{2} \int_A M_\xi \chi_\xi + M_\eta \chi_\eta + M_{\xi\eta} \chi_{\xi\eta} - \int_A q w dA \quad (11)$$

$$\Pi_{SM} = \frac{1}{2} \int_A M_\xi \bar{\chi}_\xi + M_\eta \bar{\chi}_\eta + M_{\xi\eta} \bar{\chi}_{\xi\eta} + Q_\xi \phi_\xi + Q_\eta \phi_\eta dA - \int_A q w dA \quad (12)$$

### 2.2 요소내 변위와 형상함수

본 연구에서는 자연좌표계(r,s)를 사용하여 직각좌표계(x,y)와 요소변위를 같은 보간함수(h<sub>i</sub>)로 나타낼 수 있는 8절점 "Iso-parametric 요소"를 사용하였으며, 셸요소내의 임의의 점(x,y)에서의 키르호프이론 및 민들린이론에 의한 변위는 형상함수를 이용하여 요소절점의 변위로 나타내면 식(13)과 같다.

$$\delta_{SK} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 h_i(r,s) \delta_{SK}^i, \quad \delta_{SM} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 h_i(r,s) \delta_{SM}^i \quad (13)$$

$$\text{단, } h_i(r,s) = \begin{bmatrix} h_1(r,s) & 0 & 0 & \dots & h_4(r,s) & 0 & 0 \\ 0 & h_1(r,s) & 0 & \dots & 0 & h_4(r,s) & 0 \\ 0 & 0 & h_1(r,s) & \dots & 0 & 0 & h_4(r,s) \end{bmatrix} \\ = [ h_1(r,s) \Pi, \dots, h_8(r,s) \Pi ] \quad (14)$$

여기서, h<sub>i</sub>(r,s), Π, δ<sup>i</sup><sub>SK</sub>, δ<sup>i</sup><sub>SM</sub>는 식(15)~식(17)과 같다.

$$\begin{aligned} h_1(r,s) &= -\frac{1}{4}(1+r)(1-s)(1+r+s) \\ h_2(r,s) &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1-s) \\ h_3(r,s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1-s)(r-s-1) \\ h_4(r,s) &= \frac{1}{2}(1+r)(1-s^2) \\ h_5(r,s) &= \frac{1}{4}(1+r)(1+s)(r+s-1) \\ h_6(r,s) &= \frac{1}{2}(1-r^2)(1+s) \\ h_7(r,s) &= \frac{1}{4}(1-r)(1+s)(-r+s-1) \\ h_8(r,s) &= \frac{1}{2}(1-r)(1-s^2) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i=1, \dots, 8 \quad (16)$$

$$\delta_{SK}^i = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix}, \quad \delta_{SM}^i = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix}, \quad i=1, \dots, 8 \quad (17)$$

### 2.3 변형률 매트릭스

키르호프이론에 의한 셸의 변형률과 변위관계는 식(18)과 같다.

$$\epsilon_{SK} = \{ \chi_{SK} \} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} \\ 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \\ = [ B_{SK}^1, \dots, B_{SK}^8 ] \delta_{SK}^i = \sum_{i=1}^8 B_{SK}^i \delta_{SK}^i \quad (18)$$

$$\text{여기서, } B_{SK}^i = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} \\ 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

민들린이론에 의한 셸의 변형률과 변위관계는 식(20)과 같다.

$$\epsilon_{SM} = \begin{Bmatrix} \chi_{SM} \\ \phi_{SM} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} \\ 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial h_i}{\partial \xi} & -h_i & 0 \\ \frac{\partial h_i}{\partial \eta} & 0 & -h_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \\ = [ B_{SM}^1, \dots, B_{SM}^8 ] \delta_{SM}^i = \sum_{i=1}^8 B_{SM}^i \delta_{SM}^i \quad (20)$$

$$\text{여기서, } B_{SM}^i = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} \\ 0 & -\frac{\partial h_i}{\partial \eta} & -\frac{\partial h_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial h_i}{\partial \xi} & -h_i & 0 \\ \frac{\partial h_i}{\partial \eta} & 0 & -h_i \end{bmatrix} \quad (21)$$

식(19)과 식(21)에서 변형률 매트릭스 B<sup>i</sup><sub>SK</sub>, B<sup>i</sup><sub>SM</sub>에 있는 형상함수 h<sub>i</sub>는 자연좌표계(r,s)로 정의 되어 있기 때문에 직각좌표계로 편미분하기 위해서 좌표변환을 해야 한다. 형상함수의 직교좌표계에 대한 편도함수는 Jacobian 매트릭스를 사용하여 자연좌표계에 대한 편도함수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial h_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = [ J ]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial h_i}{\partial r} \\ \frac{\partial h_i}{\partial s} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

식(22)에서  $[J]^{-1}$ 은 식(23)과 같다.

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} \frac{\partial \eta}{\partial s} & -\frac{\partial \xi}{\partial s} \\ -\frac{\partial \eta}{\partial r} & \frac{\partial \xi}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

따라서 키르호프이론 및 민들린이론에 의한 쉘의 변형을 매트릭스  $B_{SK}^T, B_{SM}^T$ 은 식(24)과 식(25)과 같이 표시할 수 있다.

$$B_{SK}^T = \begin{bmatrix} 0 & -U_{11} \frac{\partial h_i}{\partial r} + J_{12} \frac{\partial h_i}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & -U_{21} \frac{\partial h_i}{\partial r} + J_{22} \frac{\partial h_i}{\partial s} \\ 0 & -U_{11} \frac{\partial h_i}{\partial s} + J_{12} \frac{\partial h_i}{\partial r} & -U_{11} \frac{\partial h_i}{\partial s} + J_{12} \frac{\partial h_i}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$B_{SM}^T = \begin{bmatrix} 0 & -U_{11} \frac{\partial h_i}{\partial r} + J_{12} \frac{\partial h_i}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & -U_{21} \frac{\partial h_i}{\partial r} + J_{22} \frac{\partial h_i}{\partial s} \\ 0 & -U_{21} \frac{\partial h_i}{\partial s} + J_{22} \frac{\partial h_i}{\partial r} & -U_{11} \frac{\partial h_i}{\partial s} + J_{12} \frac{\partial h_i}{\partial r} \\ -U_{11} \frac{\partial h_i}{\partial r} + J_{12} \frac{\partial h_i}{\partial s} & -h_i & -U_{21} \frac{\partial h_i}{\partial s} + J_{22} \frac{\partial h_i}{\partial r} \\ 0 & 0 & -h_i \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 2.4 요소강도 매트릭스

본 연구에서의 쉘요소강도 매트릭스는 전Potential energy( $=\pi$ )의 정류조건으로부터 구할 수 있다. 즉.

$$\frac{\partial \pi}{\partial \delta} = \frac{\partial \pi_e}{\partial \delta_e} = 0 \quad (26)$$

결국 키르호프이론 및 민들린이론에 의한 쉘요소강도 매트릭스는 식(27)과 식(28)과 같다.

$$K_{SK}^e = \int_{A_e} B_{SK}^T D_{SK} B_{SK} dx dy = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_{SK}^T D_{SK} B_{SK} \|J\| dr ds \quad (27)$$

$$K_{SM}^e = \int_{A_e} B_{SM}^T D_{SM} B_{SM} dx dy = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B_{SM}^T D_{SM} B_{SM} \|J\| dr ds \quad (28)$$

식 (27)과 식 (28)에서  $B_{SK}^T D_{SK} B_{SK} \|J\| dr ds$ ,

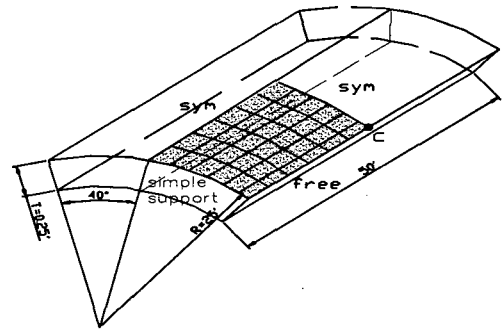
$B_{SM}^T D_{SM} B_{SM} \|J\| dr ds$ 는 대단히 복잡하기 때문에 직접 적분하지 않고 수치적분을 하게 되며 일반적으로 식(29)와 같은 Gauss-Legendre의 구적법을 사용하게 된다.

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_{+1}^{-1} \int_{+1}^{-1} f(r, s) dr ds \\ &= \int_{+1}^{-1} \sum_{i=1}^n w_i f(r_i, s) ds = \int_{+1}^{-1} \phi(s) ds \\ &= \sum_{i=1}^n \phi(s_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j f(r_i, s_j) \end{aligned} \quad (29)$$

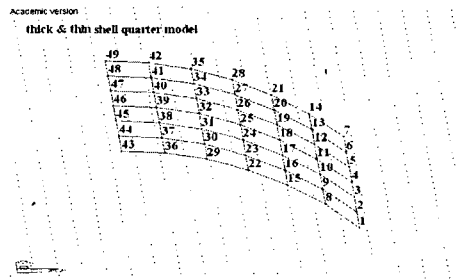
여기서,  $r_i, s_j$ 는  $i, j$ 번째 Gauss point의  $r, s$ 의 좌표이다.

### 3. 수치해석의 적용

본 연구의 해석방법에 의한 수치해석을 위해 MIDAS/CIVIL 6.1 프로그램을 사용하였으며, 해석결과의 타당성의 확인을 위해 표 1 에서와 같은 재료의 물성치를 사용하여, [그림 3(a)]과 같이 마주보는 두변이 단순지지되고, 나머지 두변이 자유단인 Scordelis Lo Roof구조물을 [그림 3 (b)]와 같이 1/4부분만 모델링을 하여 해석하였다. 해석결과의 타당성을 알아보기 위해 재질이 등방성이고, 쉘에 단위체적당의 자중만에( $\gamma=360\text{lb}/\text{ft}^3$ ) 의한 변형을 민들린이론 및 키르호프이론에 의한 해석결과를 해석해와 비교 검토하였다[9].



(a)



(b)

그림 3. Scordelis-Lo Roof의 해석모델

[표 2]에서 같이 전단변형효과를 고려한 민들린이론에 의한 해석결과와 전단변형효과를 무시한 고전적인 키르호프이론에 의한 해석결과를 해석해와 비교했을 때 민들린이론에 의한 해석결과가 쉘의 중앙점인 절점49에서의 수직처짐(Dz)은 약 0.012% 더 높은 정확도를 보였으며, 절점1에서의 축방향변위(Dy)는 약 0.01 % 더 높은 정확도를 각각 보였다.

표 1. 등방성재료 및 비등방성재료의 물성치

	engineering constants
isotropic material	$E = 4.32 \times 10^8 \text{ lbf/ft}^2$ , $R = 25 \text{ ft}$ , $t = 0.25 \text{ ft}$
anisotropic materials	$E_1 = 20.83 \times 10^6 \text{ lbf/ft}^2$ , $E_2 = 10.94 \times 10^6 \text{ lbf/ft}^2$ $G_{13} = 3.71 \times 10^6 \text{ lbf/ft}^2$ , $G_{12} = 6.10 \times 10^6 \text{ lbf/ft}^2$ $G_{23} = 6.9 \times 10^6 \text{ lbf/ft}^2$ , $\nu_{12} = 0.44$ , $\nu_{21} = 0.23$

비등방성인 재질 경우에는 [표 1] 과 같은 재료의 물성치를 사용하여, 쉘의 두께가 각각  $t = 0.25 \text{ ft}$ ,  $t = 1.25 \text{ ft}$ ,  $t = 2.5 \text{ ft}$ 인 경우, 키르호프이론과 민들린이론에 의한 해석결과를 [그림 4]~[그림 6]에서 제시하였다.

쉘의 절점7에서의 절대최대 수직처짐(Dz)이 발생되었으며, 쉘의 두께가  $t = 0.25 \text{ ft}$ 인 경우 키르호프이론과 민들린이론에 의한 절대최대 수직처짐(Dz)에 대한 해석결과의 차이가 약 0.23% 차이를 보였으며, 쉘의 두께가  $t = 1.25 \text{ ft}$ 인 경우에는 약 1.15% 차이를 보였고, 쉘의 두께가  $t = 2.5 \text{ ft}$ 인 경우에는 차이가 약 2.3% 차이를 각각 보였다. 따라서 재질이 등방성일 경우보다 비등방성일때 전단변형효과가 더 크게 나타나며, 또한 쉘의 두께를 달리한 경우 쉘의 두께가 두꺼울수록 전단변형효과가 더 크게 나타남을 알 수 있다.

표 2. Reddy쉘이론, 두꺼운 쉘이론 및 얇은 쉘이론에 의한 등방성쉘의 수직처짐 ( $t = 0.25 \text{ ft}$ )[9].

Node	Vertical displacement(Dz)		
	Theore-tical	MIDAS/CIVIL	
		Mindlin theory	Kirchhoff theory
49	0.045	0.0463246	0.0463121
42	0.027	0.0308863	0.0308761
35	-0.018	-0.0130069	-0.0130096
28	-0.082	-0.0784414	-0.0784321
21	-0.155	-0.1554222	-0.1553991
14	-0.241	-0.2337553	-0.2337222
7	-0.309	-0.3068327	-0.3067984

Node	Axial deformation(Dy)		
	Theore-tical	MIDAS/CIVIL	
		Mindlin theory	Kirchhoff theory
43	0.0004	0.0000181	0.0000177
36	0.0009	0.0005302	0.0005299
29	0.0020	0.0017729	0.0017729
22	0.0030	0.0028697	0.0028700
15	0.0021	0.0023812	0.0023818
8	-0.0016	-0.0016641	-0.0016638
1	-0.0120	-0.0117979	-0.0117991

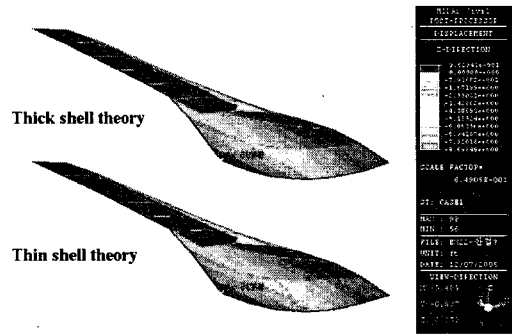


그림 4. 두꺼운 쉘이론과 얇은 쉘이론에 의한 비등방성쉘의 수직처짐( $t = 0.25 \text{ ft}$ )

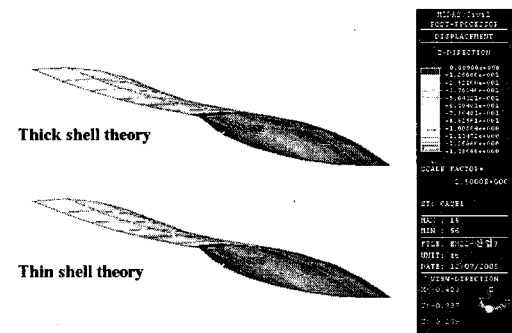


그림 5. 두꺼운 쉘이론과 얇은 쉘이론에 의한 비등방성쉘의 수직처짐( $t = 1.25 \text{ ft}$ )

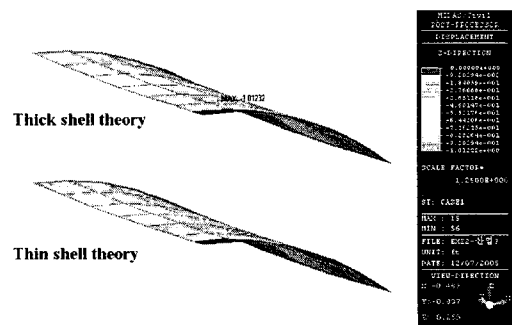


그림 6. 두꺼운 쉘이론과 얇은 쉘이론에 의한 비등방성쉘의 수직처짐( $t = 2.5 \text{ ft}$ )

## 5. 결론

본 연구는 직교이방성 재료로 구성된 Scordelis-Lo Roof에 자중을 재하하였을 때 키르호프 가정에 의한 얇은 쉘 이론과 민들린 가정에 의한 두꺼운 쉘 이론을 이용하여 쉘의 거동을 분석하였다. 재질에서는 등방성보다는 비등방성으로 구성된 쉘에서 전단변형효과의 영향이 크게 나타났으며, 두께-폭비를 달리한 경우, 즉 쉘의 두께가 두꺼울수록 전단변형효과가 더 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서 재질이 비등방성이고, 두꺼운 쉘인 경우 본 논문에서 제시한 민들린이론을 적용하는 것이 더 정확한 해를 기대할 수 있으며, 보다 다양한 형태의 비등방성 쉘 구조물의 해석 및 설계에 본 연구에서의 해석기법 적용될 수 있을 것으로 본다.

## 참고문헌

[1] J.N. Reddy, "Mechanics of Laminated Composite Plates," CRC press, 1997.

[2] Robert M. Jones, "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill, 1975.

[3] S.P. Timoshenko & S. Woinowsky Krieger, "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill 2nd Ed., pp118~120, 1959.

[4] Werner Soedel, "Vibrations of Shells and Plates", Marcel Dekker Inc., 1981.

[5] J.N. Reddy, "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells", CRC Press, pp81~107, pp131~194, 2004.

[6] T.Lewinski, J.J.Telga, "Plates, Lamina-tes and Shells", CRC Press, pp.153~182, 1994.

[7] J. N. Reddy, "Energy and Variational Methods in Applied Mechanics", John Willy & Sons, New York, pp233~247, 1995.

[8] Hou-Cheng Huang, "Static and Dynamic Analyses of Plates and Shells", Springer\_Verlag Berlin Heidelberg Co-mpany Inc., pp10~18, 1989.

[9] 강영주의 57인, "Midas Civil User's Manual Volume III", MIDAS Information Technology Co. Ltd., 2003.

박 원 태(Weon-Tae Park)

[정회원]



- 1983년 2월 : 부산대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1993년 2월 : 서울시립대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2005년 10월 ~ 현재 : 공주대학교 건설환경공학부 교수

<관심분야>  
구조공학, 강구조공학, 복합재료