

미소구조에서의 탄소성모델

Elasto-Plasticity of Granular Micro-Structures

박재균†

Park, Jae-gyun

(논문접수일 : 2005년 8월 15일 ; 심사종료일 : 2005년 11월 10일)

요지

본 논문은 연속체역학에서의 탄소성모델을 그대로 재현할 수 있는 미소구조모델에 관해서 연구하였다. 물체를 일정크기를 지닌 입자와 그 입자들을 연결하는 선형 스프링으로 모델링한 Doublet Mechanics를 기본이론으로 하여 이를 소성 영역으로 확장하였다. 그 결과로 가장 단순한 가정을 하였을 경우 미소모델과 연속체모델이 정확히 일대일 대응을 하는 것을 보였다. 2차원 평면응력문제에 대한 예제를 통해 미소변형률과 미소응력을 계산하였고 그 결과로 거동에 대해 분석하여 이 모델의 유효성을 입증하였다.

핵심용어 : 미소응력, 미소변형률, 미소역학, 탄소성 모델

Abstract

This study deals with elasto-plasticity of granular micro-structures which recovers continuum elasto-plasticity in its counterpart. The theory is based on doublet mechanics that assumes particles of finite size and connecting linear springs, and it makes extensions to plasticity. The result shows that the micro model has one to one relationship with the continuum model in the simplest case. Micro-strain and micro-stress of two dimensional plane stress problem were calculated, which shows the behavior of the specimen and verifies the effectiveness of this model.

keywords : *micro-stress, micro-strain, micro-mechanics, elasto-plasticity*

1. 서론

일반적인 구조해석에 사용되는 재료의 연속체 모델은 미소크기 구성성분의 특성이 거시적으로 나타나는 것을 근사적으로 표현한 것이다. 일반적으로 가장 널리 쓰이는 유한요소법(Stein 등, 2004)이나 최근 등장한 여러 가지 새로운 기법들(Belytschko 등, 1994; 이홍우 등, 2005)은 기본적으로 이 연속체 모델을 이용한 방법들이다. 그러나 직접적으로 유도가 어려운 거시적 물성의 경우는 그 물질의 미소구조(micro structure)로부터 유도하는 것이 타당하다. 물성의 미시적인 모델링은 여러 가지가 있을 수 있으나 그 모델의 타당성은 거시적인 거동특성을 잘 나타낼 수 있느냐에 달려 있다.

이러한 문제에 대하여 많은 연구가 진행되었으며, 여러

방향으로 나뉘어 발전해왔다. Cosserat/micro-polar이론은 회전 자유도를 추가한 모델(Eringen 등, 1968)이고, higher order displacement gradient 모델(Chang 등, 1995)은 연속체 모델의 first order displacement gradient인 변형률 외에 변위의 추가 미분을 통하여 새로운 매개변수를 만들고, 이를 응력의 결정에 이용하는 방법이다. Fabric tensor theory(Pietruszczak 등, 2000)는 특정 fabric tensor를 물질의 구성방정식에 연결시키는 방법으로 이 fabric tensor가 물질 내의 공극, 입자의 배열 등을 묘사한다. 미소 영역에서 여러 가지의 다른 물질이 결합하여 하나의 거시적 물성을 보이는 경우에 대한 정밀 해석 기법은 Zhodi에 의해 제안되었다(Zohdi 등, 1999). 한편, 가장 오래전부터 다루어진 단일결정 소성이론(single crystal plasticity)에 대하여 미소힘(microforce)과 소성변형률 그레디언트(plasticstrain

† 책임저자, 정회원 · 단국대학교 토목환경공학과 전임강사
전화: 02-799-1293 ; Fax: 02-709-2894
E-mail: jpark@dankook.ac.kr

• 이 논문에 대한 토론을 2006년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2006년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

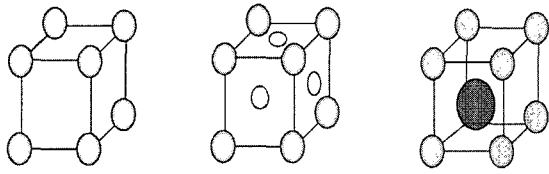


그림 1 단순, 면심, 체심 입방구조

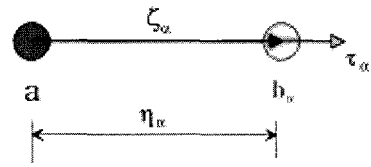


그림 2 쌍(doublet)

gradient)을 도입한 소성이론이 제안되었다(Gurtin, 2000).

본 연구에서는 Granik과 Ferrari의 접근방법에 주목하였다(Granik 등, 1993). 이 이론은 물질의 구조를 기본 입자끼리의 연결쌍(doublet)으로 가정하고, 연결부를 선형 스프링으로 보아 미시적 응력-변형을 관계를 유도하였다. 이 연구를 기반으로 미소 점탄성(micro visco-elastic) 모델이 제안되었으며(Maddalena 등, 1995), 최근에는 이를 아스팔트 재료에 적용한 해석논문을 발표되었다(Sadd 등, 2005). 본 논문에서는 같은 기본 모델을 소성 영역으로 확장하는 방법을 연구하며, 이를 현재 이용되고 있는 거시적 연속체 모델과 비교하여 그 타당성을 검증한다.

2. 기본 이론

구성 원자들이 내부적으로 규칙성 있는 배열을 하는 상태를 결정이라고 하며, 고체 상태인 금속의 경우 대부분이 이에 해당한다. 특히 상온에서의 철의 경우는 그림 1과 같이 입방체의 격자점에 1/8개와 각 격자의 중심에 한 개의 원자가 있는 체심입방구조로 존재한다(大田孝二 등, 2000). 실재료는 이러한 철의 결정격자가 방향성을 가지는 어느 정도 크기의 입자를 이루고, 그 입자들이 다시 결합하여 전체 고체 덩어리를 이루게 된다(Ferrari 등, 1997).

본 논문에서는 결정의 결합상태를 이상화하여 입자와 입자가 일정 탄성계수를 가지는 스프링으로 결합된 모델을 생각한다. 이 모델의 최소단위는 고체의 두 입자를 나타내는 두 절점과 그 사이의 하나의 스프링으로 이루어졌으며, 이를 하나의 쌍(doublet)으로 정의한다. 하나의 절점을 a 라고 놓고 여기에 연결되는 모든 절점을 b_α ($\alpha = 1, 2, 3, \dots, m$)라고 하자. 각 절점에 해당하는 위치벡터를 a , b_α 로 정하면 각 스프링의 벡터 $\zeta_\alpha^o = b_\alpha - a$ 와 그 크기 $\eta_\alpha = |\zeta_\alpha^o|$ 및 단위 방향 벡터 $\tau_\alpha^o = \zeta_\alpha^o / \eta_\alpha$ 를 얻을 수 있다. 여기서 위치자 o 는 변형 전의 초기 상태를 나타낸다(그림 2). 이 상태에서 일정 공간을 차지하는 고체를 n 개 절점의 집합 H 로 나타낼 수 있다. 문제를 단순화하기 위하여 집합 H^o 에서 모든 절점의 크기와 간격이 같다고 가정하면, 이 절점들은 다시 하나의 결정격자(Bravais Lattice) Γ 를 구성한다.

H^o 가 차지하는 공간상의 부피를 V^o 라 하자. 어떤 함수 $\phi(a) = \sum_{\alpha=1}^n F_\alpha(a)$ 가 있다면, η_α 가 작아짐에 따라 이 함수값에 대한 합은 다음과 같이 적분으로 나타낼 수 있다(Ferrari 등, 1997):

$$\sum_{a \in \Gamma} \phi(a) = \sum_{a \in \Gamma} \sum_{\alpha=1}^n F_\alpha(a) = \int_{V^o} \sum_{\alpha=1}^n F_\alpha(x) dV. \quad (1)$$

여기서 절점의 위치벡터 a 가 V^o 안에 있는 모든 위치벡터 x 로 바뀐다.

2.1. 미소변형률(micro-strain)

입자로 이루어진 덩어리가 변형할 때 미소변형률을 정의할 수 있다. 먼저 하나의 쌍(doublet)에서 가능한 상대변위를 생각하면, 두 입자사이의 간격이 달라지는 축변위(axial displacement), 간격은 일정한 채로 축의 수직방향으로 움직이는 전단변위, 그리고 다른 변형은 없이 각 입자가 축을 중심으로 반대 방향으로 회전하는 회전변위가 존재함을 알 수 있다. 하지만 처음의 가정과 같이 두 입자사이가 축방향 변형에 대한 스프링으로만 연결되었다면 축변위 이외의 다른 성분은 입자 덩어리의 내부에너지에 영향을 미치지 못하므로 무시할 수 있다.

입자의 변위벡터 $u = \hat{u}(x, t)$ 로 부터 테일러 시리즈를 이용하여 다음 관계를 유도할 수 있다:

$$u(b_\alpha, t) = u(a, t) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(\eta_\alpha)^j}{j!} (\tau_\alpha^o \cdot \nabla)^j u(a, t) \quad (2)$$

여기서 $j=1$ 부터 양의 정수 M 까지만 더하면 근사 값이 된다. 따라서 상대변위 Δu_α 는 다음과 같이 근사적으로 표현 된다:

$$\Delta u_\alpha := u(b_\alpha, t) - u(a, t) \approx \sum_{j=1}^M \frac{(\eta_\alpha)^j}{j!} (\tau_\alpha^o \cdot \nabla)^j. \quad (3)$$

위에서 쌍을 이루는 a 와 b_α 가 변형 전에 이루는 벡터를 $\zeta_\alpha^o := b_\alpha - a$ 라 하면 $\zeta_\alpha = \zeta_\alpha^o + \Delta u_\alpha$ 가 성립한다. 이때 ζ_α 방향

의 단위벡터 τ_α 를 이용하여 미소상대변위 Δu_α 로 인한 미소 변형률 ε_α 를 계산하면

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\tau_\alpha \cdot \Delta u_\alpha}{\eta_\alpha} \quad (4)$$

로 나타난다. 따라서 방향정보를 가지고 있는 미소변형률벡터는 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\varepsilon_\alpha := \tau_\alpha \varepsilon_\alpha = \frac{1}{\eta_\alpha} (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) \Delta u_\alpha \quad (5)$$

위에서 유도한 Δu_α 의 가장 단순한 근사값은 $M=1$ 일 때 나오며, 그 결과로 식 (5)로부터 입자 사이의 거리 η_α 가 고려되지 않는 미소변형률벡터를 얻는다:

$$\Delta u_\alpha \approx \eta_\alpha (\nabla u) \tau_\alpha \Rightarrow \varepsilon_\alpha = (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) E \tau_\alpha \quad (6)$$

또는

$$\varepsilon_\alpha = (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) : E \quad (7)$$

위에서 $E := 1/2(\nabla u + \nabla u^T)$ 는 선형 변형률 텐서이므로 식 (6)은 본 근사모델($M=1$)에서 선형변형률(거시적)과 미소변형률(미시적)의 관계를 나타낸다. 식 (7)로부터 미소변형률은 선형변형률과 $(\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha)$ 의 내적으로 이해할 수 있으며, 이 관계는 언제나 성립한다.

2.2 미소응력(micro-stress)

미소변형률 ε_α 에 대응하는 축 방향 미소응력을 p_α 라 정의하고, 덩어리 물질의 표면에 작용하는 응력을 t 로 나타내자. 유사정적(quasi-static)문제에 대하여 가상일의 원리를 적용하면 모든 가능한 가상변위 δu 에 대하여 다음 식이 언제나 성립한다:

$$\sigma = \left[\sum_{\alpha=1}^n A_\alpha (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) \right] : E = C : E \quad (8)$$

위 식에 Divergence Theorem과 Localization Theorem을 적용하면 미소응력에 대한 평형방정식과 자연경계조건이 유도된다:

$$\sum_{\alpha=1}^n \tau_{\alpha i} \tau_{\alpha j} \tau_{\alpha k} \frac{\partial p_{\alpha k}}{\partial x_j} = 0, \quad (9)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \tau_{\alpha i} \tau_{\alpha j} \tau_{\alpha k} p_{\alpha k} n_j = t_i. \quad (10)$$

여기서 n_j 는 표면에서 바깥을 향하는 수직단위벡터의 요소이다. 식 (10)으로 부터 미소응력(micro-stress, p_α)과 코시응력(Cauchy stress, σ)의 관계를 유추하면,

$$\sum_{\alpha=1}^n \tau_{\alpha i} \tau_{\alpha j} \tau_{\alpha k} p_{\alpha k} = \sigma_{ij} \quad \text{또는} \quad \sigma = \sum_{\alpha=1}^n (\tau_\alpha \cdot p_\alpha) (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha). \quad (11)$$

3. 미소구조의 탄소성 구성방정식(constitutive equation for elasto-plasticity)

두 개의 입자를 연결하는 스프링 모델은 일차원 탄성체에 해당하며 이 두 개의 입자가 가지는 내부에너지를 미소변형률의 함수로 나타내면

$$u_\alpha := u(\varepsilon_\alpha) = \frac{1}{2} p_\alpha \cdot \varepsilon_\alpha = \frac{1}{2} A_\alpha (\varepsilon_\alpha \cdot \varepsilon_\alpha). \quad (12)$$

위에서 A_α 는 연결 스프링 상수이며,

$$p_\alpha = A_\alpha \varepsilon_\alpha = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon_\alpha} \quad (13)$$

의 관계가 언제나 성립한다고 가정한다. 이제 식 (11)과 (13)으로부터 거시적 응력-변형률의 관계를 유도할 수 있다:

$$\sigma = \left[\sum_{\alpha=1}^n A_\alpha (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) \right] : E = C : E \quad (14)$$

여기서 가장 단순한 등방성 고체의 경우 4차 탄성 계수 텐서 C 가 브래킷 안에서 하나의 상수 $A_i = A_1$ 으로 표현될 수 있는 것이 특징으로 선형 탄성체 역학에서 등방성 고체를 묘사하기 위해서 두 개의 물성 상수가 필요한 것과 차별이 된다. 그러나 미소모델에서는 입자의 배열 방식을 하나의 변수로 볼 수 있다. 등방성 고체가 아닌 일반적인 경우는 모든 A_i 가 다를 수 있으며, 따라서 다양한 물성표현이 가능하다.

이제 지금까지의 미소응력이나 미소변형률에 대한 정의에는 영향을 미치지 않으면서 입자와 입자가 스프링과 마찰기구(=friction device)로 직렬 연결되어 있는 경우를 생각한다(그림 3, Simo 등, 1998). 전체 미소변형률 ε_α 와 미소소성 변형률(마찰기구의 변형률) ε_α^p 로 부터 미소탄성변형률 $\varepsilon_\alpha^e := \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha^p$ 를 정의한다. 이 때, 앞에서의 변형률 관계식 (6)으로부터 다음 식을 유추할 수 있다:

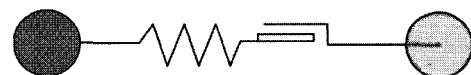


그림 3 스프링과 마찰기구 직렬연결 모델

$$\varepsilon_\alpha^p = (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) : E^p \tau_\alpha \quad (14)$$

이제 미소소성변형률과 관계된 흐름법칙(flow rule)이 필요한데, 강재를 비롯한 일반적인 금속재료의 경우 항복함수(yield function)와 소성 포텐셜(plastic potential) 함수가 일치하기 때문에(=associated flow) 여기에서도 같은 가정을 한다. 따라서 먼저 항복함수를 정의 해야한다.

가장 기본적인 가정은 스프링 하나의 미소응력인 p_α 의 크기가 일정 한계에 이르렀을 때 그 스프링의 마찰기구가 작동을 시작하는 것이다. 그러나 이 방법으로는 금속재료의 특성 중 하나인 압력에 무관한 소성변형거동을 구현하기가 어렵다. 코시응력텐서 σ 로부터 편차응력(deviatoric stress)텐서 s 를 표시하면

$$s = \sigma - \frac{\sigma_{ii}}{3} I = \sum_{\alpha=1}^n p_\alpha (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) - \frac{1}{3} \sum_{\alpha=1}^n p_\alpha I \quad (15)$$

와 같다. 이제 압력을 $p_v := \frac{\sigma_{ii}}{3} = \frac{1}{3} \sum_{\alpha=1}^n p_\alpha$ 로 나타내어 항복 이후 완전소성(perfect plasticity)거동을 보이는 von Mises의 항복함수를 미소응력의 함수로 표시하면

$$\phi = \frac{1}{2} \left[\sum_{\alpha=1}^n p_\alpha (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) - p_v I \right] : \left[\sum_{\alpha=1}^n p_\alpha (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) - p_v I \right] - k^2 \quad (16)$$

여기서 k 는 일축 인장시험의 항복응력 σ_y 를 이용하여 $k = \sigma_y / \sqrt{3}$ 의 값을 가진다. 위의 항복함수를 소성포텐셜로 이용하여 미소응력과 미소소성변형률 사이의 흐름법칙을 정의하면

$$\dot{\varepsilon}_\alpha^p = \gamma \frac{\partial \phi}{\partial p_\alpha} = \gamma \left[\sum_{\beta=1}^n (\tau_\beta \otimes \tau_\beta) p_\beta - p_v I \right] : \left[(\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) - \frac{\partial p_v}{\partial p_\alpha} I \right] \quad (17)$$

위 식에서 $\partial p_v / \partial p_\alpha = 1/3$ 을 p_v 의 정의로부터 유도할 수 있으며, γ 는 소성변형률의 속도에 비례하는 양의 실수이다. 한편 위 식의 왼쪽 브래킷은 편차응력 s 이고, 오른쪽 브래킷 안의 I 부분은 압력에 대한 성분이므로 그 내적은 언제나 0이다. 이 결과로 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$\dot{\varepsilon}_\alpha^p = \gamma \frac{\partial \phi}{\partial p_\alpha} = \gamma \left[\sum_{\beta=1}^n (\tau_\beta \otimes \tau_\beta) p_\beta - p_v I \right] : (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) = E^p : (\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha) \quad (18)$$

이 소성흐름법칙은 각 미소소성변형률의 속도가 편차응력과 $(\tau_\alpha \otimes \tau_\alpha)$ 의 내적에 비례한다는 것을 설명한다. 위 식은 모든 τ_α 에 대하여 성립하기 때문에 내적기호의 오른쪽 부분을 제거하면 일반적인 J_2 흐름법칙이 유도된다:

$$\dot{E}^p = \gamma s = \gamma \frac{d\phi}{d\sigma} \quad (19)$$

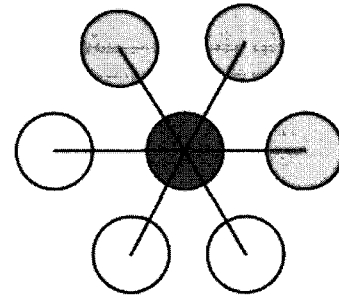


그림 4 2차원 모델

식 (18)과 (19)를 보면 미소응력-미소소성변형률의 관계가 정확하게 응력-소성변형률과 일대일 대응을 하며, 따라서 본 논문에서의 미소소성변형률에 대한 가정이 타당함을 간접적으로 보여준다.

4. 예제

본 예제에서는 2차원 평면응력문제를 생각한다. 하나의 입자를 6개의 입자가 둘러싼 격자구조를 가정하면 $n=3$ 이며 각 쌍(doublet)의 방향벡터는 $\tau_1 = (1, 0, 0)^T$, $\tau_2 = (1/2, \sqrt{3}/2, 0)$, $\tau_3 = (-1/2, \sqrt{3}/2, 0)$ 이다(그림 4). 이 방향벡터들

이 이루는 텐서공간은 각각 $\tau_1 \otimes \tau_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\tau_2 \otimes \tau_2 = \begin{bmatrix} 1/4 & \sqrt{3}/4 & 0 \\ \sqrt{3}/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$\tau_3 \otimes \tau_3 = \begin{bmatrix} 1/4 & -\sqrt{3}/4 & 0 \\ -\sqrt{3}/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 이 된다.

4.1 일축인장시험(uni-axial tension test)

일축인장 항복상태에서의 코시응력텐서와 그에 따르는 편차응력텐서는 다음과 같다:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\sigma_y \end{bmatrix} \quad (20)$$

식 (18)을 이용하여 미소소성변형률의 세 방향 속도를 모두 계산하면 $\dot{\varepsilon}_1^p = \gamma s : (\tau_1 \otimes \tau_1) = 2/3 \gamma \sigma_y$, $\dot{\varepsilon}_2^p = \gamma s : (\tau_2 \otimes \tau_2) = -1/12 \gamma \sigma_y$, $\dot{\varepsilon}_3^p = \gamma s : (\tau_3 \otimes \tau_3) = -1/12 \gamma \sigma_y$ 의 결과를 얻는다. 완전소성모델이므로 항복 후 응력의 변화는 없으며, 따라서 미소변형률의 속도는 미소소성변형률의 속도와 같으므로 시편이 인장방향으로 늘어나고, 그 수직방향으로 줄어드는 상

태를 직접적으로 보여준다. 그러나 2차원 모델의 한계로 3차원에 해당하는 축 방향의 변형에 대해서는 묘사가 불가능하다. 이 상태에서의 미소응력은 $\sigma = \sum_{\alpha=1}^3 (\tau_{\alpha} \otimes \tau_{\alpha}) p_{\alpha}$ 로 부터 계산한다. 여기서 코시응력텐서 σ 와 방향텐서공간 $(\tau_{\alpha} \otimes \tau_{\alpha})$ 을 알고 있으므로 미소응력은 $p_1 = \sigma_y$ (인장응력), $p_2 = p_3 = 0$ 이 된다.

4.2 순수전단시험(pure shear test)

2차원 평면에 놓인 정사각형 시편에 순수전단응력을 가하는 경우를 생각한다. 항복이 시작될 때의 응력상태는 다음과 같다:

$$\sigma = s = \begin{bmatrix} 0 & k & 0 \\ k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

앞의 예와 같은 방법으로 미소소성변형률의 속도를 계산하면 $\dot{\epsilon}_1^p = \gamma s : (\tau_1 \otimes \tau_1) = 0$, $\dot{\epsilon}_2^p = \gamma s : (\tau_2 \otimes \tau_2) = \sqrt{3}/2k\gamma = \sigma_y/2\gamma$, $\dot{\epsilon}_3^p = -\sqrt{3}/2k\gamma = -\sigma_y/2\gamma$ 의 값이 나온다. 즉, 이 시편은 1방향으로는 변위가 발생하지 않으며, 2방향으로는 늘어나고 3방향으로는 같은속도로 줄어드는 것을 알 수 있다. 이때 각 미소응력은 $p_1 = 0$, $p_2 = 2k/\sqrt{3}$ (인장응력), $p_3 = -2k/\sqrt{3}$ (압축응력)이다. 이 문제를 최소 단위의 미소구조로 표현하면 음의 수평하중 $F = 2k/\sqrt{3}$ 를 받는 단면적이 1인 정삼각형 트러스 모델로 볼 수 있다(그림 5).

5. 결 론

이 논문에서는 축력만을 받을 수 있는 선형 스프링-마찰 기구를 이용하여 입자끼리 연결한 미소모델을 제안하고 그 거동을 해석하였으며, 그 결과로 이 모델이 연속체역학과의 연계에서 J_2 소성 이론을 정확하게 재현함을 보였다. 그러므로 본 모델의 의의는 쌍(doublet)이론으로부터 연속체 역학에서의 탄성거동 뿐만 아니라 일반적인 소성이론을 유도할 수 있다는 데에 있다. 본 소성이론의 장점은 트러스와 같이

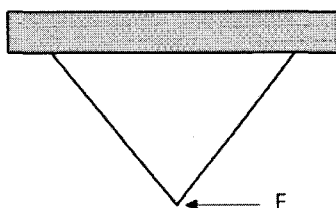


그림 5 트러스 모델

축 응력으로 지지하고 있는 대부분의 미소구조에 적용이 가능하고 전체 거동과 동시에 미소 거동을 볼 수 있는 점이다. 그러므로 일반적인 소성 이론으로 연속체 역학에 의한 거동 해석을 한 후, 그 결과를 이용하여 미소 응력과 미소 변형을 관찰하는 방법을 사용할 수 있다.

본 논문에서 사용한 모델의 한계는 쌍(doublet)이 입자 사이의 전단변형과 회전변형에 대하여 저항하지 못하는 것으로 가정하였기 때문에 단순입방구조를 이용한 3차원 모델링을 할 수 없는 것이다. 여기에 대한 해결방법은 두 가지로, 하나는 입자 사이의 전단변형률을 고려한 모델을 이용하는 것이고 다른 하나는 3차원 트러스와 같은 연결(예: 사면체)을 이용하는 것이다.

전단변형률을 고려한 단순입방구조는 세 축이 서로 수직이라는 점에서 모델링이 간단한 반면, 축력 이외의 응력이 존재하기 때문에 앞에서 유도한 소성 법칙을 사용할 수 없으므로 불리하다. 반면 3차원 트러스연결을 사용하면 대부분의 경우에 적용이 가능하며, 앞에서의 소성 변형률 및 미소응력을 그대로 계산할 수 있다. 만약 입자사이의 간격(scale)이 중요한 요소가 되는 경우는 식 (3)의 미소변형률 계산에서 테일러 시리즈의 고차 항을 고려할 수 있다.

감사의 글

이 연구는 2004학년도 단국대학교 신진연구과제 연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이 지원에 대하여 깊이 감사드립니다.

참 고 문 헌

이홍우, 조진래(2005) 페트로프-갤러킨 자연요소법 : I. 개념, *한국전산구조공학회논문집*, 18(2), pp.103~112.
 이홍우, 조진래(2005) 페트로프-갤러킨 자연요소법 : II. 선형 정탄성 해석, *한국전산구조공학회논문집*, 18(2), pp.113~121.
 이홍우, 조진래(2005) 페트로프-갤러킨 자연요소법 : III. 기하학적 비선형 해석, *한국전산구조공학회논문집*, 18(2), pp.123~131.
 大田孝二(2000) 교량과 강재, 구미서관(번역판).
 Belytschko, T., Lu, Y.Y., Gu, L.(1994) Element-free Galerkin methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37, pp.229~256.
 Chang, C.S., Gao, J.(1995) Second-gradient constitutive theory for granular material with random packing structure, *International Journal*

- of Solids and Structures*, 32(16), pp.2279~2293.
- Eringen, A.C.**(1968) Theory of micro-polar elasticity, Liebowitz, H.(Ed.), *Fracture-An advanced Treatise*, vol. II. Academic Press, pp.621~693.
- Ferrari, M., Granik, V.T., Iman, A., Nadeau, J.C.** (1997) *Advances in doublet mechanics*, Springer
- Granik, V.T., Ferrari, M.**(1993) Microstructural mechanics of granular media, *Mechanics of Materials*, 15, pp.301~322.
- Gurtin, M.E.**(2000) On the plasticity of single crystal: free energy, microforces, plastic-strain gradients, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 48, pp.989~1036.
- Maddalena, F., Ferrari, M.**(1995) Viscoelasticity of granular materials, *Mechanics of Materials*, 20, pp.241~250.
- Pietruszczak, S., Mroz, Z.**(2000) Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor, *Computers and Geotechnics*, 26, pp.105~112.
- Sadd, M.H., Dai, Q.**(2005) A comparison of micro-mechanical modeling of asphalt materials using finite elements and doublet mechanics, *Mechanics of Materials*, 37, pp.641~662.
- Simo, J.C., Hughes, T.J.R.**(1998) *Computational Inelasticity*, Springer.
- Stein, E., de Borst, R., Hughes, T.J.R.**(2004) *Encyclopedia of Computational Mechanics-Fundamentals*, 1, Wiley.
- Zohdi, T.I., Hutter, K., Wriggers, P.**(1999) A technique to describe the macroscopic pressure dependence of diffusive properties of solid materials containing heterogeneities, *Computational Materials Science*, 15, pp.69~88.