

무단 변속기의 동력전달 접촉에서 회전운동을 고려한 타원형상의 점접촉 탄성유체윤활연구

장 시 열[†]

국민대학교 기계자동차공학부

Study on the Fluid Film Thickness and Pressure of Elliptical Elastohydrodynamic Lubrication with Spin Effect for the Power Transmitting Contact in the Continuously Variable Transmission

Siyoul Jang[†]

School of Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University

Abstract – Continuously variable transmission (CVT) of toroidal type has a elliptical shape of contact zone under the elastohydrodynamic lubrication (EHL) condition, where the power is transmitted only by shearing the lubricant. Due to the small contact area of elliptical shape, the traction of the shear behaviors of lubricant over the contact zone is under extremely high contact pressure over 1.0 GPa. During the power transmission by shearing the fluid, many kinds of mechanical movements occur such as squeezing, sliding, rolling and spin. Among the movements, the spin effect that is the most undesirable contact behavior in transmitting the power frequently makes significant abnormal wear damage. In this work, the analysis of elliptical contact of EHL with spin effect is performed, which will give very useful information to understand the traction behaviors in toroidal type of CVT system.

Key words – elastohydrodynamic lubrication, elliptical contact, CVT, spin effect, multigrid multilevel method, jacobi distributive relaxation.

1. 서 론

접촉 현상을 일으키는 많은 기계 부품에서 접촉 부분의 형상은 접촉부위의 기하학적 형상에 따라 원형의 접촉 보다는 대부분 선접촉이라 여길 수 있는 타원형 점접촉 형태를 갖는 경우가 많다. 그 이유는 접촉 부품들의 기하학적 형태는 완만한 접촉 압력을 유도하기 위하여 각기 다른 곡률로 설계되기 때문이다.

토로이달 타입의 가변변속기(toroidal type continuously variable transmission, Fig. 1)의 경우 전단 저항에 의한 동력 전달에의 발생 부분에서 접촉 부분의 형태는 각기 다른 곡률 반경을 갖는 롤러와 디스크의 접촉으로 타원 형태의 접촉점을 갖게 된다. 이 때 엔진 출력이 차축에 전달되는 동력은 롤러와 디스크의 접촉

점에서의 탄성 변형량과 오일의 순수한 전단 저항력에 의하여 전달된다. 더구나 접촉 운동 특성은 각 구성 부품의 작동 위치에 따라 미끄럼운동(sliding) 및 굴림운동(rolling) 뿐만 아니라 회전 운동(spin)까지 추가되는 현상이 있다. 이러한 이유로 가변동력전달장치의 운전 효율과 내구성 증진을 위하여 접촉 부분의 탄성 변형과 오일의 전단 저항성을 동시에 해석하는 탄성유체윤활 현상의 이해가 필요하다.

토로이달 타입의 가변변속기는 접촉 부분에서 고하중(1.0 GPa 이상)과 고속 (24 m/s 이상)의 접촉 조건을 갖고 있으며[1], 접촉 형태도 타원 형상을 갖는 것이 일반적인 형태이다. 이러한 접촉 조건은 탄성유체윤활의 수치해석에서도 안정된 수렴해를 얻기 어려운 조건이다. 그러나 이러한 문제점의 해결 방안으로 최근에 비선형 편미분 방정식의 해법으로 다중격자 다중차원법(multigrid multilevel method) 이 많이 적용 되고 있다

[†]주저자 · 책임저자 : jangs@kookmin.ac.kr

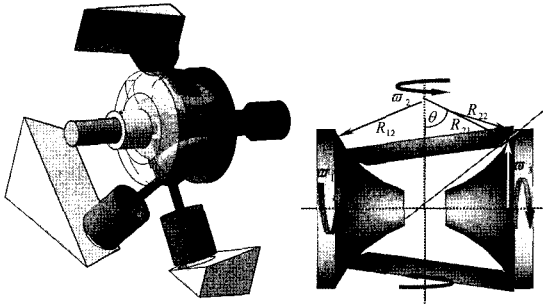


Fig. 1. Schematic diagram of toroidal type continuously variable transmission.

[2]. 타원 접촉의 탄성유체윤활에서와 같이 상대적으로 짧은 단축 방향으로 유체의 유입이 이루어지면 접촉점에서 유막 압력의 변화가 급격하게 변하기 때문에 수치 해석 시스템의 비선형성 증가가 두드러진다[3]. 이러한 문제점은 수치해석상 이완법(relaxation method)의 선택적 적용으로 안정한 수렴해를 얻을 수 있다[4,5].

본 연구는 다중격자 다중차원 수치해석 기법을 이용하여 토로이달 타입의 가변변속기의(toroidal type continuously variable transmission) 롤러와 디스크의 접촉에서 회전 현상을 고려한 뉴턴 유체의 윤활유 조건에서 타원형 탄성유체윤활의 유막 두께와 유막 압력 형성에 대하여 연구하였다.

2. 회전운동의 타원형 탄성유체윤활

미끄럼운동과 회전 운동하는 두 곡면의 접촉에서 틈새내의 유체거동에 대한 서술은 다음의 레이놀즈 방정식에 의해 설명된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - (u_x - \omega y) \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} - \omega x \frac{\partial(\rho h)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

접촉 부분에서의 유막 압력에 의한 접촉 표면의 탄성 변형은 다음의 식으로 표현될 수 있다.

$$h(x, y) = h_0(t) + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x', y') dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad (2)$$

다음의 무차원 변수를 이용하여 식(1) 과 (2)를 무

차원화 하면 다음과 같다.

$$x^* = \frac{x}{a}, \quad y^* = \frac{y}{a}, \quad p^* = \frac{p}{p_H}, \quad h^* = \frac{hR_x}{a^2}, \quad \eta^* = \frac{\eta}{\eta_0}$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \Omega = \frac{\omega a}{u} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(\xi \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\xi \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \right) - (1 - \Omega y^*) \frac{\partial(\rho^* h^*)}{\partial x^*} - \Omega x^* \frac{\partial(\rho^* h^*)}{\partial y^*} = 0 \quad (4)$$

여기서,

$$\xi = \frac{\rho^* h^{*3}}{\eta^* \lambda} \quad \text{이며 } \quad \lambda = \frac{12u\eta_0 R_x^2}{a^3 p_H} \quad \text{이다.}$$

유막 압력과 작용 하중과의 무차원 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p^*(x^*, y^*) dx^* dy^* - \frac{2\pi k}{3} = 0 \quad (5)$$

계산영역은 접촉 부분의 타원정도에 따라서 x^* 방향과 y^* 방향에 따라 크기를 적절히 변화시킨다(Fig. 2)

접촉 부분에서의 특징은 ξ 의 값의 크기로 구분할 수 있다. Hertz접촉 이의 부분에서는 식(4)에서 ξ 의 값은 상대적으로 크게 나타난다. 이러한 경우 유막 압력의 계산은 비교적 수렴성이 좋으므로 빠른 계산을 위하여 Gauss-Seidel이완법을 적용하는데 그 절차는 다음과 같다[1].

$$\bar{p}_{i,j}^{*h} = \tilde{p}_{i,j}^{*h} + \omega_{gs} \delta_{i,j}^h \quad (7)$$

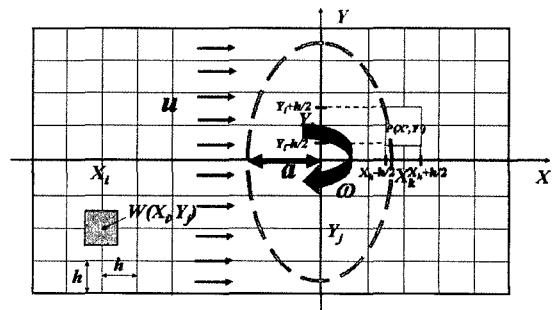


Fig. 2. Calculation domain for elliptical EHL contact for roller and disk of toroidal CVT system.

$$\delta_{i,j}^h = r_{i,j}^h \left(\frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{i,j}^*} \right)^{-1} \quad (8)$$

$$r_{i,j}^h = \xi \frac{\bar{p}_{i-1,j}^* - 2\tilde{p}_{i,j}^* + \tilde{p}_{i+1,j}^*}{h^2} - \xi \frac{\bar{p}_{i,j}^* - 2p_{i,j}^* + p_{i,j+1}^*}{h^2} + \frac{15h_{i,j}^* - 2h_{i-1,j}^* + 0.5h_{i+1,j}^*}{h} \quad (9)$$

이러한 Gauss-Seidel이완법을 적용하여 유막 압력을 계산하기 위한 레이놀즈 방정식의 이산화 시스템은 다음과 같다.

$$A^i \delta_j^h = r^h \quad (10)$$

여기서,

$$A_{i,k}^h = \frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{k,j}^*} \text{ 이다.} \quad (11)$$

그러나 Hertz접촉 영역에서는 ξ 값이 상당히 작게 형성되어 위에서 설명한 방법으로는 안정적인 수렴해를 구할 수 없다. 따라서 계산시간이 길어지더라도 안정적 수렴을 위하여 Jacobi분배 이완법 (Jacobi distributive relaxation)을 적용한다.

$$A_{i,k}^h = \frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{k,j}^*} - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{i+1,j}^*} + \frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{i-1,j}^*} + \frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{i,j+1}^*} + \frac{\partial(L^h p^*_{i,j})}{\partial p_{i,j-1}^*} \right) \quad (12)$$

$$\bar{p}_{i,j}^* = \tilde{p}_{i,j}^* + \omega_{ja} (\delta_{i,j}^h - (\delta_{i+1,j}^h + \delta_{i-1,j}^h + \delta_{i,j+1}^h + \delta_{i,j-1}^h) / 4) \quad (13)$$

Hertz 접촉 영역과 그 이외의 영역에서 각기 다른 수치해법의 적용은 유막 압력에 대한 시스템 방정식은 식(11)과 식(12)에 의하여 설명할 수 있다. 특히 ξ 가 작은 경우 Jacobi 이완법을 적용하게 되어 비교적 고하중과 고속의 접촉 조건에서도 해석이 가능하게 되었다. 계산 수행은 2 V cycle(Fig. 3)의 다중차원 다중격자방법으로 수행하여 1.0 GPa 이상의 유막 압력 영역에서도 안정된 수렴해를 얻을 수 있다.

3. 결 과

본 연구에서 사용한 무단 변속기의 구성 시스템인 variator의 기본적 형태는 Fig. 4에 나타나 있다. 입력과 출력축의 디스크의 반경은 150 mm이며 롤러의 크라운 반경은 25 mm이다. 동력 전달은 디스크와 롤러

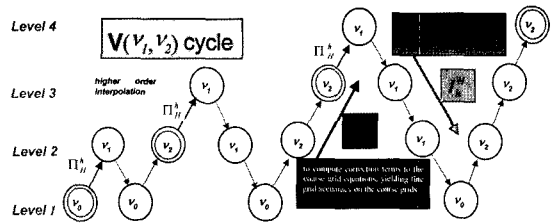


Fig. 3. Structure of multigrid multilevel cycles for non-linear fluid behaviors, Brandt [4].

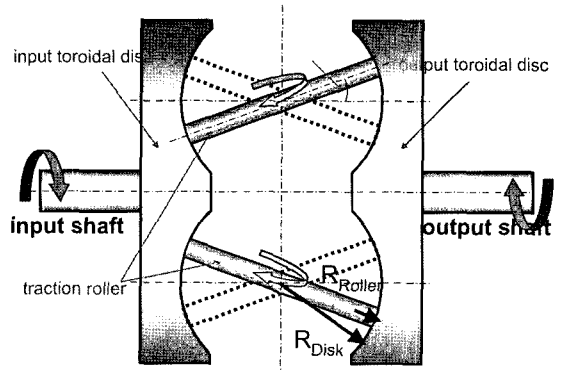


Fig. 4. Geometrical contact between disk and roller in the variator system of CVT.

의 접촉 형상에 따라 결정되며 이 경우는 주로 타원형상의 접촉면을 갖는다.

타원 형태의 점접촉 조건에서 윤활유의 유입 상황과 접촉 하중에 따라 유막 형성의 조건은 다르게 나타난다. 본 연구에서는 여러 접촉 조건 중 접촉 영역의 단반경 축(minor axis) 방향으로 윤활유의 유입 이루어질 때 실제 가변동력전달 장치에서 일어날 수 있는 하중 크기와 접촉 속도, 그리고 회전 속도의 크기에 따라[5] 유막 압력과 유막 두께 변화량을 계산하였다. 해석 내용에 적용된 접촉 압력의 최대 크기는 1.89 GPa (작용 하중 12,000 N)정도이며, 접촉 속도는 32.2 m/s이다. 회전속도는 Hertzian 접촉 부분의 단반경 지점에서의 선속도가 윤활유 유입 속도의 0.302배 정도이다.

절대 유막 압력과 절대 유막 두께의 크기는 접촉 하중과 회전 속도를 포함한 접촉 속도의 크기에 따라 다르게 나타난다. 그리고 접촉 점의 기하학적 형태(타원 정도) 및 곡률반경의 크기에 따라 같은 무차원량이라 하더라도 절대값은 다르게 나타난다. 본 연구에서 계산된 유막 두께의 크기는 약 0.7 mm에서 1.8 mm 범위에 있으며, 이때 유막 압력은 1.0 GPa에서 1.88 GPa

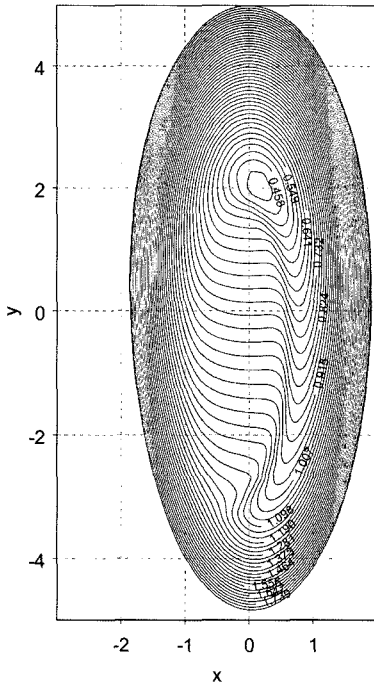


Fig. 5. Elliptical EHL film thickness under $p_H=1.0 \times 10^9$, $u=24.2$ m/s, $W=0.302$, $k=3.25$ minimum film thickness $h^*=hR/a^2=0.458$, $h=1.346$ μm , $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

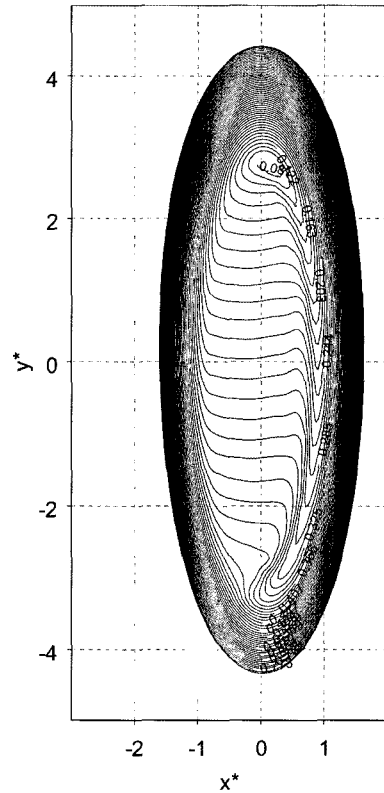


Fig. 7. Elliptical EHL film thickness under $p_H=1.71 \times 10^9$, $u=24.2$ m/s, $W=0.302$, $k=3.25$, minimum film thickness $h^*=hR/a^2=0.081$, $h=0.6964$ μm , $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

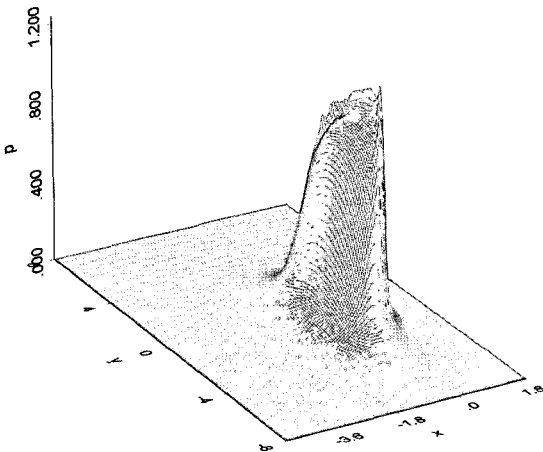


Fig. 6. Elliptical EHL film pressure under $p_H=1.0 \times 10^9$, $u=24.2$ m/s, $W=0.302$, $k=3.25$, $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

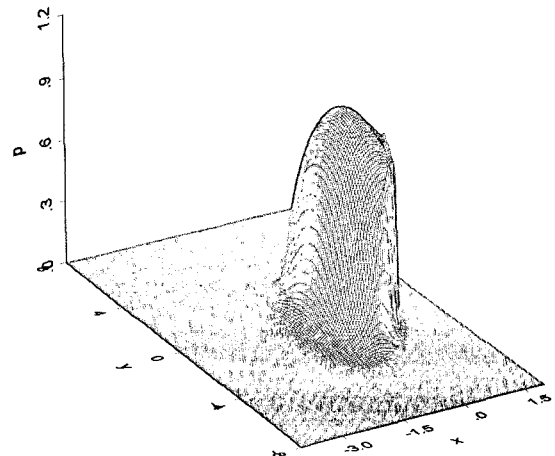


Fig. 8. Elliptical EHL film pressure under $p_H=1.71 \times 10^9$, $u=24.2$ m/s, $W=0.302$, $k=3.25$, $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

범위에 있다(Fig. 5~12).

접촉 압력이 1.0 GPa, 접촉 속도 24.2 m/s 회전 접촉 속도 $W=0.302$ 인 경우 접촉 유막 두께의 크기 (Fig. 5)와 접촉 압력의 크기(Fig. 6)에 나타나 있다.

이 보다 큰 접촉 하중에 대한 유막 두께 및 유막

압력은 Fig. 7과 8과 같이 계산 된다. 하중이 크게 작용하는 조건에서 접촉 면적에서의 유막 두께 변화는

오히려 완전한 상태를 보여주며 회전 방향 (spin)에 따라 유막 두께의 솔림이 나타나며 그 크기는 $h=0.6964$

μm 정도 이다.

접촉 회전 속도가 있는 상태에서 접촉 하중이 보다

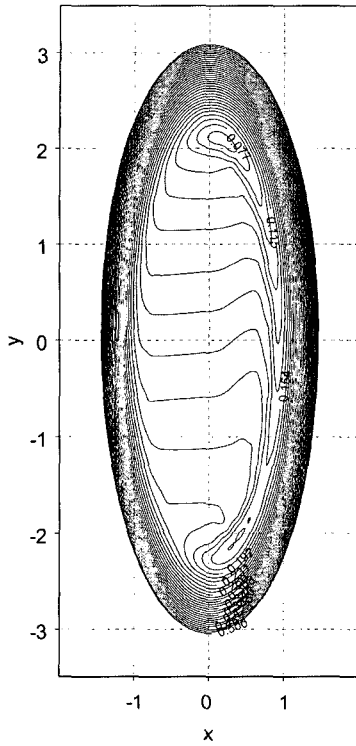


Fig. 9. Elliptical EHL film thickness under $p_H=1.69 \times 10^9$, $u=32.2$ m/s, $W=0.302$, $k=2.378$, minimum film thickness $h^*=hR_s/a^2=0.077$, $h=1.828 \mu\text{m}$, $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

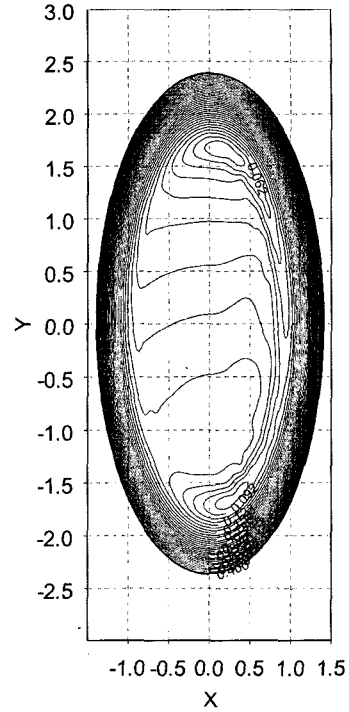


Fig. 11. Elliptical EHL film thickness under $p_H=1.88 \times 10^9$, $u=32.2$ m/s, $W=0.302$, $k=1.839$, minimum film thickness $h^*=hR_s/a^2=0.05$, $h=1.379 \mu\text{m}$, $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

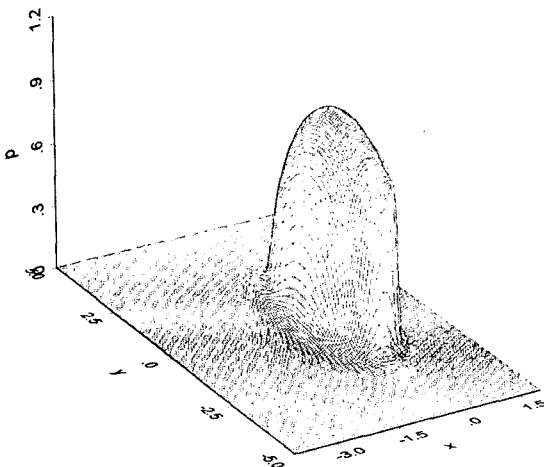


Fig. 10. Elliptical EHL film pressure under $p_H=1.69 \times 10^9$, $u=32.2$ m/s, $W=0.302$, $k=2.378$, $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

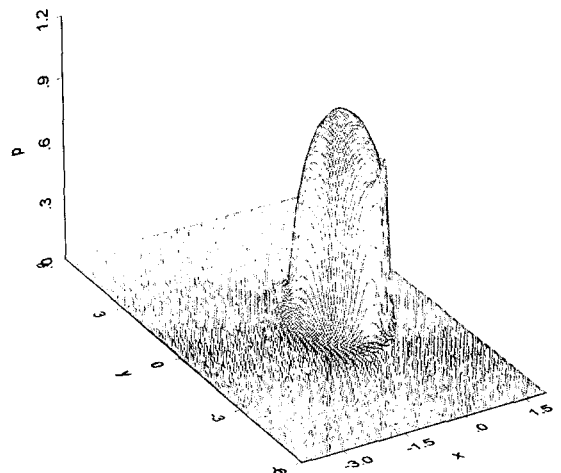


Fig. 12. Elliptical EHL film pressure under $p_H=1.88 \times 10^9$, $u=32.2$ m/s, $W=0.302$, $k=1.839$, $a=2.2 \times 10^{-8}$, $E'=21.99 \times 10^9$.

크고 접촉 속도도 보다 큰 경우의 해석 경우는 Fig. 9-12에 나타나 있다. 접촉하중이 크더라도 접촉 속도가 크게 되면 접촉 유막 두께도 영향을 받아 크게 나타난다. 이 경우 유막 두께는 $h=1.379 \mu\text{m}$ 정도 이다.

4. 결 론

본 연구는 가변동력전달장치에서 일어날 수 있는 타원 접촉 탄성유체윤활 조건에서 뉴턴 유체의 가정으로 유막 두께와 유막 압력을 계산하였다. 이때 유막 압력 조건은 1.0 GPa 이상이며, 수렴해를 얻기 어려운 접촉 조건에서 다중격자 다중 차원법과 분배 이완법을 사용하여 안정적인 수렴해를 얻을 수 있었다. 무단 변속기의 트랙션 오일(traction oil) 개발과 롤러 및 디스크 등의 접촉 부품의 설계 형상 결정에 중요한 정보를 제공한다. 이러한 수치 알고리즘은 다른 가혹한 조건의 탄성 유체 윤활 해석에서도 윤활유 거동에 대한 안정적 수렴해를 제공할 수 있을 것으로 예상된다.

기호 설명

- A : matrix containing the discrete operator
- a : minor radius of elliptical Hertzian contact
- b : major radius of elliptical Hertzian contact
- E' : reduced modulus of elasticity

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$$

- h : grid mesh size, film thickness
- h^* : dimensionless film thickness (hR_c/a^2)
- k : elliptic ratio
- L : differential operator
- p : pressure
- p_H : Hertzian pressure
- p^* : dimensionless film pressure (p/p_H)
- R : curvature of contact radius

- r^h : discrete residual
- t : time
- U^* : dimensionless speed
- W : dimensionless spin parameter ($\omega a/u$)
- W^* : dimensionless load
- h : viscosity
- x, y, z : coordinates
- ω : spin velocity
- ω_{gs}, ω_{ga} : relaxation factor, spin velocity
- ρ : density
- δ : change due to relaxation

후 기

본 연구는 과학기술부/한국과학재단 우수연구센터육성사업의 지원으로 (R11-2005-048-00000-0) 수행되었습니다.

참고 문헌

1. Yamashita, R. and Asano, K. "The Effect of Roller Crowning Radius of Full Toroidal CVT on Traction Coefficient," *Proceedings of the International Tribology Conference*, Nagasaki, pp609-614, 2000.
2. Ehret, P., Dowson, D., Taylor, C. M. and Wang, D., "Analysis of Isothermal Elastohydrodynamic Point Contact Lubricated by Newtonian Fluids Using Multigrid Methods," *Journal of Engineering Tribology*, Vol. 211, pp493-508, 2000.
3. Hamrock, B. J., *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGraw-Hill, 1994.
4. Lubrecht, A. A., Napel W.E. ten and Bosma, R., "Multigrid, An Alternative for Calculating Film Thickness and Pressure Profiles in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contacts," *Journal of Tribology*, Vol. 108, pp551-555, 1986.
5. Brandt, A., "Multigrid Techniques: Guide with Applications to Fluid Dynamics," G.M.D.-Studien No. 85 from G.M.D.-FIT, Postfach 1240, D-5205, St. Augustin 1 W.-Germany, 1984.