

# 비선형 피스톤 이론과 오일러 방정식을 이용한 썰기형 에어포일의 초음속/극초음속 비정상 공력해석

김 동 현\*<sup>1</sup>

## SUPERSONIC/HYPERSONIC UNSTEADY AERODYNAMIC ANALYSIS OF A WEDGE-TYPE AIRFOIL USING NONLINEAR PISTON THEORY AND EULER EQUATIONS

Dong-Hyun Kim

*In this study, unsteady aerodynamic analyses of a wedge-type airfoil based on nonlinear piston theory and Euler equations have been performed in supersonic and hypersonic flows. The third-order nonlinear piston theory (NPT) to calculate unsteady lift and moment coefficients is derived and applied in the time-domain. Also, unsteady flow quantities are obtained from the two-dimensional time-dependent Euler equations. For the CFD based unsteady aerodynamic analyses, an arbitrary Lagrangean-Eulerian (ALE) formulation for the Euler equations is used to calculate flow fluxes in the computational flow field with moving boundaries. Numerical comparisons for unsteady lift and moment coefficients are presented between NPT and Euler approaches. The results show very good agreements in the high supersonic and hypersonic flows. It means that the present NPT can be efficiently used to predict unsteady aerodynamic forces of wedge type airfoils with dynamic motions in the high supersonic and hypersonic flow regimes.*

**Key Words:** 초음속(Supersonic), 극초음속(Hypersonic), 비선형 피스톤 이론(Nonlinear Piston Theory), 전산유체역학(CFD), 비정상유동(Unsteady Flow), 오일러 방정식(Euler Equations), 에어포일(Airfoil)

### 1. 서 론

비행체는 탄성 구조물로 설계되기 때문에 기동 비행 중 다양한 형태의 운동과 진동을 경험하게 된다. 특히, 천음속, 초음속 및 극초음속 영역을 비행하는 고속 비행체의 경우는 충격파의 상호작용과 함께 구조의 탄성 변형에 기인한 불안정한 진동현상이 초래되어 구조에 좋지 않은 영향을 미칠 수 있다. 고속 비행체의 일반적인 형상설계 및 성능해석을 위해서는 정상상태(steady-state) 유동해석과 풍동실험으로 충분하지만 공력탄성학적 불안정성을 검토하기 위해서는 비정상(unsteady) 공력해석 과정이 필수적으로 수반되어야 한다.

일반적으로 초음속이라 함은 마하 1이상의 속도를 의미하

며, 천음속 영역이 마하 0.8에서 1.2 사이를 통상적으로 의미하기 때문에 비정상 유동해석 관점으로는 마하 1.3에서 5.0사이의 속도를 초음속 영역으로 고려하는 경향이 있다. 또한 초음속류 중에서도 특히 마하수가 약 5.0 이상인 초고속 흐름을 극초음속 영역으로 고려하며, 이런 속도에서는 충격파(shock wave, 衝擊波)의 경사각이 작아지고, 충격파의 파면(波面)이 물체표면에 접근하게 되는 특성이 있다. 이 때문에 물체표면에는 경계층 내에서 고속흐름과 점성마찰로 인한 공력가열 영향이 심각한 문제가 되며, 극초음속 영역에서는 유동, 온도, 충격파 경계층 등 3종류의 유동층이 형성된다.

초음속 및 극초음속 영역에서의 비정상 유동해석 방법은 다양한 기법이 있을 수 있다. 일반적으로 극초음속 유동에서의 주 관심사가 되고 있는 공력가열 영향으로 인한 비행체 열전달을 해석은 실제 설계과정에서도 매우 중요한 문제이다. 특히, 극초음속 유동에서는 고온, 고압의 상태로 인해 공기가 열, 화학적인 반응을 하게 되어 일반적인 이상기체의 가정에서 상당히 벗어날 수 있다. 이러한 공가열 현상에 기인한 열

접수일: 2004년11월 8일, 심사완료일: 2005년 3월 2일.

1 정회원, 국립경상대학교 기계항공공학부 및 항공기 부품 기술 연구소

\* E-mail: dhk@gsnu.ac.kr

전달 관점에서는 유동의 열적 화학반응이 고려된 정확한 해석을 위해 Navier-Stokes(N/S) 방정식을 이용한 CFD 해석이 적용될 수 있다. 하지만, 이는 방대한 계산시간 요구와 격자의 질(quality), 난류모델 및 화학반응 모델에 따라 수치불안정성이 초래되는 단점이 있어, 다양한 설계변수에 대한 영향을 고려해야 하는 실무 설계과정에서는 적용에 무리가 따른다.

초음속이나 극초음속 영역에서도 충격과 유동과 구조의 간섭영향으로 인해 다양한 공탄성 문제가 유발될 수 있다. 플러터와 같은 동적공탄성 현상을 해석하기 위해서도 비정상 공력해석 과정이 필수적이다[1]. 이 경우에도 N/S 코드를 이용한 직접적인 해석은 방대한 계산시간과 까다로운 유동모델이 요구되기 때문에 실용적인 설계과정에 적용하기에는 부적합하다. 따라서 극초음속 유동에서의 공탄성 해석은 구조의 열하중 부분은 실험데이터나 정상상태 N/S 코드를 활용한 온도분포 결과를 활용하고, 많은 계산 시간이 소요되는 비정상 공력하중 부분은 효율적인 비점성 유동해석 기법을 활용하게 된다. 본 연구에서는 효과적인 공력해석을 위해 순수 이론적 기법의 시간영역 비선형 피스톤 이론(Nonlinear Piston Theory, NPT)과 비정상 오일러 코드를 이용하여 유동해석을 수행하고 특성을 분석하고자 한다. 또한 초음속과 극초음속 영역에 대해 비정상 양력 및 모멘트 계수를 구할 수 있는 시간영역 NPT 관계식을 유도하였다. 오일러 전산유체역학(CFD) 유동해석 기법에는 동적이동격자(dynamic moving grid, DMG) 개념을 도입하여 에어포일의 임의 운동을 해석할 수 있도록 하였다. 실용적인 결과 도출을 위해 고속 비행체 및 미사일의 날개나 조종면 등에 주로 적용되는 쐐기형(wedge-type) 에어포일을 해석 대상으로 고려하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 Nonlinear Piston Theory (NPT)

외부 유동에 의해 양력면에 작용하는 압력은 일반적으로 표면에 분포하는 압력과 수직방향 속도와의 표면함수 관계식에 의해 구해진다. 그러나 높은 마하수(혹은 고진동수)에서는 다음과 같이 점함수 관계식을 이루게 된다. 즉, 이 범위에서의 압력은 구하고자 하는 위치의 downwash에 의해 구해진다. 극초음속 근사방법에 의하면, 날개표면에 수직인 방향으로 운동을 하는 경우의 공력문제는 다음 식과 같이 교란되지 않은 유체 내에서 움직이는 1차원 피스톤에 작용하는 압력 문제가 된다[2].

$$p(x, t) = p_{\infty} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{v_z}{a_{\infty}} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1)$$

여기서,  $p$ 는 자유흐름의 압력,  $\gamma$ 는 비열비,  $a_{\infty}$ 는 자유흐름의 음속,  $v_z$ 는 양력면에 수직인 downwash 속도를 의미한다. 또한 미소교란을 가정할 경우 downwash 속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_z(x, t) = - \left( \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + U_{\infty} \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \quad (2)$$

일반적으로 피치(pitch)와 플런지(plunge)의 2자유도계를 가지는 에어포일을 고려할 경우, 미소 받음각 변화에 대한 에어포일 표면의 수직변위  $w$ 에 대한 운동학(kinematics) 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x, t) = h(t) + \alpha(t)(x - bx_0) \quad (3)$$

여기서,  $h(t)$ 는 동적 플런지 변위,  $\alpha(t)$ 는 동적 피칭 각,  $b$ 는 에어포일 코드의 1/2,  $x_0$ 는 에어포일 앞면에서부터 피칭축(pitching axis)까지의 무차원 거리를 의미한다.

식 (1)을  $(v_z/a_{\infty})^3$  항까지 포함하도록 급수전개하면, 3차의 비선형 피스톤이론(piston theory)을 위한 압력 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{p(x, t)}{p_{\infty}} = 1 + \gamma \left( \frac{v_z}{a_{\infty}} \bar{M} \right) + \frac{\gamma(\gamma + 1)}{4} \left( \frac{v_z}{a_{\infty}} \bar{M} \right)^2 + \frac{\gamma(\gamma + 1)}{12} \left( \frac{v_z}{a_{\infty}} \bar{M} \right)^3 \quad (4)$$

여기서, 공력보정계수는  $\bar{M} = M_{\infty} / \sqrt{M_{\infty}^2 - 1}$ 로 정의되며, 피스톤 이론을 낮은 초음속에서 극초음속 영역까지 유효하게 적용가능하게 해준다. 식 (4)는  $M > 2$  이상인 영역에 대하여도 만족할만하며, 충격과 손실이 심각하지 않은 유동조건에 대해 상당히 정확한 것으로 알려져 있다[3,4].

일반적인 비정상 공력해석이나 공탄성 해석은 해석의 편이상 주로 무차원 변수들을 사용한다. 본 연구에서는 식 (4)를 무차원화하여 정리한 후, 2자유도계 운동을 하는 에어포일에 대한 비정상 양력, 모멘트계수 관계식을 다음과 같이 유도하였다.

$$c_l(\tau) = \frac{\bar{M}}{3M_{\infty}} \left\{ 12\alpha(\tau) + M_{\infty}^2 (1 + \gamma) \bar{M}^2 \alpha^3(\tau) + 12(\xi'(\tau) + (1 - x_0)\alpha'(\tau)) \right\} \quad (5)$$

$$c_m(\tau) = -\frac{\bar{M}}{6M_\infty} \{12(1-x_o)\alpha(\tau) + M_\infty^2(1-x_o)(1+\gamma)\bar{M}^2\alpha^3(\tau) + 4\{3(1-x_o)\xi'(\tau) + (4-6x_o+3x_o^2)\alpha'(\tau)\}\} \quad (6)$$

여기서,  $\tau(=tU_\infty/b)$ 는 무차원 시간을, 프라임(')은 무차원 시간에 대한 미분을,  $\alpha$ 는 피치 변위(pitch displacement)를,  $\xi = h/b$ 는 무차원 플런지 변위(plunge displacement)를 의미한다. 식 (5)-(6)을 이용하면 임의 운동을 하는 초음속/극초음속 에어포일의 비정상 양력 및 모멘트 계수를 매우 효과적으로 구할 수 있다. 또한 이는 일반적으로 많은 계산 시간이 요구되는 시간영역 동적공탄성 응답 해석 등에 용이한 활용이 가능할 것으로 판단된다.

**2.2 Unsteady Euler Equations**

2차원 에어포일에 대하여 전산유체역학 기법을 활용한 초음속/극초음속 비정상 공력 해석을 위하여 오일러 방정식을 적용하였다. 오일러 방정식의 수치해법에서 이동격자에 대한 유동 플럭스(flux)변화량을 정확하게 고려하기 위해 Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) 공식화 기법이 도입되었다. ALE 공식화에 근거하여 2차원 오일러 방정식을 적분형(integral form)으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} W dA + \int_{\partial\Omega(t)} (Fdy - Gdx) = 0 \quad (7)$$

여기서,  $\Omega(t)$ 는 이동경계면  $\partial\Omega(t)$ 을 가지는 격자요소 면적을 의미하며, 보존변수 W와 플럭스 벡터 F 와 G는 다음과 같이 정의된다.

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho(u-x_\tau) \\ \rho(u-x_\tau)u + p \\ \rho(u-x_\tau)v \\ \rho(u-x_\tau)e + up \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$G = \begin{pmatrix} \rho(v-y_\tau) \\ \rho(v-y_\tau)u \\ \rho(v-y_\tau)v + p \\ \rho(v-y_\tau)e + vp \end{pmatrix}$$

여기서,  $p, \rho, u, v$  와  $e$ 는 각각 압력, 밀도, 직교 좌표계의 x, y방향 속도성분과 총에너지(total energy)를 나타내며,  $x_\tau, y_\tau$ 는 이동격자 경계면의 x, y방향 속도를 의미한다. 또한 이상

기체의 상태방정식에서 압력(p)은 다음과 같이 총에너지(e)와 관계된다.

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \rho \frac{(u^2 + v^2)}{2} \right\} \quad (9)$$

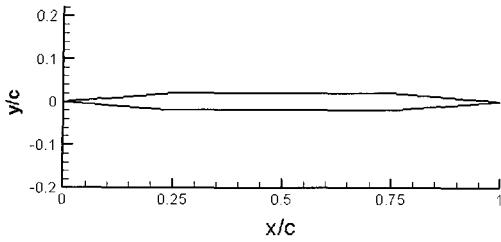
여기서,  $\gamma$ 는 비열비를 의미한다.

본 연구에서는 비정상 오일러 방정식의 수치해석을 위하여 기본적으로 유한체적법(finite volume method, FVM)에 근거한 수치해법을 구현하였다. 또한 효율적인 시간적분을 위해 Ref.5에서 제안한 대각화 알고리즘을 적용하였으며, 공간에 대해서는 에어포일의 동적 움직임에 대한 수치 강건성을 위해 인공점성항을 포함한 2차의 중앙차분법을 적용하였다. 비정상 유동해석에서 에어포일의 운동을 고려하기 위해 동적이동격자(dynamic moving grid) 생성기법이 적용되었다. 본 연구에서 적용한 비정상 오일러 코드에 대한 이론적 배경, 수치검증 및 응용 결과에 대한 추가적인 내용들은 Refs.6-8에 제시되어 있다.

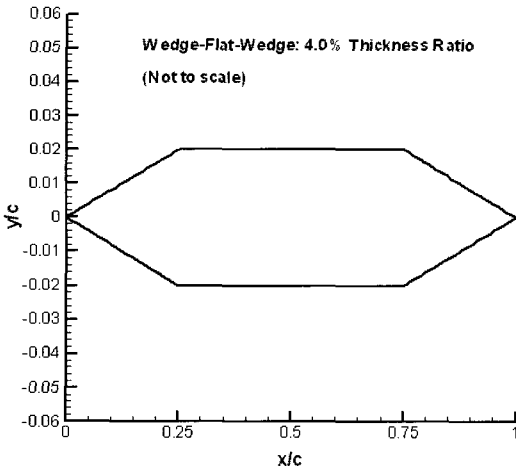
**3. 해석결과 및 검토**

본 연구에서는 초음속 비행체 날개나 조종면 설계에 많이 활용되고 있는 wedge-flat-wedge 형태의 에어포일에 대한 비정상 공력해석을 수행하였다. 수치해석 및 상호 검증을 위해 계산시간이 매우 빠른 해석적 기법과 CFD 기법을 모두 적용하여 검토하고자 한다. 구조비선형성이 있는 경우에 대한 공탄성 해석을 수행하고 특성을 분석하기 위해서는 각각의 초기 조건에 대해 많은 량의 수치계산을 수행하여야 하는데, 모든 경우에 대해 CFD를 연계한 해석을 수행하는 것은 (물론 정확하기는 하지만) 일반 설계단계에서는 비효율적인 방법이 될 수 있다. 실무 설계 단계에서는 다양한 설계 변수들이 수시로 변할 수 있기 때문에 이러한 변화가 구조진동 및 플러터 안정성에 어떤 영향을 미치게 되는지 빠른 시간 안에 정성적인 경향성을 파악해볼 필요성이 크다. 본 연구에서는 초음속 및 극초음속 영역에서의 비정상 공력예측과 공탄성 해석에 매우 효율적인 활용이 가능한 비선형 피스톤 이론을 시간영역에서 양력과 모멘트 계수 형태로 유도하였으며, 어느 정도의 정확도로 활용될 수 있는지 개발된 오일러 코드를 사용하여 상호 비교연구를 수행하고자 한다.

본 연구에서의 초음속 및 극초음속 비정상 유동해석 대상인 wedge-flat-wedge(WFW) 형 에어포일의 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 그림에서 보논바와 같이 에어포일의 두께 비는 4.0%이며, 앞전과 뒷전은 쉘기형이며, 앞전에서 25% 및 75% 위치 사이 구간은 평면 형상으로 설계되어 있다.

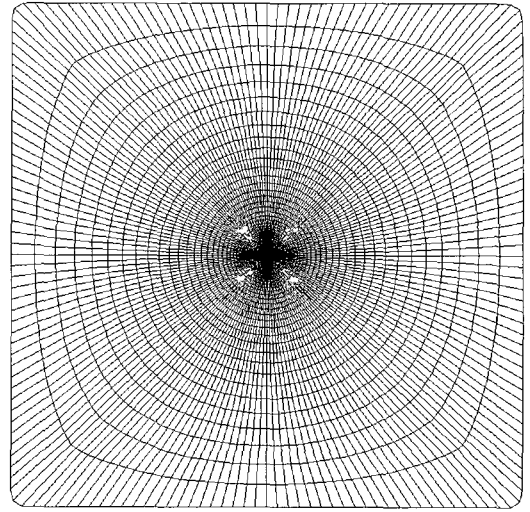


(a) Original scale view

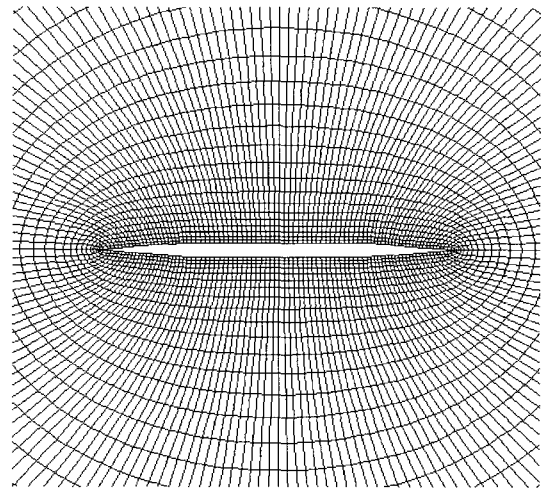


(b) Magnified scale view

Fig. 1 Wedge-flat-wedge (WFW) type airfoil geometry.



(a) Far boundary view



(b) Zoomed view

Fig. 2 Aerodynamic computational grid

Fig. 2는 전산유체역학 기법에 바탕을 둔 오일러 유동해석 코드에 사용한 정렬 격자계를 보여주고 있다. 격자의 크기는 181 X 51이며, 원방경계(far boundary)는 에어포일 코드 길이의 20배 지점에 위치하고 있다. 에어포일의 운동이 고려된 비정상 유동 해석에서 원방경계로부터의 반사된 수치교란간섭 영향을 감소시키기 위해 격자 생성에서 원방경계가 되도록 멀리 위치하도록 설정하였다.

Fig.3은 썰기형 에어포일에 대해 초음속 유동 및 극초음속 유동에 대해 정상 유동해석을 수행한 후 마하수 분포를 출력한 것이다. 유동해석에 고려한 마하수는 1.5, 2.0, 3.0 및 5.0이며, 초기 받음각은 0도 인 경우이다. 그림을 보면 전형적인 초음속 유동특성을 나타내고 있음을 알 수 있는데, 에어포일의 앞전 썰기 부분에서는 흐름 변경에 따른 압축효과로 경사 충격파(oblique shock wave)가 나타나며, 앞전 썰기부분에서 중간 평면부분으로 전이되는 구간에서는 팽창충격파(expansion shock wave) 이후로는 자유 흐름 수준으로 거의 회복된 속도가 관찰되고 있다. 또한 앞전 충격파를 통과한 후류 영향에 있는 후방 썰기부분에서는 팽창충격파로 인해 유동 속도가

증가되고 있음을 볼 수 있다. 마하수가 증가하게 되면 충격파의 경사각이 감소하게 되는데, 자유흐름의 마하수가 증가함에 따라 경사각이 점점 낮아짐을 관찰할 수 있다.

피스톤 이론은 높은 초음속 및 극초음속 영역의 비정상 공력해석에 있어 매우 효율적인 기법으로 인식되어 있다. 하지만, 기존의 연구들은 대부분 주파수 영역에서의 응용을 통한 연구결과를 보고하였으나, 본 연구에서는 실제 물리적인 비정상 공력계수의 예측 정확도를 시간영역에서 상호 비교하였다.

Fig. 4-7은 초음속 및 극초음속 유동에서 25% 코드지점에

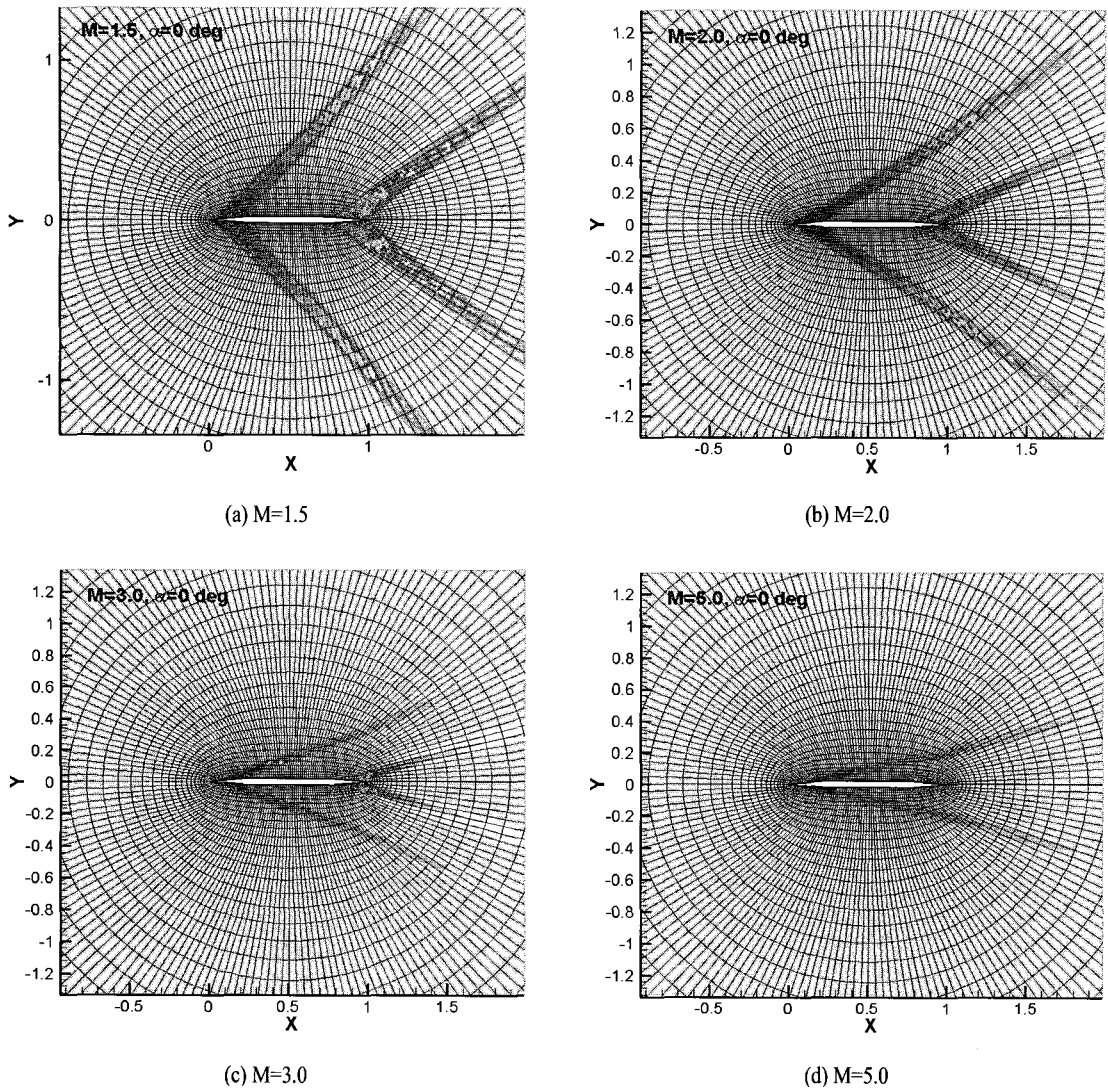
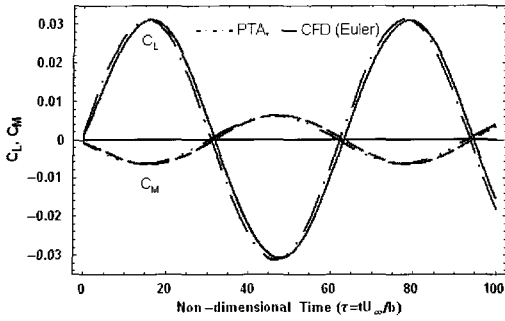


Fig. 3 Comparisons of steady Mach contours for different free stream Mach numbers.

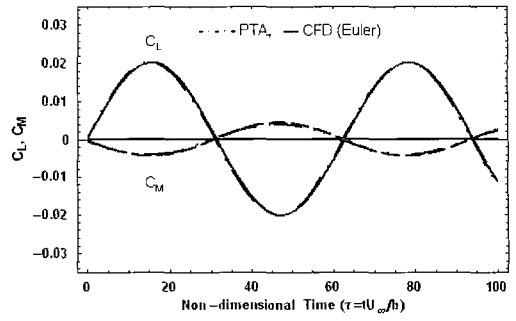
대해 피칭운동( $\alpha(\tau) = 0.5^\circ \sin(k_0 \tau)$ )을 하는 에어포일의 비정상 공력계수를 비교한 것이다. 비선형 피스톤 이론과 CFD 오일러 해석결과를 다양한 마하수 및 환산진동수 조건에 대해 비교하였다. 마하 1.5인 경우는 환산진동수( $k_0 = \omega b / U_\infty$ )가 1.0인 낮은 주파수의 진동조건에 대해서는 비정상 공력계수의 크기는 거의 같고 약간의 위상차를 보이고 있다. 하지만, 보다 높은 진동수에 대하여는 다소 큰 차이를 보이고 있다. Fig. 5은 마하수가 2.0인 경우의 해석결과이다. 이 경우는 환산진동수가 0.6인 경우가 공력계수의 진폭에 약간 차이를 나타내고 있다.

Fig.6과 Fig.7은 마하 3.0과 5.0인 경우인데, 비선형 피스톤 이론 및 오일러 해석결과가 고려한 환산진동수에 대해 전반적으로 잘 일치하는 결과를 보여주고 있다. 비정상 공력계수에 대한 경향성은 동일 운동조건에서 마하수가 증가할수록 비정상 공력계수의 진폭(크기)이 상대적으로 줄어드는 경향성을 보이고 있다.

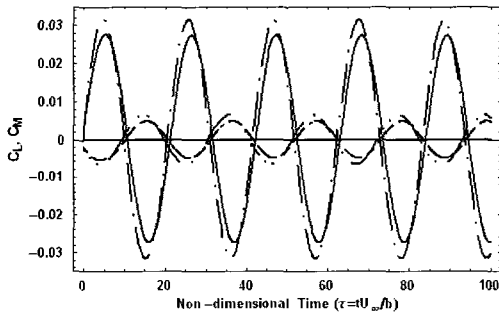
참고로, Figs.4-7의 오일러 코드를 이용한 비정상 공력해석에는 보수적으로 수립된 비정상 해를 얻기 위해 무차원 시간 간격( $\Delta\tau$ )으로 0.005가 적용되었으며, 충분한 응답 비교를 위해 고려한 최대 무차원 시간은 100이다. 수치해석은 펜티엄 4



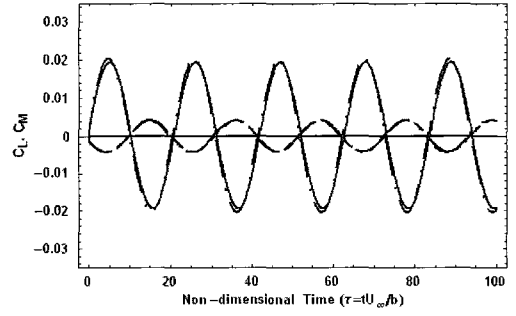
(a)  $k_b=0.1$



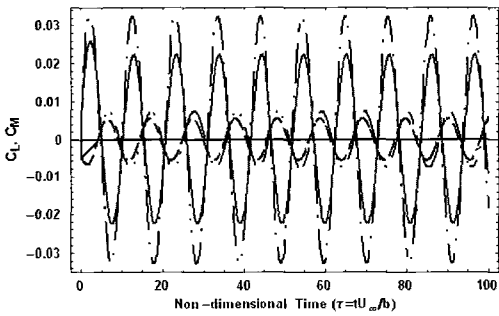
(a)  $k_b=0.1$



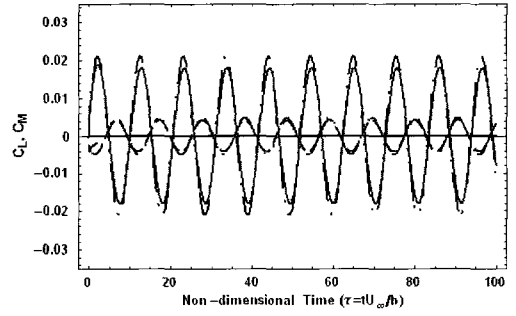
(b)  $k_b=0.3$



(b)  $k_b=0.3$



(c)  $k_b=0.6$



(c)  $k_b=0.6$

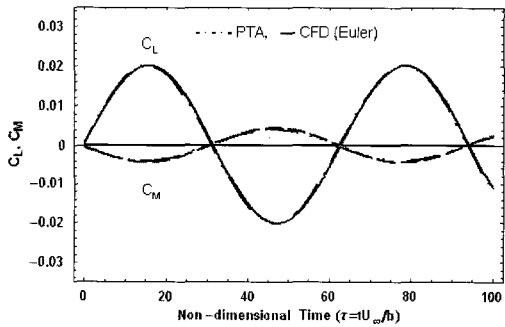
Fig. 4 Comparisons of hypersonic unsteady lift and moment coefficients for the wedge-flat-wedge type airfoil at  $M=1.5$

Fig. 5 Comparisons of hypersonic unsteady lift and moment coefficients for the wedge-flat-wedge type airfoil at  $M=2.0$

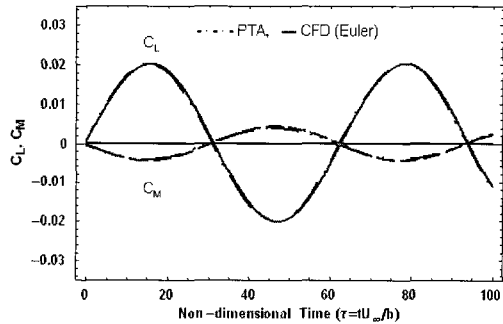
급 컴퓨터(3.4GHz CPU, 500MB RAM)에서  $M=3.0$ 의 경우 약 56초가 소요되었으며, NPT의 경우는 약 2초 정도가 소요되었다. 사실 오일러 코드를 이용한 계산은 격자의 크기가 커지거나 시간간격이 더 줄어들거나 최대 응답시간이 늘어나는 경우 해석에 요구되는 계산 시간이 지속적으로 증가하게 된다.

하지만, 본 연구에서 제시한 NPT 이론의 경우 해석적 접근법에 근거한 해법이므로 격자나 이동격자 개념이 필요 없고, 긴 시간응답에 대해서도 계산시간의 증가가 거의 발생하지 않는 매우 효율적인 방법이다.

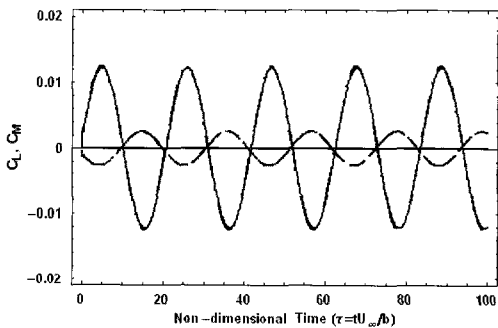
Fig.8에서는 비정상 공력계수의 진폭(크기)을 마하수 및 환



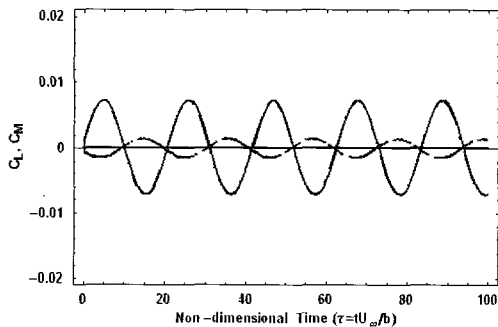
(a)  $k_b=0.1$



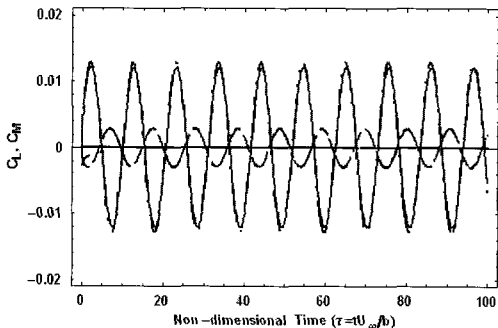
(a)  $k_b=0.1$



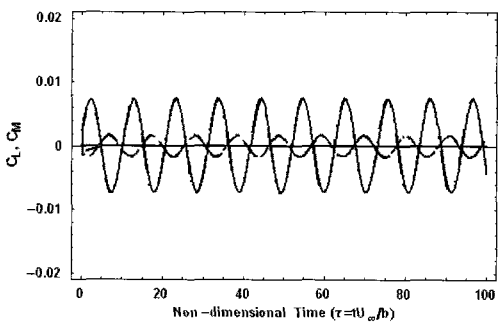
(b)  $k_b=0.3$



(b)  $k_b=0.3$



(c)  $k_b=0.6$



(c)  $k_b=0.6$

Fig. 6 Comparisons of hypersonic unsteady lift and moment coefficients for the wedge-flat-wedge type airfoil at  $M=3.0$

Fig. 7 Comparisons of hypersonic unsteady lift and moment coefficients for the wedge-flat-wedge type airfoil at  $M=5.0$ .

산진동수의 변화에 대해 종합적으로 비교하였다. 그림에서 마하 3.0이하의 낮은 초음속 영역에 대해서는 환산진동수가 증가함에 따라 공력계수의 진폭이 줄어드는 경향을 보이나 마하 3.0 이상에서는 환산진동수가 변화하여도 공력계수의 진동수만 증가할 뿐 공력계수의 크기(진폭)는 거의 동일하게 유지되는 경향을 나타내고 있음을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 비선형 피스톤 이론 및 오일러 방정식을 사용하여 고속 비행체 및 미사일 날개(핀) 등에 주로 사용되는 췌기형 에어포일에 대한 초음속/극초음속 비정상 공력해석 및 특성연구를 수행하였다. 마하 3.0 이하의 초음속 영역에서는

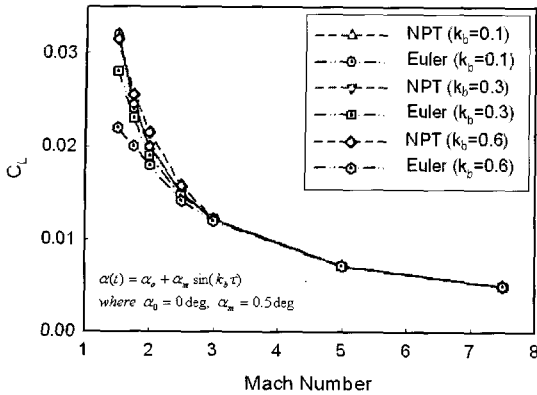


Fig. 8 Comparison for the magnitude of unsteady lift coefficient due to the pitching motion with various reduced frequencies.

환산진동수에 따라 본 연구에서 유도한 시간영역 비선형 피스톤 이론과 CFD 오일러해석 결과가 다소 차이를 유발할 수 있음을 나타내었다. 하지만, 마하 3.0이상의 높은 초음속 영역과 극초음속 유동에 대해서는 비선형 피스톤 이론과 오일러 해석결과가 다양한 환산진동수에 대하여도 거의 동일한 결과를 제시하여 주었다. 따라서 마하 3.0이상의 유동조건에 있는 썬기형 에어포일에 대해서는 본 연구에서 제안한 시간영역 비선형 피스톤 이론이 오일러 코드를 대체하여 매우 효율적이면서 정확한 해석 결과를 제공할 수 있음을 알 수 있었다. 또한 이는 고마하수 유동조건에서의 시간영역 동적공탄성 해석을 위해 매우 효과적인 비정상 공력이론 모델로 활용될 수 있을 것이다.

## 후 기

본 연구는 2004년도 한국학술진흥재단의 지원(KRF-2004-003-D00067)에 의해 연구된 결과의 일부이며 지원에 감사를 표하는 바입니다.

## 참고문헌

- [1] 김동현, 권혁준, 이인, 2000, "3차원 날개의 플러터 해석 결과와 풍동시험 결과의 비교연구," *한국항공우주학회지*, 제28권, 제3호, p.53-63.
- [2] Bisplinghoff, R.L. and Ashley, H., 1996, "Principle of Aeroelasticity," *Dover Publications, Inc.*
- [3] Liu, D.D., 1994, "Piston Theory Revisited and Further Applications," *ICAS-94-2.3.4*.
- [4] Marzocca, P., Librescu, L., and Silva, W.A., 2002, "Supersonic Flutter and Post-Flutter Control of an Aircraft Wing Section," *ICAS-2002-452.1*.
- [5] Pulliam, T.H., and Chaussee, D.S., 1981, "A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm," *Journal of Computational Physics*, Vol.39, p.347-363.
- [6] 김동현, 이인, 1999, "유격 비선형이 천음속/초음속 플러터 경계에 미치는 영향에 관한 연구," *항공우주학회지*, 제27권, 제2호, p.51-61.
- [7] Kim, D.H. and Lee, I., 2000, "Transonic and Low-Supersonic Aeroelastic Analysis of a Two-Degree-of-Freedom Airfoil with a Freeplay Non-Linearity," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.234, No.5, p.859-880.
- [8] 김동현, 박영민, 이인, 권오준, 2001, "비정렬 오일러 코드를 이용한 2자유도계 에어포일의 유체/구조 연계해석," *한국항공우주학회지*, 제29권, 제4호, p.8-19.