

DES 방법을 이용한 비압축성 열린 공동 유동의 수치적 모사

장 경식^{1*}, 박승오², 권오준², G. Constantinescu³

DETACHED EDDY SIMULATION OF AN INCOMPRESSIBLE FLOW PAST AN OPEN CAVITY

K.S. Chang, S.O. Park, O.J. Kwon and G. Constantinescu

Three-dimensional incompressible flow past an open cavity in a channel is investigated using Detached Eddy Simulation(DES). The length to depth ratio of the cavity is 2 and the Reynolds number defined with the cavity depth is 3,360. The DES methods are based on the Menter's SST model. In the present work, two types of inflow conditions are used; one is RANS profile, the other is LES inflow from another Large Eddy Simulation(LES) of fully developed channel flow. The results are compared with experimental data and LES results in terms of the mean statistics, temporal physics and scalar transport phenomenon of the flow.

Key Words: 열린 공동(Open cavity), Detached Eddy Simulation, Large Eddy Simulation

1. 서 론

열린 공동 유동은 많은 공학적 문제에 나타나는데, 예를 들면 자동차의 sunroof, 항공기의 폭탄 투하 장치, 레이저 발생 장치 등이다. 유동 조건에 따라 공동 위를 지나는 유동의 압력과 속도 값이 진동하게 되는데, 이는 구조물에 피로(fatigue)를 증가시키고 소음 발생의 원인이 된다. 또한 환경학적 측면에서 강과 협곡에서 자주 나타나는 형상으로 오염 물질이나 큰 밀도의 물질이 공동 내부에 쌓이면서 나쁜 영향을 미치게 된다. 이러한 공동 유동은 Kelvin-Helmholtz instabilities에 의해 앞전에서 발생한 vortices가 공동 위를 타고 흘러가 뒷전에 부딪치면서 발생하는 disturbance가 전단층을 더욱더 unstable하게 만드는 복잡한 feedback mechanism을 가지고 있다.

지금까지 이러한 공동 유동에 대한 많은 연구가 이루어 졌지만 대부분 압축성 유동에 대해 초점을 맞추고 있다. 비압축성의 경우, Sarohia[1]는 축대칭 공동 유동에 대한 실험을 통해 공동 유동의 특성을 살펴보고 공동 유동이 진동하기 시작

하는 최소 공동길이(L)를 구하였다. Rockwell[2]은 linear stability theory를 2차원 비압축성 공동 유동에 적용하여 진동 모드와 진동수를 구하였으며 이를 실험치와 비교하여 잘 일치함을 보였다. Yao et al.[3]은 길이대 깊이비가 4인 3차원 공동 유동에 대해 DNS/LES를 수행하여, 입구에서 층류 유동이 들어올 때 레이놀즈수에 따른 후류의 유동 구조와 특성을 살펴보았다. 또한 장경식 등[4]은 길이대 깊이비가 0.5와 2.0인 공동에 대해 Hybrid RANS/LES 방법을 적용하여 수치적으로 모사하였으며 이 방법의 가능성을 살펴보았다.

열린 공동 유동의 수치 해석 관점에서 보면 박리와 재부착이 존재하는 매우 복잡한 유동 형태를 나타낸다. 이때 일정 이상의 레이놀즈 수가 되면 DNS와 LES를 수행하기 위해서는 많은 격자수와 계산시간이 필요하게 되는데, 이러한 단점을 보완하기 위해 Spalart et al.[5]는 RANS와 LES 방법을 혼합하여 사용하는 DES 방법을 제안하였는데, 이는 격자수가 많이 요구되는 벽근처에서는 RANS 계산을, 박리가 수반되는 detached 영역에서는 LES 계산을 하는 방법이다. DES 방법은 대규모 박리기포를 수반하는 유동의 수치 해석에 대하여 기존의 unsteady RANS 보다 탁월한 예측 능력을 보이고 있으며 계산 시간이나 자원 면에서 LES 방법 보다 효율적이다.

DES 또는 Hybrid RANS/LES처럼 RANS와 LES 방법을 혼합하여 수치해석을 하는데 있어서 중요한 문제 중에 하나가

접수일: 2005년 6월14일, 심사완료일: 2005년 8월22일.

1 학생회원, KAIST 항공우주공학과

2 정회원, KAIST 항공우주공학과

3 Professor, University of Iowa, IIHR

* Corresponding author E-mail: kschang76@kaist.ac.kr

입구에서의 경계 조건이다. 일반적으로 RANS 를 통해 얻은 결과를 그대로 이용하거나 여기에 random fluctuation을 더하여 입구 조건을 적용할 수 있다[6]. 하지만 random fluctuation을 더할 경우에는 continuity 식을 만족하지 않는 유동이 경계조건으로 들어가게 되어 후류의 난류 발달에 영향을 미치게 된다. 이를 피하기 위해서는 긴 유동 발달 구간이 필요하게 되어 계산 양과 시간이 증가한다. 또 다른 방법으로는 LES 방법에서 사용하는 recycling method를 이용하여 발달된 난류 유동을 얻은 다음 blending function을 통해 RANS와 LES 영역의 입구 조건을 나누어 주는 방법[7]이 있는데 이때 blending function을 모델화 하는데 있어서 여러 가지 방법이 적용될 수 있다. 이들 외에도 비교적 정확한 유동을 모사할 수 있는 DNS/LES 방법을 이용하여 유동을 구한 다음 이를 입구 조건에 적용하는 방법이 있는데 이는 높은 레이놀즈 수를 가지거나 복잡한 입구 형상의 유동에는 적용하기 힘든 단점이 있다.

본 연구는 완전 발달된 난류(fully developed turbulent) 유동이 흐르는 채널 내부에 길이대 깊이비가 2인 열린 공동이 존재하는 유동에 대하여 DES 방법을 이용하여 수치적으로 해석하고자 한다.

2. 수치해석

2.1 DES

본 연구에서는 Menter's SST model[8]을 바탕으로 수정한 DES 방법을 이용하여 수치해석을 수행하였다. SST DES 방법은 k-transport equation에서의 dissipative 항(D_{DES}^k)에 나타나는 length scale을 RANS와 LES의 length scale로 바꾸어, 벽근처 attached 영역에서는 RANS 방법을 이용하고 detached 영역에서는 LES의 length scale을 적용하여 식의 해를 구하게 된다[9].

$$D_{DES}^k = k^{3/2}/\gamma \quad (1)$$

$$\gamma = \min(l_{k-\omega}, C_{DES}\Delta) \quad (2)$$

Δ 는 $\max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 로 정의하였으며, C_{DES} 계수 값은 Menter [8]가 제안한 blending function F_i 을 이용하여 $C_{DES} = (1-F_i)C_{DES}^{k_e} + F_i C_{DES}^{k_w}$ 와 같이 구해지는는데 이때 $C_{DES}^{k_e}$ 와 $C_{DES}^{k_w}$ 값은 각각 0.61과 0.78이다[9].

일반적으로 LES 계산에서 upwind scheme을 이용할 경우 central scheme을 이용하는 경우보다 수치적 dissipation이 크게 되어 정확한 해를 얻을 수가 없으므로, 본 계산에서는 Travin et al[9]이 제안한 hybrid central/upwind approximation을 이용하였다. 이 방법은 inviscid fluxes 항에 대하여 RANS가 적용되

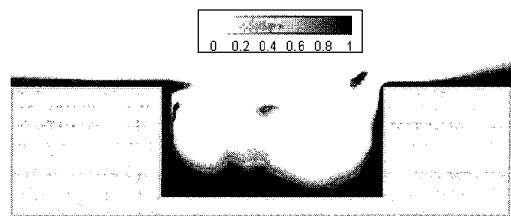


Fig.1 Instantaneous σ contours(SST DES-R case)

는 영역에서는 upwind scheme으로 차분하고 LES 영역에서는 central scheme을 이용하는 방법으로써, blending function σ 을 통해서 나타내어진다. σ 의 값이 1 일 경우 upwind scheme, 0 일 경우에는 central scheme을 적용하게 된다. 그럼 1은 이번 연구에서 해석한 열린 공동 유동에 대한 σ contour를 나타낸 것으로 박리가 존재하는 영역에서는 central scheme이, 벽근처에서는 upwind scheme이 적용되는 것을 확인할 수 있다.

2.2 수치기법

3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 fully implicit fractional step 방법을 이용하여 계산하였다[10]. 기본적으로 대류 항에 대해서는 앞 절에서 설명한 hybrid central/upwind approximation을 바탕으로 second order central/fifth order upwind scheme을 이용하여 차분하였으며 나머지 항들에 대해서는 second order central difference scheme을 적용하였다. Local time stepping algorithm을 이용하여 2차의 정확도를 가지고 시간적 분을 수행하였다.

2.3 유동조건 및 격자

본 연구에서의 유동 조건 및 공동의 형상은 Pereira and Sousa[11]의 실험을 바탕으로 정하였다. 열린 공동의 길이대 깊이비(L/D)는 2이며 공동의 깊이를 기준으로 한 레이놀즈 수는 3,360의 값을 가진다. 완전 발달된 난류 유동이 흐르는 채널($Re_H=20,470$) 내부에 열린 공동이 존재하는 형상으로 전체적인 형상과 계산 영역은 그림 2와 같다.

계산 격자는 X,Y,Z 방향으로 $150 \times 100 \times 32$ 격자계로 구성되었으며 공동 내부에 $51 \times 41 \times 32$ 의 격자를 분포시켰다. 채널의 높이는 6.092D이며 spanwise 방향 크기는 2D이다. 벽근처에서의 난류 유동을 정확히 모사하기 위해 벽근처에 격자를 조밀하게 분포시켰으며 그 크기는 벽으로부터 떨어진 첫 번째 지점이 $\Delta y^+ \approx 1$ 이다. Spanwise 방향으로 격자 간격 Δz 는 일정하며 그 크기는 대략 $10\Delta y^+$ 정도이다.

벽면에는 no-slip 경계조건을 주었으며 출구는 Neumann 조건을, spanwise 방향으로는 periodic 조건을 이용하였다.

이번 연구에서는 DES 방법을 이용하는데 있어서 입구 유

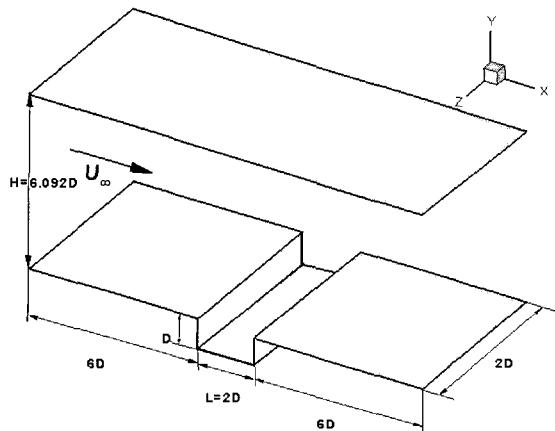


Fig. 2 Computational domain

동 조건의 영향을 알아보기 위하여 두 가지 방법을 이용하여 얻은 완전 발달된 난류 유동 조건을 이용하여 계산을 수행하였으며 이에 따른 결과의 차이를 살펴보았다. 두 방법 중 하나는 Menter's SST RANS를 이용하여 얻은 정상 상태의 결과를, 다른 하나는 열린 공동의 입구와 같은 조건에서의 완전 발달된 난류 채널 유동($Re_H=20,470$)에 대해 LES를 수행하여 [12] 얻은 비정상 유동을 입구 조건으로 주었다. 저장된 데이터의 총 시간 간격은 공동 유동 주기($T \approx 2.63D/U$)의 20T이며 DES 격자계에 대하여 interpolation 하였다.

3. 결과 및 고찰

이번 연구에서는 Menter's SST 모델을 바탕으로 URANS(SST URANS), RANS 입구 조건을 가지는 DES(SST DES-R), LES 유동 결과를 입구 조건으로 가지는 DES(SST DES-L), 세 가지 경우에 대해 계산을 수행하였으며 계산 결과를 같은 조건에서 수행한 LES 해석 결과[12]와 비교하였다.

3.1 평균 유동장

Fig. 3은 시간과 spanwise 방향에 따른 속도 평균값들을 이용하여 mean streamline을 나타낸 것이다. 공동 내부에는 가장 큰 첫 번째 에디와 이와 반대 방향으로 회전하는 두 번째 에디가 존재하는데, 이는 Rowley[13]가 DNS 방법을 이용하여 같은 L/D에 대해 계산한 전단층 모드에서의 유동 구조와 잘 일치한다. 세 가지 방법 모두 전체적인 에디 구조는 실험치 [11]와 LES 결과와 비교했을 때 잘 예측하지만 SST URANS의 경우 두 번째 에디의 크기와 모양이 실험 결과와 차이를 보이고 있다.

Fig. 4는 공동 위를 흐르는 전단층의 두께를 vorticity

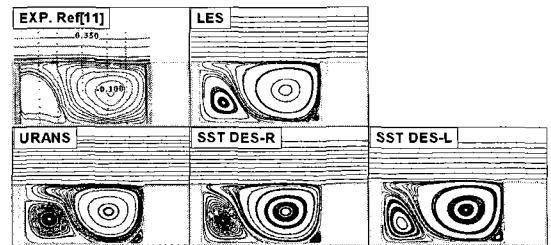
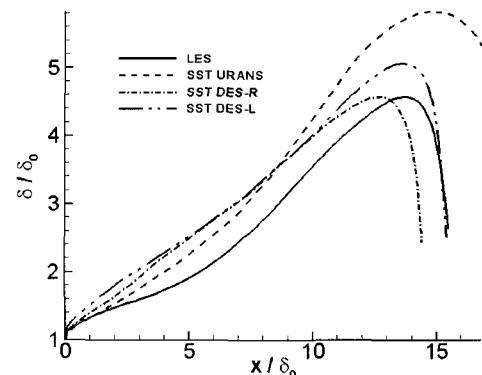


Fig. 3 Mean streamline

Fig. 4 Vorticity thickness(δ_0) along shear layer

thickness($\delta_0 = U/(dU/dy)_{max}$) 정의를 이용하여 나타낸 것이다.

일반적으로 전단층의 두께를 나타내는 momentum thickness의 정의를 이용할 경우 공동 내부의 recirculation 유동 때문에 정확한 값을 얻을 수가 없기 때문이다[13]. LES의 결과를 보면 $6\delta_0$ 와 $13\delta_0$ 사이에서 선형적인 growth rate를 가지며 전체적인 growth rate는 0.18과 0.27 사이의 기울기 값을 가진다. 이는 전형적인 난류 자유 전단층이 가지는 0.162[14] 값보다 약간 큰 값이다. 또한 공동의 뒷전에 의한 영향으로 전단층의 두께가 급격히 감소하고 있음을 알 수 있다. 전단층의 두께를 비교적 크게 예측하는 SST URANS 와는 달리 나머지 두 방법은 비교적 잘 예측하며 growth rate도 0.26으로 LES 결과와 비슷한 값을 가진다.

Fig. 5는 각각의 방법에 따른 resolved turbulent kinetic energy ($k=u'u'/2$)를 나타낸 것으로 입구에서의 u_t^2 으로 무차원화 시킨 값이다. 앞 절에서 구한 평균 속도장을 바탕으로 각각의 time step에서 구한 순간 속도의 차(fluctuation)를 구하여 resolved turbulent kinetic energy(TKE) budget을 계산하였다. 앞전 이후 전단층을 따라 TKE 값이 증가하면서 뒷전 근처까지 fluctuation 크기가 큰 것을 알 수 있다. SST URANS의 경우 해가 정상상태로 수렴하여 속도장의 fluctuation 값이 0이 되어

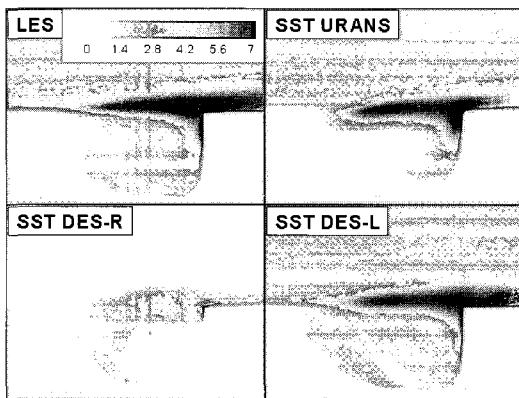
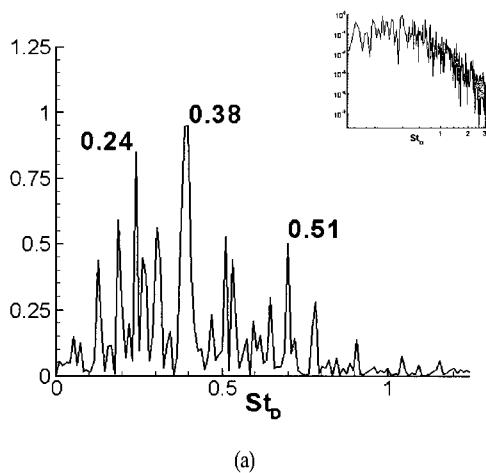
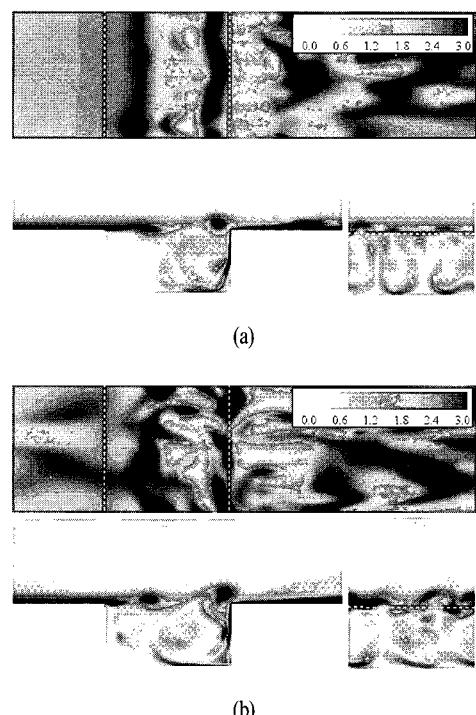


Fig. 5 Resolved TKE contours (Modeled TKE in SST URANS case)

Fig. 6 Power spectra of the vertical velocity at $(x/D, y/D) = (1.8, 0.0)$,
(a)LES, (b)DES-R, (c)DES-L

resolved TKE 값은 0이 되므로 SST URANS의 경우에는 modeled TKE(k)를 나타내었다. Fig. 5에서 알 수 있듯이 SST DES-L 방법이 LES 결과와 가장 비슷하게 TKE 값을 예측하고 있으며 DES-R의 경우 resolve 하는 fluctuation의 크기가 작음을 알 수 있다. Production 항과 dissipation 항 모두 같은 경향을 보여주고 있음을 확인하였다.

Fig. 7 Instantaneous vorticity contours of each plane,
(a)DES-R, (b)DES-L
plane parallel to bottom channel situated at $y/D=1.1$,
xy plane, spanwise plane cutting cavity at $x/D=1.0$

3.2 비정상 유동장

이번 연구에서 SST URANS를 적용하였을 경우, 최종적으로 유동이 정상 상태로 수렴하였기 때문에 비정상 특성은 LES와 DES 결과를 중심으로만 비교한다. Fig. 6은 $(x/D, y/D) = (1.8, 0.0)$ 위치에서의 수직 속도(v) 성분에 대해 FFT를 이용하여 PSD(power Spectral density)를 구한 결과이다. LES 결과를 살펴보면 입구에서 들어오는 완전 발달된 난류 유동 때문에 광범위한 에너지 스펙트럼 형태를 나타낸다. 이는 fluctuation이 없는 충류 유동이 흘러 들어왔을 경우 2-3개의 dominant peak만 존재하는 결과와 차이가 있다. 가장 큰 peak 값을 가지는 0.38과 그 다음의 0.51은 Rockwell[2]의 linear stability theory를 이용하여 예측한 공동 유동의 무차원 진동수 결과에서의 첫 번째 모드와 두 번째 모드에 해당한다. SST DES-R의 경우는 SST DES-L 경우보다 훨씬 작은 값의 속도 fluctuation이 들어오기 때문에 0.31의 main frequency와 0.62의 harmonic frequency만 존재함을 알 수 있다. 이에 반하여 SST DES-L은 더 광범위한 에너지 스펙트럼이 존재하게 됨을 알 수 있다. 이 두 경우 모두 peak frequency 값은 LES의 값과 유사하다.

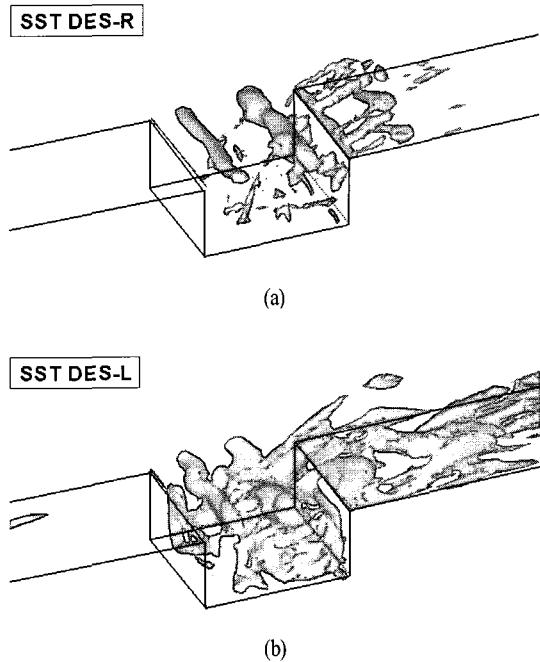


Fig. 8 Instantaneous vortical structures using Q -criteria $Q/(U_\infty/L)^2 = 0.5$, (a)DES-R,(b)DES-L

3.3 유동 가시화

Fig. 7은 DES의 결과에 대해 어느 순간에 각각의 평면에 대한 vorticity($|\omega|=(\omega_x^2+\omega_y^2+\omega_z^2)^{0.5}$) contour를 나타낸다. SST DES-R의 경우 공동 입구 전까지는 2차원 유동의 형태를 보이다가 그 이후부터 3차원 구조의 유동이 나타나게 됨을 볼 수 있다. Upstream edge에서 발생한 vortices가 공동 위를 흘러가서 downstream edge에 부딪히며 나타나는 심한 왜곡 현상도 나타나고 있다. 반면에 SST DES-L은 채널 입구부터 fluctuation를 가지는 유동이 들어오기 때문에 전 영역에 걸쳐 3차원 유동의 형태를 띠고 있다. 공동 주위의 vortical structure를 정확히 이해하기 위해 Hunt *et al.*[15]이 제안한 Q criterion을 이용하여 이를 Fig. 8에 도시하였다. SST DES-R의 경우 spanwise 방향으로 앞전에서 떨어진 2개의 큰 vortical structure를 볼 수 있으며 뒷전에 의한 영향으로 이 구조가 깨어지면서 유동 방향으로 stretching 되고 있다. SST DES-L 경우는 SST DES-R에 나타나는 구조 외에도 공동 내부에서도 대규모 와류 구조가 나타나고 있음을 보이고 있고, 뒷전 이후에도 hairpin 구조와 같은 전형적인 난류 경계층의 vortical structure를 보이고 있다.

3.4 Scalar transport

Passive scalar transport equation 식을 풀어 공동 내부의 물

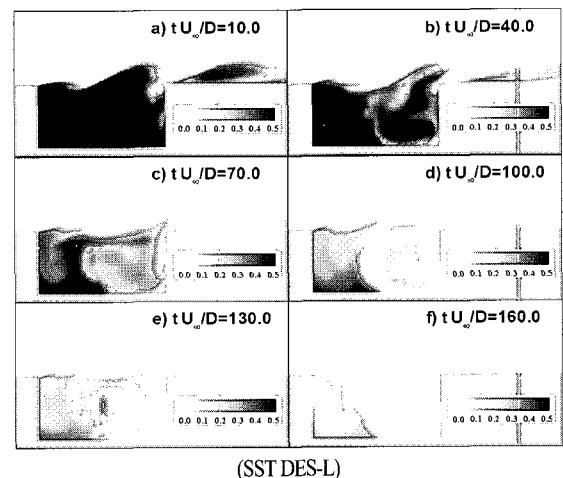
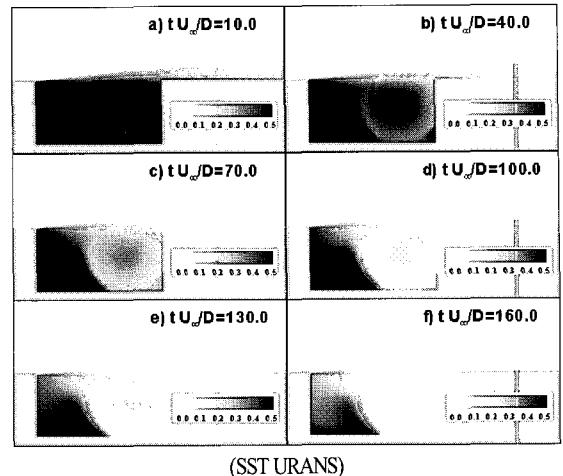


Fig. 9 Contours history of passive scalar concentration.

질이 밖으로 빠져나가는 mechanism을 살펴보았다. 충분히 발달된 유동장 결과를 얻은 후 공동 내부에는 무차원 scalar 변수를 1이라 두고 바깥 부분에는 0으로 초기 조건을 주었다. Fig. 9는 SST URANS와 SST DES-L 방법에 대해 시간에 따른 scalar 변수의 contour를 나타낸 것이다. SST URANS의 경우 유동이 정상 상태의 해로 수렴하였기 때문에 유동의 진동으로 인한 mass exchange 현상은 볼 수 없으며 공동 mouth 부분의 전단층에서의 확산에 의해서만 빠져 나가는 것을 알 수 있다. 초기에는 가장 큰 에디 영역에서 물질이 먼저 빠져나간 후 두 번째 에디 영역의 물질이 점차 빠져나가는 것을 알 수 있다. SST DES-L의 경우에는 가장 큰 에디가 존재하는 영역에서의 물질이 앞전에서 떨어져 나온 와류와 작용하여 먼저 빠져나간 후 점차 두 번째 에디가 위치하는 앞부분의 물질이 큰 에디와 혼합되어 빠져나가는 것을 알 수 있다. 일반적

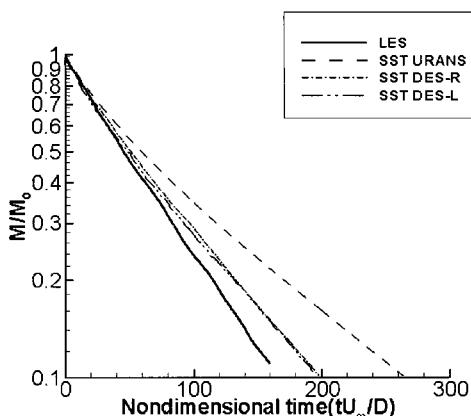


Fig. 10 Variation of scalar mass inside cavity

으로 공동 유동에서는 앞전에서 떨어져 나온 와류가 뒷전에 부딪히면서 일부는 공동 뒷 평판을 따라 흘러가고 일부는 공동 내부로 흘러 들어오는 partial clipping 현상이 발생한다. 이 때 Fig. 9의 SST DES-L 경우를 살펴보면 공동 내부의 높은 밀도의 물질은 와류와 함께 공동 밖으로 나가게 되고 바깥의 뒷전 근처의 낮은 밀도를 가지는 물질은 공동 내부로 들어오는 것을 알 수 있다. 이러한 낮은 밀도의 물질은 가장 큰 에디터를 따라 돌면서 두 번째 에디터의 경계에서 높은 밀도의 물질과 혼합되고 있다. 이는 LES 결과[12]와도 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

공동 내부와 채널 사이의 물질 교환을 Uijttewaal *et al*[16]의 간단한 1D 모델식으로 나타내면 $M/M_0 = \exp(-t/T)$ 로 나타내어지는데 M 은 공동 내부의 scalar 총량이며 T 는 characteristics time scale이다. 이때 $1/T$ 을 속도 U 와 공동 깊이 D 로 무차원 시키면 nondimensional exchange rate($k=D/UT$)을 구할 수 있다. Fig. 10은 시간에 따른 공동 내부의 scalar 총량의 변화를 나타낸 것으로 이때의 기울기가 exchange rate이 된다. LES의 결과를 살펴보면 0.015의 k 값을 가지는데 DES는 0.012이고 URANS의 경우 0.009의 작은 값을 나타내고 있는데 이는 URANS의 경우 유동이 진동하지 않는 정상 상태의 해를 예측하였기 때문에, 공동 내부의 물질이 더 잘 빠져 나가는데 필요한 mixing 효과가 줄어들어 더 많은 시간이 걸렸다는 것을 의미한다. Scalar transport의 관점에서는 SST DES-R의 경우와 SST DES-L의 경우에 거의 차이가 없음을 Fig. 10에서 확인할 수 있다.

4. 결 론

Menter가 제안한 SST model을 바탕으로 제안된 SST DES 방법을 이용하여 길이대 깊이비가 2인 비압축성 열린 공동

유동을 해석하였다. 입구에서의 완전 발달된 난류 유동 조건에 1) RANS 결과를 이용한 정상 상태의 profiles 과 2) LES를 통해 얻은 비정상 유동 결과를 각각 이용하여 계산 결과를 비교하였다. SST URANS의 경우 해가 정상 상태로 수렴하여 유동의 fluctuation이 생기지 않았지만, 각각의 다른 입구조건을 가지는 DES 모두 비정상 해를 얻을 수 있었으며 유동의 mean streamline과 속도 profiles 값들은 LES 결과와 비교적 잘 일치하였다. 하지만 TKE budgets과 유동의 무차원 진동 spectra 및 유동 구조는 6D 만큼 떨어진 입구 길이에서 LES inflow를 이용한 SST DES-L 경우에 가장 잘 예측됨을 알 수 있었다. 또한 scalar transport 방정식을 풀어 공동과 채널 사이의 mass exchange 효과를 살펴보았으며, DES의 경우 exchange rate 값이 URANS의 경우 보다 LES의 결과에 훨씬 근접함을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학기술정보연구원의 ‘제6차 전략과제 지원 프로그램’을 통해 수행되었음. 컴퓨팅 자원을 제공해 준 슈퍼컴퓨팅센터와 기술지원을 해 준 이상민 박사께 감사를 드립니다.

참고문헌

- [1] Sarohia, V., 1977, "Experimental investigation of oscillation in flows over shallow cavities," *AIAA J.*, 15, p.984-991.
- [2] Rockwell, D. and Naudascher, E., 1978, "Review Self-sustaining oscillations of flow past cavities," *J. Fluids Eng.*, 100, p.152-165.
- [3] Yao, H., Cooper, R.K., and Raghunthan, S.R., 2001, "Large-eddy simulation of laminar - to-turbulent transition in incompressible flow past 3-D rectangular cavity," *AIAA paper*, 2001-31318.
- [4] 장경식, 박승오, 최훈기, 2004, “Hybrid RANS /LES 방법을 이용한 아음속 공동 유동의 수치적 모사,” *한국전산유체공학회지*, 제9권2호, p.23-29.
- [5] Spalart, P.R., Jou, W.H., Strelets, M., and Allmaras, S.R., 1997, "Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach," *Advances in DNS /LES:First AFOSR Int. Conf. on DNS/LES*, edited by C. Liu and Z. Liu, Greyden, Columbus.
- [6] Fan, T.C., Xiao, X., Edwards, J.R., Hassan, H.A. and Baurle, R.A., 2002, "Hybrid LES /RANS simulation of a shock wave/boundary layer interaction," *AIAA paper*,

- 2002-0431.
- [7] Fan, T.C., Tian, M., Edwards, J.R., Hassan, H.A., and Baurle, R.A., 2001, "Validation of a Hybrid Reynolds-Averaged/Large-Eddy Simulation Method for Simulating Cavity Flameholder Configuration," *AIAA paper*, 2001-2929.
 - [8] Menter, F.R., 1993, "Zonal two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flow," *AIAA paper*, 1993-2906.
 - [9] Travin, A., Shur, M., Strelets, M.M and Spalart, P.R., 2000, "Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows," *EUROMECH Colloquium on LES of complex transitional and turbulent flows*.
 - [10] Constantinescu, G., and Squires, K., 2004, "Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes," *Physics of fluids*, Vol.16. No.5, p.1449-1466.
 - [11] Pereira, C.F., and Sousa, J.M.M., 1995, "Experimental and numerical investigation of flow oscillations in a rectangular cavity," *J. Fluids Eng.* 117, p.68-73.
 - [12] Chang, K., Constantinescu, G., and Park, S., 2005, "Influence of inflow conditions on the development of the flow and pollutant transport for the flow past an open cavity," *Proceeding of 4th ICCHMT*, France.
 - [13] Rowley, C.W., Colonius, T., and Gasu, A.J., 2002, "On self-sustained oscillation in two dimensional compressible flow over rectangular cavities," *J. Fluid Mech.*, 455, p.315-346.
 - [14] Brown, G.L., and Roshko, A., 1974, "On the density effects and large structure in turbulent mixing layer," *J. Fluid Mech.*, 64, p.775-816.
 - [15] Hunt, J.C.R., Wray, A.A., and Moin, P., 1998, "Eddies stream and convergence zones in turbulent flows," in *Proceedings of the 1988 Summer Program(CTR)*, p.193-208.
 - [16] Uijttewaal, W.S., Lehmann, D., Mazijk, van, 2001, "Exchange processes between a river and its groyne fields: Model experiments," *J. Hydraulic Engrg.* 127, p.928-936.