

부채살 SPECT 데이터를 위한 정칙화된 기댓값 최대화 재구성기법 개발

서울대학교 의과대학 핵의학교실 및 방사선응용생명과학 협동과정¹,
 배재대학교 전자공학과², 원자력의학원 핵의학과³
 김수미¹ · 이재성¹ · 이수진² · 김경민³ · 이동수¹

Development of Regularized Expectation Maximization Algorithms for Fan-Beam SPECT Data

Soo Mee Kim, M.S.¹, Jae Sung Lee, Ph.D.¹, Soo-Jin Lee, Ph.D.², Kyeong Min Kim, Ph.D.³,
 Dong Soo Lee, M.D.¹

Department of Nuclear Medicine and Interdisciplinary Program in Radiation Applied Life Science Major¹, Seoul National University College of Medicine, Seoul, Korea

Department of Electronic Engineering², Paichai University, Daejeon, Korea

Department of Nuclear Medicine, Korea Institute of Radiology & Medical Sciences³, Seoul, Korea

Purpose: SPECT using a fan-beam collimator improves spatial resolution and sensitivity. For the reconstruction from fan-beam projections, it is necessary to implement direct fan-beam reconstruction methods without transforming the data into the parallel geometry. In this study, various fan-beam reconstruction algorithms were implemented and their performances were compared. **Materials and Methods:** The projector for fan-beam SPECT was implemented using a ray-tracing method. The direct reconstruction algorithms implemented for fan-beam projection data were FBP (filtered backprojection), EM (expectation maximization), OS-EM (ordered subsets EM) and MAP-EM OSL (maximum a posteriori EM using the one-step late method) with membrane and thin-plate models as priors. For comparison, the fan-beam projection data were also rebinned into the parallel data using various interpolation methods, such as the nearest neighbor, bilinear and bicubic interpolations, and reconstructed using the conventional EM algorithm for parallel data. Noiseless and noisy projection data from the digital Hoffman brain and Shepp/Logan phantoms were reconstructed using the above algorithms. The reconstructed images were compared in terms of a percent error metric. **Results:** For the fan-beam data with Poisson noise, the MAP-EM OSL algorithm with the thin-plate prior showed the best result in both percent error and stability. Bilinear interpolation was the most effective method for rebinnning from the fan-beam to parallel geometry when the accuracy and computation load were considered. Direct fan-beam EM reconstructions were more accurate than the standard EM reconstructions obtained from rebinned parallel data. **Conclusion:** Direct fan-beam reconstruction algorithms were implemented, which provided significantly improved reconstructions. (Korean J Nucl Med 39(6):464-472, 2005)

Key Words: Reconstruction, Fan-beam projection data, FBP, EM, OSL, Ray-tracing method

서 론

단일광자단층촬영(single-photon emission computed tomography, SPECT)은 비침습적으로 체내의 방사성 의약품의 분포도를 영상화할 수 있다.¹⁾ 정량적으로 정확한 SPECT 영상을 얻기 위해서는 영상의 질을 저하시키는 여러 물리적 요인들에 대한 보정이 필요하다. 특히 영상의 질에 크게 기여하는 물리적 요인들은 감쇠(attenuation) 및 산란(scatter) 현상과 검출기 응답(detector response) 등이며 이러한 물리적 요인들은 재구성된 영상의 대조도 및 공간 분해능에 크게

• Received: 2005. 10. 15. • Accepted: 2005. 11. 25.
 • Address for reprints: Jae Sung Lee, Ph.D., Department of Nuclear Medicine, Seoul National University College of Medicine, #28 Yungun-dong, Changno-gu, Seoul 110-799, Korea
 Tel: 82-2-2072-2938, Fax: 82-2-745-7690
 E-mail: jaes@snu.ac.kr

※본 연구는 과학기술부 및 과학재단의 지원을 받아 2005년도 원자력연구개발 중장기계획사업(의료영상물리 및 표준화기술: 물리적 왜곡 보정을 통한 정량적 PET, SPECT 영상분석기술 연구)을 통해 수행되었음.

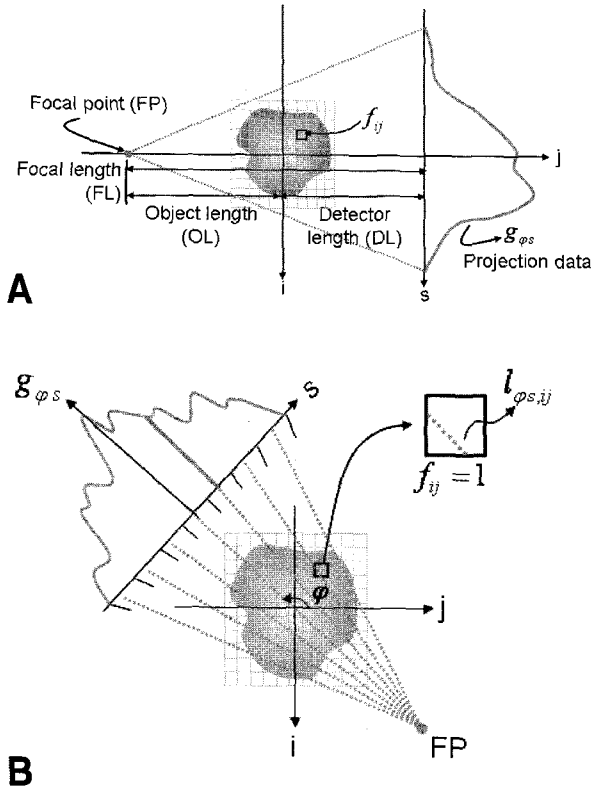


Fig. 1. (A) SPECT system with fan-beam collimator was simulated with focal point (FP), focal length (FL), object length (OL) and detector length (DL). (B) Projection data for fan-beam geometry was computed using a ray-tracing method.

영향을 미치므로 정확한 보정이 필요하다.^{2,3)}

너 SPECT의 경우, 분해능(resolution)과 민감도(sensitivity)를 높이기 위하여 부채살 집속기(fan-beam collimator)를 사용한다. 부채살 집속기는 부채꼴 형태의 시야(field-of-view, FOV)를 가지며, 이를 이용하면 사물의 원점과 검출기 사이의 거리에 따라 사물의 관심영역을 확대하여 영상화할 수 있다.^{4,5)} 일반적으로 부채살 투사데이터는 두 가지 방법을 통하여 단면영상으로 재구성된다. 첫 번째 방법은 부채살 데이터를 평행 투사데이터(parallel projection data)로 재배열하여 기존의 평행 데이터에 대한 재구성 알고리즘을 사용하는 것으로 별도의 부채살 집속기 영상재구성 알고리즘이 필요 없으므로 간편하다.⁶⁻⁸⁾ 그러나 재배열을 위해서는 영상보간(image interpolation)이 필요한 바 이 과정에서 포아송(Poisson) 분포를 따르는 투사데이터의 통계적 특성이 왜곡되므로 정확한 영상재구성을 위한 통계적 방법의 적용이 불가능하게 된다. 따라서 부채살 집속기를 통해 획득된 데이터를 재구성하기 위해서는 부채살 데이터의 기하학적 특성을 그대로 이용하여 단면영상을 재구성할 필요가 있다.

부채살 집속기를 통해 얻은 데이터를 직접 재구성하는 경우에도 여과후역투사(filtered backprojection, FBP)⁹⁻¹¹⁾ 최대우도(maximum likelihood, ML)에 기반한 기댓값 최대화(expectation maximization, EM)^{12,13)} 알고리즘을 적용할 수 있다. 이미 알려진 바처럼 FBP 방법에 비해 ML-EM 알고리즘은 보다 정확한 영상을 재구성하는 반면 반복횟수만큼 계산 시간이 증가한다. 또한 EM 알고리즘의 경우 영상재구성 문제의 수학적 불안정성(또는 비정칙성)으로 인해 일정 반복연산 후에 급격히 발산하는 단점이 있으므로 이를 보완하기 위해 정칙화된 EM (regularized EM) 또는 ML을 확장하여 정칙화한 최대사후(maximum a posteriori, MAP) 방법¹⁴⁻¹⁶⁾이 제안되었으며 이 알고리즘은 부채살 데이터를 재구성하기 위해 적용될 수 있다.

본 연구에서는 부채살 시야에서 들어오는 광자들의 방출 경로를 선추적법(ray-tracing method)¹⁷⁾을 통해 묘사하여 투사기 및 역투사기를 구현하였으며 구현된 투사기로부터 얻은 부채살 데이터로부터 직접 단면영상을 재구성하였다. 적용된 재구성 방법은 FBP, EM과 EM의 정칙화를 통해 MAP과 유사한 효과를 쉽게 얻을 수 있는 MAP-EM OSL (one-step late) 알고리즘^{18,19)}을 사용하였다. 또한 비교를 위하여 부채살 데이터는 평행 데이터로 재배열된 후 평행 데이터를 위한 FBP, EM, OSL 방법을 통해 단면영상으로 재구성되었다. 재배열시 보간법이 필요하여 양방향 최근접 이웃(nearest neighbor), 양방향 1차(bilinear)와 양방향 3차(bicubic) 보간법을 사용하였으며 재구성된 영상에 대해 보간법에 따른 성능을 비교하였다.

대상 및 방법

1. 선추적법을 적용한 부채살 투사기

Fig. 1A에 나타난 바와 같이 검출기의 초점거리(focal length) 및 검출기 격자간 거리를 이용하여 부채살 집속기를 장착한 검출기를 구성하였다. 초점거리는 부채살 집속기의 초점(focal point)과 검출기 표면 사이의 거리를 나타낸다. 촬영대상은 초점과 검출기 사이에 놓여진다.

Fig. 1B에서 각도 ϕ 는 부채살 검출기의 회전 각도를, s 는 검출기 격자를 나타낸다. 선추적법을 적용하여 임의의 각도 ϕ 에서 측정된 부채살 투사데이터의 각 검출기 위치 s 에 도달하는 방사선이 화소 f_{ij} 를 지날 때 통과하는 교차 길이 $l_{\phi,s,ij}$ 를 측정하고 식 (1)과 같이 방사선을 따라 선적분을 취함으로써 주어진 각도 ϕ 의 부채살 투사데이터 $g_{\phi,s}$ 는 계산된다.

$$g_{\phi s} = \sum_{ij} f_{ij} H_{\phi s, ij} = \sum_{ij} f_{ij} l_{\phi s, ij} \quad (1)$$

식 (1)에서 $H_{\phi s, ij}$ 는 (i, j) 위치의 화소에서 방출된 광자가 ϕ 각도의 검출기 위치 s 에 도달될 확률을 의미하는 시스템 행렬로서 감쇠 및 산란 등 투사과정에 포함될 수 있는 모든 통계학적 요인을 표현한다. 본 연구에서는 영상재구성 알고리즘 고유의 특성을 파악하기 위해 선추적법을 사용하여 $H_{\phi s, ij}$ 를 교차길이 $l_{\phi s, ij}$ 로 국한하여 표현하였으며, $l_{\phi s, ij}$ 를 정확하고 빠르게 계산하기 위해 Siddon이 제안한 방법²⁰⁾을 사용하였다. 또한 이러한 선추적법은 검출위치와 회전각도로 표현된 광자의 경로를 따라 부채살 투사데이터를 역투사함으로써 적용가능하다.

2. 부채살 투사데이터의 직접 재구성 방법

FBP 방법을 사용한 부채살 투사데이터의 재구성은 아래와 같이 표현된다.

$$\tilde{f}(x, y) = \int_0^{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} G_{\phi}(\omega) H(\omega) e^{i\omega x} d\omega \right] d\phi = \int_0^{2\pi} [Q_{\phi}(t)]_{t=x\cos\theta+y\sin\theta} d\phi \quad (2)$$

식 (2)에서 $G_{\phi}(\omega)$ 와 $H(\omega)$ 는 투사데이터의 푸리에 변환 값과 필터 함수를 나타낸다. 여과된 투사데이터 $Q_{\phi}(t)$ 는 선추적법을 적용하여 구현된 역투사기를 통해 영상으로 재구성되었다.

또한 부채살 데이터는 식 (3)과 같이 투사 및 역투사 과정의 반복 연산을 통해 영상을 재구성하는 EM 알고리즘을 통해 재구성될 수 있다.

$$\hat{f}_{ij}^{n+1} = \frac{\hat{f}_{ij}^n}{\sum_{\phi s} l_{\phi s, ij}} \sum_{\phi s} l_{\phi s, ij} \frac{g_{\phi s}}{\hat{g}_{\phi s}^n} \quad (3)$$

식 (3)에서 $g_{\phi s}$ 와 $\hat{g}_{\phi s}^n$ 은 각각 측정된 투사데이터와 추정된 투사데이터를 나타내며, n 은 반복 연산의 횟수를 나타내며 투사 및 역투사의 반복계산을 통해 영상을 재구성한다.

낮은 계수율과 물리적 영향들로 인해 SPECT 시스템은 왜곡된 투사데이터를 계속하게 된다. 이러한 투사데이터를 기반으로 한 EM 재구성 방법은 반복연산을 할수록 실제 값에 수렴하지 못하는 불안정성을 가지게 된다. 반면에 MAP 방법은 EM의 장점을 유지하면서 동위원소 분포에 대한 사전 정보(prior information)를 이용하여 EM 알고리즘의 불안정성을 극복한다. 사전 정보는 방사성동위원소 분포의 공간적 특성을 가정함으로써 표현한다. MAP 방법은 우도

(likelihood)와 사전(prior)에 대한 확률 모델로 구성되며 사후(posterior) 확률을 최대화하는 식 (4)와 같은 해를 찾음으로 영상을 재구성한다.

$$\hat{f} = \underset{f}{\operatorname{argmax}} \Pr(F=f | G=g) = \underset{f}{\operatorname{argmax}} [\log \Pr(G=g | F=f) + \log \Pr(F=f)] \quad (4)$$

식 (4)에서 $\Pr(G=g|F=f)$ 로 나타내는 우도 확률은 실제 분포된 방사성 동위원소로부터 검출되는 광자들의 계수변환과 물리적 상황들을 묘사하는 포아송(Poisson) 확률 모델이다. 또한, $\Pr(F=f)$ 는 동위원소 분포에 대한 사전 확률 분포를 나타낸다. 본 연구에서는 MAP 재구성을 위해 Green에 의해 제안된 반복적인 MAP-EM OSL 알고리즘을 구현하였다. OSL 알고리즘은 직접적으로 MAP의 식으로부터 유도될 수는 없지만 MAP과 거의 유사한 효과를 얻을 수 있는 정칙화된 방법이다. OSL 알고리즘은 사전분포함수가 미분 가능한 경우 이를 쉽게 EM에 탑재할 수 있는 계산의 편의성을 제공한다. OSL 알고리즘의 최종 식은 식 (5)와 같이 나타내어진다.

$$\hat{f}_{ij}^{n+1} = \frac{\hat{f}_{ij}^n}{\sum_{\phi s} l_{\phi s, ij} + \lambda \left. \frac{\partial E(\hat{f})}{\partial f_{ij}} \right|_{f_{ij} = \hat{f}_{ij}^n}} \sum_{\phi s} l_{\phi s, ij} \frac{g_{\phi s}}{\hat{g}_{\phi s}^n} \quad (5)$$

식 (5)에서 $\lambda=0$ 인 경우, EM으로 축소된다. 또한 λ 를 이용하여 사전 정보의 기여도를 조절할 수 있다. 적절한 λ 의 선택은 또 하나의 연구주제가 되므로 본 연구에서는 단순히 Lee SJ의¹⁹⁾ 논문을 참조하여 0.12와 0.37의 λ 를 사용하였다. 본 논문은 통상적인 quadratic smoothing 사전 확률 모델인 membrane (MM)과 thin-plate (TP) prior 모델을 사용하였다.¹⁹⁾ MM 사전 모델을 위한 에너지 함수는 식 (6)과 같다.

$$E_{MM}(f) = \sum_{i,j} [f_h^2(i, j) + f_v^2(i, j)] \quad (6)$$

식 (6)에서 $f_h(i, j) = f_{i,j+1} - f_{i,j}$ 과 $f_v(i, j) = f_{i+1,j} - f_{i,j}$ 은 방사성동위원소 분포도에 대한 수평과 수직 방향의 1차 편미분을 의미한다. 또한 TP 사전모델을 위한 에너지 함수는 식 (7)과 같다.

$$E_{TP}(f) = \sum_{i,j} [f_{hh}^2(i, j) + 2f_{hv}^2(i, j) + f_{vv}^2(i, j)] \quad (7)$$

식 (7)에서 $f_{vv}(i, j)$ 과 $f_{hh}(i, j)$ 는 수평과 수직 방향의 2차 편미분을 나타내며 $f_{hv}(i, j)$ 는 대각선 방향의 편미분이다. 각 편미분은 다음과 같이 나타낸다.

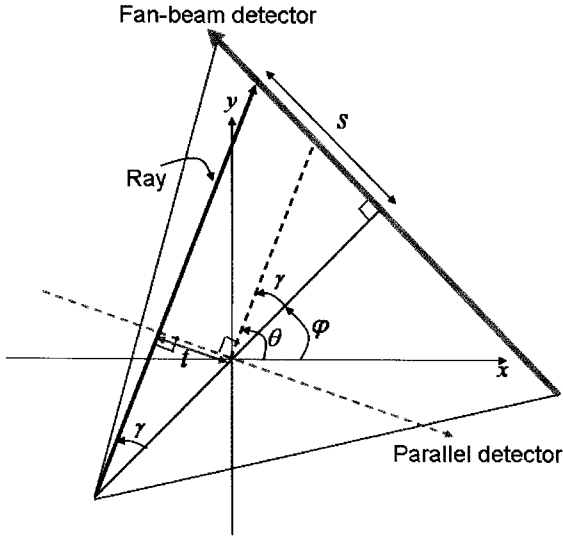


Fig. 2. Relationship between fan-beam and parallel projections in scintillation camera. Fan-beam projection data was rebinned into the parallel data.

$$f_{hh}(i, j) = f_{i, j+1} - 2f_{i, j} + f_{i, j-1}, \quad f_{vv}(i, j) = f_{i+1, j} - 2f_{i, j} + f_{i-1, j}$$

$$f_{hv}(i, j) = f_{i+1, j+1} - f_{i+1, j} - f_{i, j+1} + f_{i, j}$$

3. 재배열된 평행 데이터의 재구성 방법

평행데이터로 재배열된 부채살 데이터는 기존의 알려진 평행 데이터에 대한 재구성 방법을 이용해 영상으로 재구성될 수 있다. 부채살 데이터와 평행 데이터 사이의 관계는 Fig. 2와 같이 나타난다. 검출기의 회전 각도 ϕ 와 부채살 검출기 격자 s 에서 얻은 부채살 데이터는 $g_{FB}(\phi, s)$ 로, 회전 각도 θ 와 평행 검출기 격자 t 에서 얻은 평행 데이터는 $g_{PB}(\theta, t)$ 로 나타낸다. 각도 γ 는 부채살 투사데이터의 중심 선으로부터 각 방사선이 이루는 각도이며 이는 부채살 시야 내, 검출기에 도달하는 각 방사선의 샘플링 각도를 나타낸다. Fig. 2에서 나타난 바와 같이 부채살 데이터의 (ϕ, s) 와 평행 데이터의 (θ, t) 는 식 (8)과 같이 표현한다.

$$s = FL \tan \gamma, \quad \phi = \theta - \gamma \quad (8)$$

식 (8)에서 초점거리 FL은 초점과 검출기를 연결하는 직선으로 초점에서 검출기 표면 사이에 수직하는 거리를 나타낸다. 데이터간의 재배열 과정에서 초점거리는 항상 일정하다고 가정한다. 식 (8)을 기반으로 부채살 데이터와 평행 데이터 사이의 관계는 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$g_{PB}(\theta, t) = g_{FB}(\theta - \gamma, FL \tan \gamma) \quad (9)$$

식 (9)에서 γ 는 $\sin^{-1}(t/D)$ 와 같이 계산되며 거리 D는 초점과 원점간의 거리를 나타낸다. 식 (9)를 통해 얻은 평행 투사데이터는 비균일하게 샘플링 값을 갖게 된다. 본 연구에서는 균일하게 샘플링된 평행 투사데이터를 얻기 위해 양방향 최근접 이웃, 양방향 1차와 양방향 3차 보간법²¹⁾을 사용하였다. 재배열된 평행 투사데이터는 기존의 대표적 재구성 방법인 EM 알고리즘^{17,21)}을 이용하여 재구성하였다.

4. 재구성 방법 비교

본 논문의 실험을 위하여 Hoffman 두뇌 디지털 팬텀 (Fig. 3A)과 Shepp and Logan 디지털 팬텀 (Fig. 3B)을 사용하였다. 선추적법을 적용한 부채살 투사기로부터 128×128 크기의 두 팬텀에 대한 부채살 데이터를 얻었다. 부채살 투사데이터는 320 개의 검출기 격자 s 와 360°에 걸친 128 개의 이산각도 ϕ 로 구성된다. 또한 실험을 위해 포아송 잡음 (SNR=2 dB)을 추가하여 왜곡된 부채살 투사데이터를 만들었다. 투사기로부터 얻어진 투사데이터는 각 재구성 방법을 통해 팬텀과 같은 크기로 재구성되었다. 각 재구성 방법을 비교하기 위해 다음 식과 같은 퍼센트 오차 (ϵ)를 계산하였다.

$$\epsilon = \frac{\| \mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}} \|}{\| \mathbf{f} \|} \times 100$$

\mathbf{f} 는 팬텀 영상, $\hat{\mathbf{f}}$ 는 재구성된 영상을 나타낸다.

결 과

Fig. 3-5에서 (A)와 (B)는 각각 Hoffman 팬텀과 Shepp and Logan 팬텀에 대한 결과 영상과 퍼센트 오차를 나타내며 Fig. 6에서는 퍼센트 오차와 프로파일(profile)을 각각 Hoffman 팬텀 (A, C)과 Shepp and Logan 팬텀 (B, D)에 대해 나타낸다.

1. 부채살 투사데이터의 직접 재구성 결과

부채살 투사데이터를 재구성하는 최적화된 FBP, EM과 OSL 알고리즘을 구현하였다. Fig. 3은 포아송 잡음이 추가된 부채살 데이터를 OSL 알고리즘을 통해 직접 재구성한 결과 영상을 나타낸다. (A)와 (B)의 첫 번째 열은 차례대로 팬텀과 EM의 결과 영상을 나타내며 EM은 $\lambda=0$ 인 OSL을 수행한 결과와 동일하다. 두 번째 열은 MM을, 세 번째 열은 TP 사전모델을 사용한 OSL의 결과영상이다. OSL 알고리즘에서 사전모델에 대한 기여도를 나타내는 λ 는 첫 번째 행의 경우에는 0.12, 두 번째 행은 0.37을 사용하였다.

Fig. 4와 Table 1은 Fig. 3의 각 결과영상에 대한 퍼센트

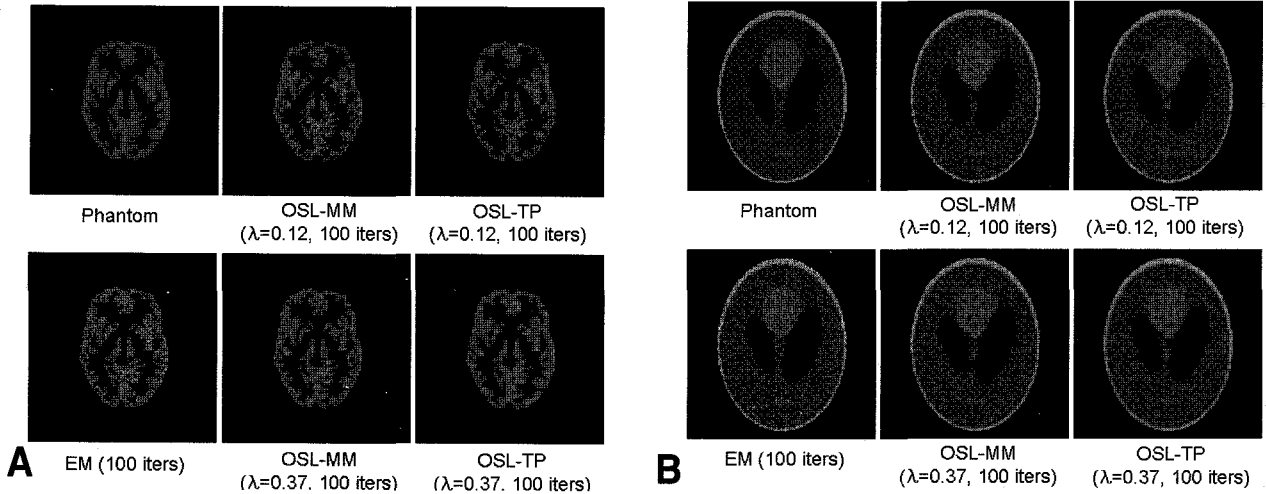


Fig. 3. Reconstructed images from the fan-beam projection data with Poisson noise for Hoffman brain phantom (A) and Shepp and Logan phantom (B). Top: Original digital phantom, MAP-EM OSL with membrane prior and $\lambda=0.12$, MAP-EM OSL with thin-plate prior and $\lambda=0.12$. Bottom: EM, MAP-EM OSL with membrane prior and $\lambda=0.37$, MAP-EM OSL with thin-plate prior and $\lambda=0.37$; All the images were reconstructed with 100 iterations.

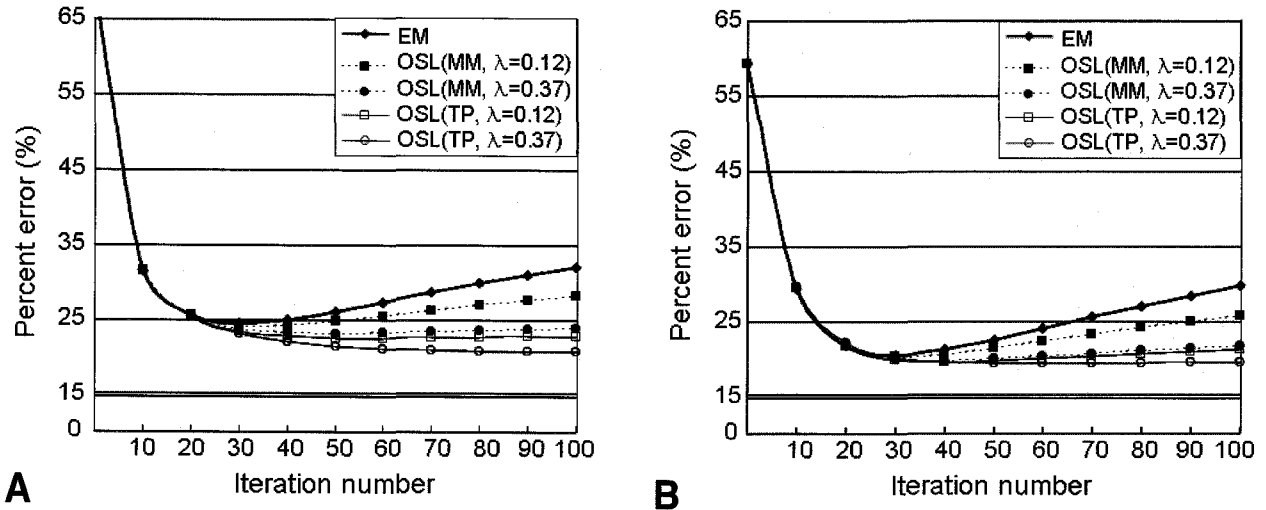


Fig. 4. Convergence behaviors in percent error for the reconstructed images using the statistical reconstruction algorithms. (A) Hoffman brain phantom, (B) Shepp and Logan phantom; black diamond and solid line: EM; black square and dotted line: OSL with membrane and $\lambda=0.12$; black circle and dotted line: OSL with membrane and $\lambda=0.37$; white square and solid line: OSL with thin-plate and $\lambda=0.12$; white circle and solid line: OSL with thin-plate and $\lambda=0.37$.

오차를 비교한 것으로 TP 사전모델을 사용한 OSL 알고리즘이 가장 낮은 퍼센트 오차를 가지며 보다 정확하게 영상을 재구성하는 것을 확인할 수 있다.

2. 재배열된 평행 데이터의 재구성 결과

부채살 투사기로부터 얻은 잡음 없는 부채살 데이터는 128 개의 이산각도 θ 와 320 개의 검출기 격자 t 로 구성된 평행 데이터로 재배열하였다. 재배열시 사용한 보간법은 양방향 최근접 이웃, 양방향 1차와 양방향 3차 보간법을 사용하

였다. 각 보간법을 사용하여 재배열된 평행 데이터는 EM 알고리즘의 64번 반복연산을 통해 재구성되었다.

Fig. 5는 잡음 없는 부채살 데이터와 각 보간법을 사용하여 재배열된 평행 데이터의 EM 결과 영상을 나타낸다. 모두 64번의 반복 연산을 수행하였으며 (A)와 (B)는 차례대로 부채살 직접 재구성 결과 영상, 양방향 최근접 이웃, 양방향 1차와 양방향 3차 보간법을 사용하여 재배열된 평행 데이터의 재구성 결과 영상을 나타낸다.

Fig. 6은 부채살 데이터의 직접 재구성 방법과 각 보간법

Table 1. Percent error between reconstructed image from noisy fan-beam data and original phantom data; OSL-MM (OSL algorithm with membrane prior), OSL-TP (OSL algorithm with thin plate prior).

Method	Percent error (%)	
	Hoffman phantom	Shepp and Logan phantom
EM	32.1	29.7
OSL-MM, $\lambda=0.12$	28.1	25.8
OSL-MM, $\lambda=0.37$	23.9	21.7
OSL-TP, $\lambda=0.12$	22.8	21.2
OSL-TP, $\lambda=0.37$	20.7	19.6

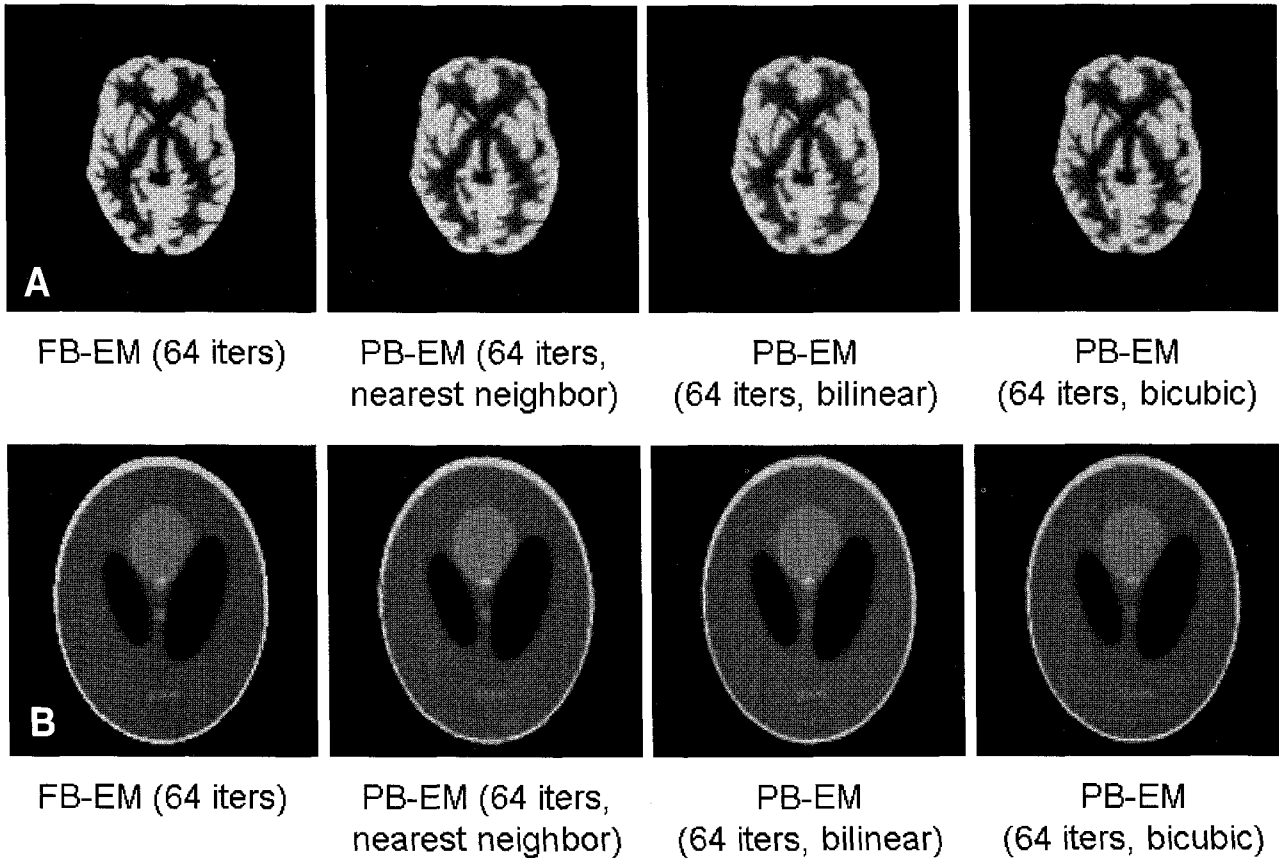


Fig. 5. Comparison of EM reconstructions (64 iterations) from fan-beam (FB) and rebinned parallel-beam (PB) data. (A) EM reconstructions for Hoffman brain phantom. (B) EM reconstructions for Shepp and Logan phantom. Rebinned data were interpolated using nearest neighbor, bilinear, and bicubic interpolations.

을 사용하여 재배열된 평행데이터에 대한 재구성 방법의 재구성 오차를 비교하였다. Fig. 6A와 B는 퍼센트 오차를, C와 D는 재구성된 영상의 프로파일을 비교한 것이다. 부채살 데이터를 직접 재구성하는 것이 보다 정확한 영상을 재구성하는 것을 확인할 수 있었다(Table 2).

고 찰

본 논문은 부채살 조준기를 가진 SPECT로부터 얻은 데

이터의 재구성 방법에 대한 연구를 수행하였다. 부채살 SPECT 시스템을 구성한 후, 선추적법을 적용하여 투사기를 구현하였다. 구현된 투사기를 통해 Hoffman 두뇌 팬텀과 Shepp and Logan 팬텀에 대한 부채살 데이터를 얻었으며 투사기와 마찬가지로 선추적법을 적용하여 부채살 데이터에 대한 FBPM, EM과 MAP-EM OSL 알고리즘을 구현하였다. 본 연구에서 구현된 영상재구성 알고리즘을 바탕으로 MR 영상을 활용한 감쇠 및 산란보정에 대한 연구를 진행할 수 있다.

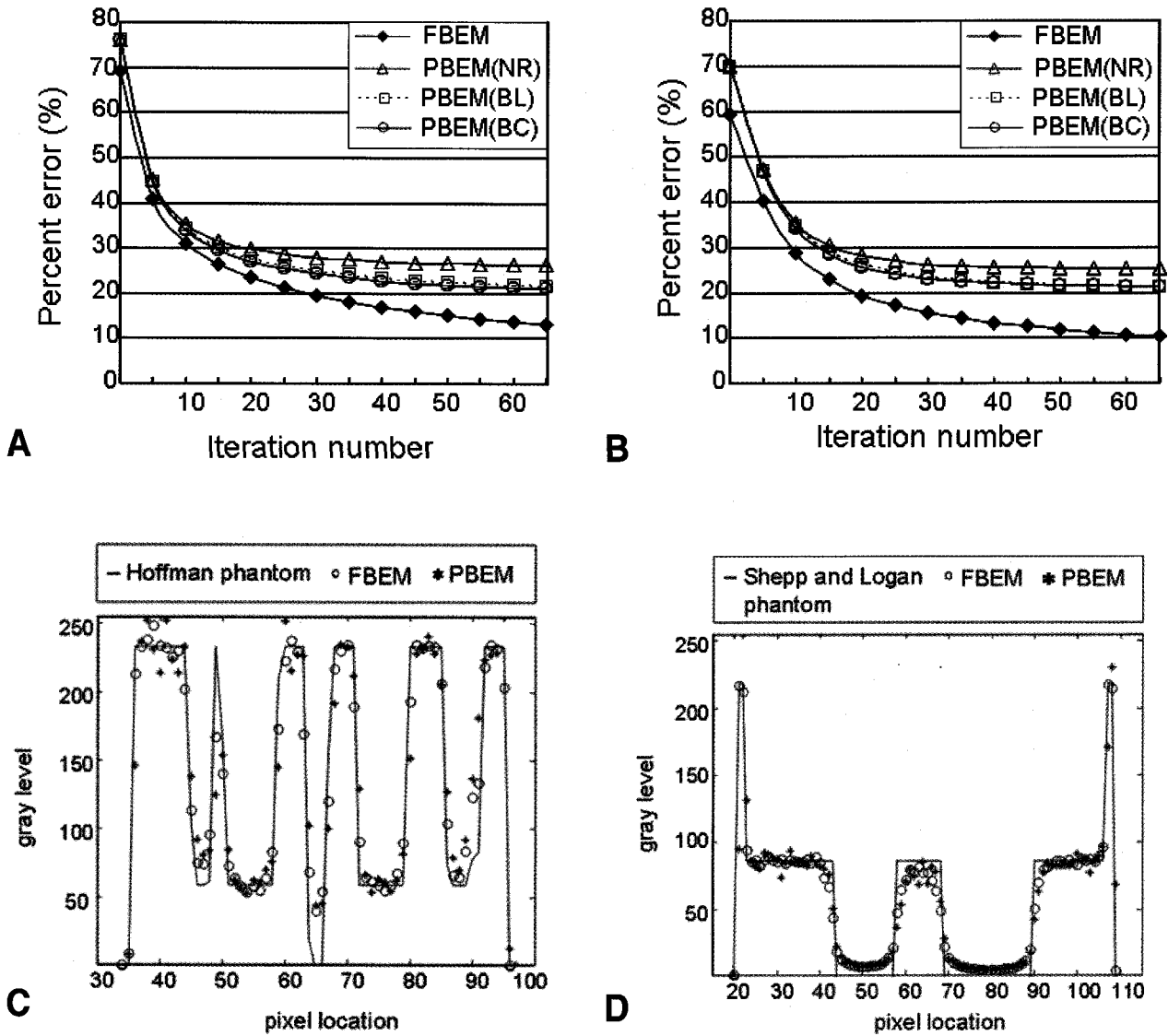


Fig. 6. Convergence behaviors in percent error for the reconstructed images using EM algorithm from the fan-beam and rebinned parallel projection data. (A) Hoffman brain phantom, (B) Shepp and Logan phantom: closed diamond: fan-beam data; open triangle: parallel data rebinned using nearest neighbor; open square: parallel data rebinned using bilinear; open circle: parallel data rebinned using bicubic interpolation. Profiles for the reconstructed images were also compared. (C) Hoffman brain phantom, (D) Shepp and Logan phantom: open circle: fan-beam data, asterisk: rebinned parallel data using bilinear interpolation.

잡음없는 투사데이터를 각 구현된 알고리즘을 통해 재구성해보면 FBP 방법은 다른 결과 영상에 비해 빠른 시간내에 영상을 재구성하지만 가장 큰 퍼센트 오차(Table 2)를 보이며 다른 재구성 영상에 비해 다소 번짐 효과를 보인다. 퍼센트 오차 측면에서 통계적 영상 재구성법을 비교해 보았을 때 EM 알고리즘의 결과 영상이 가장 낮은 퍼센트 오차를 보이며 보다 정확한 영상을 재구성하는 것을 확인하였다. Fig. 3에서 나타난 바와 같이 잡음이 있는 부채살 데이터의 경우, EM 알고리즘의 결과 영상에 비해 사전정보를 사용한 OSL의 결과영상이 잡음의 영향을 덜 받는 것으로 보여 진

다. 특히, Fig 4에서 퍼센트 오차 그래프를 비교해보면 EM의 경우는 30번의 반복연산 후에는 점점 퍼센트 오차가 커지면서 불안정한 상태를 나타내는 반면, OSL 방법은 더 큰 λ 를 사용하고 MM 보다 TP 사전모델을 사용할수록 안정하게 수렴되는 것을 확인할 수 있다. 이는 영상 특성에 맞는 적절한 λ 에 대한 추가적인 연구가 필요함을 시사한다.

본 연구에서는 또한 부채살 투사기로부터 얻은 데이터를 평행 데이터로 재배열하여 영상을 재구성하였다. 부채살 데이터로부터 균일하게 샘플링된 평행 데이터를 얻기 위해 보간법을 사용하였다. 사용된 보간법은 양방향 최근접 이웃,

Table 2. Percent error between reconstructed image from noiseless fan-beam data and original phantom data; FBFBP, FBEM and FBOSL (FBP, EM and OSL algorithm with $\lambda=0.12$ and membrane (MM) and thin-plate (TP) for fan-beam data), PBFBP, PBEM and PBOSL (FBP, EM and OSL algorithm for rebinned parallel data with nearest neighbor (NR), bilinear (BL), bicubic (BC) interpolation).

Method	Percent error (%)	
	Hoffman phantom	Shepp and Logan phantom
FBFBP	18.7	16.7
PBFBP(NR)	30.0	28.5
PBFBP(BL)	29.1	28.1
PBFBP(BC)	28.8	27.9
FBEM	13.0	10.4
PBEM(NR)	26.3	25.4
PBEM(BL)	21.4	21.2
PBEM(BC)	21.0	21.3
FBOSL with MM	13.5	10.8
PBOSL(NR) with MM	24.8	22.0
PBOSL(BL) with MM	20.6	18.7
PBOSL(BC)with MM	20.1	18.8
FBOSL with TP	14.7	12.5
PBOSL(NR) with TP	24.7	22.1
PBOSL(BL) with TP	20.9	19.4
PBOSL(BC) with TP	20.4	19.4

양방향 1차와 양방향 3차 보간법을 사용하였다. Fig. 5는 부채살 데이터와 각 보간법을 적용하여 재배열된 평행 데이터에 대한 결과 영상을 나타낸다. 보간법에 따른 결과영상을 비교해보면 양방향 최근접 이웃 보간법의 경우 영상의 질이 가장 낮은 것으로 보인다. 이러한 오차는 Fig. 6의 퍼센트 오차에서도 확인할 수 있다. 또한 팬텀의 실제값에 근사적으로 가까운 방법은 고차함수인 양방향 3차 보간법을 사용한 경우일 것으로 예상하였으나 퍼센트 오차나 결과 영상을 비교해본 결과 양방향 2차 보간과 크게 차이가 나지 않음을 확인할 수 있었다. 그러므로 더 적은 계산량과 시간을 소요하는 양방향 1차 보간법을 사용하는 것이 가장 효율적인 방법이 될 것이다. 또한 부채살 데이터에 대한 직접 재구성한 결과 영상이 재배열된 평행 데이터의 경우보다 더 균일한 양상을 가진다. 특히 같은 화소값을 갖는 영역에서 비교해보면 뚜렷하게 식별할 수 있다. 이러한 현상은 데이터간의 재배열 시 사용하는 보간법의 오차로 인한 것으로 생각된다. Fig. 6A와 B에 나타난 바와 같이 연산의 반복횟수가 더할수록 직접 재구성 방법과 재배열을 통한 재구성 방법 사이의 퍼센트 오차는 상당히 차이가 남을 볼 수가 있다. 특히 Shepp and Logan 팬텀 실험의 경우는 10% 이상의 차이를 보이고 있다. 그리고 Fig. 6C와 D에서 나타난 바와 같이 프로파일의 비교해보면 부채살 데이터를 직접 재구성하는 경우가 팬텀의 실제 값에 가장 근접한 값을 재구성하는 것을 확인할 수 있다. 그러므로 평행 데이터로 재배열한 경우에 비해 부채살 데이터를 직접 이용하여 재구성할 경우, 정량적 차원에서 월등히 개선된 영상이 재구성됨을 확인할 수 있었다.

효율적이며 빠른 연산을 위해 선추적법을 적용하여 부채살 SPECT 시스템을 고려한 투사기를 구현하였으며 이로부터 얻은 부채살 투사데이터를 직접 재구성 알고리즘을 통하여 재구성하였다. 적절한 λ 와 사전분포함수를 사용할 경우 정칙화된 EM (OSL) 알고리즘이 안정된 해를 보였다. 그러나 이 경우 촬영대상의 특성에 따라 적절한 λ 와 사전분포함수를 사용하는 것이 중요할 것으로 보인다. 평행 데이터로 재배열한 경우에 비하여 부채살 데이터를 직접 재구성할 경우, 정량적으로 월등히 우수한 영상을 재구성함을 확인할 수 있었다. 그러므로 보다 정확한 영상을 얻기 위해 부채살 SPECT의 특성을 고려한 직접 재구성 영상이 필요하며 정칙화된 EM 알고리즘을 통해 보다 안정된 해를 얻을 수 있다.

요 약

목적: 부채살 단일광자단층촬영(SPECT)은 공간분해능과 민감도를 개선하는 것으로 알려져 있다. 보다 정확한 영상을 얻고 인체에 대한 SPECT의 영상화 과정을 정확하게 묘사하기 위하여 평행 데이터로 재배열하는 과정 없이 직접 부채살 데이터를 이용하여 재구성하는 알고리즘이 필요하다. 본 연구는 다양한 부채살 재구성 알고리즘을 구현하였고 각 방법의 성능을 비교하였다. **대상 및 방법:** 선추적법을 적용하여 부채살 투사기와 이로부터 얻은 데이터를 직접 재구성할 수 있는 FBP, EM, OS-EM과 MAP-EM OSL 알고리즘을 구현하였다. OSL 알고리즘의 경우에는 membrane과 thin plate prior를 사용하였다. 직접 부채살 데이터를 재구성

하는 방법의 성능을 평가하기 위해 양방향 최근접 이웃, 양방향 1차와 양방향 3차 보간법을 사용하여 재배열된 평행 데이터를 얻었고 이 데이터를 기존의 평행 데이터에 대한 EM 알고리즘을 사용하여 재구성하였다. Hoffman 두뇌와 Shepp/Logan 팬텀으로부터 얻은 잡음 없는 데이터와 잡음 있는 데이터는 각 방법으로 재구성하였으며 퍼센트 오차를 계산하여 각 재구성된 영상을 비교하였다. **결과:** Thin-plate 사진 분포함수를 사용한 OSL 방법이 가장 낮은 오차를 가지며 잡음으로 인한 결과 영상의 불안정성을 효과적으로 제어함을 확인할 수 있었다. 부채살 데이터를 평행 데이터로 재배열시 양방향 1차 보간법이 정확성과 계산 시간 측면에서 가장 효율적인 방법임을 확인하였다. 재배열된 평행 데이터의 EM 결과에 비해 직접 부채살 데이터를 재구성하여 얻은 결과영상이 더 정확하게 재구성되었다. **결론:** 본 연구에서는 평행 데이터로 재배열한 경우에 비하여 보다 정확한 영상을 재구성하는 직접 부채살 재구성 알고리즘을 구현하였으며 이는 정량적으로 월등히 개선된 결과를 제공함을 확인하였다.

References

- Jaszczak RJ. Tomographic radiopharmaceutical imaging. *Proc IEEE* 1988;76:1079-94.
- El Fakhri G, Kijewski MF, Albert MS, Johnson KA, Moore SC. Quantitative SPECT leads to improved performance in discrimination tasks related to prodromal Alzheimer's disease. *J Nucl Med* 2004;45:2026-31.
- Kauppinen T, Koskinen MO, Alenius S, Vanninen E, Kuikka JT. Improvement of brain perfusion SPET using iterative reconstruction with scatter and non-uniform attenuation correction. *Eur J Nucl Med* 2000;27:1380-6.
- Tsui BM, Gullberg GT, Edgerton ER, Gilland DR, Perry JR, McCartney WH. Design and clinical utility of a fan beam collimator for SPECT imaging of the head. *J Nucl Med* 1986;27:810-9.
- Jaszczak RJ, Chang LT, Murphy PH. Single photon emission computed tomography using multislice fan beam collimator. *IEEE Trans Nucl Sci* 1979;26:610-8.
- Rosenfeld A, Kak AC. Reconstruction, In : *Digital Picture Processing*, 2nd ed. New York: Academic Press; 1982. p. 353-430.
- Horn BKP. Fan beam reconstruction methods. *Proc IEEE* 1979;67:1616-23.
- Dreike P, Boyd DP. Convolution reconstruction of fan-beam projections. *Comput Graphics Image Processing*. 1976;5:459-69.
- Gullberg GT, Crawford CR, Tsui BMW. Reconstruction algorithm for fan beam with a displaced center-of-rotation. *IEEE Trans Med Imag* 1986;5:23-9.
- Li J, Jaszczak RJ, Coleman RE. A filtered backprojection algorithm for axial head motion correction in fan-beam SPECT. *Phys Med Biol* 1995;40:2053-63.
- Li J, Jaszczak RJ, Wang H, Coleman RE. A filtered-backprojection algorithm for fan-beam SPECT which corrects for patient motion. *Phys Med Biol* 1995;40:283-94.
- Shepp L, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *IEEE Trans Med Imag* 1982;1:113-22.
- Lange K, Carson R. EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. *J Comput Assist Tomogr* 1984;8:306-16.
- Nuyts J, Fessler JA. A penalized-likelihood image reconstruction method for emission tomography, compared to postsmoothed maximum-likelihood with matched spatial resolution. *IEEE Trans Med Imag* 2003;22:1042-52.
- Lalush DS, Tsui BM. A generalized Gibbs prior for maximum a posteriori reconstruction in SPECT. *Phys Med Biol* 1993;38:729-41.
- Gindi G, Lee M, Rangarajan A, Zubal G. Bayesian reconstruction of functional images using anatomical information as priors. *IEEE Trans Med Imag* 1993;12:670-80.
- Lee SJ. Implementing a fast projector-backprojector for EM-based tomographic reconstruction. *J Biomed Eng Res* 1999;20:523-9.
- Green PJ. Bayesian reconstructions from emission tomography data using a modified EM algorithm. *IEEE Trans Med Imag* 1990;9:84-93.
- Lee SJ, Hsiao IT, Gindi GR. The thin plate as a regularizer in Bayesian SPECT reconstruction. *IEEE Trans Nuc Sci* 1997;44:1381-7.
- Siddon RL. Fast calculation of the exact radiological path for a three-dimensional CT array. *Med Phys* 1985;12:252-5.
- Kim SM, Lee SJ, Kim YH. Fast implementations of projector-backprojector pairs for iterative tomographic reconstruction. *J Biomed Eng Res* 2003;24:473-80.