

분역회전이 강유전체 세라믹 액추에이터 내의 균열발생에 미치는 영향

정경문*, 김재연*, 범현규#

Effect of Domain Switching on Cracking in Ferroelectric Ceramic Actuators

Kyoung Moon Jeong*, Jae Yun Kim* and Hyeon Gyu Beom#

ABSTRACT

A crack emanating from an internal electrode or a conducting damage path in ferroelectric ceramic actuators is analyzed. The boundary of the domain switching zone near the edge of the internal electrode in a ceramic multilayer actuator is determined based on the nonlinear electric theory. The stress intensity factor induced by a ferroelectric domain switching under small scale conditions is numerically obtained for flaws of various sizes near the electrode edge. It is found that stress intensity factor near the crack tip depends on the material property of the electrical nonlinearity.

Key Words : Domain switching(분역회전), Crack(균열), Ferroelectric ceramic actuators(강유전체 세라믹 액추에이터), Stress intensity factor(응력확대계수), Internal electrode(내부전극), Electrical nonlinearity(전기적 비선형성)

1. 서론

다층 세라믹 액추에이터는 적응구조(adaptive structures)와 진동제어에서 저주파수 고진폭 장치 등과 같이 광범위하게 사용되고 있다.^{1,2} 다층 세라믹 액추에이터는 항공기와 자동차에서 인쇄기와 섬유기계에 이르기까지 다양하게 적용되고 있다. 그러나, 강유전체 세라믹 액추에이터는 높은 전기장이나 기계적 응력에 의해 파괴가 종종 발생한다.^{3,4} 따라서, 액추에이터 내부에 균열이 발생하는 신뢰성 문제는 강유전체 세라믹의 응용범위에 장애가 되고 있다.

세라믹 액추에이터의 신뢰성에 관한 연구는

적용분야가 광범위하므로 최근에 증가하고 있다. 강유전체 세라믹에 전기장이 인가될 때 개재물(inclusion)이나 내부전극과 같은 결함주위에 전기장이 집중되고 불균일하게 분포된다. 집중된 전기장에 의하여 발생하는 부적합 변형률로 인하여 응력이 발생한다. 따라서, 액추에이터 내의 내부전극 끝단 주위에 균열이 발생하기 쉽다.⁵

세라믹 액추에이터의 내부전극 끝단으로부터 발생하는 균열에 관한 연구가 수행되어 왔다.⁶⁻¹⁰ Suo⁶ 는 내부전극 끝단에서 집중된 전기장에 의해 발생하는 부적합 변형률로 인하여 균열이 생성되는 과정을 강유전체를 이용하여 기본적인 메커니즘을 설명하였다. 이를 전왜 세라믹(electrostrictive

... 접수일: 2004 년 7 월 27 일; 게재승인일: 2004 년 11 월 19 일

* 전남대학교 대학원 기계공학과

교신저자: 인하대학교 기계공학과

E-mail: hgbeom@inha.ac.kr Tel.: (032) 860-7310

ceramics) 에 확장하여 Yang 과 Suo⁷ 및 Hao 등⁸ 은 내부전극 끝단에서 발생하는 균열에 대한 응력확대계수의 크기를 계산하였다. Yang 과 Suo⁷는 2 차 (quadratic) 또는 단계적인 전왜 모델을 제안하여 전도된 시트(conducting sheet) 선단에서 균열발생을 해석하였다. Hao 등⁸ 은 포화 전기 변위(saturated electric displacement)를 갖는 전왜 세라믹 내의 내부전극 끝단에서 응력장이 대수 특이성을 가짐을 보였다. 또한, 비선형 유한요소법을 적용하여 다층 전왜 액추에이터의 내부전극 끝단에서 응력분포와 응력확대계수를 계산하였다.^{9,10} Ru 등¹¹ 은 다층 전왜 액추에이터 내의 내부전극 끝단에서 전기장으로 인한 계면 균열에 대하여 응력확대계수를 해석하였다. 지금까지 다층 세라믹 액추에이터는 전왜 현상(electrostriction)에 의한 액추에이터 내의 균열 생성에 관한 연구들이 보고되었다. 그러나, 페롭스카이트(perovskite) 구조를 갖는 강유전체 세라믹을 이용한 액추에이터는 강유전체의 특징인 분역회전(domain switching)을 이용한 연구가 필요하다.

최근 강유전체 세라믹의 파괴거동을 설명하기 위하여 분역회전 모델을 적용한 연구가 집중되고 있다.¹²⁻¹⁵ 특히, Beom 과 Atluri¹⁵ 는 비선형 분역회전 모델을 제안하여 전기-기계적 하중 하에 강유전체 세라믹의 다양한 파괴거동에 대한 실험 결과를 이론적으로 설명하였다. 이를 확장하여 Jeong 등¹⁶ 은 강유전체 세라믹의 피로거동을 해석하였다. 그들은 강유전체 재료의 전기적 비선형 물성치인 항전기장(coercive electric field)과 항복전기장(yield electric field)의 비에 따라 피로균열 성장 거동이 다름을 보였다. 하지만, 비선형 분역회전 모델을 적용하여 강유전체 세라믹 액추에이터의 내부전극 끝단에서 발생하는 균열은 아직까지 연구되지 않았다.

본 연구의 목적은 전기장을 받는 강유전체 세라믹 내의 내부전극 끝단에서 발생하는 균열에 대하여 해석하고자 한다. 내부전극 끝단에 전기장이 집중되어 발생하는 분역회전 영역은 비선형 분역회전 모델을 적용하여 구한다. 항전기장과 항복전기장의 비에 따라 세라믹 액추에이터 내의 내부전극 끝단 주위에는 모양과 크기가 다른 분역회전 영역이 발생한다. 소규모 조건(small scale condition) 하에 분역회전에 의해 발생하는 응력확대계수를 균열 선단에서 계산한다.

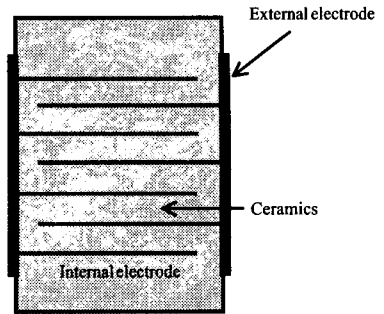


Fig. 1 A schematic picture of ceramic multilayer actuator

$$E_i = \frac{K_E^\infty}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{E}_i(\theta)$$

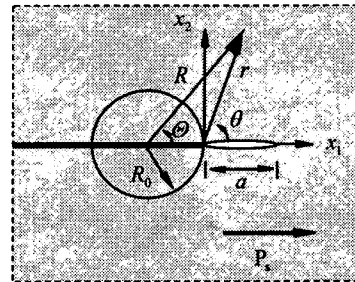


Fig. 2 A half-plane conductor in an infinite dielectric

2. 문제의 수식화

2.1 소규모 포화모델

다층 세라믹 액추에이터는 금속 박막(내부전극)을 세라믹 사이에 여러 겹으로 쌓아서 설계를 하며 Fig. 1 에 다층 세라믹 액추에이터의 한 모델을 나타내었다. 이 구조는 각각의 내부전극이 디바이스의 내부에서 끝난다. 즉, 세라믹이 절연체(insulator) 역할을 수행한다. 이것은 부가적인 절연선을 이용하는 것을 피함으로써 제조비용을 감소시킨다. 또한 각각의 세라믹 층 두께를 감소하여 구동전력(driving voltage)을 감소시키는 결과를 가져오는 장점이 있다. 그러나, 내부전극 끝단에서 일반적으로 균열이 발생하는 단점이 있다.³⁻⁶

세라믹 액추에이터 내의 내부전극 끝단에서 발생하는 균열의 생성모델을 Fig. 2 에 나타내었다. 전기장이 작용할 때 정전기장은 내부전극에 수직으로 전기장의 세기가 발생한다. 강유전체 세라믹 액추에이터의 내부전극 끝단에서 전기장이 집중되면 부적합 변형률이 발생하여 응력을 일으킨다.

내부전극 끝단에서 발생한 집중된 응력은 세라믹 내의 결함(flaw)과 상호 작용하여 균열이 발생한다. 내부전극 끝단에서 발생하는 균열은 트랙션(traction)과 전하(charge)는 없고, 전극 끝단 주위의 전기적 비선형 영역과 분역회전 영역은 아주 작은 소규모 포화조건으로 가정한다. 내부전극 끝단에 원점이 놓이게 r 과 θ 의 원통 좌표계를 이용한다. 그리고 전기적 비선형성의 해를 나타내기 위하여 또 다른 좌표계 (R, Θ) 를 도입하고, 원점은 $(-R_0, 0)$ 에 있다. 여기서 원형의 형태를 갖는 포화 영역의 반경, R_0 는 다음과 같다.¹⁷

$$R_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_E^\infty}{E_0} \right)^2 \quad (1)$$

여기서 K_E^∞ 는 전기장 확대계수이고, E_0 는 항복 전기장이다. 내부전극 끝단에서 반경 R_0 를 갖는 원형의 외부재료는 선형 유전체(linear dielectric)이고 내부는 완전히 포화(saturation) 상태인 재료이다. 소규모 조건(small scale condition)하에 원거리 전기장은 점근 문제(asymptotic problem)에서 선형 재료 내의 균열에 대한 선단장으로 주어진다. 따라서, 무한대에서 전기장은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_i = \frac{K_E^\infty}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{E}_i(\theta) \quad (2)$$

여기서 E_i 는 전기장 벡터이고, $\tilde{E}_i(\theta)$ 는 점근 특이 전기장의 분포함수이다.

내부전극 끝단에서 전기장의 해는 Beom¹⁷ 의 전도균열(conducting crack)에 대한 해를 이용한다. 전기적 비선형 영역의 내부 ($R < R_0$) 와 외부 ($R > R_0$) 의 전기장의 해는 다음과 같다.

- Inside the electrical nonlinear zone ($R < R_0$)

$$E_r = 0$$

$$E_\theta = \begin{cases} \frac{2E_0 R_0}{r} \cos \theta, & \frac{\pi}{2} < \theta < \pi \\ (-)\frac{2E_0 R_0}{r} \cos \theta, & -\pi < \theta < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- Outside the electrical nonlinear zone ($R > R_0$)

$$E_r = -\frac{K_E^\infty}{\sqrt{2\pi R}} \cos \frac{1}{2} \Theta$$

$$E_\theta = (-)\frac{K_E^\infty}{\sqrt{2\pi R}} \sin \frac{1}{2} \Theta \quad (3)$$

분극벡터와 같은 방향을 갖는 양의 전기장(positive electric field)이 작용할 때 전기장 확대계수 K_E^∞ 는 양(+)의 값을 갖고, 분극벡터와 반대 방향인 음의 전기장(negative electric field)에서는 음(-)의 값을 갖는다.

2.2 분역회전 조건식

강유전체 세라믹에 전기장을 작용하면 분극(polarization)의 방향은 90° 또는 180° 로 회전한다. 강유전체의 분역회전은 전기적 하중만을 작용하는 경우에 다음의 조건을 만족하면 발생한다.¹⁸

$$E_i \Delta P_i \geq 2P_s E_c \quad (4)$$

여기서 ΔP_i 는 자발분극(spontaneous polarization), P_s 의 변화를 나타내고, E_c 는 항전기장이다. 전기적 하중 하에서 식 (4)를 만족할 때 강유전체의 분역회전이 발생한다. 강유전체의 분역은 균일한 분극을 갖고 단일분역(mono-domain)을 갖는다고 생각하자. 90° 또는 180° 분역회전에 의한 자발분극의 변화는 x_1 축에 이루고 있는 초기 분극벡터, ϕ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.¹³

$$\Delta P_i = \sqrt{2} P_s \begin{cases} \cos \left(\phi \pm \frac{3}{4} \pi \right) \\ \sin \left(\phi \pm \frac{3}{4} \pi \right) \end{cases} \text{ for } 90^\circ \text{ switching}$$

$$\Delta P_i = -2P_s \begin{cases} \cos \phi \\ \sin \phi \end{cases} \text{ for } 180^\circ \text{ switching} \quad (5)$$

여기서 $+3\pi/4$ 와 $-3\pi/4$ 는 분극방향이 각각 반시계 방향과 시계 방향의 90° 회전에 대한 양이다.

2.3 응력확대계수

내부전극 끝단에서 분역회전된 강유전체 세라믹은 주위의 회전되지 않은 재료의 구속으로 인하여 부적합 변형률을 일으키고, 이 회전 변형률에 의해 내부전극 끝단에서 응력이 발생하여 균열을 발생시킨다. 분역회전 변형률에 의한 균열선단 응력

확대계수는 열응력 해석에 대한 Eshelby 기법 또는 Duhamel 유사성에 대한 해석으로 구할 수 있다. 따라서 유한(finite) 균열에 대한 응력확대계수는 다음과 같다.

$$K_{\alpha}^{ip} = 2\mu \int_A U_{\mu}^{\alpha} \Delta \gamma_{\mu} dA \quad (6)$$

여기서 α 는 모드 I 과 II 를 나타낸다. μ 는 전단 계수이고, A 는 분역회전 영역의 면적이다. U_{μ}^{α} 는 가중함수(weight function)로 다음과 같다.

$$U_{\mu}^{\alpha} = \frac{\nu}{1-2\nu} h_{\alpha i, j} \delta_{ij} + \frac{1}{2} (h_{\alpha k, j} + h_{\alpha j, k}) \quad (7)$$

여기서 ν 는 Poisson 비이고, δ_{ij} 는 Kronecker 델타이다. $h_{\alpha i}$ 는 다음과 같다.

$$h_{11} + ih_{21} = \frac{1}{2(\kappa+1)\sqrt{\pi a}} \left[-1 + \kappa + \left(\sqrt{\frac{z+a}{z-a}} \right) - \kappa \sqrt{\frac{z+a}{z-a}} - \frac{a(\bar{z}-z)}{(z+a)^{1/2}(z-a)^{3/2}} \right]$$

$$h_{22} - ih_{12} = \frac{1}{2(\kappa+1)\sqrt{\pi a}} \left[(-) \left\{ -1 + \kappa + \left(\sqrt{\frac{z+a}{z-a}} \right) - \kappa \sqrt{\frac{z+a}{z-a}} - \frac{a(\bar{z}-z)}{(z+a)^{1/2}(z-a)^{3/2}} \right\} \right] \quad (8)$$

여기서 $z = x_1 + ix_2$, $\kappa = 3 - 4\nu$ 이다. 식 (6)에서 $\Delta \gamma_{\mu}$ 은 자발 변형률의 변화로서 다음과 같이 90° 또는 180° 회전에 따라 나타낼 수 있다.¹³

$$\Delta \gamma_{\mu} = \gamma_s \begin{bmatrix} -\cos 2\phi & -\sin 2\phi \\ -\sin 2\phi & \cos 2\phi \end{bmatrix} \text{ for } 90^{\circ} \text{ switching}$$

$$\Delta \gamma_{\mu} = 0 \text{ for } 180^{\circ} \text{ switching} \quad (9)$$

여기서 γ_s 는 자발 변형률이다. 90° 회전은 변형률을 일으키지만 180° 회전으로 인한 변형률은 없다. 즉, 180° 회전은 분극방향만 바뀌게 된다. 따라서, 180° 분역회전 영역에 대하여는 응력확대계수를 계산하지 않아도 된다. 분역회전 영역이 결정되면

세라믹 액추에이터 내의 내부전극 끝단에서 발생하는 균열의 응력확대계수는 식 (6)으로부터 계산될 수 있다.

3. 결과 및 토론

3.1 분역회전 영역

전기적 하중을 받는 강유전체 세라믹 내의 내부전극에 평행한 분극방향 ($\phi = 0^{\circ}$)의 경우에 대하여 계산한다. 분역회전 영역은 전기장의 방향과 분극 방향이 같은 경우(양의 전기장)와 반대인 경우(음의 전기장)로 나누어서 생각한다. 식 (3)과 (5)를 식 (4)에 대입하면 분극벡터와 같은 방향을 갖는 양의 전기장 ($K_E^{\infty} > 0$)에 대한 90° 분역 회전은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\frac{r}{R_c} = -\sqrt{2} \frac{E_c}{E_0} \cos \theta \sin \left(\left| \theta \right| - \frac{3}{4} \pi \right), \quad \frac{3\pi}{4} < \left| \theta \right| < \pi \text{ for } R < R_0$$

$$\frac{R}{R_c} = \frac{1}{2} \cos^2 \left(\frac{1}{2} \left| \theta \right| - \frac{3}{4} \pi \right), \quad \frac{\pi}{2} < \left| \theta \right| < \pi \text{ for } R > R_0 \quad (10)$$

여기서 R_c 는 다음과 같다.

$$R_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_E^{\infty}}{E_c} \right)^2 \quad (11)$$

음의 전기장 ($K_E^{\infty} < 0$)에 대한 분역회전 영역은 식 (10)과 비슷한 방법으로 구하여진다.

- Inside the electrical nonlinear zone ($R < R_0$)

$$\frac{r}{R_c} = \sqrt{2} \frac{E_c}{E_0} \cos \theta \sin \left(\left| \theta \right| + \frac{3}{4} \pi \right), \quad \frac{\pi}{2} < \left| \theta \right| < \pi \text{ for } 90^{\circ} \text{ switching}$$

$$\frac{r}{R_c} = -\frac{E_c}{E_0} \sin 2\left| \theta \right|, \quad \frac{\pi}{2} < \left| \theta \right| < \pi \text{ for } 180^{\circ} \text{ switching}$$

- Outside the electrical nonlinear zone ($R > R_0$)

$$\frac{R}{R_c} = \frac{1}{4} (1 + \sin \left| \theta \right|), \quad \left| \theta \right| < \pi \text{ for } 90^{\circ} \text{ switching}$$

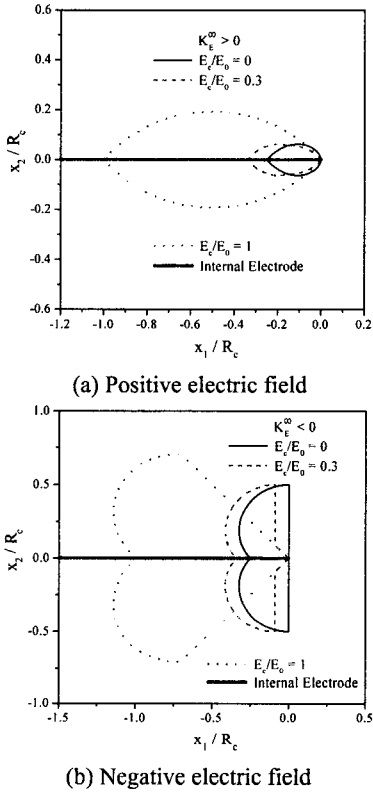


Fig. 3 90° domain switching zones near the edge of internal electrode in a ferroelectric material

$$\frac{R}{R_c} = \frac{1}{2}(1 + \cos|\Theta|), \quad |\Theta| < \pi \text{ for } 180^\circ \text{ switching} \quad (12)$$

분극방향과 같은 방향을 갖는 양의 전기장에서는 180° 분역회전은 발생하지 않는다. 식 (10)과 (12)를 이용하여 전기장의 방향에 따라서 내부전극 끝단에 발생하는 분역회전 영역을 Fig. 3에 나타내었다. 내부 전극의 윗면과 아랫면에서 90° 분역회전영역은 시계방향과 반시계 방향의 90° 회전을 갖는다. 그러나 두 가지 방향의 분역회전은 똑같은 변형률을 갖기 때문에 모드 II에 대한 균열선단 응력확대계수, K_{II}^m 는 없다. 전기장의 작용방향에 따라서 강유전체 세라믹 액추에이터 내의 전극 끝단에 발생하는 분역회전 영역과 절연균열(insulating crack)을 Fig. 4에 항전기장과 항복전기장의 비에 따라 나타내었다. 내부전극 끝단에서 분극 방향이 절연 균열면에 평행할 때 균열이 발생하면서 나타나는 새로운 분역회전 영역은 없다.

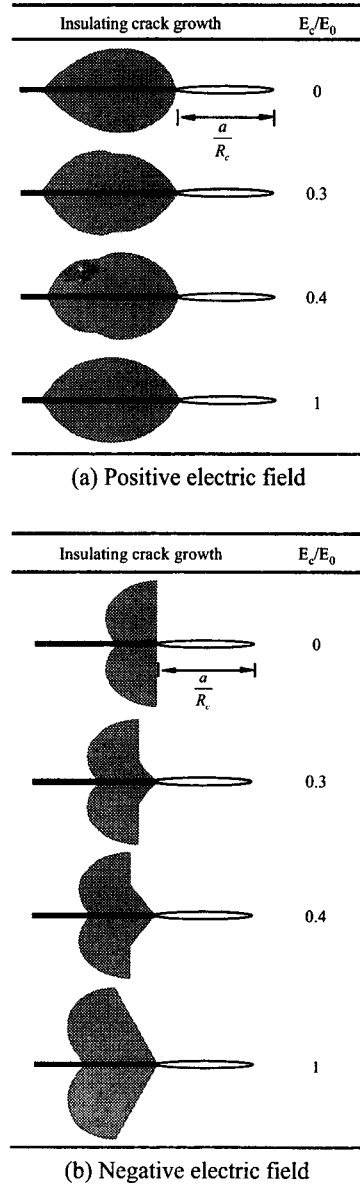


Fig. 4 90° domain switching zones for insulating crack growth

강유전체 세라믹 액추에이터의 내부전극 끝단에서 균열이 발생할 때 응력확대계수는 모두 오른쪽 균열 선단에서 식 (6)을 이용하여 전기장의 작용방향에 따라 각각 계산되어진다.

분역회전 영역이 결정되었으므로 응력확대계수는 식 (6)을 무차원화 시키면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{K_I^{ip}}{\eta|K_E^\infty|} = \frac{1-\nu}{\sqrt{2\pi}} \int_A \tilde{U}'_u \Delta \tilde{\gamma}_u d\tilde{A} \quad (13)$$

여기서 위첨자(~)는 무차원화 시킨 양이고, η 는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{Y\gamma_s}{(1-\nu^2)E_c} \quad (14)$$

여기서 Y 는 Young 계수이다. 식 (10)과 (12)를 이용하여 분역회전 영역의 경계가 결정되면 식 (13)을 이용하여 내부전극 끝단에서 발생하는 절연균열의 오른쪽 선단에서 다양한 균열 길이에 따라 응력확대계수는 계산된다.

3.2 응력확대계수 계산

본 연구에서 강유전체 세라믹의 분극방향은 내부 전극과 같은 방향이다. 따라서, 절연 균열이 내부 전극 끝단에서 발생하는 90° 강유전체 분역회전은 없다. 절연 균열 시작에 영향을 주는 분역회전은 내부 전극 끝단에서 발생하는 영역이다. 분극방향과 전기장의 방향에 따라서 무차원화된 응력확대계수를 항전기장과 항복전기장의 비에 따라 Figs. 5 와 6 에 나타내었다. 분극과 같은 방향을 갖는 양의 전기장이 작용하는 경우 작은 길이의 균열이 발생하는 부분에서 가장 높은 값의 응력확대계수를 갖음을 알 수 있다. $E_c/E_0=0$ 은 선형 유전체인 경우로서 양의 전기장에서는 가장 큰 값의 응력확대계수를 보이지만, 반대로 음의 전기장에서는 가장 작은 값을 보여주고 있다. 분극 방향과 반대인 음의 전기장이 작용하는 경우가 양의 전기장보다 더 큰 값의 최대 응력확대계수를 보인다. 또한, 전기장의 작용방향과는 무관하게 강유전체 세라믹의 물성치인 항전기장과 항복전기장의 비에 따라 응력확대계수의 최대값이 다르게 나타남을 보이고 있다. Figs. 5 와 6 에서 알 수 있듯이 강유전체 세라믹을 이용하여 액추에이터를 설계할 때에는 세라믹의 전기적 비선형 물성치인 항전기장과 항복전기장의 비에 따라서 최대 응력확대계수를 보이는 균열크기를 알 수 있다. 즉, 세라믹의 물성치에 따라서 서로 다른 임계두께가 존재하기 때문에 액추에이터는 세라믹의 전기적 비선형 물성치에 따라서 설계가 되어야만 신뢰성을 보장할 수 있다.

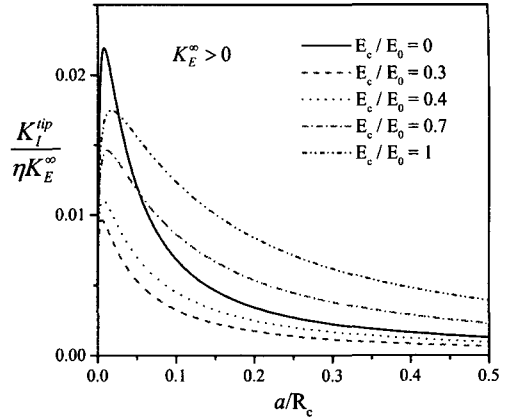


Fig. 5 The stress intensity factor for flaws of various sizes under positive electric field

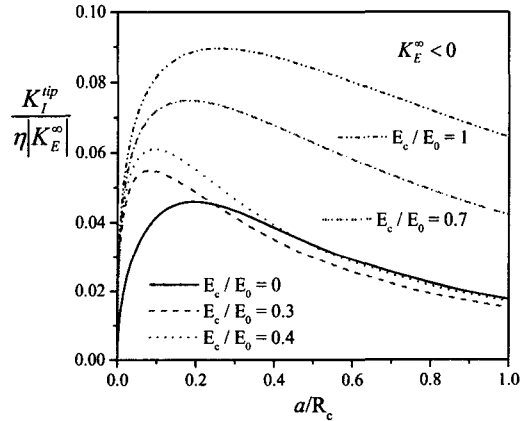


Fig. 6 The stress intensity factor for flaws of various sizes under positive electric field

4. 결론

강유전체 세라믹 액추에이터의 내부전극에 절연된 면을 갖는 균열발생에 대하여 해석하였다. 내부전극 끝단에 전기장이 집중되어 발생하는 강유전체 분역회전 영역은 비선형 분역회전 모델을 적용하여 구하였다. 전기장의 작용방향에 따라 항전기장과 항복전기장의 비에 의존하여 분역회전 영역이 다양하게 나타났다. 소규모 조건 하에서 강유전체 분역회전에 의하여 발생하는 균열에 대한 응력확대계수는 절연균열의 오른쪽 선단에서 계산하였다. 분극과 반대방향으로 전기장을 작용한 경우에 같은 방향의 전기장보다 더 큰 값의 최

대 응력확대계수를 보였다. 강유전체 세라믹의 재료 물성치인 항전기장과 항복전기장의 비에 의존하여 응력확대계수의 최대치가 다르게 보임을 알 수 있었다. 또한, 응력확대계수의 최대값을 보이는 균열 길이도 전기적 비선형성에 의존하여 서로 다른 값을 갖는다. 따라서, 비선형 강유전체 분역회전 모델을 토대로 다층 세라믹 액추에이터의 설계 시 재료 선정이 액추에이터의 신뢰성을 크게 좌우한다.

후 기

이 논문은 2003 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

1. Uchino, K., Piezoelectric Actuators and Ultrasonic Motors, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1997.
2. Haertling, G. H., "Ferroelectric Ceramics: History and Technology," J. Am. Ceram. Soc., Vol. 82, pp. 797-818, 1999.
3. Taylor, D. J., Newnham, R. E. and Carlson, W. B., "The Effect of Electric Field on Mechanical Strain and Stress in Flawed Electroceramics," Ferroelectrics, Vol. 87, pp. 81-84, 1988.
4. Winzer, S. R., Shankar, N. and Ritter, A. P., "Designing Cofired Multilayer Electrostrictive Actuators for Reliability," J. Am. Ceram. Soc., Vol. 72, pp. 2246-2257, 1989.
5. Uchino, K. and Furuta, A., "Destruction Mechanism of Multilayer Ceramic Actuators," Proc. ISAF 1992, Greenville, South Carolina, pp. 195-198, 1992.
6. Suo, Z., "Models for Breakdown-Resistant Dielectric and Ferroelectric Ceramics," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 41, pp. 1155-1176, 1993.
7. Yang, W. and Suo, Z., "Cracking in Ceramic Actuators Caused by Electrostriction," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 42, pp. 649-663, 1994.
8. Hao, T. H., Gong, X. and Suo, Z., "Fracture Mechanics for the Design of Ceramic Multilayer Actuators," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 44, pp. 23-48, 1996.
9. Hom, C. L. and Shankar, N., "A Finite Element Method for Electrostrictive Ceramic Devices," Int. J. Solids Structures, Vol. 33, No. 12, pp. 1757-1779, 1996.
10. Gong, X. and Suo, Z., "Reliability of Ceramic Multilayer Actuators: A Nonlinear Finite Element Simulation," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 44, pp. 751-769, 1996.
11. Ru, C. Q., Mao, X. and Epstein, M., "Electric-Field Induced Interfacial Cracking in Multilayer Electrostrictive Actuators," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 46, pp. 1301-1318, 1998.
12. Zhu, T. and Yang, W., "Toughness Variation of Ferroelectrics by Polarization Switch Under Non-uniform Electric Field," Acta Mater., Vol. 45, pp. 4695-4702, 1997.
13. Yang, W. and Zhu, T., "Switch-Toughening of Ferroelectric Subjected to Electric Fields," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 46, pp. 291-311, 1998.
14. Kreher, W. S., "Influence of Domain Switching Zones on the Fracture Toughness of Ferroelectrics," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 50, pp. 1029-1050, 2002.
15. Beom, H. G. and Atluri, S. N., "Effect of Electric Fields on Fracture Behavior of Ferroelectric Ceramics," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 51, pp. 1107-1125, 2003.
16. Jeong, K. M., Kim, H. K. and Beom, H. G., "Fatigue Behavior in Ferroelectric Ceramics Driven by Cyclic Electric Loading," Proceedings of the KSME 2002 Fall Annual Meeting, pp. 25-30, 2002.
17. Beom, H. G., "Small Scale Nonlinear Analysis of Electrostrictive Crack Problems," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 47, pp. 1379-1395, 1999.
18. Hwang, S. C., Lynch, C. S. and McMeeking, R. M., "Ferroelectric/Ferroelastic Interactions and a Polarization Switching Model," Acta Metall. Mater., Vol. 43, pp. 2073-2084, 1995.