

엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서의 상호작용 - 중학교 2학년 대수 영역을 중심으로 -

류 희 찬* · 김 지 연**

본 연구는 엑셀을 활용한 소그룹 모델링의 흐름과 학생과 엑셀의 상호작용이 모델링에 미치는 영향에 대한 이해를 바탕으로 추후 엑셀을 활용한 소그룹 모델링을 통한 수학 교수·학습을 위한 기초적인 정보를 제공하는데 목적이 있다. 엑셀을 활용한 소그룹 모델링의 흐름을 알아보기 위해 학생들이 고려하는 양, 양들간 관계, 구성하는 모델을 바탕으로 모델링 주기를 살펴보았다. 또한 학생과 엑셀의 상호작용이 모델링에 미치는 영향을 이해하기 위해 학생과 엑셀의 상호작용을 모델 형성, 모델 정교화, 모델을 통한 상황 해석·예측·통제 측면에서 분석하였다. 본 연구로부터 엑셀을 활용한 소그룹 모델링이 어떻게 이루어지는가와 학생-엑셀 상호작용 패턴에 대한 이해를 바탕으로 모델링 도구로서의 엑셀의 잠재력을 확인하고 학생들의 모델링 활동에 있어서의 강점과 취약점을 확인할 수 있었다. 또한 엑셀을 활용한 소그룹 모델링이 보다 효과적으로 이루어지기 위해 요구되는 교사 역할에 관한 시사점을 얻을 수 있었다.

1. 서 론

수학은 실세계에 존재하는 시스템의 행동양식을 묘사하고 분석하며 예측할 수 있도록 돕는다(Dossety et al., 2002; Verchaffel & Corte, 1997). 이러한 수학의 실제적인 효용성으로 인해 수학 학습은 실생활의 다양한 문제를 적절한 시기와 적절한 방법으로 해결하도록 도우며 궁극적으로는 다양한 현상을 이해하고 예측하며 통제하는 능력을 길러주는데 초점을 두게 된다(류희찬, 2003; Verchaffel & Corte, 1997). 이를 위해 문제 상황을 전체적으로 조감하고 그 속에서 여러 요소와 요소간 관계를 분석하고 탐구할 수 있는 장이 요구되며 학생들이 그

장 속에서 추론하고 개념적 지식과 절차적 지식을 적용하며 동료들과 의사소통 할 수 있는 교육적 환경이 모색될 필요가 있다. 여기서, 이 장을 그 상황의 “모델”이고 이러한 교수학적 환경 속에서 일어나는 일련의 교수학적 과정을 “모델링”이라 한다(류희찬, 2003).

일반적으로 모델링이 학습자로 하여금 사고하고 학습할 수 있게 한다면, 테크놀로지에 기초한 수학적 모델링은 테크놀로지를 융통적인 심적 도구로 활용함으로써 이러한 가능성을 증폭시킨다(Kadijevich, 2004; Kadijevich et al., 2004, 재인용). Kadijevich et al.(2004)에 따르면, 테크놀로지에 기초한 수학적 모델링은 수학에 대한 보다 깊은 이해를 촉진시킬 수 있다. 특히, 수학적 아이디어와 해의 시각적·언어적

* 한국교원대학교, hclew@knue.ac.kr

** 용남중학교, skantks@hanmail.net

표현을 통해 수학적 연결성에 대한 보다 깊은 이해가 가능해진다(Ferrucci & Carter, 2003). 또한, Ferrucci & Carter(2003)는 테크놀로지에 기초한 수학적 모델링이 수학과 사회·환경적 문제를 연결시키는 실제적인 기회를 제공함을 논했다. 학생들은 테크놀로지를 이용하여 현실적인 문제를 구성하는 방대한 자료나 지나치게 크거나 복잡한 자료를 손쉽게 처리할 수 있으며 강력한 시각 모델과 물리적 시뮬레이션을 이용하여 광범위하고 역동적인 탐구를 할 수 있다(Johnson & Lesh, 2003; NCTM, 2000). 더불어, 테크놀로지와의 상호작용은 학생들이 모델링 과정에서 언제 논의 및 계획하고 가정하며 수확화해야 하는지에 대한 확신을 가지도록 도우며 나타나는 증거에 비춰 가정을 되돌아보는 기회를 제공한다(Hershkowitz & Schwarz, 1999).

여러 테크놀로지 중에서도 특히 엑셀은 직관적인 방식과 직접적인 조작으로 모델링 개념과 기술을 행하고 발전시키도록 돕는 수학적 모델 개발을 위한 탁월한 도구이다. 엑셀은 지필 환경과 동일한 방식이지만 보다 상호작용적이고 시각적으로 모델을 구성할 수 있는 학습 환경을 제공한다(Neuwirth & Arganbright, 2004). 학생들은 엑셀 환경에서 문제 상황을 늘 염두에 두고 자신의 추측을 테스트하고 수를 이용한 “what if” 모델링을 통해 문제 상황의 여러 양상을 탐구할 수 있다.

또한 엑셀 환경은 수학적 절차를 항상 보여 줌으로써 계산 과정을 손쉽게 볼 수 있도록 도우며 다양한 표상을 제공하고 표상간 연결을 구성하도록 도움으로써 다양한 표상을 선택적으로 사용하는 학생들의 능력 향상을 촉진시킨다(Drier, 2001; Huntley et al., 2000; Ozgun-Koca, 2000; Molyneux-Hodgson et al., 1999; Steward, 1994; Masalski, 1990).

엑셀을 활용한 모델링은 교육과정과 교수법

에 있어 적절한 변화를 요구한다(Abramovich, 2003). 실제로, 실세계 문제 해결을 위한 수학의 응용은 다수의 단계로 구성되는 복잡한 과정이다: 문제 상황 이해하기, 상황적인 요소와 요소간 관계를 묘사하는 수학적 모델 구성하기, 미지의 요소를 확인하기 위해 수학적 모델을 조정하거나 조작하기, 계산 결과를 실제 상황에 비춰 해석하고 평가하기(Verchaffel & Corte, 1997). 이러한 수학적 모델링 과정이 엑셀 환경에서 주기적인 발달을 거쳐 다양한 문제 상황에 적용 가능하며 일반화된 모델을 개발시키므로(Doerr & English, 2003; Lesh & Doerr, 2003; Dossey et al., 2002; Burkhardt, 1994; Greer, 1997; Lesh & Lamon, 1993; Verchaffel & Corte, 1997, 재인용) 학생들은 지필 환경과는 다른 학습 경험을 하게 되는 것이다.

모델링과 관련한 연구들은 학교 수학에 모델링을 도입해야 할 필요성을 바탕으로 교육과정과 과제가 어떻게 변화되어야 하는가, 모델링 과정은 어떠한가, 모델링의 효과는 무엇인가, 모델링에 영향을 미치는 요인이 무엇인가 등을 탐구했다. 이들 연구에서 테크놀로지에 기초한 소그룹 모델링을 제안하거나 교수 설계에 포함하고 있으나 구체적으로 테크놀로지를 도입한 소그룹 모델링 양상이 어떠한지에 대한 논의 및 연구는 부족한 실정이다. 그러므로 본 연구에서는 엑셀을 활용한 소그룹 모델링은 어떻게 이루어지는가와 학생과 엑셀의 상호작용이 모델링에 어떠한 영향을 미치는가를 살펴보고자 한다.

이를 위해 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1. 엑셀을 활용한 소그룹 모델링은 어떻게 이루어지는가?
2. 학생과 엑셀의 상호작용은 모델링에 어떠한 영향을 미치는가?

II. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상 및 연구 설계

본 연구는 창원시 A중학교 2학년 여학생 3명을 대상으로 질적 사례연구를 실시하였다. 학생들은 3명으로 구성된 소그룹으로 활동하였으며 컴퓨터 1대가 학생들에게 주어졌다. 3명의 학생은 방정식과 함수에 대한 기본 학습이 된 중상 수준으로, 엑셀을 사용한 경험이 없었다. 민주는 적극적이고 활발한 성격으로 동료들과의 활동에서 주도적인 역할을 하고자 하는 성향이 강하였으며 혜진은 소극적인 성격으로 동료들과의 활동에서 자신의 의견을 주장하기보다는 동료의 의견을 따르려는 성향을 보였다. 소라는 다소 소극적인 성격으로 필요시에만 자신의 의견을 제안하였으며 다양한 여러 가지 해결책보다는 안정적인 소수의 해결책을 보다 선호하였다. 학생들의 학습 조력자로서 연구에 참여한 교사는 교직 경력이 5년인 여교사로 중학교에서 5년째 수학을 가르치고 있었으며 엑셀을 활용한 수학적 모델링 경험은 없었으나 엑셀 조작 활동 경험이 있었다. 교사는 학생들의 문제 상황 탐구를 도왔고 학생들이 문제 해결의 어려움에 부딪혔을 때 그들의 사고를 되돌아볼 수 있도록 도왔다.

수학적 모델링 과제는 연구자가 전문가와의 상의를 거쳐 7차 교육과정의 교과서와 수학적 모델링 활동 및 테크놀로지 활용을 강조한 미국의 교과서인 CMiC 등의 문헌을 참고하여 선별하고 수정, 재구성하였다. 모델링 과제는 일차방정식과 관련된 과제 3개와 연립일차방정식과 관련된 과제 5개로 구성되었다. 과제는 일차함수와도 연관되어 있다. 과제 제시 순서가 뒤쪽일수록 보다 열린 문제 상황으로 구성되었다. 과제는 문제 상황 제안자에게 유용하고 의

미 있는 모델이 구성될 때까지 학생들이 자신들의 수학적 아이디어를 반복적으로 정교화시켜야 하는 상황을 제공한다. 실세계 상황과 마찬가지로, 주어진 문제 상황은 유일한 해가 아닌 문제 해결을 위한 최적의 해를 갖는다.

창원시 B중학교 여학생 3명을 대상으로 6회에 걸쳐 시행된 예비 실험 결과를 반영하여 실제 실험수업을 설계하였으며 상호작용을 분석하기 위한 틀을 만들었다. 본 실험에 앞서 학생 및 교사와 함께 엑셀의 계산 기능, 표 그리기, 그래프 그리기 등의 기본적인 기능을 익히는 시간을 100분 정도 가졌다. 실험수업은 5일 동안 8개의 과제로 8회에 걸쳐 전개되었으며 각 과제를 해결하는데 시간제한은 두지 않았다. 하나의 과제를 해결하는데는 대략 50~100분 정도 소요되었다. 실험수업의 흐름은 다음과 같다: 개별적으로 제시된 과제 확인하기, 교사와 함께 문제의 주요 요소 탐구하기, 문제 해결 및 모델 구성하기, 제시된 문제 상황 해석 및 해결방안 등에 관한 편지 쓰기, 해결방안을 교사와 함께 확인·검토하기.

2. 연구 절차

본 연구는 학생과의 공식적·비공식적 인터뷰 자료, 교사와의 공식적·비공식적 인터뷰 자료 등의 인터뷰 자료와 모델링 활동을 녹음·녹화한 자료, 엑셀 조작 활동을 동영상 캡처 프로그램을 이용하여 녹화한 파일, 연구자가 수업 관찰 도중이나 관찰 후에 작성한 필드 노트 등의 관찰 자료, 활동지, 주어진 문제 해결 전략과 해결 결과 등이 기록된 모델링 결과물, 설문 자료 등의 문서 자료 등을 수집하였다.

엑셀을 활용한 소그룹 모델링이 어떻게 이루어지는가에 대한 탐구는 모델링 과정에서 나타나는 반복적인 모델 구성 과정, 즉, 모델링 주

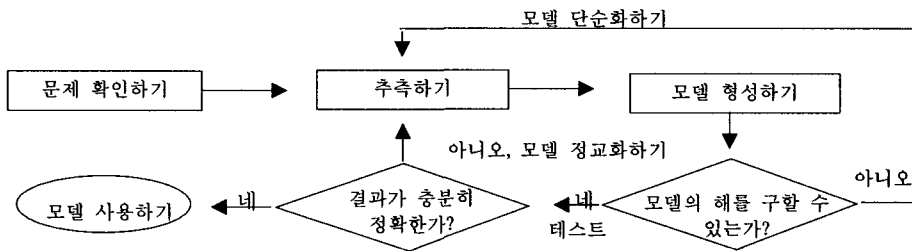
기를 확인함으로써 이루어졌다. 학생들의 모델링은 한 과제 당 대략 3~5개 정도의 모델링 주기를 거쳐 이루어지는데, 이러한 반복적인 모델 구성 과정은 형성된 모델이 주어진 상황을 해석하는 데 적절한가에 대한 학생 판단에 의존한다(Doerr & English, 2003; Lesh & Doerr, 2003; Dossey et al., 2002). ‘모델 구성 과정의 반복적인 본질([그림 II-1])’에 기초하여, 구성되는 모델을 기준으로 모델링 주기를 나누었다.

여기서 기준이 되는 모델은 고려 중인 상황 내에서 완성된 모델이라 여겨진 것으로, 학생들은 이 완성된 모델을 이용하여 주어진 문제 상황을 설명하고 예측하며 실세계 상황에 비쳐 검토하는 활동을 시도하거나 행한다.

엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서 학생과 엑셀의 상호작용을 분석하기 위해 예비실험 결과 나타나는 엑셀 환경에서의 소그룹 모델링 활동 과정을 확인했다. 그런 후, 과정 내에서 나타나는 학생들의 엑셀 활용을 확인함으로써 엑셀

환경이 소그룹 모델링에 미치는 영향을 분석하였다. 예비실험을 관찰한 결과, 모델링 활동을 네 단계-(1) 모델 형성 단계, (2) 모델을 분석하고 결론을 이끄는 단계, (3) 모델과 결론을 해석 및 예측하는 단계, (4) 결론을 검증하는 단계-로 엄격하게 구분하기는 힘들음을 알 수 있었다. 이는 학생들의 모델링 활동이 1회의 모델링 주기로 완성되기보다는 여러 회에 걸쳐 모델이 반복적으로 수정되고 재구성되는 것 등에 기인한 것으로 여겨진다. 또한, 엑셀 환경의 특수성으로 인해 학생들은 제시된 문제 상황의 문맥과 수학적 모델을 분리시키지 않고 제시된 문제 상황을 계속적으로 고려하면서 모델링을 하였다.

이에 엑셀을 활용한 소그룹 모델링 과정 중 특징적으로 두드러지게 나타나는 과정에 초점을 두고 학생들의 모델링 양상과 엑셀 활용을 분석하기 위한 분석틀을 다음과 같이 구성하였다(<표 II-1>).



[그림 II-1] 모델 구성의 반복적 본질(Dossey et al., 2002)

<표 II-1> 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서 학생과 엑셀의 상호작용 분석틀

모델링 과정	주요 활동
모델 형성	현상을 관찰하여 문제에 영향을 미치는 주요 변인을 찾아낸다. 그 후, 문제 상황에서 제시된 조건의 일부를 축소하거나 앞서 확인한 변수를 분류하는 등의 활동으로 변수 간 관계를 결정하여 나타낸다.
모델 정교화	주어진 문제 상황을 만족하는 정확한 해를 구하기 위해 다음의 모델링 활동을 행한다: 형성된 모델에 대해 문제 확장하기, 추가적인 변수 고려하기, 변수를 세부적으로 고려하기, 변수를 변화시키기, 비선형적인 관계 고려하기, 가정 개수 줄이기 등.
모델을 통한 상황 해석·예측·통제	모델과 모델을 분석하여 얻은 결론을 이용하여 문제 상황을 해석하고 예측, 통제한다.

III. 결과분석 및 논의

결과분석 및 논의는 학생들이 행한 8개의 모델링 중, 앞선 4회에 걸친 모델링 활동 경험을 바탕으로 안정적인 형태의 모델링 및 상호작용이 나타날 것으로 예상되는 5회, 6회, 7회에 이루어진 문제 위주로 이루어졌다. 각각은 복사업체 선정 문제, 영희의 임금 문제, 제주도 펜션 문제이다.

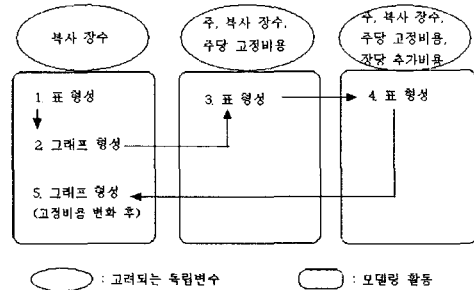
1. 엑셀을 활용한 소그룹 모델링 흐름

엑셀을 활용한 소그룹 모델링이 어떻게 이루어지는가에 대한 탐구는 학생과 엑셀의 상호작용이 모델링에 미치는 영향을 분석하기 위한 기초를 마련한다. 이에 본 절에서는 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서 학생들이 고려하는 양과 양들간 관계를 살펴보고 구성되는 모델을 확인하였다. 이를 바탕으로 모델링 주기를 분석함으로써 모델링 흐름을 탐구하였다.

복사업체 선정 문제에서는 5개, 영희의 임금 문제에서는 10개, 제주도 펜션 문제에서는 4개의 모델링 주기가 나타났다. 이들 모델링 주기를 거쳐, 학생들이 제시된 과제를 해결하기 위해 고려한 양과 양들간 관계 및 구성되는 모델을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 복사업체 선정 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 두 가지 측면에서 양과 양들간 관계를 고려하였다. 학생들은 ‘복사 장수’의 변화에 따른 문제 상황(모델링 주기 1, 2, 5)과 ‘변화 가능한 모든 변수’를 고려하는 문제 상황¹⁾(모델링 주기 3, 4)을 다루었다. 첫 번째 문제 상황에서는 표와 그래프, 고정비용을 변화시킨 경우의 그래프가 구성되었고 두 번째 문

제 상황에서는 표가 구성되었다. 이를 도식화하면 [그림 III-1]과 같다.



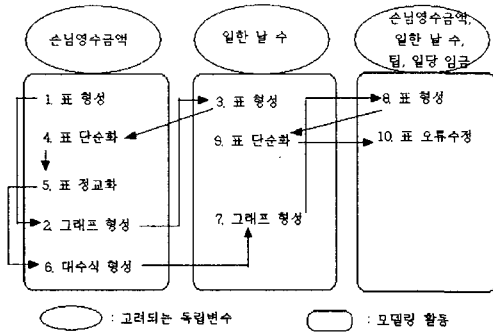
[그림 III-1] 모델링 주기(복사업체 선정 문제)

제 상황에서 이들 상황을 해결하는 동안 학생들은 표를 형성하였고 표 형성 후에는 그래프를 고려함을 알 수 있다(모델링 주기 1과 2, 4와 5). ‘변화 가능한 모든 변수’를 고려하는 문제 상황을 모델링하는 경우에는 변수를 추가함으로써 모델이 정교화되었다(모델링 주기 4). 또한 그래프를 통한 탐구를 시도하는 경우에는 일부 변수를 고정시켜 상황을 제한적으로 생각함으로써 모델이 단순화됨을 알 수 있다(모델링 주기 5).

둘째, 영희의 임금 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 세 가지 측면에서 양과 양들간 관계를 고려하였다. 학생들은 ‘손님영수금액’의 변화에 따른 문제 상황(모델링 주기 1, 2, 4, 5, 6), ‘일한 날 수’의 변화에 따른 문제 상황(모델링 주기 3, 7, 9), ‘변화 가능한 모든 변수’를 고려하는 문제 상황(모델링 주기 8, 10)을 다루었다. 첫 번째 문제 상황에서는 표, 단순화된 표, 정교화된 표, 그래프, 대수식이 구성되었고 두 번째 문제 상황에서는 표와 단순화된 표, 그래프가 구성되었다. 또한, 세 번째 문제 상황에서는 표와 오류 수정된 표가 구성되었다. 이

1) 둘 이상의 독립변수를 고려하는 경우를 ‘변화 가능한 모든 변수’를 고려하는 문제 상황으로 둔다.

를 도식화하면 [그림 III-2]와 같다.



[그림 III-2] 모델링 주기(영희의 임금 문제)

‘손님영수금액’에 대한 임금을 구하는 표(모델링 주기 1)와 그래프(모델링 주기 2)를 형성하여 두 임금이 동일하게 되는 손님영수금액을 찾으려 시도함을 관찰할 수 있었다. 해를 쉽게 찾을 수 없자, 학생들은 다른 문제 상황에서 해결을 시도하였다(모델링 주기 3). ‘일한 날 수’에 따른 임금을 고려하는 새로운 문제 상황에서 표를 형성하여 해결을 시도했으나(모델링 주기 3), 만족스러운 결과를 얻지는 못했다. 이는 ‘일한 날 수’에 대한 임금을 구해야 할 필요성을 학생들이 충분히 인식하지 못한 채 모델링 활동이 이루어졌기 때문인 것으로 여겨진다. 그런 까닭에, 형성된 표를 통한 충분한 상황 검토가 이루어지지 못했다. ‘손님영수금액’을 고려하는 문제 상황으로 되돌아가서 학생들은 표를 정교화하여 해를 찾으려 시도하고(모델링 주기 5), 대수식을 세워서 해를 찾았다(모델링 주기 6). 두 임금이 동일하게 되는 손님영수금액을 구한 후, 학생들은 ‘일한 날 수’에 따른 임금에 대한 그래프를 그렸다(모델링 주기

7). 그래프를 통해 학생들은 앞서 고려한 ‘일한 날 수’에 따른 임금을 나타내는 표가 주어진 문제를 해결하는 데 적절하지 않음을 발견하게 되고 이후 교사의 중재로 표를 단순화함으로써 문제 상황을 해석하는 데 보다 적절한 모델을 형성하게 된다(모델링 주기 9). 세 번째로 고려되는 문제 상황인 ‘변화 가능한 모든 변수’를 고려하는 문제 상황(모델링 주기 8, 10)은 문제에서 요구한 “도구”²⁾를 형성하기 위해 고려되었다. 이후 예상되는 사례를 탐구하는 과정에서 오류가 발견되고 수정됨을 관찰할 수 있었다(모델링 주기 10).

영희의 임금 문제를 해결하는 과정에서 나타난 모델링 주기는 앞선 복사업체 선정 문제에 비해, 많은 개수의 모델 구성 활동이 보다 복잡한 형태로 비선형적으로 나타남을 확인할 수 있었다. 이는 학생들의 모델링 과정에서 “지그재그형”의 해 경로가 나타나고 해를 일반화하려는 반복된 시도가 체계적으로 일어나지 않았다는 Friedlander(1999)의 연구 결과와 일치한다고 볼 수 있다. 이러한 결과는 여러 측면에서 고려될 수 있다. 첫째, 이전 과제(복사업체 선정 문제)에 비해 임금이 동일하게 되는 손님영수금액이 쉽게 구해지지 않았기 때문인 것으로 여겨진다³⁾. 둘째, 이전 모델링 경험에 의존하여 동일한 방식으로 문제를 해결하려는 학생들의 성향이 새로운 문제 상황에서 새로운 해결 방식을 택하는 것을 방해한 것으로 여겨진다. 셋째, 교사의 중재가 다른 과제에 비해 다소 소극적으로 이루어졌기 때문으로 여겨진다. 넷째, 문제 상황을 고려하는 데 있어 소그룹 내 동료 간 충분한 의사소통과 본인의 주장에 대한 정

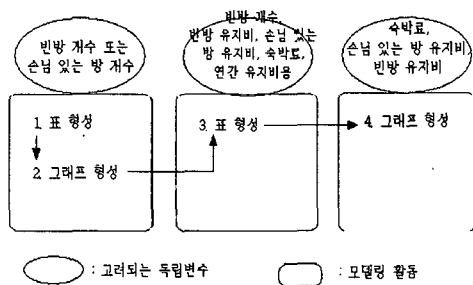
2) 관찰을 통해, 학생들이 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 문제에서 요구하는 “도구”로 여김을 알 수 있었다.
 3) 영희의 임금 문제에서, 대수식을 이용하여 1주 동안 일했을 때 두 임금이 동일하게 되는 손님영수금액을 구하면 200000/3원, 즉, 66666.6...원이 된다. 앞선 복사업체 선정 문제에서는 두 업체의 비용이 동일하게 되는 복사 장수가 표를 통해 자연수(8,125장)로 정확하게 구해졌었다.

당화가 미흡했기 때문으로 여겨진다.

그 결과, 학생들은 고려되는 상황에 집중하지 못했고 하나의 상황에 대한 충분한 탐구가 이루어지지 못한 채 다음 상황으로 넘어가는 모습을 보였다.

영희의 임금 문제의 모델링 활동이 진행됨에 따라 나타나는 모델 단순화는 학생들이 '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표' 등의 일반적인 문제 상황을 고려하는 과정(모델링 주기 9), 현실에 비해 문제 상황을 제한하는 과정(모델링 주기 4)에서 주로 나타났다. 또한 모델 정교화는 정확한 해를 찾기 위한 과정(모델링 주기 5)에서 주로 나타났다. 이러한 결과는 모델 구성 과정에서 나타나는 모델 단순화와 정교화에 관한 Dossey et al.(2002)의 주장과 일치한다.

셋째, 제주도 펜션 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 두 가지 측면에서 양과 양들간 관계를 고려하였다. 학생들은 '빈방 개수(또는 손님 있는 방 개수)'의 변화에 따른 문제 상황(모델링 주기 1, 2)과 '변화 가능한 모든 변수'를 고려하는 문제 상황(모델링 주기 3, 4)을 다루었다. 첫 번째와 두 번째 문제 상황에서 각각 표와 그래프가 구성되었다. 이를 도식화하면 [그림 III-3]과 같다.



[그림 III-3] 모델링 주기(제주도 펜션 문제)

학생들은 '빈방 개수(또는 손님 있는 방 개수)'에 따른 상황을 고려하여 문제를 해결한 후(모델링 주기 1, 2), 문제에서 요구한 "도구"로 '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'를 형성하였다(모델링 주기 3). 그 후 교사의 적극적인 중재로 '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'와 관련된 그래프를 형성하여 고려되는 양의 변화에 따른 효과를 전체적으로 탐구함을 확인할 수 있었다(모델링 주기 4).

엑셀 환경에서 소그룹 모델링으로 제주도 펜션 문제를 해결하는 동안, 앞선 과제들에 비해 적은 개수의 모델 구성 활동이 선행적으로 나타남을 확인할 수 있었다. 이는 과제의 특성⁴⁾, 앞선 모델링 활동 경험, 그리고 교사의 적극적인 중재 등에 의한 것으로 여겨진다. 또한 학생들이 이전 모델링에서 형성하지 않았던 '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'에 관한 그래프를 형성함을 관찰할 수 있었다(모델링 주기 4). 이러한 셀 참조 기능을 이용하여 여러 모델 즉, 표상을 연결시킨 다-표상을 형성하는 활동은 여러 매개변수 값을 변화시킴으로써 표와 그래프에서의 효과를 즉각적으로 탐구하고 많은 사례를 분석하는 등의 보다 역동적이고 효과적인 상황 탐구를 돕는 엑셀 환경이 제공하는 대표적인 모델링 활동이다(Drier, 2001; Ozgun-Koca, 2000; Molyneux-Hodgson et al., 1999).

2. 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서 학생과 엑셀의 상호작용

이 절에서는 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서 나타나는 학생과 엑셀의 상호작용 패턴을 탐구하고, 이에 따른 전형적인 예를 장면 분석하였다. 이를 바탕으로 모델 형성, 모델 정교

4) 제주도 펜션 문제에서 '방의 개수'는 자연수 범위 내에서만 고려하면 된다.

화, 모델을 통한 상황 해석·예측·통제 측면에서 학생과 엑셀의 상호작용이 모델링에 미치는 영향에 대하여 살펴보았다.

가. 모델 형성

모델 형성 단계에서 학생들은 제시된 현상을 관찰하여, 문제 상황의 주요 변인이 무엇인지를 찾아낸다. 그 후 문제에서 제시된 조건의 일부를 축소하거나 앞서 확인한 변수를 분류하는 등의 활동을 통해 변수간 관계를 결정하게 된다(Dossey et al., 2002). 이 관계를 표현하는 과정에서 모델이 형성된다. 특히, 엑셀 환경에서 학생들은 변수간 관계를 표현하기 위해 식을, 수치적으로 변화를 나타내기 위해서는 표를, 직관적인 예측을 증명하기 위해 그리고 현상에 대한 전체적인 시각을 얻기 위해서는 그래프를 사용하는 등 주어진 상황과 모델링의 목적에 맞는 적절한 표상을 선택하여 활용할 수 있다(Molyneux-Hodgson et al., 1999). 여기서는 엑셀을 활용한 모델링에서 학생들의 모델 형성 과정이 어떠한가와 엑셀이 모델링을 어떻게 돕는가에 초점을 두고 살펴보았다.

1) 표 형성과 대수식 형성

모델 형성 과정에서 학생들은 표, 대수식, 그래프를 형성하였다. 학생들은 열에 이름을 붙이는 활동을 통해 제시된 문맥을 계속적으로 유지한 채 표를 형성하였으며 표 형성 과정에서 셀 삽입을 통해 추가적인 변수를 고려하였다.

학생들은 표 형성 과정에서 “끝기”를 통해 동일 규칙을 갖는 많은 데이터를 생산하였다. 대수식 형성은 표 형성 전에 대부분 이루어졌으며 표를 형성하는 과정에서 스프레드시트 수

식을 형성한 후, 이를 참고해서 귀납적으로 형성되기도 하였다. 다음 발췌문은 제주도 펜션 문제에서 학생들이 제시된 문제 상황을 계속적으로 유지하면서 “끝기”를 통해 동일 규칙을 갖는 많은 데이터를 생산하는 과정을 보여주는 예이다. 학생들은 수지네 펜션이 손해를 보지 않기 위해서는 어떻게 해야 하는가를 논하면서 손님이 든 방의 경우 개당 10,000원의 이윤이 생김을 확인했다.

< 발췌문 1⁵⁾: 문제 상황을 계속적으로 고려한 채, ‘끝기’를 통한 동일 규칙을 갖는 사례 형성 및 대수식 형성 >

1 소라 : (A8셀에 “빈방”, B8셀에 “손님있는방”을 입력하며) 빈방에다가.. 이거는 손님 있는 방. 이거 개수부터 해야 되지 않나? 개수.

2 민주 : (소라가 입력하는 것을 도우며) 빈방은 100-(백 마이너스).. 빈방을 x로 할까? 빈방을 x로 하면, (키보드의 x 위치를 가리킴) (소라, A9에 “x”를 입력함) 100-x지... 방이지. 그렇지.

3 소라 : 응.

4 민주 : 그래, 거기서. (소라, B9에 “y=100-x”를 입력함)

[학생들, 개수를 먼저 구하기로 함]

5 민주 : (소라가 A10에 “1”을 입력하도록 불러주며) 일 (키보드에서 “=”을 눌러주며) ... 는(=).

6 소라 : 그냥 짝.

7 민주 : (민주, A11에 “=A10+1”을 입력하며) 이거 플러스.. 1.

8 소라 : (민주, 한 후, A11셀을 끝기하는 것을 보며) 응, 100개까지 늘리기... 100개까지.

(잠시 후)

9 민주 : 100개까지..

5) 발췌문에서의 기호 사용

- () : 관찰된 학습자의 행동, 표정, 입력된 수식 등
- { } : 연구자의 추론이나 해석

- [] : 긴 진술을 요약한 내용
- [...] : 여러 대화의 내용을 중략

- [B열에 손님 있는 방의 개수를 나타냄]
- 10 민주 : 음. (A열, B열 근처볼 마우스로 가리키며) 방의 개수는 이거야.
- 11 소라 : (소라 키보드 조작하며) 빈방 유지비?
- 12 민주 : 이윤은? 뭐로 할까? ...
- 13 소라 : 똑같은 걸로 할까? 빈방 이익.
- 14 민주 : 빈방 이익은..
- 15 소라 : (C8셀에 “빈방이익”을 입력하던 것을 지우며) 이익, 이익, (셀을 가리키며) 이게 몇 개하고 몇 개하고 할 때 이익이 나오고..
- 16 민주 : (C8셀에 “이익”을 입력하며) 이거로 하자고?
- 17 소라 : 응... 그, 뭐라 해야 되지? 35,000원 y, 아니, 10,000y, 10,000y라 해야 되나.. 뭐라 해야 되지.. 숙박료가 35,000이라야 되고 이거는 25,000원이니까. 잠시..
- 18 민주 : (C10셀에 “=10000”을 입력하며) 맞나?.. 이거.
- 19 소라 : (민주가 입력할 수 있도록 불러주며) 곱하기.. (민주, B10셀을 클릭하여 C10셀에 수식 “=10000*B10 ”을 입력하고 있음)
- 20 민주 : (민주가 입력할 수 있도록 불러주며) 빠기..
- 21 소라 : 어, 빠기. (소라가 셀을 가리킴)
- 22 민주 : (C10에 “=10000*B10-5000 ”을 입력하며) 이거 5,000..
- 23 소라 : 곱하기,... 음. 마이너스하면 되겠네.. (C10에 “=10000*B10-5000*A10”을 입력한 후) 손해네..
여기다가 또 12,000,000도 해야 되지 않나? 이게 하루니까, 하루.
- 24 민주 : (C10을 끌기한 후) 이렇게 하면 하루의 이익이 생기지. 그지?
- 25 소라 : 어.
- 26 민주 : (D열을 가리키며) 여기(이익, C열)에

- 다 곱하기 365를 해야 되잖아.
- 27 소라 : 응.
- 28 민주 : (C9셀로 마우스를 가져가며) 이 식부터 쓰고 y는..
- 29 소라 : (C9셀에 “=y”를 입력하며)⁶⁾ y는, y는 아니가? ... 10,000단위 아닌가? y는 10,000 분의 10,000이니까, 그냥...
- 30 민주 : A라 할까? A라 하는 게 더 좋지.. (민주, C9셀에 “A= ”을 입력하며) A는 아까 우리가 어떻게 구했더라. A는 (C10셀을 클릭하여, 나타난 수식 “=10000*B10-5000*A10”을 보면서) 10,000 곱하기 10B⁷⁾, (C9셀에 “A=10000* ”을 입력하며) 10,000 ... 곱하기 ... 이거, 90,000 곱하기 ...
- 31 소라 : (손가락으로 셀을 가리키며) 10B라며..
- 32 민주 : (C9셀에 “A=10000*y ”을 입력함) 10,000 곱하기.. 10,000 곱하기 y,
- 33 소라 : 어.
- 34 민주 : 맞잖아? 만 곱하기 y.
- 35 소라, 민주 : (민주, C9에 “A=10000*y- 5000*x”를 입력하며) -5000x, 곱하기 x.
- 36 민주 : 그리고 잠깐만, x. 됐고... (마우스로 C열을 가리키며) 이게 하루의 이익이고, (제주도 펜션 문제, 모델링 주기 1 중에서)⁸⁾

	A	B	C
8 빈방		손님있는방	이익
9 x		y=100-x	A=10000*y-5000*x
10	0	100	1,000,000
11	1	99	985,000
52	42	58	370,000
53	43	57	355,000
54	44	56	340,000
55	45	55	325,000
56	46	54	310,000
57	47	53	295,000
58	48	52	280,000
109	99	1	-485,000
110	100	0	-500,000

[그림 III-4] ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’

6) 'y'를 입력하려 했으나 실수로 'y'를 입력한 것으로 여겨진다
 7) 'B10'을 '10B'로 잘못 읽은 것으로 여겨진다..
 8) 셀 C8의 “이익”은 이후의 모델링에서 “하루수입”으로 수정된다.

위의 발췌문에서 학생들이 주어진 문제 상황을 표로 나타내는 과정에서 계속적으로 주어진 문제 상황을 고려함을 관찰할 수 있었다(1-2, 8-17, 23-24). 특히, 숫자 '100'이 아닌 '100개'(8), '35000원y'(17) 등을 통해 학생들이 표를 형성하는 과정에서 주어진 상황을 계속적으로 상기하고 고려함을 확인할 수 있다. 또한 학생들이 엑셀의 기능 중 하나인 "끼기"를 이용하여 동일 규칙을 갖는 사례들을 손쉽게 많이 생산함도 확인할 수 있다(9-10, 22-24). 동일 규칙을 갖는 여러 데이터를 통해, 학생들은 모델로 나타내어진 현상의 여러 측면을 손쉽게 탐구할 수 있고 나아가 상황을 예측하고 전체적인 시각으로 상황을 파악할 수 있는 기반을 마련함을 알 수 있다.

표를 형성하는 과정에서 대수식을 유도·발견하는 것을 확인할 수 있다(14-23, 30-36). 학생들은 주어진 문제 상황을 해결하는데 있어 주요 변인인 '빈방'과 '손님 있는 방'을 고려한 후(1-10), 이들을 이용해서 펜션의 하루 이익을 스프레드시트 수식을 이용하여 형성함을 관찰할 수 있었다(12-23). 수식이 입력되어 있는 셀을 클릭하여 엑셀 수식을 확인하고 이를 대수식으로 나타내는 과정을 관찰할 수 있었다(30-36). 대부분의 문제 상황에서 학생들은 주어진 상황을 나타내는 대수식을 찾은 후, 이를 이용해서 표를 형성하였다. 반면, 위의 발췌문은 그 반대방향으로의 흐름을 보여주고 있다. 여기서 관찰되는 문제 상황을 계속적으로 고려하도록 도우며 "끼기"를 통한 재귀적이고 반복적인 함수를 활용하도록 돕는 엑셀 환경은 수학적 모델링 도구로서의 엑셀의 역할에 관한 연구결과(예, Abramovich, 2003; Drier, 2001; Ozgun-Koca, 2000; Molyneux-Hodgson et al., 1999 등)를 뒷받침하는 것으로 볼 수 있다.

표, 그래프 형성이 옳은가에 관한 검토는 이들을 형성하는 과정에서 사용된 수식을 검토함으로써 이루어졌다. 학생들은 하나의 입력 값에 대해 동일한 상황을 다루는 둘 이상의 모델에서 구한 출력 값이 동일한가를 귀납적으로 탐구하여 검토하였으며 다른 한편으로는 입력된 수식을 직접 확인함으로써 모델 형성이 옳은지를 검토하였다. 다음의 발췌문은 복사업체 선정 문제에서 기존에 만들어둔 표의 데이터와 비교함으로써, 입력한 수식이 옳은지를 검토하는 예이다. 이 발췌문은 문제 상황의 여러 조건을 변화시켜 두 복사업체의 복사 비용을 탐구하기 위한 표를 만드는 과정에 나타났다. 학생들은 변화시킬 수 있는 모든 요소를 확인하여 표에 나타낸 후, '최고복사'의 복사 비용을 구하는 수식을 입력하려 하고 있다.

< 발췌문 2: 기존에 만들어 둔 표의 데이터와 비교함으로써, 입력한 수식 검토 >

- 1 민주 : 이게 뭐였지? 5원, 5원이 이거(I8)지?
- 2 소라 : (민주가 입력해야 할 것을 불러주며) 응. (민주, 마우스를 클릭하여 G11셀에 "=\$I\$8"을 입력함) 곱하기. 주. 주.. 플러스. 21 저거(K8). 곱하기 몇 해야 되지?
- 3 민주 : x.
- 4 소라 : 몇 장.. 장이지.
(민주, G11셀에 "=\$I\$8*\$G\$8+\$K\$8* \$H\$8" 입력을 끝냄) (G11셀에 "220,100"이 나타남)
- 5 민주 : 맞아, 맞아? 잠시간, 8,100장, ... 8,100이 어디야? (옆의 '복사하는 장수에 대한 최고복사의 비용과 빠른복사의 비용에 관한 표'로 가서 C3, D3셀의 수치 "8100", "220100"을 확인함)
- 6 소라 : 8,100장, 어 맞아. (C6, D6, E6셀 근방을 가리키며) 여기..
- 7 민주 : 맞아, 맞아. 어, 다행이다. (복사업체 선정 문제, 모델링 주기 4 중에서)

학생들이 '최고복사'의 복사비용을 계산하는 수식을 입력하여 복사업체가 제시한 조건하에서 "1주 동안 8,100장"을 복사할 때, '최고복사'에 지불해야 할 비용 220,100원을 얻음을 관찰할 수 있었다(1-4). 그런 후, 원편에 있는 '복사하는 장수에 대한 최고복사의 비용과 빠른복사의 비용에 관한 표'로 가서 현재 고려중인 "1주 동안 8,100장을 복사하는 경우"의 '최고복사'에 지불해야 할 비용 "220100"과 비교하여 입력한 수식이 옳은가를 판단함을 관찰할 수 있었다(5-6). 이를 통해 학생들이 엑셀 환경에서 주어진 문제 상황을 나타내는 하나 이상의 표를 형성한 후, 이들 표에서 동일한 입력 값에 대해서 구한 출력 값을 귀납적으로 비교하여 표가 옳게 형성했는지를 판단함을 확인할 수 있다. 여기서 엑셀 환경은 학생들이 문제 상황을 계속적으로 고려하면서 모델을 형성하도록 도왔으며 셀 삽입을 통해 추가적인 변수를 고려하여 상황을 유동적으로 탐구할 수 있도록 도왔다. 또한 "끝기"를 통해 동일 규칙을 갖는 많은 데이터를 생산하도록 도왔으며 모델을 형성해 낸 수식을 언제든지 보여줌으로써 계산 과정을 시각화하였다.

한편, 학생들이 셀에 입력된 수식을 확인함으로써 오류 수정을 시도했으나 교사의 이른 중재로 표를 검토할 기회를 상실하는 경우가 있었다. 학생들이 엑셀 환경에서 셀을 클릭함

으로써 데이터를 생산해 낸 수식을 확인하여 오류 발견 및 수정의 기회를 가질 때, 스스로 주어진 상황을 탐구할 수 있도록 돕는 교사의 중재와 안내가 필요함을 알 수 있다.

2) 그래프 형성

학생들은 엑셀 환경이 제공하는 다양한 표상의 장·단점을 알고 활용하였다. 대부분 표를 형성하여 문제 해결을 시도한 후, 그래프를 형성하였고 간혹 목적이 불분명한 상태에서 그래프를 형성하였다. Molyneux-Hodgson et al.(1999)은 수학적 모델링을 하는데 있어 엑셀 환경이 제공하는 가장 대표적인 강점으로 다양한 표상을 이용하여 활동할 수 있는 환경을 제공한다는 점을 들었다. 또한 이들은 엑셀 환경에서 행한 모델링 접근을 통해 그래프, 대수, 수치를 포함하는 다양한 표상을 선택적으로 사용하는 학생들의 능력이 향상될 가능성을 시사하였다. 하지만 본 연구 결과를 통해서는, 학생들이 다양한 표상을 선택할 수 있는 기회, 특히 문제 상황의 모델링에 그래프를 활용할 수 있는 기회를 제대로 활용하지 못함을 알 수 있었다. 이를 연구자가 관찰한 것을 토대로 추측하면, 그래프 그리기는 반드시 그리고자 하는 영역의 표를 형성한 후에야 가능하고 엑셀 환경이 제공하는 그래프는 정교하지 못하다는 엑셀 환경의 특수성, 표와 그래프를 함께 고려하던 습관,

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	몇장	최고복사(비용)	빠른복사(비용)							
2	x	$y=50000원+21*x$	$y=180000원+5*x$							
3	8100	220100	220500							
4	8110	220310	220550							
5	8120	220520	220600							
6	8130	220730	220650							
7	8130	220730	220650		주	몇장	최고복사 주당급	빠른복사 주당급 (최)	추가비용 (빠)	추가비용
8	8140	220940	220700		1	8100	50000	180000	21	5
9	8150	221150	220750							
10	8160	221360	220800							
11	8170	221570	220850							
12	8180	221780	220900							
13	8190	221990	220950							

=1*\$8+\$G\$8+\$K\$8+\$H\$8

[그림 III-5] 형성 중인 '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표 2'

그래프의 활용에 대한 인식 부족 등에 기인하는 것으로 파악된다. 이를 통해, 엑셀을 활용한 모델링이 보다 효율적으로 이루어지기 위해서는 각 표상의 장·단점을 알고 적절한 상황에서 적절한 표상을 이용하는 것에 대한 교사의 지도가 필요함을 알 수 있다.

‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 그래프로 나타내는 과정에서, 교사의 중재가 적은 경우에는 모델의 단순화가, 적극적인 중재가 있는 경우에는 모델의 정교화가 즉, 셀 참조 기능을 이용하여 보다 일반적인 상황을 포함할 수 있는 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’에 관한 그래프가 형성됨을 확인할 수 있었다. 이러한 수치적·기호적·그래프적으로 연결된 역동적인 다-표상은 학생들이 매 개변수 값만을 변화시켜 그 효과를 표와 그래프에서 즉각적으로 볼 수 있게 돕는 등 현상의 다양한 양상을 탐구할 수 있도록 도왔다. 다음 발췌문은 제주도 펜션 문제에서 교사의 중재가 적은 경우의 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 그래프로 나타내는 예이다. 학생들은 주어진 문제 상황에 영향을 미치는 여러 요인이 변하더라도 펜션의 하루수입과 연간이윤을 구할 수 있는 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 완성하였다.

< 발췌문 3: ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’에 대한 그래프 형성(교사의 중재가 적은 경우) >

- 1 교사 : (엑셀 화면을 가리키며) 자, 그런데 방금 너희가 만든 도구(‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’)는 전에도 많이 만들어 봤지?
- 2 학생 : 예
- 3 교사 : (‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능

한 표’에 입력되어 있는 내용을 가리키며) 이런 값들을 변화시킬 적에 우리가 구하고자 하는 것. 그런데 이것을 그래프로 나타내고 싶어. 그래프의 변화를 보고 싶어..

- 4 소라 : (작은 목소리로) 표로 해야 되는데 [그래프로 나타내고자 하는 영역을 보여주는 새로운 표를 형성해야 함을 의미함]..
- 5 교사 : 표를 안 하더라도 이걸 기존에, 지금, 만들어 둔 표를 이용해서 생각을 해봐.
- 6 학생 : 어--
- 7 소라 : 여기(‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’)에 넣어야 되나?
- 8 교사 : 어... 우선 숙박료를 35,000원 말고, 우선 내가, 선생님이 만약 한 50,000원 정도 받으려고 그래. 그러면 이 그래프의 변화를 볼 수.. 그래프를, 새로운 그래프를 만들고 싶어. 이걸 다 새로 만든다고 생각하지 말고, 여기 있는 것을 다시 좀더 변화시켜 생각해 봐.
[학생들, 복사본에서 조작하기로 결정함. 현재의 엑셀 시트를 복사한 후, 복사본으로 이동하여 엑셀을 조작함.]
- 9 소라 : (화면을 보며) 뭘 고쳐야 되지? 숙박료를.
- 10 민주 : (교사를 보며) 50,000원이에요?
- 11 교사 : 그렇지. 숙박료가 50,000원이 되면 어떻게 되지?
- 12 민주 : 숙박료 빼기 25,000원이니까, 25,000원.
- 13 교사 : (셀을 가리키며) 여기 숙박료 빼기 25,000원 될 거잖아.
- 14 민주 : (C9셀 “A=10000*y-5000*x”로 가서, ‘10000’을 지우고 ‘25000’을 입력하며) 네.... 25,000원인데..

교사는 학생들이 만든 “도구”⁹⁾가 이전에 만들어 본 표임을 확인시킨 후(1), 표에 나타난

9) 여기서 교사가 도구를 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 의미하기 위해 사용함을 알 수 있다.

여러 요인을 변화시킬 때 나타나는 효과를 볼 수 있는 그래프를 형성할 것을 권하고 있다(3). 소라가 새로운 표를 형성해야 함을 상기하자(4)¹⁰⁾, 교사는 기존에 만들어 둔 표[‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’]를 수정하여 그래프를 만들 것을 제안했다(3-5). 먼저 숙박료를 35,000원에서 50,000원으로 변화시키는 경우 그래프가 어떻게 변화되는지를 탐구하자는 교사의 제안에(8), 학생들이 ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’에서 숙박료의 변화에 따라 생기는 손님 든 방의 이익을 수정함을 관찰할 수 있었다(9-14)¹¹⁾. 교사의 중재가 적은 경우, ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 그래프로 나타낼 때 학생들은 변화 가능한 모든 변수를 고려하는 그래프를 형성하기보다 특정 사례에 관해 단순화된 모델을 형성함을 확인할 수 있다. 반면, 다음 발췌문은 제주도 펜션 문제에서 교사의 적극적인 중재에 의해 학생들이 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 그래프로 형성하는 과정을 보여주는 예이다. 앞선 <발췌문 3>에 연이어 나타나는 활동으로, 학생들이 ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’에서 손님 든 방의 이익을 10,000원에서 25,000원으로 수정하려 하자 교사가 중재를 하고 있다.

< 발췌문 4: ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’에 대한 그래프 형성(교사의 적극적인 중재가 있는 경우) >

1 교사 : 어, (C9셀의 식에서 “25000”을 지우며) 여기다 식을, 이렇게 넣어볼까? 이걸 지우고.. 숙박료 빼기.. 방 유지비지.. 그렇지?

- 2 학생 : 예.
- 3 소라 : (민주, C9셀에 “A=숙박료-유지비 ”를 입력하며) 빼기.
(민주가 혜진에게 입력하기를 권함, 혜진이 입력함)
[교사, 민주, 소라가 입력할 수식이나 내용을 불러주고, 혜진이 C9셀에 “A=(숙박료-손님방 유지비)*y-빈방유지비*x”를 입력함]
- 4 교사 : ... 그렇지, (C9셀을 가리키며) 이걸 계산한 거니까. 이 숙박료가 변하는 거에 따라서 이 수치도 따라서 쪽 변하게 하려면. 밑에 있는 마우스 가지고 와 보세요.
- 5 민주 : (마우스를 조작하며) 잠시만요.
- 6 교사 : (셀 가리키며) 여기다 10,000원을 고정시키지 않고 이것도 값을 변하게 할 수 있잖아.
- 7 학생 : 아-.
- 8 교사 : 어떻게 해 주면 되겠니? 여기(C2)다가 숙박료라고 적는 거야. 위에다가, 위에다가 적을까? 숙박료 (민주, C2셀에 “숙박료”를 입력함)
- 9 소라 : (교사와 거의 동시에 말함) 숙박료 빼기..
- 10 교사 : 숙박료가.
- 11 소라 : 35,000원 해 놓고.
- 12 교사 : 우선 (가리키며) 35,000원 넣고 하자. 50,000원 가지고 할까? 50,000원 가지고 해보자. (민주가 입력할 수 있게 불러줌) 50,000원.. (민주, D2셀에 “50000”을 입력함) 숙박료가 50,000원 이야. 그리고 기본 방.. 손님방 유지비가 얼마야?
- 13 소라 : 25,000원.. (지원, C3셀에 “손님방 유지비”를 입력함)
- 14 민주 : 얼마예요?
- 15 소라 : 25,000원 (지원, D3셀에 “25000”을 입력함)
- 16 민주 : 또 뭐 있었지?
- 17 소라 : (C4셀에 “빈방유지비”를 입력하며) 빈방 유지비.

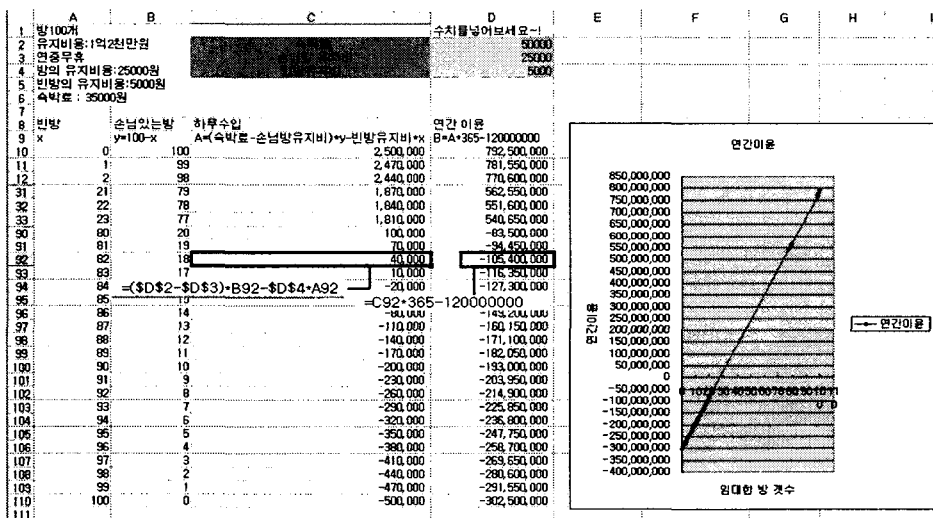
10) 앞선 복사업체 선정 문제에서의 모델링 경험을 상기한 것으로 여겨진다.

11) 앞선 복사업체 선정 문제에서 변수를 고정시켜 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 그래프로 나타냈던 모델링 경험을 상기한 것으로 여겨진다.

- 18 민주 : (D4셀에 “5000”을 입력하며) 빈방 유지비. 5,000원.
- 19 교사 : (C10셀을 가리키며) 여기(C10)다가 마우스를 가지고 가서.
(민주가 마우스를 C10셀로 이동시킴)
- 20 소라 : 이거 다 해야 되나?
- 21 민주 : 그렇지.
- 22 교사 : 변화를 줄 수 있겠죠?
[소라가 C10셀을 클릭한 후, 학생들이 함께 수식입력창에 나타나는 수식 “=10000* B10-5000*A10”을 “=(\$D\$2-\$D\$3)*B10-\$D\$4*A10”으로 수정한 후 enter를 누름]
- 24 교사 : (그래프를 가리키며) 그래프 보세요. 그래프, 그래프 올려 놓고. 그래프 올려 놓을래? 그래프 변화를 보세요.
- 25 소라 : (작은 목소리로) 끌어라.
- 26 교사 : (바뀐 그래프를 확인시키며) 지금 그래프 이거 하나만(C10셀을 의미), 끝의 것만 변했거든. 쪽 끌어볼래?
- 27 교사 : (표와 그래프를 가리키며) 애(표)가 변하면 애(그래프)도 따라서 변했지?
- 28 민주 : (혼잣말로) 아, 50,000원이어서 변한 건가..

- 29 교사 : 애(하루수입)가 쪽 변하면 애(연간이윤)도 쪽 변하지. 돈을 더 많이 벌잖아. 쪽 끌어보세요.. (민주, 마우스로 C10셀을 끌기함) (제주도 펜션 문제, 모델링 주기 4 중에서)

앞선 <발췌문 3>에서 숙박료를 35,000원에서 50,000원으로 변화시키는 경우 그래프가 어떻게 변화되는지를 탐구하자는 교사의 제안에, 학생들이 ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’에서 손님 든 방의 이익을 10,000원에서 25,000원으로 수정함을 관찰할 수 있었다. 이에 교사는 학생들이 ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’에서 하루수입을 구하는 수식을 모든 가능한 사례를 나타내는 언어적인 수식 “A=(숙박료-손님방 유지비)*y-빈방유지비*x”으로 수정하게 하였다(1-3). 그런 후, 교사는 ‘숙박료, 손님 있는 방 유지비, 빈방 유지비’를 독립적인 셀에 나타내고(8-18) ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’에서 하



[그림 III-6] ‘빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표’(2)와 그래프

루수입을 구하는 수식을 이들을 절대참조하는 수식으로 수정하여 표를 완성하도록 도왔다 (19-29). 교사의 적극적인 중재로, 학생들은 보다 광범위한, 일반적인 상황을 포함할 수 있는 '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'에 관한 그래프를 형성함을 확인할 수 있다.

지금까지 논의한 <발췌문 3, 4>를 통해, 교사의 중재가 적은 경우, 학생과 엑셀의 상호작용으로 역동적인 다-표상을 형성하는 데는 한계가 있음을 짐작할 수 있다. 또한 엑셀을 활용한 수학적 모델링에서 '변화 가능한 모든 변수'를 고려하는 일반화된 모델을 형성하는 것이 학생들에게 쉬운 일이 아님을 짐작할 수 있다. 이는 학생들이 매개변수를 독립적인 셀로 두는 데 익숙하지 않고, 열린 문제 상황보다는 단순한 문제 상황을 보다 선호하는 등에 기인하는 것으로 여겨진다. Molyneux-Hodgson et al. (1999)에 따르면, 엑셀 환경은 학생들의 수학적 모델링을 돕기 위해 모든 표상을 이용하여 활동할 수 있는 기회를 제공하고 매개변수 값을 변화시켜 표와 그래프에서의 효과를 즉각적으로 볼 수 있게 하며, 모델로 나타내어진 현상의 여러 다양한 양상을 탐구할 수 있도록 돕는 등의 역할을 한다. 또한 학생들은 스스로 수치적, 기호적, 그래프적 연결을 구성할 수 있다. 표상간 연결을 구성함으로써 셀의 수치만을 변화시키는 등의 손쉬우면서도 단순한 조작을 통해 많은 사례를 수치적, 기하적, 그래프적인 형태로 분석할 수 있게 된다. 그 결과, 학생들은 역동적인 다-표상을 만듦으로써 상호작용적이며 참여하는, 탐구하는 학습을 할 수 있게 된다. 이를 통해, 이러한 엑셀 환경에서의 풍부한 모델링 기회를 학생들이 충분히 활용하여 다양한 문제 상황을 표-그래프 연결 형성을 통해 역동적이고 상호작용적으로 탐구할 수 있도록 교사의 적절한 지도와 안내가 필요함을 알 수

있다.

나. 모델 정교화

모델 정교화 과정에서 학생들은 주어진 문제 상황을 만족하는 정확한 해를 구하기 위해 이미 형성된 모델에 대해 문제 확장하기, 추가적인 변수 고려하기, 변수를 세부적으로 고려하기, 변수 바꾸기, 비선형적인 관계 고려하기, 가정 개수 줄이기 등의 모델링 활동을 한다 (Dossey et al., 2002). 형성한 모델을 이용하여 주어진 문제 상황을 만족하는 해를 구하는 과정에서 구한 해가 주어진 문제 상황을 만족시키기에 충분히 정확한가를 고려할 때, 학생들은 모델을 단순화하거나 정교화하게 된다(Dossey et al., 2002).

학생들의 모델 정교화는 주로 표를 정교화하는 활동 위주로 나타남을 알 수 있었다. 이는 엑셀 환경에서의 그래프 그리기는 여타의 다른 테크놀로지 환경에 비해 간접적으로 이루어진다는 엑셀 환경의 특수성에 기인한 것으로 여겨진다. 수식을 통한 직접적이고 형식적인 접근 대신, 학생들은 그래프를 그리기 위해 우선 일련의 x값을 형성해야 한다. 다음으로 이들 x에 따른 y값을 형성한 후 그래프 그리기 메뉴를 이용하여 그래프를 그리게 된다.

모델 정교화는 형성된 표에 셀을 삽입하여 변수를 세부적으로 고려하는 활동이 주를 이루었다. 여기서, 변수를 세부적으로 고려하는 표 정교화는 두 가지 방식으로 이루어졌다. 학생들은 모델의 해를 구하는 과정에서 해가 있을 것으로 예상되는 수치 근방에 셀을 삽입한 후, 일정한 간격으로 연속된 수치에 대한 값을 고려하여 해가 속해 있을 변수의 변역을 줄여나갔다. 또한, 예상되는 값을 추가한 셀에 직접 입력하여 "시행착오"를 통해 해를 찾았다. 여기서 엑셀 환경은 셀 삽입을 통해 모델로 나타내

어진 현상의 여러 양상을 추가적으로 탐구할 수 있도록 도왔다.

다음 발췌문은 복사업체 선정 문제에서 셀 삽입을 통해 변수를 세부적으로 고려함으로써 표를 정교화하는 예이다. 학생들은 두 복사업체의 비용이 같아지는 복사 장수를 찾기 위해 100장 간격으로 ‘복사하는 장수에 대한 최고복사의 비용과 빠른복사의 비용에 관한 표’를 만들었다. 표에서 두 업체의 복사비용이 같아지는 때를 찾고 있었다. 8,100장 근방에서 두 업체의 복사비용이 유사함을 발견한 후, 학생들은 “복사 장수를 100장으로 하는 것이 정확한 해를 찾는 데 도움이 되지 않을 듯 하다”는 논의를 하고 있다.

< 발췌문 5: 행 삽입을 통한 세부적인 변수 고려 >

1 민주 : 이거.. 잠시만... (혼잣말로) 이렇게 하면(복사 장수를 100장 간격으로 표를 형성하는 것을 의미) 안될 것 같은데..

2 소라 : 이것을 넣고 삽입해서.

3 민주 : 음. 맞는 것 같다.

4 소라 : 그러면. 삽입해서 몇 단위로 나눠야지.. 20씩.

[학생들, 84줄 아래에 5개의 행을 삽입함]

5 민주 : 여기? .. (84줄 아래에 줄 5개를 삽입함) 팔 천 백..

6 소라 : ..는(=) 해야지 (민주, C85셀에 “=8120”을 입력함)

7 민주 : (C86셀에 “=C85+20”을 입력한 후, C86, D84, E84를 끌기하며) 이거.. 이것을 따라... 이것 C.. 86, 어.. 언제부터지?

8 소라 : 8,140부터, 8,140 (8140장일 때부터 ‘최고복사’가 더 비싸다는 의미)

9 민주 : 40장부터?

10 소라 : 응.

(민주, 85줄 8120 아래에 줄 2개를 삽입한 후, C86셀에 “=8125”, C87에 “=8130”을 입력

함. 그런 후 D85, E85셀을 끌기함)

11 혜진 : (C86, D86, E86셀을 가리키며) 같다 ... 8125일 때, 맞잖아?

12 소라 : 아-, 맞네. (복사업체 선정 문제, 모델링 주기 1 중에서)

	C	D	E
1	몇장	최고복사	빠른복사
2	x	$y=50000원+21*x$	$y=180000원+5*x$
84	8100	220100	220500
85	8120	220520	220600
86	8125	220625	220625
87	8130	220730	220650
88	8140	220940	220700
89	8160	221360	220800
90	8180	221780	220900
91	8200	222200	221000

[그림 III-7] 형성 중인 ‘복사하는 장수에 대한 최고복사의 비용과 빠른복사의 비용에 관한 표’

학생들이 어렵감이 아닌 정확한 복사 장수를 찾기 위해 비용이 같을 것으로 예상되는 복사 장수 근방에 줄을 추가함을 관찰할 수 있었다 (1-5, 10). 삽입된 셀에 예상되는 값을 입력한 후, 끌기를 이용해 표를 정교화하는 과정을 관찰할 수 있었다(6-7, 10). 학생들이 정확한 복사 장수를 구하기 위해 셀을 삽입한 후 예상되는 수치에 대한 복사비용을 “끌기”로 생산해 내는 과정을 두 번 반복하고 있음을 확인할 수 있다. 이 과정에서 학생들은 100단위의 복사 장수에 관한 표를 부분적이지만, 20단위, 5단위로 세부적으로 고려하는 연속된 수치를 생산해냄을 관찰할 수 있다.

반면, 모델 정교화 과정에서 충분한 추측 활동 없이 조작 활동으로 들어섬으로써 또는 무리하게 엑셀 환경을 고집하여 해 찾기를 시도하는 등으로 인한 불필요한 조작 활동이 있었다. 영희의 임금 문제에서 ‘손님영수금액에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표’를 이용하여 두 임금제도에 의한 임금이 같아지는 손님영수금액을 찾던 중, 학생들이 예상되는 수치를 셀에 입력한 후 결과를 확인하는 과정을 반복적으로 행함을 관찰할 수 있었다.

이러한 “시행착오”를 통한 해 찾기, “what if” 탐구를 위해 표에 셀을 삽입하여 고려중인 변수[손님영수금액]를 세부적으로 나타내는 표 정교화가 이루어짐을 확인할 수 있다. 예상되는 손님영수금액을 셀에 입력하여 두 임금이 동일하게 되는 때를 찾으려는 몇 차례에 걸친 시도에도 불구하고 그 정확한 값을 찾을 수 없자, 교사가 도구¹²⁾를 사용하는 것에 국한하지 말고 다른 방법을 고려해 보길 권하나 학생들은 여전히 엑셀 환경에 의존하여 “what if” 탐구를 계속함을 관찰할 수 있었다. 제시된 영희의 임금 문제에서 학생들이 찾기자 하는 해는 지필 환경에서 대수식 조작을 통해 얻을 수 있다.¹³⁾

그럼에도 불구하고 학생들은 지필 환경에서 해를 구하려는 시도를 하지 않음을 관찰할 수 있었다.

엑셀 환경이 학생들이 지나친 조작 활동에서 벗어나 상황을 탐구하고 의미를 해석하는데 보다 많은 시간을 할애할 수 있도록 하는 등의 학습 환경을 제공하지만, 엑셀 환경만으로 모델링이 이루어지는 데는 무리가 있다. 엑셀 환경과 지필 환경의 적절한 상호보완을 통한 모델링이 요구되며 이에 대한 교사의 적절한 안내와 중재가 필요함을 알 수 있다. 또한 “끝기”를 통한 동일한 규칙을 갖는 패턴 생산이 쉽고 용이하여 다양한 사례를 탐구할 수 있도록 돕는 엑셀 환경이 과용되지 않도록 교사의 중재와 지도가 필요하며 “시행착오”를 통한 해 찾기, “what if” 탐구가 무리하게 이루어지지 않

도록 돕는 교사의 중재가 필요하다.

다. 모델을 통한 상황 해석·예측·통제 모델을 통한 상황 해석·예측·통제 과정에서 학생들은 모델과 모델을 분석하여 얻은 결론을 문제 상황을 해석하고 예측하고 통제하는데 이용하는 활동을 한다. 이 때, 활동의 결과로 형성된 모델이 주어진 상황을 해석하기에 적절하지 않다고 판단되면 모델 구성 과정이 되풀이 된다(Dossey et al., 2002).

이 절에서는 학생들이 형성, 정교화시킨 여러 모델 중 표와 그래프를 통한 상황 해석·예측·통제 과정을 주로 살펴보았다. 표와 그래프를 통한 상황 해석·예측·통제 과정이 어떠한가와 엑셀이 이를 어떻게 돕는가에 초점을 두었다.

1) 표 형성 후

학생들은 표를 형성한 후, 셀의 수치를 변화시켜 나타난 많은 사례를 탐구함으로써 손쉽게 다양한 상황을 예측하고 해석하였다.

다음 발췌문은 영희의 임금 문제를 해결하는 마지막 단계에서 수치입력을 통해 문제 상황의 여러 양상을 탐구하는 예이다. 문제 해결의 마지막 단계로 영희에게 어느 임금제도가 보다 유리한지에 대한 편지를 쓰고 있다. 이 과정에서 학생들은 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’에서 ‘손님영수금액, 팁, 일당 임금 등’의 수치를 변화시켜 여러 가능한 양상을 탐구하려 한다.

12) 엑셀을 활용한 소그룹 모델링 활동 중에 “도구”는 여러 가지 의미로써 사용됨을 관찰할 수 있었다. 학생들은 문제에서 요구한 “여러 상황을 탐구하는데 유용한 도구”를 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’라고 생각하고 있음을 관찰할 수 있었다. 반면 여기서 교사는 도구를 ‘엑셀’을 의미하기 위해 사용함을 관찰할 수 있다.

13) 영희의 임금 문제에서 두 임금제도에 의한 임금이 동일하게 되는 손님영수금액은 아래의 일차연립방정식의 해를 구하여 얻을 수 있다:

$$\begin{cases} y = 0.15x + 17000 \\ y = 0.18x + 15000 \end{cases}$$

< 발췌문 6: 수치입력을 통한 문제 상황의 여러 양상 탐구 >

- 1 소라 : (엑셀 조작을 시작하며) 팁이.. 100%할까?
 - 2 민주 : 설마 주겠나? 자신이 가게를 운영하는 게 낫지.
 - 3 소라, 민주 : 20, 20% (소라, J2셀에 “20”을 입력하고 I2셀에 “1000000”을 입력함)
 - 4 민주 : 일당 임금이..
 - 5 혜진 : 50,000원예? 60,000원으로.
 - 6 소라 : 보통 이 정도 벌잖아.
 - 7 학생 : 100,000원..
 - 8 소라 : 한 시간에 2,000원 정도씩 버니까. 100,000.
 - 9 학생 : 100,000원? (소라, K2셀에 “100000”을 입력함)
 - 10 민주 : 100,000원이면 정말 많이 벌겠다.
 - 11 소라 : 솔직히 일당 임금은 20,000원. 한 시간에 17,000원은 되어야지.. (결과로 나타나는 수치, H4셀의 “300000”을 확인하며) 300,000원
 - 12 민주 : 300,000원? 하루에 300,000원 이라도.. 30일이면 얼마야? 장난 아니네.. (웃음)
 - 13 소라 : 보통 팁을 안 주잖아.
 - 14 민주 : 팁이? 팁이?
 - 15 소라 : (J2에 “0”을 입력하며) 팁을 0으로 하자.
 - 16 민주 : 그래, 0.
 - 17 학생 : (결과로 나타나는 수치, H4의 “100000”을 확인하며) 100,000원..
- [...]
- 18 민주 : 일당 임금을 올리는 게 더 낫지 않나? ...
 - 19 소라 : (K2셀에 “200000”을 입력하며) 200,000원, 200,000원이고.
 - 20 민주 : 0, 0, 0, 0. {팁을 의미함}
 - 21 소라 : 아니다. (J2셀에 “2”를 입력하며) 0.2 .. 2%.
 - 22 민주 : 음료수 선전하나?
 - 23 민주, 소라 : 하루에 ...

24 소라 : 아, 팁 2%, (결과가 나타난 H4셀의 “220000”을 가리키며) 일당 임금 220,000원 (영희의 임금 문제, 모델링 주기 10 중에서)

	H	I	J	K
일		손님의 영수금액	팁(%)	일당임금
	1	1000000	2	200000
임금				
		220000		
		=(\$K\$2+\$I\$2*\$J\$2%)*\$H\$2		

[그림 III-8] ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’(2)

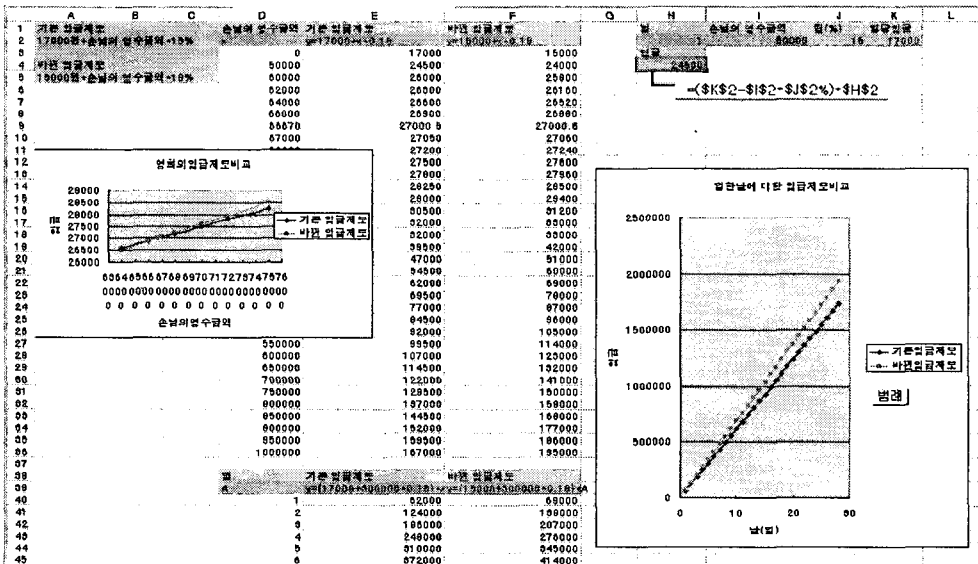
학생들이 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’에서 예상되는 수치를 입력하여 그 결과 나타나는 임금을 확인함을 관찰할 수 있었다(3-12, 13-17, 18-24). 여기서 엑셀은 학생들이 빠르고 손쉽게 많은 상황을 예측하고 해석할 수 있는 학습 환경을 제공함을 알 수 있다. 또한 큰 수를 다루거나 복잡한 수를 다루는데 자유로운 상황을 제공함으로써 현실적인 수치를 이용한 문제 상황 탐구를 도움도 확인할 수 있다. 이는 엑셀 환경이 학생들의 계산 수행을 도움으로써 방대한 영역에 걸친 현상을 모델로 나타내고 분석할 수 있도록 도우며 기호조작을 넘어서는 “what if” 유형의 질문 탐구 등의 대안적인 해 탐구를 돕는다는 연구 결과들(예, Drier 2001; Ozgun-Koca, 2000; Molyneux-Hodgson et al., 1999 등)과 일치한다고 볼 수 있다.

또한, 학생들은 형성된 표를 통한 상황 해석을 시도하던 중 표의 오류를 발견하고 수정하였다. 학생들은 앞선 모델 형성 과정에서 행한 검토방식과 동일한 방식으로 표를 형성하기 위한 수식의 오류를 확인하고 수정하였다. 다음 발췌문은 학생들이 영희의 임금 문제에서 ‘주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표’를 이용한 상황 탐구 중 오류를 발견하고 이를 수정하는 예이다.

< 발췌문 7: 문제 상황의 해석과 예측을 시도 하던 중, 오류 발견·수정 >

- 1 소라 : (손님영수금액을 입력하는 셀 I2의 수치를 확인하며) 50,000원 할까?
- 2 민주 : (마우스를 가져가며) 잠시만, 그런데 우리 퍼센트 계산 안 했잖아.
- 3 소라 : 뭐?
- 4 민주 : 퍼센트 계산 안 했잖아. (마우스를 조작하면서) 볼래? ('손님영수금액'에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표'의 E2셀을 가리키며) 이거 봐. 0.15를 넣어서 이걸 했거든.. (E2셀에는 "y=17000+x*0.15"가 입력되어 있음) 그러면 하루의 손님영수금액이.. 잠시만, ('주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'의 I2셀에 입력되어 있는 50,000원을 확인하며) 손님영수금액이 50,000원. 50,000원 이거다, 이거. 팁이 이게 얼마야? (J2셀에 입력되어 있는 "20"을 확인한 후) 15잖아, (15여야 이 표가 옳게 계산하는지를 검정할 수 있다는 의미) (J2셀의 수치를 "15"로 수정하며) 15. (K2셀로 가서 일당 임금을 확인하며) 일당.

- 5 민주 : 일당..
 - 6 소라 : 17,000원...
 - 7 민주 : (K2셀의 "18000"을 지우고 "17000"을 입력하며) 17,000원 ... (나타난 결과를 보며) 76,000원(임금이 767,000원으로 계산되어 나옴) ... 봐봐. ('손님영수금액에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표'에서 E2셀의 수치 "24000"을 확인시키며) (여기서 E2셀의 수치 "24000"은 1일 동안 손님영수금액이 50,000원일 때, 기존 임금제도의 일당임금 17,000원, 팁 15%를 따른 수치임)
 - 8 소라 : (민주가 잘못 읽은 수치를 정정하며) 767,000원...
 - 9 민주 : 그러니까 잘못된 거라니까. 그러니까 바뀌어야 된다. (H2셀을 클릭하여 나타난 수식 "=(K\$2+\$I\$2*\$J\$2)*\$H\$2"을 확인하고 일한 날 수, 손님영수금액, 팁, 일당 임금이 입력되어 있는 H2, I2, J2, K2셀의 수치를 확인함)
- [팁을 0.15로 변경하자는 소라의 제안에 민주는 팁을 나타내는 J2셀의 수치를 확인함. 또 다시 소라가 J2 뒤에 %를 입력해서 수정할 것을 권함]



[그림 III-9] '주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'의 오류 발견과 수정이 이루어진 엑셀 환경

- 10 소라 : 해 봐, 해 봐.
- 11 민주 : 뭘.. 어떻게 하자구?
- 12 소라 : 그냥 이거 J2 있잖아.
- 13 민주 : 'J2%' 하면 되잖아.. 그러면 안 되나?
- 14 민주 : (H4셀의 수식에서 J2 뒤에 %를 입력한 후, 결과로 나타나는 임금 24,500원을 확인하고 '손님영수금액에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표'로 가서 E4셀의 "24500"과 비교한 후) 와 맞췄다. (민주 박수 칩) (영희의 임금 문제, 모델링 주기 10 중에서)

학생들은 앞서 형성한 표를 활용하여 가능한 상황에 대한 설명과 예측을 시도하던 중 모델의 오류를 발견하였다(1-2). 이 때 발견된 오류는 학생들에 의해 수정되었는데 이는 앞선 모델 형성 과정에서 수식 입력 후 학생들이 행한 검토 방식과 동일하게 이루어지고 있음을 확인할 수 있었다(4-9). 동일한 상황을 나타내는 둘 이상의 모델에서 하나의 입력 값에 대해 동일한 출력 값이 나오느냐를 확인함으로써 모델 형성 과정에서의 오류를 확인함을 관찰할 수 있다(4-9). 또한 임금을 나타내는 H4셀을 클릭하여 수식을 확인하여 오류를 확인하는 모습도 관찰할 수 있었다(9). 여기서 엑셀 환경은 임금을 계산하기 위해 사용된 수식을 시각적으로 보여주고 데이터를 생산해 낸 수식에 쉽게 접근하도록 함으로써 학생들의 오류 확인과 수정을 도움을 알 수 있다. 이는 엑셀이 늘 수식을 보여줌으로써 학생들이 데이터를 생산해 낸 수식에 쉽게 접근할 수 있도록 돕는다는 여러 연구 결과들(예, Abramovich, 2003; Drier, 2001; Ozgun-Koca, 2000; Molyneux-Hodgson et al., 1999 등)을 뒷받침한다고 볼 수 있다.

반면, 수치입력을 통해 생산된 결과를 확인한 후, 이를 통한 문제 상황 탐구를 시도하지 않거나 표를 형성함으로써 활동이 끝나기도 하

였다. 연구자가 관찰한 것을 토대로 추측하면, 학생들은 모델을 활용한 상황의 해석, 예측보다는 모델 형성에 보다 치중하고 있는 것으로 파악된다. 이를 통해 모델을 이용하여 상황을 해석하고 예측하는 과정에서 충분한 탐구가 이루어질 수 있도록 교사의 적절한 지도와 중재가 필요함을 알 수 있다.

2) 그래프 형성 후

그래프를 형성한 후, 학생들은 제시된 문제 상황에서 요구한 해를 구하거나 표에서 구한 해를 확인하는 활동을 주로 하였다. 다음 발췌문은 학생들이 그래프를 이용하여 해를 확인하는 예이다. 학생들은 '임대한 방 개수에 대한 연간이윤 그래프'를 그렸다.

< 발췌문 8: 그래프를 통한 해 확인 >

- 1 교사 : 그래프가 그러면.. 이익과 손해의 딱 중심이 되는 점이 있지? 그지?
- 2 학생 : (그래프를 보면서) 예.
- 3 민주 : 한-, 60.
- 4 소라 : 60?
- 5 교사 : ('빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표'를 가리키며) 이 표에서 좀 전에 찾았지? 표에서는 방이 몇 개였을 때, 몇 개 나갔을 때였지?
- 6 민주 : 56개.
- 7 교사 : 56개였을 때, 이익을 가져왔다. 그지?
- 8 학생 : 예.
- 9 교사 : 음.. 자, 그 다음에 생각을. 그 다음 보세요. (교사, 활동지의 문제를 확인함, 학생들도 활동지를 봄)(제주도 펜션 문제, 모델링 주기 2 중에서)

학생들은 그래프를 형성한 후, 교사와 함께 제주도 펜션 문제의 해를 추측하였고(1-4), 교사는 이를 표에서 구한 해와 비교, 확인하는

활동과 관련짓고 있음을 관찰할 수 있었다(5-8). 그래프를 통한 해 확인으로 그래프와 관련된 탐구 활동이 끝나고 다음 활동으로 관심이 이동함을 관찰할 수 있었다(9).

모든 표상을 이용하여 활동하는 기회와 환경을 제공하는 것이 수학적 모델링 활동을 돕는 엑셀의 가장 두드러진 역할이다. 형성된 표와 그래프를 통한 탐구 활동은 각각의 표상이 가지는 장점을 충분히 활용할 때 문제 상황에 대한 보다 풍부한 이해를 도울 수 있으며 특히, 그래프는 학생들의 직관적인 예측을 돕고 전체적인 시각으로 문제 상황을 탐구할 수 있도록 돕는다는 여러 연구결과들(예, Abramovich, 2003; Drier, 2001; Ozgun-Koca, 2000; Molyneux-Hodgson et al., 1999 등)이 있다. 이러한 측면에서 볼 때, 학생들의 그래프를 통한 상황 탐구가 단순히 해의 확인이나 해와 관련된 탐구에 머무르지 않고 그래프가 가지는 직관적인 예측을 돕고 전체적인 시각으로 문제 상황을 탐구하는 등의 장점을 충분히 활용할 수 있는 교사의 지도와 중재가 필요함을 알 수 있다.¹⁴⁾

반면, 학생들은 주어진 상황을 그래프로 나타냄으로써 표에서는 발견하지 못했던 문제 상황의 숨겨진 의미를 발견하고 탐구하였다. 다음 발췌문은 교사의 적극적인 중재하에 그래프를 통해 숨겨진 양상을 탐구하는 예이다. 학생들은 표의 데이터를 그래프로 나타냄으로써 일한 날 수에 따른 임금제도가 비선형적인 관계를 가짐을 발견하였다.

< 발췌문 9: 그래프 그리기를 통한 문제 상황의 숨겨진 의미 탐구(교사의 적극적인 중재가 있는 경우) >

1 교사 : 그 다음에 아래의 그래프는? 아래의 그래프 어떻게 그렸는지 다시 생각해봐 ... 밑의 그래프는 뭐에 대한 그래프인가 ... 자, 그래프를 보고 도저히 분석이 안 되면 지금 그래프를 지정한 영역에 있는 (E39셀 " $y=(17000+x*0.15)*A$ "을 마우스로 클릭하며) 이 값들, 17,000원이라는 건 어떻게 해서 나왔죠? 17,000원은 언제, 언제 17,000을 받는다는 얘기야? 너희가 지금 {일당 임금율} 17,000원을{17,000원으로} 고정했잖아 ...

2 교사 : 어떤 경우에, 언제 17,000원을 받는다. 설명을 해 보세요.

{소라는 "7개월 이상 일 때", 민주는 "원래 받는 것"이라고 답함}

3 교사 : 17,000원에다가.. 그 다음에.

4 민주 : 그 다음에 손님이 임금{손님영수금액을 의미함} 한 거 곱하기

5 교사 : 손님의 임금{손님영수금액을 의미함}이 여기서 얼마나?

6 소라 : x 한 것.

7 교사 : 손님이 영수한 금액이 얼마인데?

8 민주 : 이거.

9 교사 : 어, 이거? 이게 어떤 거지?

10 민주 : (작은 목소리로) 잘못... 지정한 건가 ...

11 교사 : 17,000이 어떻게 나왔는지. 17,000원을 계산을 했는데 어떻게 해서 나왔는가를 알고 싶으면, 17,000원에다 커서를 가져다 놓으면 {수식이} 나타나잖아. {셀을 클릭하면 수식입력창에 셀의 수치를 구해내는 수식이 나타남을 의미함} (교사 E40셀의 "17000"을 클릭한 후, 수식 " $=(17000+D3*0.15)*D40$ "이 나타나게 하며) (여기서, D3셀에는 "0", D40셀에는 "1"이 입력되어 있음) 17,000원 어떻게 계산해서 나왔어?

12 민주 : 17,000원에...

14) <발췌문 9>의 경우, 주어진 문제 상황이 수치네 펜션이 손해를 보지 않기 위해 하루에 평균적으로 임대해야 하는 방의 수를 구하는 것이지만, 궁극적인 목적은 각 방 당의 하루 숙박료, 유지비 등이 바뀐 상황에서도 탐구 가능한 유용한 도구를 형성하는데 있다. 그러므로 그래프를 통한 보다 다양한 탐구 활동이 요구됨을 예상할 수 있다.

- 13 소라 : D가 어디 있는 건데? D3이?
 14 민주 : 응-, 곱하기 0.15, 곱하기..
 15 교사 : 손님의 영수금액이 얼마인 거에 대해서 했어?
 16 민주, 소라 : 영(0).
 17 교사 : 그 다음에 몇 일 인 거에 대해서?
 18 학생 : 하루.
 19 교사 : 하루인 거에 대해서? (마우스를 ‘일한 날 수에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표’로 이동하며) 밑의 것을 봐라. 밑에 있는 거, 밑의 것.

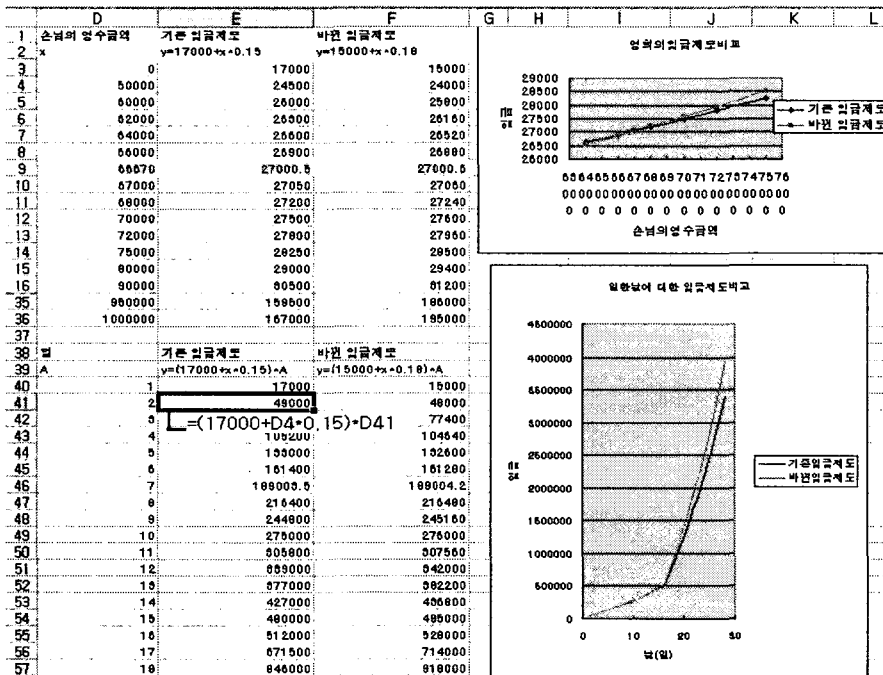
[교사가 E41셀을 가리키며 49,000원이 어떻게 해서 나왔는지를 학생들에게 묻고 있음. 기본 임금 17,000원, 손님영수금액 50,000원을 교사와 함께 확인함. 일한 날 수가 몇 일인가를 교사가 물었으나, 학생들은 대답하지 않음]

- 20 교사 : 그래프가 왜 이런 모양이 나왔는가, 다시 한 번 더 생각해보도록 하자.
 21 소라 : 아-

- 22 민주 : 뭐 생각나는 것, 없나?
 23 교사 : (학생들을 바라보며) 자, 여기 17,000원은 손님이 영수한 금액이 0원일 때 하루 동안의 임금이고 밑에 있는 47,000은 얼마였지, 아까, 손님이 50,000원을 계산했을 적에 이틀 동안의 임금이야. 이거를 한 번 생각해 보면, 왜 이런 그래프가 나왔는지 생각해 볼 수 있지.
 25 민주 : 그러면, y축에.
 26 교사 : 그래프가 왜 이런 모양이 나왔을까 생각해 보자.

[민주의 제안으로 y축을 살펴봄] (영희의 임금 문제, 모델링 주기 7 중에서)

휘어진 모양의 그래프가 나타난 이유를 찾기 위해, 학생들은 교사와 함께 기본 임금제도를 따르는 임금이 17,000원, 49,000원인 경우에 대해 탐구하고 있다. 각각의 경우에 손님영수금액은 얼마인지, 일한 날 수가 몇 일인지를



[그림 III-10] '일한 날 수에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 그래프'에 관한 탐구가 이루어진 엑셀 환경

해당 셀 E40, E41을 클릭하여 수식을 확인함으로써 교사는 학생들이 주어진 그래프가 왜 직선이 아닌 휘어진 모양으로 나왔는가를 찾아내도록 유도함을 관찰할 수 있었다(1-26). 이런 과정에서 엑셀 환경은 학생들이 이전 활동, 본인의 사고, 조작 결과에 대해 반성할 수 있는 환경을 제공함을 알 수 있다. 학생들은 임금을 나타내는 E40, E41셀을 클릭하여 임금을 계산하기 위해 사용한 식을 확인하고 식을 통해 상황을 해석·검토함을 확인할 수 있다. 또한 그래프를 탐구하는 과정에서 학생들이 표의 셀을 클릭하여 그래프가 선형이 아닌 이유를 찾으려함을 관찰할 수 있었다. 이는 엑셀 환경이 그래프-표-수식 간 상호작용적인 환경을 제공함으로써 가능한 일이다. 학생들은 표의 수치를 클릭하고 수치가 나타난 수식을 확인함으로써 수치에 따르는 그래프를 탐구함을 확인할 수 있었다. 따라서 교사는 학생들이 엑셀 환경이 생산하는 나름의 규칙을 가지는 데이터를 지나치게 신뢰하지 않도록 적절히 중재해야 할 것이며 엑셀 환경이 제공하는 이전 활동, 본인의 사고, 조작 결과에 대해 반성하는 환경을 학생들이 충분히 활용할 수 있도록 도와야 할 것이다.

또한, 형성된 그래프를 통한 문제 상황의 숨겨진 의미 탐구를 통해, 학생들은 표를 단순화함으로써 제시된 문제 상황을 보다 적절하게 해석, 예측할 수 있도록 돕는 그래프를 형성하였다. 다음 발췌문은 영희의 임금 문제에서 표를 단순화했을 때, 나타난 변화된 그래프를 이용한 상황 탐구의 예이다. 학생들은 ‘일한 날 수에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 그래프’가 독립변수로 ‘일한 날 수’와 ‘손님영수금액’을 가짐을 탐구하였다.

< 발췌문 10: 표를 단순화한 결과로 나타난, 변화된 그래프를 통한 상황 탐구 >

- 1 교사 : 여기서 변하는 것인데, 변하는 것에 따라서 임금을 어떻게, 이렇게 하다 보니까 우리가 원하는 그래프가 안 나오는 거거든.. 이것을 너희가 처음 생각했던 것처럼 보려면, 몇 일이나에 따라서, 몇 일 일했느냐에 따라서 임금이 얼마인가를 보기를 원해. 그러면 이걸 어떻게 해 주면 될까?
- 2 민주 : (작은 목소리로) 여기다가, x에다 한 100,000원 넣어서...
- 3 교사 : 영희가 6개월 일했다 말아야.
- 4 학생 : 예.
- 5 교사 : 영희가... 하루에 손님들이 얼마 정도 계산하였는지를, 대강의 수입을 알 수 있을 것 같아, 그지? 그걸(손님영수금액을 의미)... 고정하면, 그래프 비교해도 될 수 있죠?(손님영수금액을 고정하면, 일한 날 수에 따른 두 임금제도를 그래프 상에서 비교할 수 있다는 의미)
- 6 학생 : 예.
- 7 교사 : 이 그래프 그려볼래?
- 8 민주 : (엑셀 화면을 가리키며) 여기다가요?
- 9 교사 : 응. 이거(x)를 바꿔주면 그래프가 따라서 바뀌어. 새로 그리지 않아도...
[학생들, 의논하여 손님영수금액을 300,000원으로 두기로 함]
- 10 소라 : 3,000,000원, (E39셀의 “ $y=(17000+x*0.15)*A$ ”를 “ $y=(15000+300000*0.15)*A$ ”로 수정한 후)... 안 바뀌네..
[교사의 지적으로 학생들은 E40셀의 “ $=(17000+D3*0.15)*D40$ ”에서 D3을 300000으로 수정한 후, E40, F40셀을 끝기함. 그 결과 ‘일한 날 수에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표와 그래프(손님영수금액이 300,000원일 때)’를 형성함]
- 11 교사 : 이 그래프를 보아 하니, 손님이 만약에 300,000원을 평균적으로 계산한다면... 어떤 임금제도를 선택하는 게 유리할 것 같니? 보아하니.
- 12 학생 : 바뀐 임금제도.
- 13 교사 : 그렇지.. 일을 많이 하면 많이 할수록 바뀐 임금제도가 더 유리할 거라는

걸 생각을 해 볼 수가 있지? 간격을 또 봐
봐.

[...]

- 14 교사 : ... 간격이, 두 그래프의 간격이, 간격은 점점 더 벌어지지?
- 15 학생 : 예.
- 16 교사 : 그러면 많이 일하면 일할수록 어느 임금제도가 유리하다?
- 17 학생 : 바뀐 임금제도. (영희의 임금 문제, 모델링 주기 9 중에서)

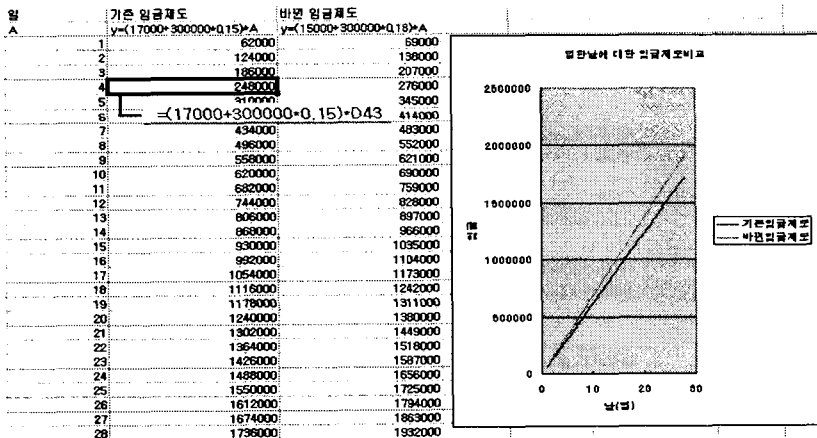
학생들이 일한 날 수에 대한 두 임금을 보다 효과적으로 비교하기 위해 손님영수금액을 일정하게 둘 필요가 있음을 교사와 함께 탐구하는 과정을 관찰할 수 있었다(1-6). '일한 날 수에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표(1)'의 손님영수금액을 'x' 대신 '300,000'으로 두고서 즉, 변수를 고정시킴으로써 표를 단순화시킨 후 그래프를 그리는 모습을 관찰할 수 있었다(7-10). 엑셀 환경에서 수치적, 기호적, 그래프적 연결을 구성한 후, 학생들은 그래프를 통한 탐구를 하던 중 표를 형성하는 과정에서 사용된 수식을 변화시켜 제시된 문제 상황을 보다 적절하게 해석, 예측할 수 있는 그 된 그래프를 통한 탐구가 이루어짐을 관찰할

수 있다(11-17). 여기서 엑셀 환경은 학생들이 직접적으로 셀에 입력된 수식의 수치를 변화시켜 현상의 여러 양상을 탐구할 수 있도록 도움을 알 수 있다.

'주어진 조건을 변화시켜 탐구 가능한 표'를 그래프로 나타낸 후, 학생들은 셀 참조 기능을 이용하여 연결된 표-그래프 상에서 매개변수 값을 변화시켜 다양한 문제 상황을 탐구하였다. 다음 발췌문은 제주도 펜션 문제에서 '빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표(2)'를 형성한 후, 매개변수의 수치를 변화하여 문제 상황을 탐구하는 예이다. 학생들은 숙박료를 나타내는 D2셀의 '35,000'원을 '50,000'원으로 바꾸었다.

< 발췌문 11: 매개변수 수치 변화를 통한 문제 상황 탐구 >

- 1 교사 : 숙박료를 50,000원... 따라서 다 변했지? .. 숙박료로 50,000원을 받으면, 손해를 안 보려면 방이 몇 개 나가면 되니? .. 그래프를 봐도 되고.
- 2 민주 : 스-물..
- 3 소라 : 한 28..
- 4 민주 : 한 30 가까이 되는.



[그림 III-11] '일한 날 수에 대한 기존 임금제도와 바뀐 임금제도에 관한 표'와 그래프(손님영수금액이 300,000원일 때)

- 5 교사 : 응, 그렇지, 스물-일곱, 여덟 개 그 정도 되면 되겠다. 그지?
- 6 소라 : 밑으로... 맞다, 밑으로 (엑셀 화면을 아래로 이동하여, '빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표'(2)가 보이게 함)
- 7 교사 : (엑셀 화면을 보며) 몇 개부터야?
- 8 소라 : ('빈방과 손님 있는 방에 대한 하루수입과 연간이윤에 관한 표'(2)를 보며) 28개, 27개 .. [손해를] 안 보려면 8개부터.
- 9 교사 : 28개부터는 이익이 생긴다. 그렇지? 숙박료를 많이 받으니까 그렇다, 그렇지? (제주도 펜션 문제, 모델링 주기 4 중에서)

[그림 III-6]과 동일함

학생들은 매개변수[숙박료]를 50,000원으로 변화시킨 후, 나타난 그래프를 통해 펜션이 손해를 보지 않기 위한 최소한의 손님이 든 방의 개수를 어렵함을 관찰할 수 있었다(1-5). 그런 후, 표를 탐구하여 정확한 방 개수를 구함도 관찰할 수 있었다(6-8). 엑셀 환경은 학생들이 수치적, 기호적, 그래프적 연결을 구성할 수 있는 환경을 제공한다. 또한 엑셀은 학생들이 매개변수값을 나타내는 셀의 수치만을 변화시켜 많은 사례를 분석할 수 있도록 돕는다(Molyneux-Hodgson et al., 1999). 위 발췌문을 통해 학생들이 엑셀 환경에서 매개변수를 변화시킨 후, 그래프를 통해 상황을 어렵하고 이를 표에서 정확한 수치로 확인, 상황을 해석함을 관찰할 수 있다.

반면, 매개변수 값을 변화시킨 후, 학생들은 나타난 결과를 통해 문제 상황의 해만을 수치적으로 탐구하거나 매개변수 값 변화만으로 활동을 마무리하기도 하였다. 이를 통해, 학생들이 문제의 해 찾기를 넘어서서 그래프 등의 여러 표상을 통한 상황 해석 및 예측이 이루어질

수 있도록 돕는 교사의 중재가 필요함을 알 수 있다. 또한 그래프-표-수식이 연결된 다-표상을 학생들이 적절하게 이용하여, 문제 상황을 유동적이고 상호작용적으로 해석하고 예측하는 활동을 할 수 있도록 “what if” 탐구를 격려하고 조장하는 것이 필요함을 알 수 있다.

IV. 결론 및 제언

중학교 2학년 여학생 3명을 대상으로 한 사례연구를 통해, 엑셀을 활용한 소그룹 모델링의 흐름과 학생과 엑셀의 상호작용이 모델링에 미치는 영향을 살펴보았다. 엑셀을 활용한 소그룹 모델링 활동에서 학생들은 변수를 확인한 후, 열에 이름을 붙이고 엑셀 수식을 입력하여 수치적인 표를 형성하였다. 형성된 표에서 어림과 “what if” 모델링을 통한 문제 상황 탐구 및 그래프를 이용한 상황 탐구가 이루어졌다. 모델 정교화는 주로 학생들이 이전에 고려하지 않았던 변수를 고려하거나 보다 정확한 해를 구하고자할 때 나타났다. 엑셀 환경은 문제 상황을 고려하면서 모델링하도록 도왔으며 끝기를 이용한 수치적인 데이터 생산 등을 통한 모델 형성과 정교화 및 매개변수의 수치 변화를 통해 문제 상황의 여러 측면을 탐구할 수 있도록 도왔다. 특히, 엑셀 환경의 “끝기” 기능은 손쉽게 수치적인 표를 형성하도록 도왔으며 이를 통해 학생들이 전체적인 시각으로 문제 상황을 조망하면서 어림을 통해 해를 찾을 수 있도록 도왔다. 학생들은 주로 어림을 통한 문제 해결을 시도하였으며 수치적인 표와 수치적 추론에 지나치게 의존하는 경향을 보였다. 모델링 과정 중, 지필 환경에서의 대수식을 이용한 문제 해결이 보다 효율적인 문제 상황이 나타나기도 하였다. 이에 학생들이 수치적인 추론

뿐만 아니라 기호적 조작을 행할 수 있도록 돕는 교사의 중재가 필요함을 알 수 있다. 또한 학생들이 형성된 모델이 옳은가를 검토하고자 할 때, 엑셀 환경은 계산 과정을 시각화함으로써 셀에 입력된 수식을 확인하고 즉각적인 피드백 등을 제공하거나 한 화면에 나타난 동일한 상황을 나타내는 다른 모델에서 구한 수치와 비교하여 탐구하도록 도왔다. 엑셀 환경이 제공하는 다양한 표상은 학생들의 모델링을 촉진하고 표상간 연결을 구성할 수 있게 함으로써 역동적이고 상호작용적인 상황 탐구를 이끌었다.

한편, 학생들이 모델링 과정에서 엑셀 환경에 지나치게 의존하거나 그래프, 여러 표상이 연결된 다-표상을 상황 탐구에 효과적으로 활용하지 못함을 알 수 있었다. 모델을 통한 상황 해석·예측·통제는 주로 과제의 해 찾기에 국한되었지만 그래프를 형성함으로써 문제 상황의 숨겨진 의미를 발견하는 기회를 가질 수 있었다. 이를 통해, 엑셀 환경이 제공하는 여러 표상 특히, 그래프를 전체적인 시각으로 현상을 탐구하는데 활용할 수 있도록 돕는 교사의 중재가 필요함을 알 수 있다.

본 연구는 엑셀을 활용한 소그룹 모델링을 관찰하는데 있어 교사 역할에 초점을 두지는 않았다. 결과 분석을 통해 알 수 있듯이 학생들의 모델링 과정에서 교사의 적절한 중재는 필요하고 실제로 학생들이 보다 정교한 모델로 나아가는데 교사의 중재는 결정적인 역할을 하기도 하였다. 이에 엑셀을 활용한 소그룹 모델링을 위한 교사 역할에 대한 연구가 뒤따라야 할 것이다.

참고문헌

- 교육부(1998). *수학과 교육 과정*. 교육부 고시 제 1997-15호[별책 8]. 서울: 대한교과서(주).
- _____(1998). *중학교 교육 과정 해설(III): 수학, 과학, 기술·가정*. 서울: 대한교과서(주).
- 김중해·이만근·이미라·김영주(2001). *수학 8-가*. 서울: 고려출판(주).
- 류희찬(2003). 수학교육에서 '모델링' 지도의 의미와 방안. *청람수학교육*, 11(11), 한국교원대학교, 1-19.
- 양승갑·박영수·박원선·배종숙·성덕현·이성길·홍우철(2002). *수학 8-가*. 서울: 금성출판(주).
- Abramovich, S. (2003). Spreadsheet-enhanced problem solving in context as modeling. *eJSiE*, 1(1), 1-17.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Dossey, J. A., McCrone, S., Giordano, F. R., & Weir, M. D. (2002). *Mathematics methods and modeling for today's mathematics classroom : A contemporary approach to teaching grade 7-12*. CA: BROOKS/Cole.
- Drier, H. S. (2001). Teaching and learning mathematics with interactive spreadsheets.

- School Science and Mathematics*, 101(4), 170-179
- Ferrucci, B. J., & Carter, J. A. (2003). Technology-active mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 663-670.
- Friedlander, A. (1999). Cognitive processes in a spreadsheet environment. *Proceedings of the 23rd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 337-344.
- Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (1999). The emergent perspective in rich learning environments : Some roles of tools and activities in the construction of socio-mathematical norms. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 149-166.
- Hirsh, C. R. et al. (2003). *Contemporary Mathematics in Context, Course 1 Part A*. Glencoe/ McGraw-Hill.
- Huntley, M. A., Zucker, A. A., & Edtey, E. T. (2000). *A review of research on computer-based tools (Spreadsheets, graphing, data analysis, and probability tolls), with annotated bibliography*. Arlington, VA: SRI international, Project Po 3377 (http://www.sri.com/policy/ctl/assets/images/Tools_review.pdf)
- Johnson, T., & Lesh, R. (2003). A model and modeling perspective on technology-based representational media. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Model and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 265-277). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Kadijevich, D., Haapasalo, L., & Hvorecky J. (2004). *Using technology in applications and modeling*. Topic Study Group 20 at ICME 10. (<http://www.ic.e-organisers.dk/tsg20/paper.html1>)
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. A. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Model and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Masalski, W. J. (1990). *How to use the spreadsheet as a tool in the secondary school mathematics classroom*, Reston, VA: NCTM.
- Molyneux-Hodgson, S., Rojano, T., Sutherland, R., & Ursini, S. (1999). Mathematical modelling: The interaction of culture and practice. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 167-183.
- Neuwirth, E., & Arganbright, D. (2004). *Mathematical modeling with Excel*. CA: Brooks/Cole.
- Ozgun-Koca, S. A. (2000). *Using spreadsheets in mathematics education*. ERIC Digest. ED 463 951.
- Steward, T. (1994). Spreadsheet in mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25(2), 239-243.
- Verschaffel, L., & Corte, E. (1997). Teaching

realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 557-601.

Zawojewski, J. S., Lesh, R. A., & English, L. (2003). A model and modeling perspective on the role of small group learning acti-

vities. In R. A. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Model and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337-358). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Interactions in a Small Group Modeling Environment with Excel

Lew, Hee Chan (Korea National University of Education)

Kim, Ji Youn (Woong-Nam Middle School)

This study explored a mathematical modeling flow and the effect of interactions among students and between a student and Excel on modeling in a small group modeling environment with Excel. This is a case study of three 8th graders' modeling activity using Excel during their extra lessons.

The conclusions drawn from this study are as follows: First, small group modeling using Excel was formed by formulating 4~10 modeling cycles in each task. Students mainly formed tables and graphs and refined and simplified these models. Second, students mainly formed tables, algebraic formulas and graphs and refined tables considering each variable in detail by obtaining new data with inserting rows. In tables, students mainly explored many expected cases by changing the values of the parameters. In Graphs, students mainly identified a solution or confirmed the solution founded in a table.

Meanwhile, students sometimes constructed graphs without a purpose and explored the problem situations by graphs mainly as related with searching a solution, identifying solutions that are found in the tables. Thus, the teacher's intervention is needed to help students use diverse representations properly in problem situations and explore floatingly and interactively using multi-representations that are connected numerically, symbolically and graphically. Sometimes students also perform unnecessary activities in producing data by dragging, searching a solution by "trial and error" and exploring "what if" modeling. It is considered that these unnecessary activities were caused by over-reliance on the Excel environment. Thus, the teacher's intervention is needed to complement the Excel environment and the paper-and-pencil environment properly.

* **Key words** : small group mathematical modeling(소그룹 수학적 모델링), Excel(엑셀), interaction(상호작용)

논문접수 : 2005. 1. 4

심사완료 : 2005. 1. 30

<부록>

<복사업체 선정 문제>

사무실 매니저인 철이는 거래하는 복사업체와의 마찰로 인해 상당히 힘든 한 해를 보냈다. 그래서 올해부터는 복사업체를 바꾸려고 한다. 동료로부터 가장 평판이 좋고 성실한 두 업체를 소개받아 두 곳의 업체는 조사해본 결과, 서비스는 거의 유사하고 가격에서만 다소의 차이가 있었다. 두 업체가 제시한 구체적인 가격조건은 다음과 같다.

- 최고 복사는 주당 50,000원과 장 당 추가비용 21원을 받는다.
- 동일한 기계와 유사한 서비스를 제공하는 빠른 복사는 주당 180,000원과 장 당 추가비용 5원을 받는다.

철이는 둘 중 어느 곳을 택할지 고민이다. 철이가 보다 저렴한 업체를 찾고자 한다면 어느 업체가 적당하겠는가?

여름철 동안 고객을 유치하기 위해 최고 복사는 주당 받아오던 금액 50,000원을 받지 않기로 결정했다고 철이에게 연락이 왔다. 최고 복사에서 제시한 가격조건에 따르면, 손님은 장 당 복사비만 지불하면 된다. 이에 빠른 복사도 복사 가격을 조정해야 할 필요성을 느끼고 주당 받아오던 금액에서 50,000원을 면제해 주기로 결정한 후 철이에게 연락을 주었다.

철이는 각 업체에서 제시한 초기 가격을 분석했던 철이는 두 업체에서 제시한 가격 조정이 두 업체들과 거래하는 데 있어 상대적으로 어떤 이익을 주는가를 알고 싶다.

<영희의 임금 문제>

영희는 패밀리 레스토랑인 시실리에서 웨이트리스트로 아르바이트를 하고 있다. 이 레스토랑은 기본임금에 각 웨이트리스트가 담당하는 테이블의 고객이 계산한 액수의 15%를 팁으로 더해서 주당 임금을 지불한다. 영희는 오후 4시부터 오후 10시까지 일을 하고 일당 15,000원과 팁을 받는다.

영희가 패밀리 레스토랑에서 6개월을 근무하면, 일당 임금이 17,000원으로 오르고 팁은 여전히 15% 받기로 예정되어 있었다.

올 9월부터는 6개월 이상 근무자에 대한 레스토랑 임금제도가 바뀌었다. 그 결과, 웨이트리스트는 기존 임금제도인 일당 임금 17,000원과 손님영수금액의 15%를 팁으로 받거나 새로운 임금제도인 일당 임금 15,000원, 손님영수금액의 18%를 팁으로 받을 수 있다. 영희가 어느 임금 제도를 선택해야 보다 많은 임금을 받을 수 있겠는가?

- ▷ 영희의 일당 임금, 받게 되는 팁 등이 바뀌더라도 여러분이 개발한 도구가 유용하도록 문제를 해결해 주세요.
- ▷ 영희에게 여러분이 개발한 도구가 어떻게 작용하는지, 어느 임금제도를 택해야 영희에게 유리한지에 관한 편지를 쓰세요.

<제주도 펜션 문제>

수지네 가족은 제주도의 성산포 근처에서 100개의 방을 보유한 펜션을 운영하고 있다. 최근 들어 급속도로 늘어난 호텔 및 리조트 등으로 인해 현재 수지네 가족은 펜션을 유지하는데 있어 상당한 어려움을 겪고 있다. 펜션을 유지하는 데는 세금, 보험료, 저당권 등으로 1년에 120,000,000원을 내고 있다. 손님이 든 각 방의 유지비는 하루에 25,000원이 들고, 빈방의 경우 하루에 5,000원 유지비가 든다. 각 방의

숙박료는 하루에 35,000원이다. 펜션이 연중무휴라고 할 때, 수지네 가족은 하루에 평균적으로 몇 개의 방을 임대해야 손해를 보지 않겠는가?

- ▷ 수지네가 운영하는 펜션의 각 방 당의 하루 숙박료, 각 방의 유지비 등이 바뀌더라도 여러분이 개발한 도구가 유용하도록 문제를 해결해 주세요.
- ▷ 수지에게 여러분이 개발한 도구가 어떻게 작용하는지, 각 방의 숙박료를 얼마로 정해야 펜션을 유지할 수 있는지에 관한 편지를 쓰세요.