

論文

타원형 실린더 주위의 비정상 유동 해석

임영택*, 박영빈*, 김문상**

Unsteady Flow Analysis around an Elliptic Cylinder

Y. T. Yim*, Y. B. Park* and M. S. Kim**

ABSTRACT

Two-dimensional incompressible Navier-Stokes flow solver is developed using SIMPLER method to study the unsteady viscous flow physics over two-dimensional ellipses. Unsteady viscous flows over various thickness-to-chord ratios of 0.6, 0.8, 1.0, and 1.2 elliptic cylinders are simulated at different Reynolds numbers of 200, 400, and 1,000. This study is focused on the understanding the effects of Reynolds number and elliptic cylinder thickness on the drag and lift forces. The present numerical solutions are compared with available experimental and numerical results and show a good agreement. Through this study, it is observed that the Reynolds number and the cylinder thickness affect not only the frequency of the force oscillations but also the mean values and the amplitudes of the total drag and lift forces significantly.

초 록

타원형 실린더 주위를 흐르는 비정상 점성 유동을 해석하기 위해서 SIMPLER 방법을 사용한 이차원 비압축성 나비에-스톡스 유동 해석 프로그램을 개발하였다. 실린더 직경에 대한 두께의 비가 0.6, 0.8, 1.0, 1.2인 실린더 주위의 점성 흐름을 레이놀즈 수 200, 400, 1000인 조건에서 해석하였다. 본 논문은 실린더 두께와 레이놀즈 수가 실린더에 작용하는 양력 및 항력에 미치는 영향을 파악하는데 주 관심을 두었다. 개발된 해석 프로그램의 검증을 위해서 가용한 실험 자료와 수치 해석 자료가 개발된 해석 프로그램의 수치 결과와 비교되었으며, 잘 일치하는 경향을 보여주었다. 본 연구를 통해서 실린더 두께와 레이놀즈 수가 항력과 양력의 진동 주기뿐만 아니라 크기나 진폭에 큰 영향을 미치게 됨을 알 수 있었다.

Key Words : vortex shedding(와류 흘림), SIMPLER method(SIMPLER 방법), elliptic cylinder(타원형 실린더), drag force(항력), lift force(양력), oscillation(진동)

1. 서 론

유체가 무딘 물체 주위를 흐를 때 물체 후방에서 주기적으로 생성되는 와류(vortex)는 하류로

떨어져 나가면서 물체에 일정한 크기의 진폭을 갖는 주기적으로 진동하는 항력과 양력을 발생시키게 된다. 이러한 힘은 물체의 구조적인 진동과 공력 소음 또는 공진 현상 등을 유발시키게 되고 나아가 물체를 파괴할 수도 있게 된다. 따라서 이러한 현상은 공학적인 측면에서 매우 중요하며 이와 관련된 많은 연구가 수행되어 왔다.

Jordan과 Fromm[1]은 레이놀즈수가 100, 400, 1000인 조건에서 원형 실린더에 작용하는 항력과 양력, 토크에 관해서 vorticity-stream function 관

† 2004년 12월 24일 접수 ~ 2005년 4월 20일 심사완료

* 정회원, 한국항공대학교 항공우주공학과 대학원

** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
연락처, E-mail: mskim@hau.ac.kr
경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

계식을 사용하여 수치적으로 해석하였으며, Blackburn과 Henderson[2]은 원형 실린더 하류에서 발생하는 후류(wake) 구조에 대한 연구를 수행하였다. Manzari[3]는 artificial compressibility method에 근간을 둔 유한요소법을 비정렬 격자에 적용시킨 연구를 수행하였고, Linnick와 Fasel[4]은 higher-order immersed boundary method를 이용하여 비정상 유동을 해석하였으며, 박진호와 이덕주[5]는 렌던 와류법을 사용하여 급격히 출발하는 원형 실린더 주위의 유동을 $Re=3,000$ 인 경우에 대해서 해석하였다. 한편 Kang[6] 등은 실린더를 일정한 속도로 회전시켜 생성되는 와류를 제어하려는 연구를 수행하였다. 그러나 이러한 연구들은 모두 형상이 단순한 원형 실린더 주위에서 나타나는 비정상 유동에 대한 것들이었으며, 만약 물체 형상이 삼수합 형상, 미사일 형상, 혹은 회전익 깃 형상들과 같이 원형이 아닌 물체들일 경우 타당한 결과를 얻기 위해서는 원형 실린더 형상으로는 부족하게 된다. 따라서 앞서 언급한 실물들과 비슷한 형상인 타원 형상에 대한 비정상 유동 해석에 대한 연구들이 뒤를 이었다.

1987년, Ota[7]들은 단반경과 장반경 비율이 1:3인 타원형 실린더를 사용하여 레이놀즈수 85,000-312,000 범위에서 표면에서의 압력과 후류에서의 속도를 실험을 통해서 측정하였으며, Nair[8] 등은 레이놀즈수 10,000에서 타원형 실린더 주위에서 발생하는 비대칭 유동 형상의 형성과정에 관한 연구를 수치적으로 수행하였다. 이 외에도 발음각에 따라서 유동장이 어떻게 달라지는가를 Patel[9], Chou[10], Badr[11], Nair[12], D’Alessio[13] 등이 레이놀즈수 100-40,000 범위에서 vorticity-stream function 관계식을 사용하여 수치적으로 해석하였다.

본 연구의 목적은 레이놀즈수와 타원형 실린더의 두께가 항력과 양력에 어떤 영향을 미치는가를 관찰하는데 있으며, 이를 위해서 레이놀즈수가 200, 400, 1000인 조건에서 실린더의 두께비(thickness-to-chord)가 0.6, 0.8, 1.0, 1.2인 경우를 선정하여 비압축성 나비에-스톡스 방정식을 SIMPLER 기법을 사용하여 수치적으로 해석하였다.

II. 유동장 해석 프로그램 개발

2.1 지배 방정식

Body-intrinsic, orthogonal curvilinear coordinate에서 유도된 2차원 비정상, 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하였으며, Fig. 1에서 ξ 는 물체 표면을 따라서, η 는 물체 표면에서 수직인 방향을 각각 나타낸다.

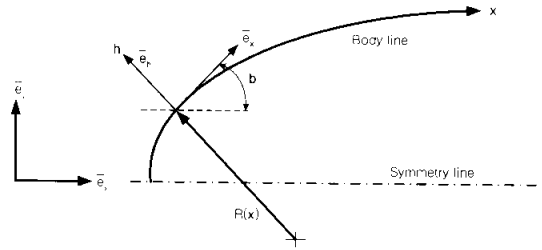


Fig. 1. Two-dimensional body-intrinsic coordinate system

연속 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho v_\xi) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \rho v_\eta) = 0$$

이때 h_1 은 축적비를 나타내며, 식에서 첫 번째 항은 비압축성인 경우 없어지지만 편의상 그대로 두기로 한다.

ξ -운동량 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\xi) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho v_\xi v_\xi - \frac{1}{h_1} \mu \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 \rho v_\eta v_\xi - h_1 \mu \frac{\partial v_\xi}{\partial \eta} \right) = -\frac{1}{h_1} (\rho v_\xi v_\eta) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\mu}{h_1} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_\eta}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_\eta}{\partial \xi} - \frac{v_\xi}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right]$$

η -운동량 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\eta) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho v_\xi v_\eta - \frac{1}{h_1} \mu \frac{\partial v_\eta}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 \rho v_\eta v_\eta - h_1 \mu \frac{\partial v_\eta}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{h_1} (\rho v_\xi v_\xi) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{\mu}{h_1} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_\xi}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) - \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} - \frac{v_\eta}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right]$$

2.2 계산 영역 및 경계조건

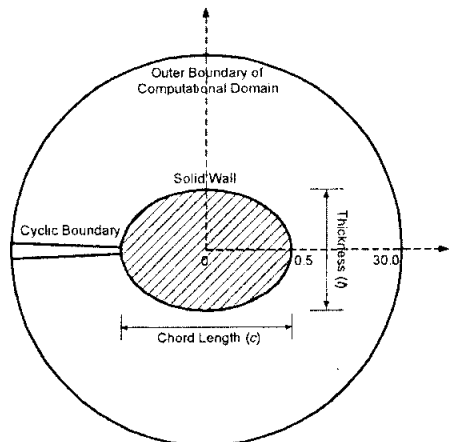


Fig. 2. Flow geometry and computational domain

Fig. 2에 보여주듯이 실린더 장반경 길이(chord length)에 30배가 되도록 계산 영역을 설정하였으며, 실린더 표면에서 사용된 경계조건은 점착 조건이고, 유입조건은 자유 흐름 조건을, 유출 조건은 외삽법을 각각 사용하였다. 또한 비정상 유동 현상을 관찰하기 위해서 주기 경계조건(cyclic 혹은 periodic boundary condition)을 사용하였으며, 사용된 격자는 148x151크기의 O-mesh 형상으로 대수적인 방법을 사용하여 생성하였다.

2.3 계산 검증

지금까지 대부분의 연구가 원형 실린더를 대상으로 수행되었기 때문에 타원 형상에 대한 연구 결과를 찾기가 어려웠다. 따라서 본 논문은 원형 실린더를 사용하여 해석한 수치해석 결과와 실험 결과를 사용하여 유동장 해석 프로그램을 검증하였으며, Table 1에 비교 결과를 정리하였다.

Table 1. Comparisons with available numerical and experimental data ($t/c = 1.0$)

Re	Contributor	St	\overline{Cd}	ΔCd	ΔCl	\overline{Cpb}	ΔCpb
200	present	0.186	1.12	0.03	0.54	-0.78	0.09
	Rogers [14]	0.185	1.23	0.05	0.65		
	Belov[14]	0.193	1.19	0.04	0.64		
	Linnick[14]	0.197	1.34	0.04	0.69		
	Berger [15]	0.18-0.19					
400	present	0.204	1.07	0.05	0.72	-0.91	0.17
	Jordan[1]	0.200	1.23	0.07	0.75	-1.01	0.16
	Gerrard [1]					-0.85	
1,000	present	0.219	1.04	0.08	0.88	-1.07	0.27
	Goldstein [10]	0.220	1.00				
	Jordan[1]	0.206	1.24	0.12	0.95	-1.15	0.30
	Gerrard [1]					-0.75	
	Roshko [16]	0.210					

Note: (*) denotes experimental results

이때 St , \overline{Cd} , ΔCd , ΔCl , \overline{Cpb} , ΔCpb 는 Strouhal 수, 평균 항력계수, 항력계수의 진폭, 양력계수의 진폭, 실린더 뒷전에서의 평균 압력계수, 실린더 뒷전에서의 압력계수의 진폭을 각각 나타낸다.

III. 수치해석 결과

Fig. 3은 $Re=200$ 인 경우, 원형 실린더 후방에서

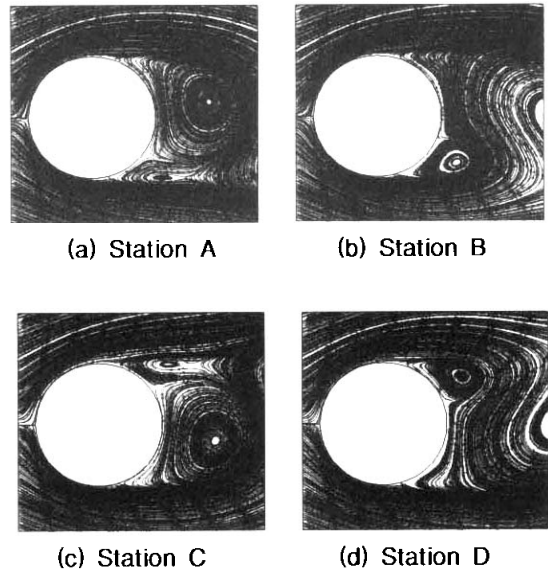


Fig. 3. Streamline patterns from station A to D

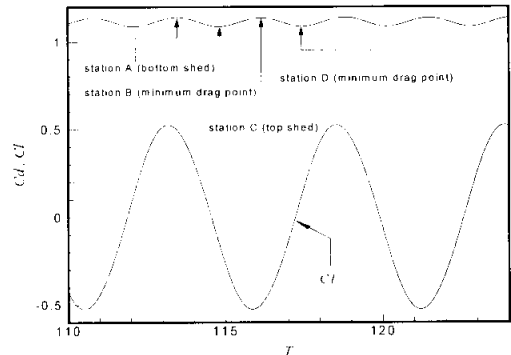


Fig. 4. A close-up look at a bottom shed to top shed cycle

형성된 와류가 실린더의 아래부분과 윗부분에서 교대로 형성되어 하류로 떨어져 흘러 나가는 것을 보여주는 그림이다.

와류가 실린더 후방 아래부분에서 떨어져 나갈 때(Station A) 실린더에는 최대 항력계수가 발생하며 양력계수는 최대값에 근접하게 된다. 실제 시간을 자유흐름이 실린더를 통과하는데 걸리는 시간으로 나눈 값을 무차원 시간(T)으로 정의할 때 $\Delta T = 1.33$ 의 무차원 시간이 경과하게 되면 실린더에는 최소 항력이 발생하게 되고(Station B) 다시 같은 양의 무차원 시간이 경과하게 되면, 즉 항력진동 주기로 한 주기가 지나는 시점이 되면 실린더 후방의 윗

부분에서 형성된 와류가 하류로 떨어져 나가면서 (Station C) 다시 최대 항력계수가 발생하게 된다. 그러나 이때 양력계수는 Station A의 경우와는 달리 최소 양력계수(혹은 음의 최대 양력계수)가 발생하게 된다. 이후 동일한 양의 무차원 시간이 또 경과하게 되면(Station D) 실린더에 최소 항력계수가 다시 발생하게 된다. 시간의 경과와 함께 이러한 현상이 계속 주기적으로 발생하면서 Fig. 4와 같이 일정한 주기의 진동 패턴을 갖는 양력과 항력을 유발시키게 된다. 이때 실린더에 작용하는 항력과 양력은 마찰력에 기인한 부분과 압력에 기인한 부분으로 구분할 수 있다.

Fig. 5는 서로 다른 레이놀즈수에 대해서 실린더의 두께가 변할 때 전체 평균항력(\overline{Cd})과 압력에 기인한 평균 압력항력(\overline{Cdp}), 그리고 마찰력에 기인한 평균 마찰항력(\overline{Cdf})을 비교한 그림이다. \overline{Cd} 는 두께비가 1.0보다 작을 경우, 동일한 실린더 두께에 대해서 레이놀즈수가 증가할수록 감소하며, 두께비가 1.2인 경우는 레이놀즈수에 관계없이 동일한 크기를 보여주고 있다. 한편 동일한 레이놀즈수에 대해서는 두께비가 증가할수록 매우 큰 항력의 증가를 보여주고 있다. 또한 전체 항력의 대부분은 압력항력이 차지하며, 이러한 항력 \overline{Cdp} 는 두께비가 1.0보다 작을 경우, 동일한 실린더 두께에 대해서 레이놀즈수가 증가할수록 다소 감소하고 두께비가 1.0보다 클 경우에는 레이놀즈수의 증가와 함께 다소 증가하는 경향을 보여주고 있다. 그러나 동일한 레이놀즈수에 대해서는 실린더 두께가 증가할수록 상당히 큰 양으로 증가하는 것을 보여주고 있다. 따라서 \overline{Cdp} 는 레이놀즈수보다는 실린더 두께에 크게 의존하게 됨을 알 수 있다. 뿐만 아니라 두께 증가에 따른 \overline{Cdp} 의 증

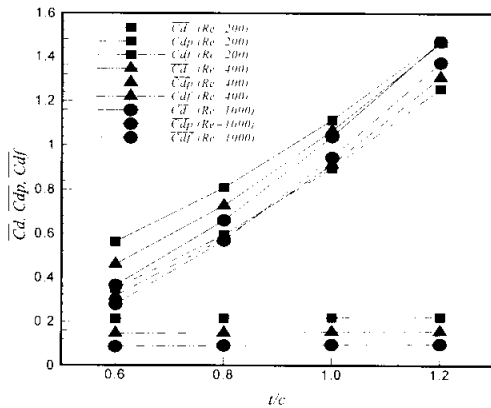


Fig. 5. \overline{Cd} , \overline{Cdp} , and \overline{Cdf} comparisons at different Re and t/c

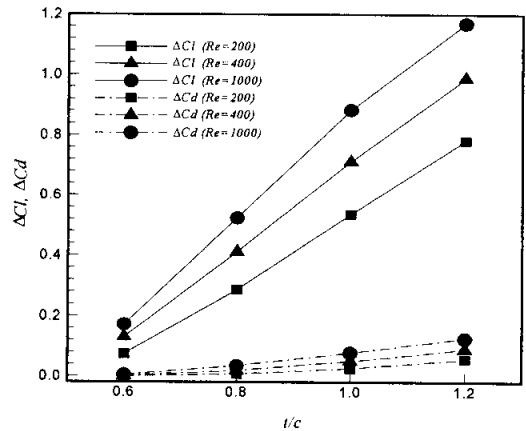


Fig. 6. Effects of Re and t/c on ΔCl and ΔCd

가량도 레이놀즈수가 클수록 증가율이 크게 됨을 알 수 있다. 반면에 마찰력에 기인한 \overline{Cdf} 는 동일한 실린더 두께일 경우 레이놀즈수가 증가할수록 감소하지만 동일한 레이놀즈수인 경우는 실린더 두께에 관계없이 일정한 값을 갖게 됨을 보여주고 있다. 따라서 \overline{Cdf} 는 실린더 두께보다는 레이놀즈수에 크게 의존하게 됨을 알 수 있다.

시간이 흐름에 따라서 주기적인 진동을 하는 항력과 양력의 진폭 크기는 비정상 유동에 중요한 물리적 변수가 된다. Fig. 6은 서로 다른 레이놀즈수와 실린더 두께에 대한 양력과 항력의 진폭 크기를 비교한 그림이다. 이때 진폭의 크기는 아래와 같이 각각 정의되었다.

$$\Delta Cl = \frac{(Cl)_{max} - (Cl)_{min}}{2}, \quad \Delta Cd = \frac{(Cd)_{max} - (Cd)_{min}}{2}$$

여기서 max 와 min 은 한 주기 안에서 최대 및 최소의 항력 혹은 양력 값을 나타낸다. 양력의 진폭은 항력의 진폭에 비해서 상당히 큰 값을 갖고 있다. 즉, 실린더에 작용하는 진동의 강도는 자유 흐름에 수직인 방향으로 크게 작용하게 된다. ΔCl 이나 ΔCd 모두 실린더의 두께가 증가하거나 레이놀즈수가 증가할 때 증가하게 된다. 이때 모든 레이놀즈수에 대해서 ΔCl 이 실린더 두께의 증가에 대해서 거의 선형적으로 증가하는 것에 비해서 ΔCd 는 비선형적으로 크게 증가함을 알 수 있다.

Fig. 7은 실린더 뒷전(trailing edge)에서의 압력계수인 Cpb 의 시간 평균값(\overline{Cpb})을 서로 다른 레이놀즈수에 대해서 그려 놓은 것으로서 실린더 두께에 따른 값의 변화를 보여주고 있다. \overline{Cpb} 의 절대 값은 실린더 두께나 레이놀즈수가 증가함에 따라 증가하

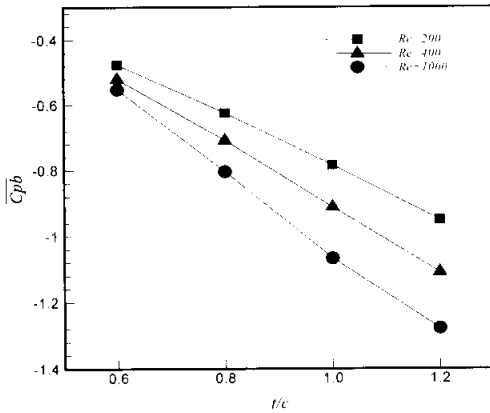


Fig. 7. \overline{Cpb} vs t/c at different Re

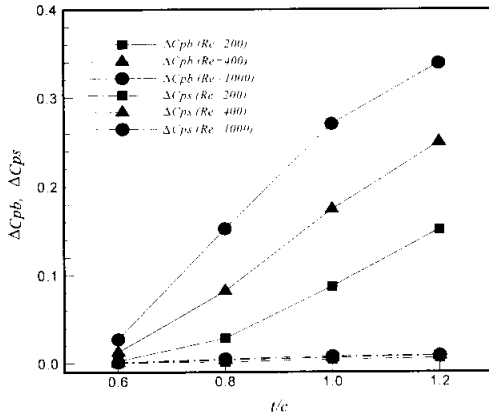


Fig. 8. Effects of Re and t/c on ΔCpb and ΔCps

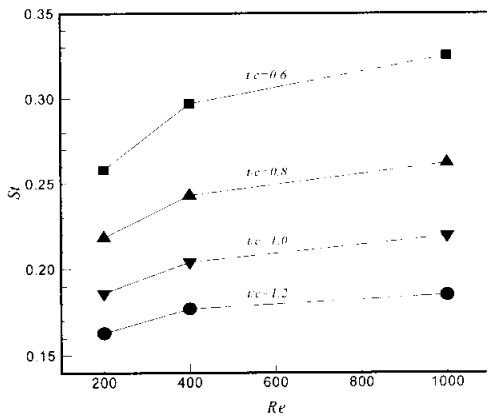


Fig. 9. St versus Re at different t/c

고 있다. 이러한 현상은 유동 박리가 일찍 일어날수록 후류의 영역이 증가하기 때문이다.

Fig. 8은 서로 다른 레이놀즈수에 대해서 실린더 두께가 변할 때 실린더 앞면에서의 압력 계수의 진폭인 ΔCps 와 뒷면에서의 압력 계수의 진폭인 ΔCpb 를 그려놓았다. ΔCps 는 실린더 두께나 레이놀즈수에 관계없이 거의 영에 가까운 값을 보여주고 있지만 ΔCpb 는 실린더 두께나 레이놀즈수가 증가함에 따라서 증가함을 보여주고 있다. 비록 실린더 앞면에서의 압력계수의 변동이 실린더 뒷면에서의 압력 계수 변동으로부터 영향을 받지만 그 크기는 아주 미미함을 알 수 있다.

Fig. 9는 주기적인 와류의 발생으로 인해서 진동하게 되는 양력계수의 진동수를 나타내는 Strouhal 수(St)와 레이놀즈수, 실린더 두께와의 관계를 그려놓은 그림이다.

St 수(Strouhal number)는 시간 흐름과 더불어 진동하는 양력계수의 진동수(f)와 실린더의 시위길이(d), 자유흐름의 속도(U)를 변수로 하는 무차원 수로 아래와 같이 정의된다.

$$St = \frac{f \times d}{U_{\infty}}$$

레이놀즈수가 증가하거나 실린더의 두께가 얇아질수록 와류의 발생주기가 짧아져 양력계수의 진동수가 증가하고, 실린더의 두께가 얇을수록 레이놀즈수 증가에 따른 진동수의 증가율이 커짐을 알 수 있다.

IV. 결 론

레이놀즈수와 실린더의 두께가 타원형 실린더에 작용하는 항력 및 양력에 어떤 영향을 주는가를 수치적으로 해석해 본 결과 아래와 같은 결론을 도출할 수 있었다.

1. 항력의 대부분은 압력항력에 기인하며, 압력항력은 실린더 두께 변화에 큰 영향을 받게 되고, 마찰항력은 레이놀즈수에 큰 영향을 받게 된다. 또한 압력항력의 경우, 레이놀즈수가 클수록 실린더 두께의 증가에 따른 항력의 증가량이 커진다.

2. 주기적인 진동을 하는 항력과 양력의 진폭은 레이놀즈수가 증가하거나 실린더의 두께가 두꺼워질수록 커지게 된다. 또한 실린더의 두께가 증가함에 따라 양력의 진폭은 선형적으로 증가하지만 항력의 진폭은 포물선 형태의 비선형적인 증가 현상을 보인다.

3. 실린더 뒷면에서의 평균 압력의 절대 값과 압력변동에 따른 진폭의 크기는 실린더 두께나 레이놀즈수가 증가함에 따라서 증가하게 된다.

또한 실린더 앞전에서의 압력 변동은 실린더 뒷전의 압력 변동으로부터 영향을 받지만 그 정도가 아주 미미하다.

4. 주기적인 와류의 발생으로 인한 항력과 양력의 진동수는 레이놀즈수가 클수록, 실린더의 두께가 얇을수록 커지며, 실린더의 두께가 얇을수록 레이놀즈수의 증가에 따른 진동수의 증가율이 커진다.

참고문헌

- 1) Jordan, S. K. and Fromm, J. E., "Oscillatory Drag, Lift, and Torque on a Circular Cylinder in a Uniform Flow", *Physics of Fluids*, vol. 15, No. 3, 1972, pp. 371-376.
- 2) Blackburn, H. M. and Henderson, R. D., "A Study of Two-Dimensional Flow Past an Oscillating Cylinder", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 385, 1999, pp. 255-286.
- 3) Manazari, M. T., "A Time-accurate Finite Element Algorithm for Incompressible Flow Problems", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 13, No. 2, 2003, pp. 158-177.
- 4) Linnick, M. N. and Fasel, H. F., "A High-Order Immersed Boundary Method for Unsteady Incompressible Flow Calculations", *AIAA Paper 2003-1124*, 2003.
- 5) 박진호, 이덕주, "이차원 정상, 비정상유동장에서 렌턴와류법의 수치적 검증", *한국항공우주학회지*, 제 26권, 제 1호, 1998, pp. 1-10.
- 6) Kang, S. and Choi, H., "Laminar Flow Past a Rotating Circular Cylinder", *Physics of Fluids*, vol. 11, No. 11, 1999, pp. 3312-3321.
- 7) Ota, T., Nishiyama, H., and Taoka, Y., "Flow Around an Elliptic Cylinder in the Critical Reynolds Number Regime", *Journal of Fluids Engineering*, vol. 109, 1987, pp. 149-155.
- 8) Nair, M. T. and Sengupta, T. K., "Onset of Asymmetry: Flow Past Circular and Elliptic Cylinders", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 23, 1996, pp. 1327-1345.
- 9) Patel, V. A., "Flow Around the Impulsively Started Elliptic Cylinder at Various Angles of Attack", *Computers and Fluids*, vol. 9, No. 4, 1981, pp. 435-462.
- 10) Chou, M. H. and Huang, W., "Numerical Study of High-Reynolds-Number Flow Past a Bluff Object", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 23, 1996, pp. 711-732.
- 11) Badr, H. M., Dennis, S. C. R., and Kocabiyik, S., "Numerical Simulation of the Unsteady Flow Over an Elliptic Cylinder at Different Orientations", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 37, 2001, pp. 905-931.
- 12) Nair, M. T. and Sengupta, T. K., "Unsteady Flow Past Elliptic Cylinders", *Journal of Fluids and Structures*, vol. 11, 1997, pp. 555-595.
- 13) D'Alessio, S.J.D., Dennis, S.C.R., and Nguyen, P., "Unsteady Viscous Flow Past an Impulsively Started Oscillating and Translating Elliptic Cylinder", *Journal of Engineering Mathematics*, vol. 35, 1999, pp. 339-357.
- 14) Linnick, M. N. and Fasel, H. F., "A High-Order Immersed Boundary Method for Unsteady Incompressible Flow Calculations", *AIAA Paper 2003-1124*, 2003.
- 15) Berger, E. and Wille, R., "Periodic Flow Phenomena", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 4, 1972, pp. 313-340.
- 16) Mittal, R. and Balachandar, S., "Direct Numerical Simulation of Flow Past Elliptic Cylinders", *Journal of Computational Physics*, vol. 124, 1996, pp. 351-367.