韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 19집 제 1호, 2005. 1. 15-24

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 19, No. 1, Jan. 2005. 15-24

평가문제 제시를 통한 메타인지 능력에 대한 연구

고 상 숙 (단국대학교)
박 혜 선 (단국대학교 대학원)

오늘날 제 7차 교육과정은 학습자의 사고과정과 능력을 다양한 평가방식으로 실시하도록 권유하고 있다. 이러한 목적을 구현하기 위하여 수학과 평가는 교수-학습에 유용한 평가, 과정 중심의 평가, 다양한 방법을 활용하는 평가가 되어야 할 것이다. 이는 학습자로 하여금 스스로 학습하도록 가정하는 인식론적 변화에 바탕을 둔 최근의 평가 동향과 맥을 같이 하고 있다. 평가에서 학생의 수학활동 역시 특히 인지적 영역의 다양성을 지닌 개인에 의하여 이루어지기 때문에 수학 평가는 단편적인 정형화된 지식이 아닌 문제 해결의 전략이나 발견술과 같은 요소에서 강조되고 있는 비정형의 문제들을 통한 메타인지적인 발달과정을 고려해야 한다. 본 연구에서는 학생이 준개방형 평가문제를 해결하는 과정을 통해 자신이 얼마나 알고 있는가를 인식하며 자신의 문제 해결 전략을 점검하고 평가하는 인지적 능력에서 일어나는 변화를 알아보는 데 그 목적이 있다. 지금 현재 연구가 진행 중이며 본 연구의 결과는 다음 논문집에 발표할 예정이다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

오늘날 제 7차 교육과정은 학습자의 사고과정과 능력을 다양한 평가방식으로 실시하도록 권유하고 있다. 이러한 목적을 구현하기 위하여 수학과 평가는 교수-학습에 유용한 평가, 과정중심의 평가, 다양한 방법을 활용하는 평가가 되어야 할 것이다. 또한, 수학교육의 목표는 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기르는데 있다(교육부, 1997).

그러나 현행 우리 학교 평가에서는 대학입시를 목표로 한 엄격한 논리-연역적인 수학체계의 설정과 이의 숙련의 과정을 강조하고 있으며 제한된 시간내에 문제를 풀이하는 훈련을 강조함으로써 형식적인 법칙에 따라 맹목적이고 자동화된 지적 기교의 훈련으로 일관하고 있다. 수업과 일관성(NCTM, 1995, 1999)을 원칙으로 하는 오늘날 평가에서 사용되는 수학활동 역시 다양한 인지활동을 지닌 개인에 의하여 이루어지기 때문에 수학교육은 단편적인 수학적 지식을 요구하는 수준에서 벗어나 Polya의 정의에 따른 문제 해결의 전략이나 발견술과 같은 요소뿐만 아니라 메타인지적인 요소를 고려해야 한다.

본 연구에서는 학생이 평가문제를 해결하는 과정을 통해 자신이 얼마나 알고 있는가를 인식하며 자신의 문제 해결 전략을 점검하고 평가하는 메타인지적 능력을 관찰하여 이 능력의 변화를 알아보기 위하는데 그 목적이 있다.

2. 연구문제

연구의 목적을 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정한다.

첫째, 평가 문항에서 학생의 메타인지적 요소는 무엇이며 그들은 어떻게 변화하는가?

둘째, 메타인지적 능력의 발달을 위해서는 어떤 평가문제가 구성되어야 하는가?

3. 용어의 정의

(1) 메타인지

자신이 가지고 있는 지식에 대한 이해이고 주어진 정보나 자료의 학습과 관련된 성질에 관여하는 인지 체계를 말한다 즉, 가지고 있는 지식을 스스로 얼마나 알고 있는가를 인식하고 점검하고 평가하는 행동 및 전략의 선택과 사용에 대한 인지적 능력을 말한다.

(2) 준개방형 문항(open-middled tasks)

한 개의 정답을 가지고 있으나, 정답에 도달하는 방법은 여러 가지가 있다. 준개방형 문항을 통하여 학생들이 어떻게 문제를 풀고 수학에 대해 어떻게 생각하는지를 평가하는데 효과적이다. 문제 푸는 과정을 통하여 학생의 사고가 드러나게 되고, 학생들에게 자신의 전략을 사용하고 발전시킬 기회를 주고, 자신에게 가장 편리한 방법으로 문제를 풀 수 있는 기회를 준다.

(3) 평가

학생이 알고 있고 할 수 있는 것에 관한 자료를 수집하는 과정을 의미하며 또한 그 수집된 자료에 대하여 교수학적 판단을 내리거나 혹은 의미, 가치를 부여하고 해석하는 과정을 말한다(NCTM, 1999).

4. 연구의 제한점

본 연구는 수학과목 성적이 전국평균 대비 중위권이고 진학을 위한 주요과목으로써 대체로 수학과목에 관심이 많은 학생을 대상으로 짧은 기간에 걸친 사례연구이므로 연구결과를 일반화하는데 제한점이 있다.

Ⅱ. 문헌고찰

인지적 영역에서의 평가목표를 중심으로 수학과 수행평가 도구의 개발 절차를 보여준 황혜정(1993)은 사용 목적에 맞는 평가를 선정하고 이에 따른 평가도구를 개발해야 한다고 하였다. 지필검사를 중심으로 평가문항을 개발할 때 고려해야 할 사항으로 평가목표에 부합한 문항을 제작해야 한다. 비중을 둔 평가목표에 대하여 문제의 조건과 상황을 다양화하여 문제를 출제해야 한다고 하였다.

“메타인지”를 일상용어로 번역하면, ‘인지에 관한 인지’ 또는 ‘자신의 생각에 관한 생각’이 된다. 그러나 메타인지의 이러한 정의로는 뚜렷하게 메타인지가 무엇을 말하는지 알 수가 없다. 메타인지를 통한 수학학습에 대한 선행연구를 보면 다음과 같다.

수학문제해결에서 메타인지의 중요성을 강조하고 고등학생을 대상으로 메타인지능력의 활성화 방안에 관하여 탐색한 이봉주(2002)는 질적 사례연구를 통하여 메타인지 활용 수업방안은 학생뿐만이 아니라 교사에게도 유용하고 유의미하며, 적절한 환경만 제공해 주면 쉽게 전이되고 자동화되어 내면화되는 효율적인 학습방법이라고 하였다.

이광상(1999)은 메타인지적 수업과 문제해결력, 자기효능감과의 관계를 논하며 메타인지 능력을 신장시키는 수업의 중요성을 강조하였고, 김수미(1992)는 수학교육에서 메타인지 개념을 정의하고 Schoenfeld 의 논문을 인용하면서 문제해결 수업에서 문제해결 성공의 중요한 결정자는 학생들이 소유하고 있는 지식의 양이라기보다는 이미 획득한 지식을 적절히 이용할 수 있는 능력이라고 하였다. 또한 자신의 지적 행동에 대한 인식은 지적 행동을 변화시키는데 필수적 요소이므로 자기 인식은 메타인지의 중요한 특징이다. 즉 자신의 사고과정을 정확히 이해하려고 하고, 문제풀이 과정 전반을 적절히 통제하려 하고, 바른 신념과 믿음을 지니려고 의식적으로 노력하는 일은 수학교육의 중요 목표의 하나인 문제해결력 향상에 핵심전략이라고 하며, 메타인지 육성 방안의 강구의 필요성을 역설하였다.

Scheonfeld의 메타인지 요소는 첫째, 자신의 사고과정에 대한 지식, 즉 자신의 사고과정을 정확하게 기술할 수 있는 능력에 관한 것이다. 둘째, 통제 또는 자동조절, 즉 문제를 풀고 있는 자신의 행동을 얼마나 잘 관찰하고 문제해결행동을 지시하는 정보를 얼마나 잘 사용하는가 하는 것으로 문제가 무엇인지를 이해했음을 확신하고, 계획하고, 풀이과정이 어떻게 진행되는가 추적하는 것, 무엇을 어느정도 할 것인지를 결정하는 것을 포함한다. 셋째, 신념과 직관, 즉 수학에 관하여 어떤 의미를 부여하며 수학하는 방법을 형성하는가 하는 것으로 가르침과 중요하게 관련되어 있다.

현종익(1998)은 메타인지의 특성에 대하여 언급하면서 메타인지 육성을 위한 메타문제 유형을 개발하며 메타문제로 메타인지에 대한 숙련이 되면, 학생 문제 해결력은 메타 문제로 제시하지 않아도 스스로 메타인지적 활동을 통해 문제 해결을 꾀할 것이고 더욱 세련된 문제 해결을 보일 것이라고 하며 교육현장에서도 도입이 쉽고 구체적이라고 하였다. 본 연구에서는 이런 선행연구를 바탕으로 연구의 목적에 맞는 문항을 구성하고 연구의 절차를 계획하였다.

Ⅲ. 연구방법

연구 단원별로 학생 수준에 맞는 준개방형 문제를 개발하여 K고등학교 1학년 학생 중 연구자가 수업을 맡고 있는 2개 반 학생 중 희망 학생 2명을 선택하여 방과 후 해당 단원에 맞는 문제를 제시하고 풀이하게 한다. 학생에게 자신의 풀이과정을 자세하게 쓰게 하고 학생의 풀이에 대하여 면담을 통한 질적 연구를 실시할 계획이다. 수집된 자료를 분석하기 위해서는 두 학생 간에 일정비교 분석법을 사용하여 연구의 타당성을 높이고자 한다.

1. 연구대상

본 연구의 대상은 경기도 광명시에 소재하고 있는 K 인문계 고등학교 1학년 학생을 대상으로 한다. 수학과목 성적은 정기고사에서 학급 평균보다 약간 높은 성적을 받은 학생이고, 진학을 위한 주요과목으로써 수학과목에 관심이 많은 학생들로 구성하였다. 그 배경에는 이들은 상위 인지적 수준의 발달 과정을 제공할 수 있는 학생들이라 사료되어 연구의 대상으로 선택되었다.

2. 연구절차

본 연구는 5주간에 걸쳐 학생들에게 교과진도에 맞는 함수 단원에 대하여 적절한 준개방형 평가문항을 제시할 것이다. 이에 대한 평가기준을 제시하고 이 평가기준은 메타인지적 요소로 구성될 것이다. 또한, 학생들의 메타인지적 변화를 알아보기 위하여 문제 풀이 과정을 쓰게 하고, 이를 관찰, 면담 등을 통하여 학생의 세부적인 변화과정을 묘사하기 위해 학생의 평가 문항의 풀이 과정을 오디오 녹음을 하고 수집된 자료는 현장감의 보존을 위해 그 날로 녹취를 시작할 예정이다. 경우에 따라 문제해결과정을 스스로 발표하게 한다.

3. 연구도구

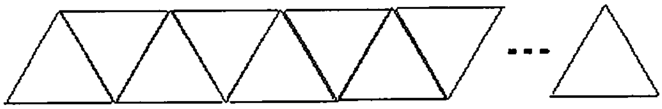
본 연구는 교과진도에 맞는 함수 단원에 대하여 적절한 준개방형 평가문항을 현종익(1998)이 제시하는 메타인지적 문제로 제시할 것이다. 학생들의 인지적 변화를 알아보기 위하여 문제풀이 과정을 쓰게 하고, 이를 면담 등을 통하여 실시하며 검사문항지는 국가수준의 교육과정에서 중, 하위 수준에 맞는 문항으로 교과서 진도와 맞게 개작하여 제시한다.

<평가문항의 예>

단원: 고등학교 1학년 함수

1. 길이가 $150m$인 경사진 언덕길을 올라가고 있는 수레가 있다. 이 수레는 한 번 올라갈 때 $7m$를 오르고 $3m$를 미끄러져 내려온다고 한다. 이렇게 하면 몇 번만에 정상에 오를 수 있는가?

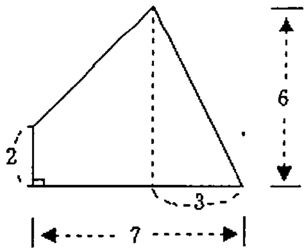
2. 다음 그림은 길이가 2인 막대기를 이용하여 두 정삼각형이 한 변을 공유하도록 계속 연결한 것이다.



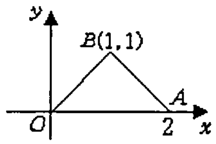
x개의 삼각형을 만드는데 필요한 막대기의 전체길이를 y라고 할 때, x와 y사이의 관계식을 써라.

3. 원점 $O(0,\ 0)$, 점 $A\ (5,\ 6)$, 점 $B\ (-3, 6)$을 연결한 $\triangle OAB$가 있다. 점 $P(a,\ b)$는 변 OB위에서 원점 O를 출발하여 점 B까지 움직인다. $\triangle OAP$의 넓이를 S라 할때, S를 구하여라.

4. 그림과 같은 사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 바닥면이 정사각형인 건물을 지으려고 한다. 바닥면의 넓이가 최대가 되게 하려면 정사각형의 한 변의 길이는 얼마로 하면 되는가?



5. 그림과 같이 세 점 $O(0,\ 0)$, $A(2,\ 0)$, $B(1,\ 1)$로 이루어진 $\triangle OAB$에서 직선 $x=t$ $(0 \leqq t \leqq 2)$에 의해 두 부분으로 나누어졌을 때, 왼쪽의 넓이를 $f(t)$라 할때, $f(t)$의 그래프를 그려라.

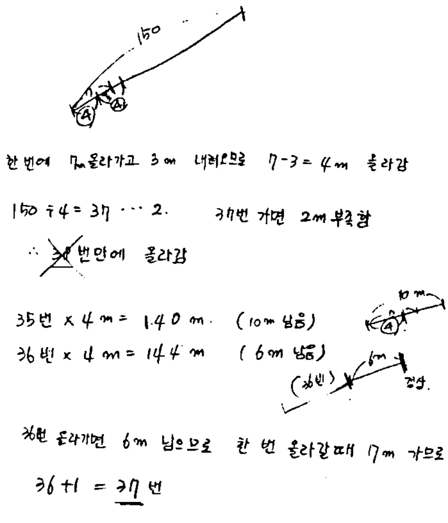


Ⅳ. 연구결과

학생A

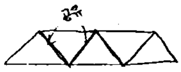
(1) 문항 1

처음에는 직관적으로 38번이라고 답을 하였다. 올라가면 미끄러져 내려오지만 먼저 정상에 도달하면 거기에서 끝이나지 않을까? 라고 질문하자 35번, 36번의 경우에 대하여 계산을 하다가 36번째에 남은 길이가 6m여서 한번 올라가는 7m보다 작아서 약간 고민을 하다가 정답에 도달하였다.



(2) 문항 2

처음에는 막대기의 개수를 하나씩 세고, 전체 길이를 계산하다가, 체계적으로 표를 그리고 규칙을 찾아가며 자신있게 풀이를 하고 정답에 도달함



삼각형 1개 는 변이 3개 - 막대길이 $2\times3=6$.
삼각형 2개 는 변이 6개, 한 변 공유하므로 필요한 변 5개
- 막대길이 $2\times5=10$
3개 : 변이 9개-2개.

삼각형 개수	막대기의 개수	막대기의 전체 길이
1	3	3×2
2	$2\times3-1=5$	$(2\times3-1)\times2$
3	$3\times3-2=7$	$(3\times3-2)\times2$
4	$4\times3-3=9$	$(4\times3-3)\times2$
x	$x\times3-(x-1)$	$(x\times3-(x-1))\times2=y$

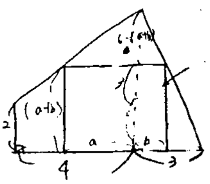
$y=((x\times3)-(x-1))\times2=(3x-x+1)\times2$

$y=(2x+1)\times2$

$y=4x+2$

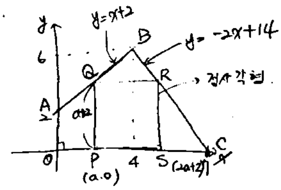
(3) 문항 4

가장 고민을 많이 하다가 푼 문항이다. 처음에는 넓이의 최대값 조건으로 가능한 정수값 만을 직관적으로 찾아서 정사각형의 한 변의 길이를 구했다. 그러다가 잘못되었다는 생각이 들었는지 좌표평면을 도입하고 문제의 최대 넓이 조건으로 정사각형의 내접 상태를 확인한 다음에 잘 풀어감.



넓이=$(a+b)^2$
최대값 ?
$2<a+b<6$
$a+b=5$
답 5

좌표평면



정사각형을 최대로 하려면 내접상태여야 한다.

처음 사각형을 OABC 라고 하면

직선 AB는 (0,2), (4,6) 지나므로 $y = \frac{6-2}{4-0}x + 2$.

$y = x+2$.

정사각형 한변의 길이. $\overline{PQ} = a+2$

P(a, 0), 이면

$\overline{PQ} = \overline{PS}$ 이어야 하므로 $\overline{PS} = 2a+2$.

직선 BC는 (4,6)·(7,0) 지나므로 $y = \frac{0-6}{7-4}(x-7)$

$y = -2x+14$.

$\overline{SR} = -2(2a+2)+14 = -4a+10$

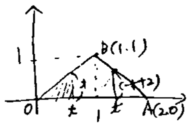
$\therefore \overline{PQ} = \overline{SR}$

$a+2 = -4a+10$. $a = \frac{8}{5}$

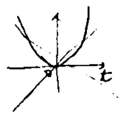
정사각형 한 변의 길이 $= a+2 = \frac{8}{5}+2 = \frac{10}{5}$

(4) 문항 5

문항 4에서 겪은 혼란을 되풀이하지 않기 위하여 가능한 조건을 광범위하게 생각하며 신중하게 문제 풀이에 도달함



$\overleftrightarrow{OB}$: $y = x$ 넓이 $= \frac{1}{2}t^2$.



t가 1보다 작거나 같으면 삼각형.
t가 1보다 크면 사각형.

(i) $0 \le t \le 1$

넓이 $= f(t) = \frac{1}{2}t^2$

(ii) $1 \le t \le 2$

직선 AB 방정식 (1,1), (2,0)

$y-0 = \frac{0-1}{2-1}(x-2)$

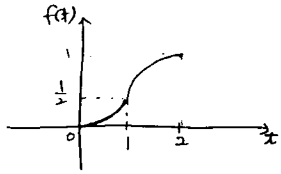
$y = -x+2$.

넓이 $= \triangle OAB -$ 오른쪽 삼각형

$f(t) = \left(\frac{1}{2}\times 2\times 1\right) - \frac{1}{2}\{(2-t)\cdot(-t+2)\}$

$= 1 - \frac{1}{2}(-t+2)^2$

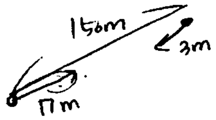
$= -\frac{1}{2}(t-2)^2+1$



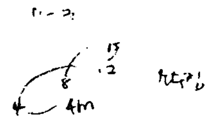
학생 B

(1) 문항 1

직관적으로 37.5 라고 적었다. 학생 A에게 했던 질문과 마찬가지로 올라가면 미끄러져 내려오지만 먼저 정상에 도달하면 거기에서 끝이 나지 않을까? 라는 질문에도 문제를 잘 이해하지 못하였고, 횟수를 묻는 문항인데도 37.5 라는 답을 함.



$x=$횟수



$150 = (17-3)x$

$4x=150$

$x=\cancel{\frac{150}{4}}\ 37.5 = 37.5$

(2) 문항 2

문제를 한눈에 파악하고 답을 함

$y = 2\times3 + \underline{2(x-1)\times2}$

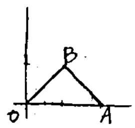
처음 삼각형의 전체길이 / 두번째부터

$= 6+4(x-1)$

$= 6+4x-4$

$= 4x+2$

(3) 문항 4



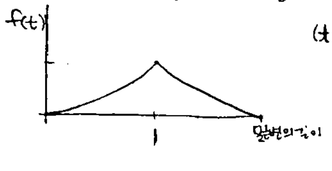
i) 밑변의길이↑ → 높이↑ $(0\le t<1)$

ii) 밑변의길이↑ → 높이↓ $(1<t\le2)$

i) $\uparrow\times\uparrow\times\frac{1}{2}=\uparrow$

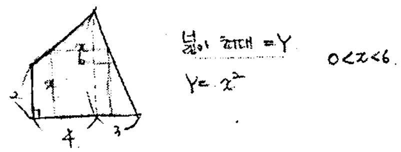
ii) $\uparrow\times\downarrow\times\frac{1}{2}=\downarrow$

($t=1$ 일 때 $f(t)$ 최대값 $=\frac{1}{2}$)



(4) 문항 5

문제 의도를 잘 이해하지 못하고 풀지 못함



학생 B는 학생 A와 비교하여 학교 정기고사에서 성적이 크게 뒤지는 학생은 아니나, 이 실험에 참가하기 전에도 평소 자신이 풀이한 문항에 대해서도 동료들에게 체계적으로 잘 설명을 하지 못했던 학생이다. 그래서 이 실험이 진행됨에 따라 부담을 느꼈다. 문제를 이해하는 능력이 부족하다. 그리고 일단 평소에 경험하지 않은 문제가 주어지면 자신감이 없어져서 쉽게 포기한다. 따라서 단계적 능력을 알아볼 수 있도록 세분화된 문항으로 제시하여 자신이 정말 모르는 것이 무엇이고, 알고 있는 것을 제대로 적용할 수 있도록 적절한 안내가 제공되어야 할 것이다. 아직 연구가 진행과정이라 완전한 연구의 결과를 아직 산출하지 못하였다. 앞으로 메타인지적인 요소에 초점을 두고 분석이 더 이루어질 예정이다.

Ⅵ. 결 론

현재 교실에서는 진학을 위한 주요 입시과목으로써 수학 문제풀이에 주안점을 두는 수업을 하고 있다. 대부분의 이런 과정에선 맹목적으로 정답을 맞추기 위하여 기계적이고 반복적인 문제 풀이만이 지나치게 강조되고 있다. 이 과정에서 학생은 자신이 정말로 알고 있는 것이 무엇인지, 그리고 어떻게 이것들을 적절히 이용해야 하는지를 알 수 없다. 본 논문에서는 학생 자신이 알고 있는 것을 스스로 확인하고 문제해결전략을 세우고 점검하는 과정을 알아보기 위하여 문제 제시 방법에서 부분적 능력을 알아볼 수 있도록 문항을 제시하여 학생의 메타인지적 능력의 변화를 관찰하는 것이다.

학생에게 준개방형 문항을 제시하면서 학생은 추상적인 수학과목에 대한 막연함이 줄어들고 다른 단원의 문제에서도 자신이 이미 알고 있는 것들을 적절히 이용하기 위한 노력을 지속적으로 할 것으로 예상된다. 연구자는 이 과정을 김수미(1992)의 메타인지적 요소를 바탕으로 세부적으로 묘사할 수 있을 것이다. 교사는 교과서에 제시된 문제에 대하여 메타인지적 요소에 따른 단계적 능력을 알아보는 방법으로 접근하여야 할 것이고, 적절한 문항을 개발하여 지속적으로 학생들의 인지 능력의 변화를 알아보기 위한 노력을 해야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 수학과 교육과정[별책 8]. 서울: 대한교과서주식회사.

김수미 (1992). 수학교육에서 메타인지 개념에 대한 고찰, 대한수학교육학회 논문집 **2(2)**, pp.95-104.

이봉주 (2002). 수학 문제해결 과정에서 고등학생들의 메타인지적 능력 활성화 방안 탐색. 한국교원대학교 박사학위논문.

한국교육과정평가원 (1999) 고등학교 교과별 수행평가의 이론과 실제, 연구보고서, 제 RRE99-1-3호.

황혜정 (1993). 수학교육에서의 평가 절차에 관한 연구(1)-평가목표를 중심으로, 대한수학교육 학회지 논문집 **3(2)**, pp.79-89,

Polya. G. (1956). 우정호 역, 어떻게 문제를 풀 것인가. 서울: 교우사.

현종익 (1998). 문제해결력신장을 위한 메타문제 유형 개발. 한국수학교육학회지 시리즈 C 초등수학교육연구, **2(1)**, pp.3-12.

National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (1999). *Mathematics Assessment: A Practical Handbook for Grades 9-12*. Reston, VA: the Author.