

수학적 문제 해결을 위한 초등학교 3학년 학생의 표상과 표상의 정교화 과정 분석

이 양 미 (한국교원대학교 대학원)
전 평 국 (한국교원대학교)

본 연구의 목적은 초등학교 3학년 학생들이 수학적 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 표상과 소집단 협력 학습을 통한 표상의 정교화 과정을 구체적으로 살펴봄으로써, 학생들의 표상에 대하여 바르게 이해하고 올바른 표상 지도를 위한 시사점을 얻는 데 있다. 이와 같은 목적을 위하여 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

가. 수학적 문제를 해결할 때, 학습자 개개인의 표상은 어떠한 형태로 나타나는가?

- 1) 문제 유형에 따라 학생들이 나타내는 표상 양식은 어떠한가?
- 2) 문제 유형에 따라 학생들이 나타내는 일반적인 표상의 특징은 무엇인가?

나. 학습자 개개인이 한 최초의 표상이 소집단 협력 학습을 통해 정교화 되는 과정은 어떠한가?

- 1) 소집단 협력학습을 통해 문제를 해결할 때, 학습자 개개인이 한 최초의 표상이 어떻게 공동의 표상으로 발전되어 가는가?
- 2) 소집단 협력학습을 통해 문제를 해결할 때, 표상의 정교화 과정에서 나타나는 패턴에는 어떤 것들이 있는가?

연구를 위하여 연구자는 문제의 유형을 여섯 가지로 범주화하여 유형별로 두 문제씩 모두 열 두 문제를 개발하고, 예비 검사를 통하여 문제를 수정·보완하였다. 연구 문제 1의 해결을 위하여 초등학교 3학년 4개 학급의 학생을 대상으로 연구자가 직접 각 학급을 방문하여 조사 연구를 실시하고 활동지를 회수하여 학생들의 활동지에 나타난 표상 양식과 일반적인 표상의 특징을 분석하였다. 연구 문제 2의 해결을 위하여 2개 학급에서 각각 5명씩으로 구성된 2개 소집단을 대상으로 질적 사례 연구를 수행하였는데, 소집단 협력 학습은 방과 후 참여자들의 해당 교실에서 이루어졌다. 관찰 자료, 문서 자료, 면담 자료를 수집하면서 예비 분석을 통하여 분석을 위한 틀과 연구자의 관점을 다듬고 보완하여 더욱 구체화하고 소집단 협력 학습을 통한 문제 해결 과정에서 개개인의 표상이 어떻게 공동의 표상으로 발전되어 가고 이 과정에서 발견되는 패턴에는 어떤 것들이 있는지를 분석하였다.

본 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 초등학교 3학년 학생의 문제 해결 과정에서 나타난 표상 양식은 그림과 식이 전체적으로 비율이 높았지만, 대체로 하나의 표상 양식보다는 둘 이상의 다중 표상이 많았다. 하지만, 문제 상황을 제대로 나타내지 못하거나 다른 표상 양식으로 정확하게 변환하지 못하는 경우가 발견되었다.

둘째, 학생들이 나타낸 일반적인 표상에서 식은 매우 표준화된 편이었지만 표나 그래프는 비표준화된 형태가 많았으며, 그림은 문제를 구조적으로 파악하여 표현한 경우와 표면적인 정확성을 강조하여 매우 사실적으로 표현한 경우가 함께 나타났다.

셋째, 소집단 협력 학습을 통하여 문제를 해결할 때, 학습자 개개인이 한 최초의 표상은 문제에 대한 정확한 이해와 검토, 자기 반성, 질의·응답 및 논의, 다른 사람의 표상에 대한 이해와 평가 등의 활동 과정을 통하여 보다 정확하고 세련되게 다듬어지고 문제 해결에 효율적인 공동의 표상으로 발전되어 갔다. 구성원 개개인이 한 최초의 표상, 과제의 난이도, 구성원간의 상호작용, 다른 사람의 표상에 대한 이해 정도 등에 따라 정교화 되는 수준이나 형태는 몇 가지 유형으로 다르게 나타났다.

넷째, 정교화 과정에서 나타나는 패턴은 언어적 의사소통 측면에서는 일관성 있는 절차가 나타났으나, 활동지에 나타내는 표상은 크게 표면적인 깔끔함이나 표현의 정확성에 초점을 두어 정교화 되는 경우와 수학적으로 세련되게 정교화 되는 경우로 다르게 나타났다.

다섯째, 소집단 협력학습을 통한 정교화 과정에서 개개인의 표상은 주로 다양한 양식을 시도하거나 동일한 양식 내에서 좀 더 정확하고 깔끔하게 정교화 되는 경우가 많았고, 구성원들이 협상하여 나타내는 공동의 표상은 보다 수학적인 정교화가 이루어지는 경우가 많았다.

본 연구의 결론으로, 초등학교 3학년 학생들이 수학적 문제를 해결할 때, 아직은 하나의 표상 양식으로 굳어지기보다는 다중 표상 양식이 나타났다고 볼 수 있지만, 이런 다중 표상이 효율적인 문제 해결 전략으로 작용하여 성공적인 문제 해결에 도달했다고는 볼 수 없다. 그렇기 때문에 다중 표상에 대한 강조뿐만 아니라 문제 해결에 적절한 표상을 이끌어 낼 수 있는 지도가 함께 이루어져야 할 것이다. 또한, 동일한 학년 수준이라도 표상 양식에 따라 표준화된 정도는 다르며, 이는 학습자의 해당 표상에 대한 선행 경험이나, 수학적 지식 수준, 교실 문화 등의 영향으로 유추해 볼 수 있다.

학생들의 소집단 협력학습을 통한 표상의 정교화 과정에서 얻은 결과를 통하여, 소집단 협력 학습을 효율적인 표상 지도의 한 방안으로 제안할 수 있는데, 이 때 과제의 선택, 구성원의 표상에 대한 이해 정도, 구성원의 역할과 상호작용 등에 대한 교사의 세심한 이해가 통찰이 중요하다고 본다. 이는 소집단 협력 학습을 통한 표상의 정교화 과정에서 나타나는 패턴에서도 엿볼 수 있는데, 언어적 의사소통 측면에서는 일관성 있는 절차가 발견되어도 활동지에 나타내는 표상의 정교화 측면에서는 수학적인 세련됨과 표면적인 깔끔함으로 나누어지고, 이 과정이 일관성 없이 임의적으로 이루어지는 경우도 있었다. 그렇기 때문에 표면적인 의사소통의 활발함이나 활동지에 나타난 결과 등으로만 표상의 정교화 정도를 논의하기보다는 학생들의 활동 과정과 표상에 대한 구체적인 이해를 바탕으로 이에 맞게 지도해야 할 것이다.