

< 논문 >

### 3 차원 적응 격자 세분화를 이용한 주조 공정의 충전 해석

김기돈\* · 양동열† · 정준호\*\*

(2004 년 10 월 28 일 접수, 2005 년 3 월 14 일 심사완료)

## Three Dimensional Finite Element Analysis of Filling Stage in Casting Process Using Adaptive Grid Refinement Technique

Ki-Don Kim, Dong-Yol Yang and Jun-Ho Jeong

**Key Words :** Adaptive Grid Refinement(적응 격자 세분화), Free Surface(자유표면), Transient Viscous Flow(비정상 점성 유동), Finite Element Method(유한요소법)

#### Abstract

A 3-D finite element model combined with a volume tracking method is presented in this work to simulate the mold filling for casting processes. Especially, the analysis involves an adaptive grid method that is created under a criterion of element categorization of filling states and locations in the total region at each time step. By using an adaptive grid wherein the elements, finer than those in internal and external regions, are distributed at the surface region through refinement and coarsening procedures, a more efficient analysis of transient fluid flow with free surface is achieved. Adaptive grid based on VOF method is developed in tetrahedral element system. Through a 3-D analysis of the benchmark test of the casting process, the efficiency of the proposed adaptive grid method is verified. Developed FE code is applied to a typical industrial part of the casting process such as aluminum road wheel.

#### 기호설명

|                         |               |
|-------------------------|---------------|
| F                       | : 검사체적의 충전율   |
| $N_{\alpha}, N_{\beta}$ | : 형상 함수       |
| P                       | : 정수압         |
| u                       | : 속도 벡터       |
| U                       | : 속도 벡터의 절점 값 |
| $\sigma_{ij}$           | : 응력          |
| $\rho$                  | : 밀도          |
| $\mu$                   | : 점도          |
| $\Delta t$              | : 시간 간격       |
| $\sigma_n$              | : 수직 응력       |
| $\tau$                  | : 전단 응력       |

#### 1. 서론

금속 주조 공정은 고온의 용융 금속을 빠른 속도로 몰드에 주입하여 복잡한 제품을 생산하는 공정이다. 주입 과정에서 다양한 유동 현상이 수반되는데, 유동의 결합, 분리 및 공기의 함입 등은 생산 제품의 결함으로 발생하여 주조 방안 설계 과정에서 고려해야 할 사항이다. 하지만, 이와 같은 복잡한 유동 현상을 이해하기에는 직관과 숙련된 경험만으로는 부족하여 컴퓨터의 발전과 더불어 그간 많은 수치 해석 모델들이 개발되어 사용되고 있다. 이 수치 모델에서는 복잡한 자유 표면의 표현과 정확한 유동장의 예측이 중요한 요소로 자리잡고 있다.

20 년이 넘는 기간 동안 유한차분법에 의한 주조 공정 해석이 주류를 이루어 왔으나 최근들어 유한요소법이 주조 공정의 해석에 적용되고 있다. 일반적으로 유한요소법은 유한차분법에 비하여 복잡한 3 차원 형상의 묘사를 더욱 정확히 할 수 있으며 3 차원 곡면에 정확한 경계조건을 적용할 수

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : dyyang@kaist.ac.kr  
TEL : (042)869-3214 FAX : (042)869-5214

\* 회원, 한국과학기술원 대학원 기계공학과

\*\* 회원, 한국기계연구원 지능형정밀기계연구부

있다. 또한 유연성 있는 초기 격자 구성이 가능하여 복잡한 유동이 예측되는 부분에서 해석의 정확도를 높일 수 있다.

주조 공정의 충전 과정은 비정상점성유동 현상으로 자유표면을 포함하는 유동으로 표현된다. 이와 같은 자유 표면을 표현하는 방법은 라그랑지안(Lagrangian) 방법과 오일러리안(Eulerian) 방법으로 대표되며 일반적으로 대변형이 발생하는 문제에 있어서는 고정격자계를 사용하는 오일러리안 방법이 많이 사용되고 있다. VOF 법과 MAC 법으로 대표되는 이 방법 중 본 논문은 VOF 법에 기반을 두고 있다. Hirf<sup>(1)</sup> 등에 의하여 처음 제안된 VOF 법은 비압축성 연속방정식을 근간으로 한 VOF(volume of fraction)을 각 검사체적마다 계산하고 그 VOF 값으로 유동장의 자유표면을 정의하는 방법이다. 다음과 같은 VOF 값  $F$ 에 대한 전달방정식을 계산하여 충전 영역을 표현한다.<sup>(2,3)</sup>

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

단지 스칼라 값으로 정의 되는 VOF 값은 자유표면의 정확한 예측에 어려움이 있지만, 비정상 유동의 분석에 있어 매우 유용한 방법이다.

초기에 오차 지시기(error indicator)로 개발되었던 적응 격자는 해석 분야의 많은 영역에서 효과가 검증되어 해석 오차의 감소에 효과적으로 사용되고 있다. 자유 표면 유동장의 해석에 있어서도 정확한 해석을 요구하는 자유 표면 부분에 미세한 격자를 구성함으로써 계산의 효율을 높일 수 있다.<sup>(4,5)</sup>

본 논문에서는 다양한 유동 현상이 복합적으로 발생하는 주조 공정의 충전 과정 해석을 위하여 앞서 언급한 유한요소법과 VOF 법을 사용하며, 효율적 계산을 위하여 자유 표면에서 격자의 세분화가 이뤄지는 적응 격자 세분화 기법을 사면체 격자에 적용하고자 한다. 개발된 코드는 대표적 벤치마크 테스트용 예제에 적용되어 유용성을 검증하고 실용적 산업 부품인 알루미늄 합금 휠을 해석한다.

## 2. 본 론

### 2.1 지배 방정식

비정상 비압축성 점성 유동장 해석을 위한 지배 방정식은 가속도와 중력장을 모두 고려한 Navier-Stokes 방정식과 연속 방정식을 사용한다.

연속(continuity)방정식:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

Navier-Stokes 방정식:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + \rho f_i \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

여기서,  $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu d_{ij}$ ,

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3$$

그리고  $t, u_i, p, \rho, \mu, f_i$ 는 각각 시간,  $x_i$  방향 속도 성분, 압력, 밀도, 점도, 외력이며  $\sigma_{ij}$ 는 응력,  $d_{ij}$ 는 변형율 텐서(strain rate tensor)이다.

자유표면  $\partial\Omega_s$ 에서는 다음과 같은 응력에 대한 평형방정식이 적용된다.

$$\sigma_n = -p + 2\mu \frac{\partial u_n}{\partial x_n} = 0 \quad \text{on } \partial\Omega_s, \quad (4)$$

$$\tau = \mu \left( \frac{\partial u_n}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right) = 0$$

여기서  $\sigma_n, \tau, \mu$ 는 각각 수직응력, 전단응력, 점도이다. 첨자  $n, t$ 는 유동선단에서의 수직과 수평 단위 방향 벡터를 의미한다. 유동선단에서 표면장력, 점성응력, 공기압은 고려하지 않는다. 벽면 경계면에서의 경계 조건은 다음과 같이 처리한다.

$$u_{nw} = 0 \quad \text{on } \partial\Omega_{wall} \quad (5)$$

해석 초기( $t=0$ )에 설정된 속도 값  $u_i$ 가 전체 영역에 대해 정의되며, 본 연구에서는  $u_i^* = 0$ 을 사용한다.

$$u_i = u_i^* \quad \text{on } \Omega \quad \text{at } t = 0 \quad (6)$$

### 2.2 유한요소수식화

유동장에 대한 지배방정식 (2)와 (3)을 복합유한요소 수식화(mixed FE formulation)를 사용하여 약형(weak form)으로 표현하면 다음과 같다.

$$\int_V (\rho \dot{u}_i \bar{u}_i + \rho u_j \mu_{,j} \bar{u}_i + \bar{d}_{ij} (-p\delta_{ij} + 2\mu d_{ij})) d\Omega = \int_V \rho f_i \bar{u}_i d\Omega \quad (7)$$

$$\int_V \bar{p} u_{,i} d\Omega = 0$$

여기서  $u_i, \dot{u}_i, \bar{u}_i$ 는 각각 속도함수, 속도함수의 도함수, 가중함수이다. 식 (7)의 복합 유한요소 수식화를 위해서 사면체의 P1\*/P1 요소를 사용한다.<sup>(6,7)</sup> 이 요소는 무게 중심에 5번째 절점이 존재하며 Galerkin 방법으로 Navier-Stokes 방정식의 안정한 해를 얻기 위한 Brezzi-Babuska 조건을 만족한다. 이와 같은 MINI 요소는 삼차원에서 최소의 절점 수를 가지는 사면체 요소로서 복잡한 형상을 나타내기 적합하며 선형 요소이므로 격자 세분화 방법의 적용에 유용하다. 무게 중심에 있는 5번째

절점은 속도 분포에 대하여 부분적인 선형 근사를 나타내며 4 개의 부속 사면체로 분할한다. 속도에 대한 형상함수는 네 개의 선형 요소와 한 개의 버블(bubble)함수로 정의하며 압력은 네 개의 선형 형상함수를 사용한다. 본 연구에서 버블 함수는 수치 적분을 위해서 아래와 같이 요소의 꼭지점에서 0 값을 가지며 부속의 사면체에서는 부분 선형적이다.

$$\begin{aligned}
 u_i &= \sum_{\beta=1}^4 U_{i\beta} N_{\beta} + U_{ib} N_b, \quad \bar{u}_i = \sum_{\alpha=1}^4 \bar{U}_{i\alpha} N_{\alpha} + \bar{U}_{ib} N_b \\
 N_b &= C_1 \cdot N_1 N_2 N_3 N_4 \\
 p &= \sum_{\gamma=1}^4 p_{\gamma} N_{\gamma}, \quad \bar{p} = \sum_{\delta=1}^4 \bar{p}_{\delta} N_{\delta}
 \end{aligned} \tag{8}$$

여기서  $U_{i\beta}$  과  $\bar{U}_{i\alpha}$  는 속도함수와 가중함수 (weighting function)에 대한 절점 값,  $U_{ib}$  과  $\bar{U}_{ib}$  는 요소의 중심인 버블 절점에서의 속도함수와 가중함수의 절점 값,  $N_{\beta}, N_{\alpha}, N_b$  는 속도성분, 가중함수에 대한 형상함수(shape function)와 버블 함수이며,  $p_{\gamma}$  과  $\bar{p}_{\delta}$  는 압력함수와 가중함수에 대한 절점 값,  $N_{\gamma}$  와  $N_{\delta}$  는 압력성분과 가중함수에 대한 형상함수이다.

각 요소에 해당하는 행렬을 구성할 때 사면체 요소의 경우 5 번째 절점에 대한 속도 근사가 이루어지지만 ‘static condensation’ 과정이 각 요소 수준에서 수행되어 4 절점의 사면체 해석으로 되돌아간다.<sup>(7)</sup> 식 (8)을 식 (7)에 대입하면 다음과 같은 유한요소 방정식을 얻는다.

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\mathbf{u} + \mathbf{N}(\mathbf{u}) = \mathbf{F} \tag{9}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \int \rho \delta_{ij} N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \int (\mu N_{\alpha,j} N_{\beta,i} + \mu \delta_{ij} N_{\alpha,k} N_{\beta,k}) d\Omega & \int N_{\alpha,i} \tilde{N}_{\gamma} d\Omega \\ \int N_{\beta,i} \tilde{N}_{\delta} d\Omega & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{N}(\mathbf{u}) &= \begin{bmatrix} \int \rho \delta_{ij} N_{\alpha} N_{\beta,k} u_k d\Omega & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} \int f_i N_{\alpha} d\Omega \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} u_{i\beta} \\ p_{\gamma} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

비선형 방정식인 식 (9)를 풀기 위해 본 연구에서는 다음과 같은 Predictor-Corrector 방법을 채택했다.<sup>(8)</sup>

**Predictor**

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{u}}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + (1 - \gamma)\Delta t \mathbf{a}_n, \\
 \mathbf{u}_{n+1}^0 &= \tilde{\mathbf{u}}_{n+1}
 \end{aligned} \tag{10}$$

**Corrector**

$$\begin{aligned}
 &\text{from } l=0 \text{ to } l=L \{ \\
 &(\mathbf{M} + \gamma\Delta t \mathbf{C})\mathbf{u}_{n+1}^{(l+1)} = \mathbf{M}\tilde{\mathbf{u}}_{n+1} \\
 &\quad + \gamma\Delta t [\mathbf{F}_{n+1} - \mathbf{N}(\mathbf{u}_{n+1}^{(l)})] \} \\
 &\mathbf{a}_{n+1} = \frac{(\mathbf{u}_{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}_{n+1})}{\gamma\Delta t}
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서,  $\mathbf{u}_n$ ,  $\mathbf{a}_n$ ,  $\Delta t$ ,  $\gamma$  는 각각 속도, 가속도, 시간 증분, 해석의 안정성을 높이기 위한 절점 값이며,  $L$  은 반복 수정 작업(corrector iteration)의 수다. 본 연구에서는  $\gamma$  와  $L$  값을 각각 1 로 사용한다.

2.3 검사체적에서의 유출입량 계산

검사체적은 충전율과 비압축성 유동 조건에 따라 다음과 같이 3 가지로 구분된다.

- (1) 내부검사체적( $f_{vol} = 1$  &  $Q_m = 0$ )
- (2) 선단검사체적( $0 \leq f_{vol} \leq 1$  &  $Q_m \neq 0$ )
- (3) 외부검사체적( $f_{vol} = 0$  &  $Q_m = 0$ )

여기서 유한 요소 계산을 위한 유동장은  $0 \leq f_{vol} \leq 1$  인 검사체적과 일치되는 격자들로 구성된다. 내부 검사체적은 유동장의 내부를 구성하고 유체 유출입의 총합이 0 이며, 선단 검사체적은 유동장의 외각을 둘러싸고 있기 때문에 유체의 유출입이 존재하고 시간에 따라 충전율이 변하며 유동 선단이 존재하는 영역이다. 또한, 외부 검사체적은 유동장 외부에 존재하며 충전율은 0 으로 변하지 않는다. 앞에서 언급한 검사체적들 중 유출입량의 계산이 필요한 것은 선단 검사체적이며, 이곳에서 형상 충전 기법에 의한 유출입량은 다음과 같이 계산한다.

$$Q_m^A = \sum_{i=1}^4 Q_i W_i \tag{12}$$

여기서,  $W_i$  는 VOF 법의 안정화를 위한 가중치로  $Q_i < 0$  이면 1 이고  $Q_i \geq 0$  이면 0 이다.<sup>(1)</sup>

이와 같이 각 선단 검사체적에서 총 유속량을 계산한 후 각 선단 검사체적을 채우거나 비우는 데 소요되는 최단 시간 간격을 계산한다. 이와 같이 계산된 시간 간격과 수치해석상의 안정성을 보장하기 위한 임계 시간 간격을 비교하여 작은 값을 현재 시간 간격  $\Delta t_{min}$  으로 사용하여 현재의 유출입량을 다음과 같이 계산한다.

$$dV_{in}^A = Q_{in}^A dt_{min} \quad (13)$$

최종적으로 계산된 유출입량을 사용하여 충전율을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$f_{vol}^t = f_{vol}^{t-1} + \frac{dV_{in}^A}{V_{total}^A} \quad (14)$$

여기서,  $V_{total}^A$  는 검사체적 A의 총부피이다.

#### 2.4 적응 격자 세분화

고정 격자계의 특성으로 오일러리안 방법에서는 표면에 위치한, 일부만 충전된 검사체적이라 하더라도 완전 충전된 검사체적으로 가정하여 절점에서의 속도 해석을 수행한다. 여기서 격자의 크기는 유동 해석의 정확도와 관련되는 문제로서 격자가 큰 경우 실제의 유동 특성과 해석의 결과가 큰 오차를 나타낼 수 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 적용된 적응 격자 세분화 기법은 유동의 선단 부분 격자를 세분화하여 새로운 계산 영역을 설정함으로써 보다 정확한 유동의 해석이 가능하다. 이와 같은 적응 격자 세분화는 선단 부분에서만 격자의 세분화가 이뤄지므로 계산 영역의 요소수가 전체를 세분화한 방법에 비해 작으므로 계산시간의 감소와 저장용량을 절약할 수 있다. 또한, 선단의 세분화 정도를 조절하여 아주 유연한 자유 표면의 결과를 얻을 수 있다.

##### 2.4.1 VOF 법에 적용된 적응 격자 기법

적응 격자 기법의 적용을 위해 세분화가 될 표면 요소와 이미 세분화와 결합과정을 거친 내부와 외부 요소로 전체 영역이 나뉜다. 이와 같은 적응 격자 기법을 요약하면 다음과 같다.

**Step 1:** 전체 영역의 요소들을 내부, 외부 및 표면 요소로 분리.

**Step 2:** 현재의 새로운 표면 요소들을 이미 정한 세분화 수준으로 세분화를 수행.

**Step 3:** 새로운 내부 및 외부의 요소들 중 세분화가 이뤄진 요소에 대한 결합과정을 수행.

세분화의 과정은 사면체 요소의 경우 8개의 사면체 요소로 분리되며 8개의 요소로 분리됐던 내부 및 외부의 요소들은 하나의 요소로 결합된다(Fig. 1). 이와 같은 세분화와 결합 과정에서 한 요소의 세분화 수준은 주변 요소의 세분화 수준과 일치하거나 한 수준의 차이를 넘어서는 안된다.

이와 같은 규약은 유한 요소 해석의 편의성을 위한 것으로 한 번의 불연속 절점의 개수가 2개 이상인 경우 해석상의 어려움이 발생한다. 다음의 조건들을 만족시키는 경우에 격자 세분화와 세분화된

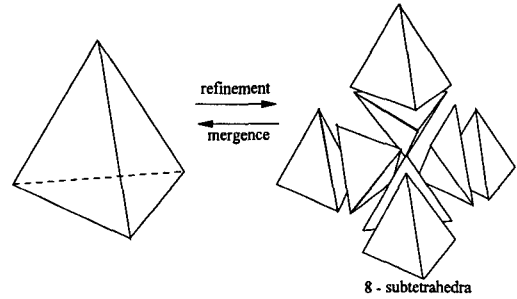


Fig. 1 The procedure of refinement and mergence

격자의 결합 과정을 수행한다.

(1) 세분화를 위한 조건:

(a) 세분화된 표면 요소의 세분화 수준이 미리 정한 세분화 수준을 넘지 않아야 함.

(b) 내부 및 외부 요소인 경우 다음의 조건을 만족시킴.

$$N - N^a < -1$$

여기서, N 과  $N^a$  은 요소와 주변 요소의 세분화 수준을 나타내는 수이다.

(2) 세분화된 격자의 결합 조건:

이미 8 개로 분리 되었던 요소이고 아래의 조건을 만족시킴.

$$N - N^a > -1$$

##### 2.4.2 격자 정보의 처리

격자 세분화와 결합의 과정을 수행하기 위해서는 항상 각 격자의 주변 격자에 대한 정보를 저장해야 한다. 뿐만 아니라, 격자의 세분화 수준 및 계속적으로 변화하는 격자 번호를 따라 다음과 같이 정보를 수정하여 저장한다. 한 요소가 위 2.4.1 절의 세분화 조건을 만족시키면, 이 요소는 8 개의 사면체로 분리되면서 Fig. 2 와 같이 6 개의 새로운 절점이 각 모서리의 중점에 생성된다. 새로이 생성된 절점들을 기존의 절점 좌표와 비교하여 기존의 절점과 일치하는 절점이 존재할 경우 기존의 절점 번호를 부여하고 존재하지 않을 경우 새로운 절점 번호를 설정하여 준다. 이와 같이 새로이 설정된 절점 체계를 이용하여 세분화된 요소를 구성한다. 세분화가 이뤄지면 전체 요소의 수는 7 개가 증가하며 동시에 각 요소의 주변 요소 정보와 세분화 수준에 대한 정보, 구속 조건에 관한 정보가 함께 갱신된다. 세분화된 요소의 세분화 수준은 이전 값에서 1 증가하고 Fig. 3 과 같이 'parent element'에 대한 정보를 저장한다.

8 개의 요소가 같은 'parent element' 정보를 갖고 있고 앞서 언급한 요소의 결합 조건을 만족시키는 경우 하나의 요소로 결합된다. 결합되어 하나로

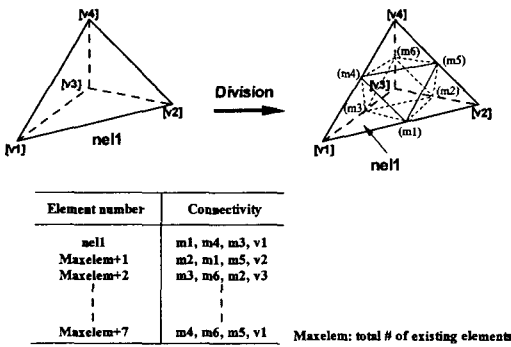


Fig. 2 Refinement procedures of tetrahedral element

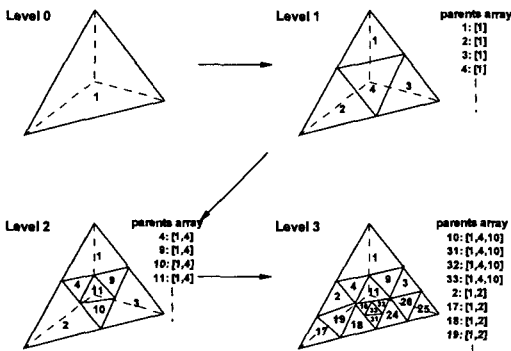


Fig. 3 Generation of parents array in refinement

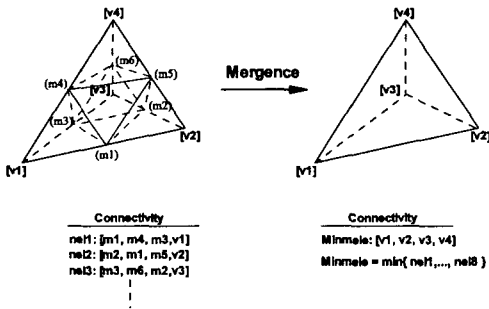


Fig. 4 Mergence procedures of eight sub-elements

만들어지는 요소는 기존의 8 개 요소의 절점 중 4 개의 절점으로 구성되고 나머지 중점에 존재하게 되는 절점은 Fig. 4 와 같이 모두 제거된다. 이렇게 결합된 요소는 가장 작은 요소 번호를 부여 받아 저장되고 세분화가 이뤄질 때와 같이 주변 요소에 대한 정보와 세분화 정보가 새로이 갱신된다. 세분화의 수준은 1 감소하며 전체 요소 수는 7 이 감소한다.

위와 같은 세분화와 요소 결합 과정을 수행한 후 해석 영역에 해당되는 행렬 방정식의 밴드폭

(bandwidth) 최소화를 위해 내부 요소부터 외부 요소로 최적화를 수행한다. 중간 절점의 초기값으로 주변 꼭지점의 이전 스텝 결과 값의 평균을 취하고 최적화로 절점 번호가 변경된 부분에 대하여 경계조건을 수정한다.

### 3. 해석결과

#### 3.1 벤치마크 문제의 해석

본 절은 제 7 차 MCWASP(Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Process VII, England)에서 벤치마크 테스트 문제로 채택되었던 형상은 비교적 간단 하지만 해석 능력을 잘 검토할 수 있도록 설계된 예제로 격자 세분화의 유용성을 확인한다.<sup>(9,10)</sup> Fig. 5 와 같이, 주입된 용융 금속은 높은 탕구로부터 자유 낙하하여 좁은 탕로를 통하여 두께 15 mm 의 사각 몰드 캐비티로 충전이 된다. 실시간 X-ray 촬영을 통해 발표된 실험 결과와 해석 결과를 비교하고자 한다.<sup>(11)</sup>

해석에 사용된 물질 상수는 Al 의 밀도 2385 kg/m<sup>3</sup>, 점성 0.0013 kg/m·s 그리고 중력가속도 9.8 m/s<sup>2</sup> 등이다. 초기에 4 cm 의 수두가 초기 속도 0 m/s 로 설정되며 중력에 의하여 자유 낙하하면서 계속적으로 4 cm 의 수두가 채워지게 된다. 세분화 수준은 1 로서 한번의 격자 세분화를 유동의 표면에서 수행하도록 한다. 벽면에서 미끄럼 경계조건을 사용하며 Dhatt<sup>(12)</sup>가 제안한 접촉면에서의 마찰을 다음과 같이 고려한다.

$$f_t = \rho \frac{|u_t|u_t}{C^2} \quad (15)$$

여기서  $C = A \ln y^+ E = A \ln y^+ + B$ ,  $A = 2.5$ ,  $y^+ \geq 90$  이다. C 는 절점의 위치와 표면의 거칠기에 따른 계수이고, E 는 거칠기 계수이다. 본 문제에서 상수 B 와  $y^+$  는 각각 5.5 와 100 으로 사용한다. 본 문제에서 특성 길이를 3 cm, 특성 속도를 100 cm/s, 표면장력을 1.2 N/m 로 계산한 경우 레이놀즈수(Re) 와 웨버수(We)는 각각  $5.5 \times 10^4$  와 60 이다.<sup>(11)</sup> 여기서 표면장력 효과는 무시하며, 난류 모델의 적절한 변수 설정의 어려움으로 난류 효과를 고려하지 않는다.

Fig. 6 은 797 개의 사면체 요소와 1870 개의 절점으로 구성된 캐비티의 격자를 나타내고 있다. 고정 격자인 Case I(fixed grid)과 세분화 과정을 수행하는 Case II(adaptive grid)로 나누어 해석을 한다. Fig. 7 은 충전된 영역에 대한 Case I과 Case II의 격자를 보여주며 충전된 영역에 대하여 Fig. 8 이 표현해주고 있다. Fig. 9 는 발표된 실험 결과로써 X-ray 를 이용한 실시간 촬영 사진이다.

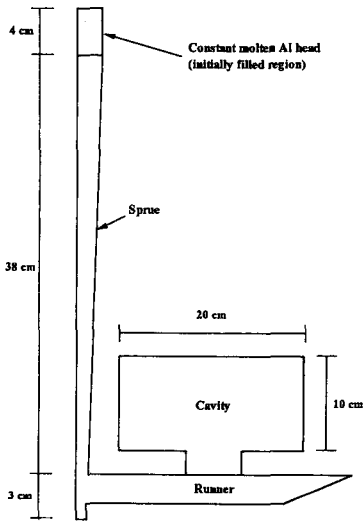


Fig. 5 Schematic diagram of total and initial filled domains for the benchmark test of casting problem

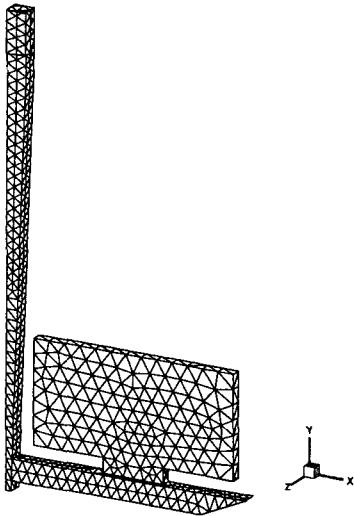


Fig. 6 Initial grids and filled region for the benchmark test of casting problem

Fig. 7 에서 적응 격자 세분화가 적용된 Case II 의 경우 유동의 표면 부분에서 세분화가 이뤄지면서 8 배의 밀도를 갖는 격자가 구성됨을 보여준다. Case I 의 경우 표면 유동 해석에서 충분히 작은 격자가 사용되지 않아 Case II 와 Fig. 9 의 실험 결과와 차이를 나타낸다. 대표적으로 Step I 에서 용융 금속이 탕로를 통해 유입되는 과정에서 탕로 바닥을 따라 이동하는 현상이 Case II 와 실험에서는 볼 수 있으나 Case I 에서는 나타나지 않는다. 또한 탕로의 처음 부분에서 발생하는 공기 함유 역시 Case I 에서는 예측 불가능하다. 캐비티에 유

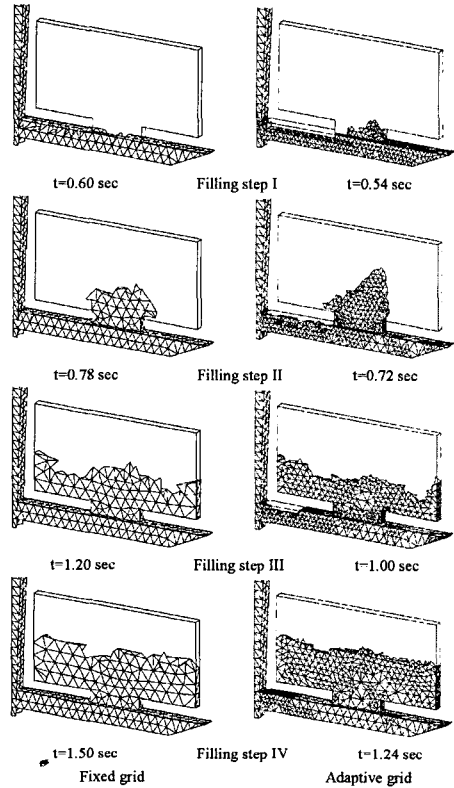


Fig. 7 Element configurations for the benchmark test of casting problem

입되는 유동의 방향과 솟아오르는 높이에 있어서 Case I 은 Case II 에 비하여 실험 결과의 전반적인 특성을 잘 표현하지 못하고 있다.

### 3.2 Al 합금 휠의 해석

3.1 절에서 유동의 자유 표면에 적용된 적응 격자 세분화 기법의 유용성을 실제의 산업 예제인 Al 합금 휠의 주조 공정에 적용하고자 한다. Fig. 10 은 해석에 사용될 휠 모델로 직경이 43.18 cm (17")이며 높이 21.35 cm, 5개의 스포크로 구성된다. Al 합금은 A360으로 밀도  $2600 \text{ kg/m}^3$ , 점성  $0.0013 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$  그리고 중력가속도  $9.8 \text{ m/s}^2$  등이 해석에 사용된다. 휠의 대칭성을 활용하여 전체 모델의 1/10 모델에 대하여 Fig. 11 과 같은 격자를 구성한다. 전체 사면체 격자는 7738개이고 절점의 수는 2235 이다. 세분화 수준은 1 이고 주입 부분의 일부가 초기에 충전 상태임을 가정한다.

Fig. 12 는 적응 격자 세분화가 유동의 선단에서 적용되어 유동의 내부와 외부는 상대적으로 큰 격자가, 선단에는 8 배의 밀도로 격자가 세분화됨을 나타내고 있다. Table 1 은 계산에 사용된 평균 절점의 수와 상대적 계산시간을 나타낸다. 적응 격

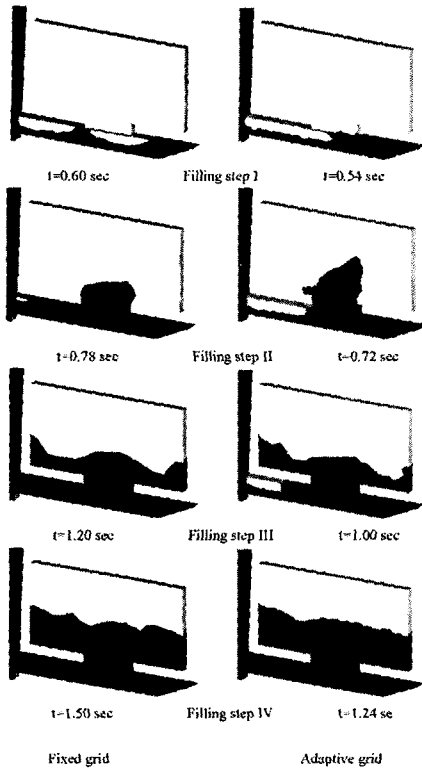


Fig. 8 Predicted flow front shape for the benchmark test of casting problem

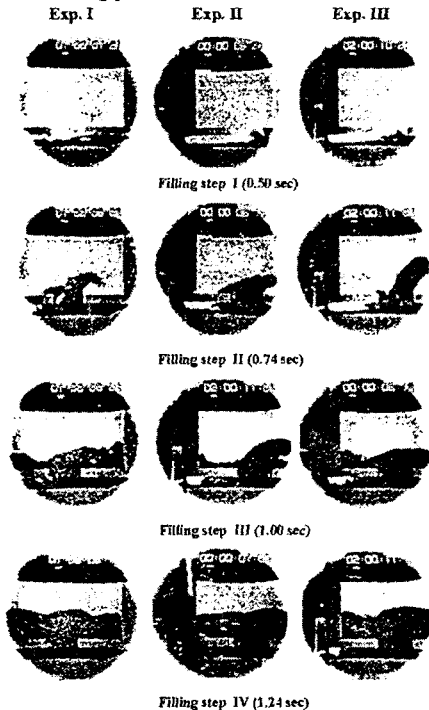


Fig. 9 Frames from x-ray video showing the filling of the runner and mold cavity<sup>(11)</sup>

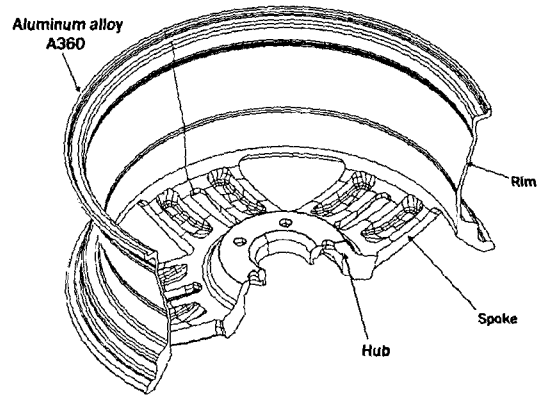


Fig. 10 Sectioned 3-D model of an Al road wheel

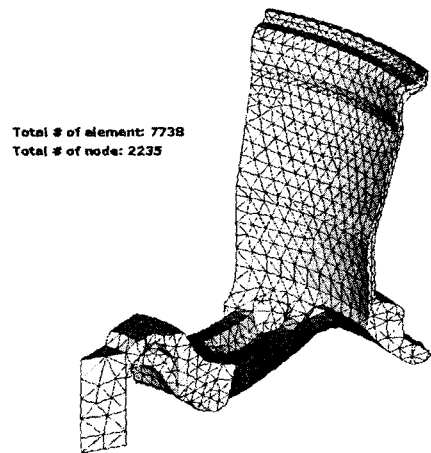


Fig. 11 Initial element configuration for 3-D wedge model of one-tenth of the wheel

자 세분화를 적용한 경우 4.3 배의 계산 시간이 소요되고 평균적으로 2.5 배 더 많은 수의 절점이 격자 세분화 과정에서 사용된다. Fig. 13은 충전율에 따라 고정 격자와 적응 격자 방법에서 사용된 절점의 수를 그래프로 나타낸다. 고정 격자의 경우, 계산 영역이 증가함에 따라서 기울기의 큰 변화 없이 계속적으로 사용된 절점의 수가 증가한다. 하지만, 적응 격자의 경우 유동의 표면이 가장 넓게 분포하게 되는 스포크와 휠의 테두리가 만나는 지점에서 가장 많은 절점이 사용되고 다시 격자의 결합화가 이뤄지면서 절점의 수가 감소한다. Fig. 14는 적응 격자가 적용된 해석 결과로서 충전율에 따른 충전 형상을 나타낸다. 유동의 선단이 왜곡 없이 잘 표현 됨을 확인 할 수 있다.

#### 4. 결론

사면체의 검사 체적을 갖는 3차원 요소에 대한 적응 격자 세분화 기법의 제안과 그 타당성의

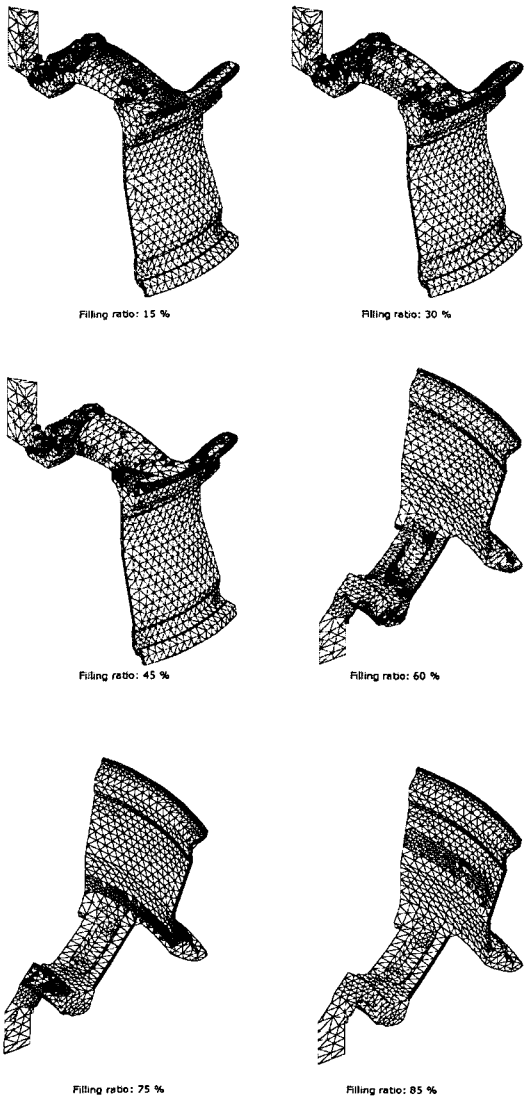


Fig. 12 Element configurations with adaptive grids for the wheel

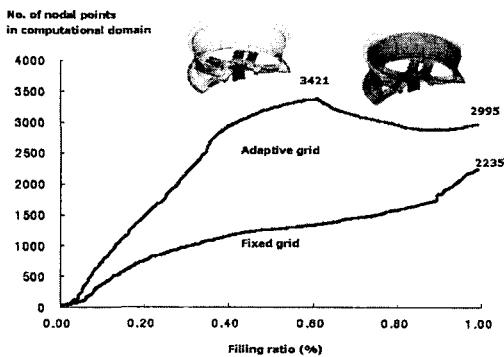


Fig. 13 The number of nodal points in computational domain according to filling ratio

Table 1 Comparison of results obtained in fixed and adaptive grids

|                             | Fixed grid    | Adaptive grid  |
|-----------------------------|---------------|----------------|
| Ave. No. of nodal point     | 933           | 2342           |
| Relative computational time | 1.0(61.236 s) | 4.3(263,314 s) |

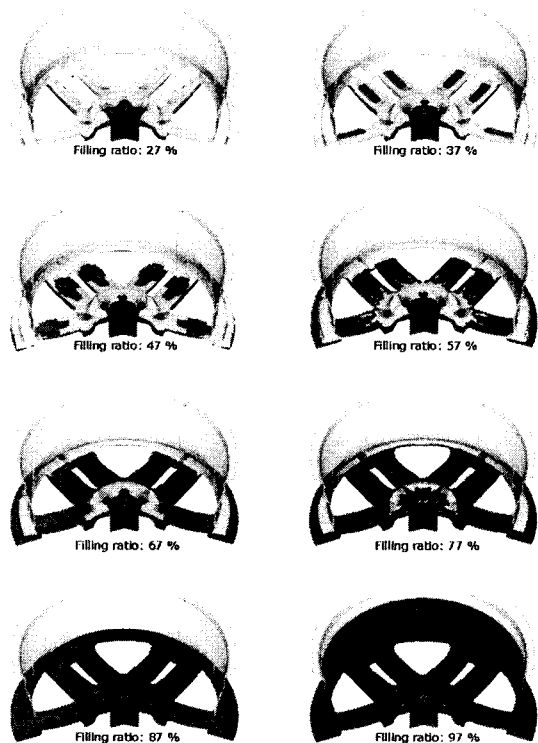


Fig. 14 Simulated filling sequence of Al road wheel casting

검증을 위하여 벤치마크 테스트 문제와 산업 예제인 Al 합금 휠에 대한 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 사면체 요소를 이용한 격자 세분화 기법의 제안과 그에 따른 정보 저장 방법에 대한 알고리즘을 제안하였다.

(2) 제안된 방법의 검증을 위하여 제 7차 MCWA SP의 벤치마크 테스트 문제를 해석하였고, 유동 표면에서 생성된 세분화된 격자를 통하여 더욱 정확한 유동장의 표현이 가능했다.

(3) 산업 예제인 Al 합금 휠을 효율적으로 해석함으로써 적용의 다양성을 보였다.

참고문헌

(1) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., 1981, "Volume of



- Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201~225.
- (2) Kim, M. S., Shin, S. H. and Lee, W. I., 2000, "A NewVOF-Based Numerical Scheme for the Simulation of Fluid Flow with Free Surface (I) - New Free Surface Tracking Algorithm and Its Verification," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 24, No. 12, pp. 1555~1569.
- (3) Kim, M. S., Park, J. S. and Lee, W. I., 2000, "A New VOF-based Numerical Scheme for the Simulation of Fluid Flow with Free Surface (II) - Application to the Cavity Filling and Sloshing Problems," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 24, No. 12, pp. 1570~1579.
- (4) Jeong, J. H. and Yang, D. Y., 1996, "Numerical Analysis of Incompressible Viscous Flow with Surface Using Pattern Filling and Refined Flow Field Regeneration Technique," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 20, No. 3, pp. 933~944.
- (5) Jeong, J. H. and Yang, D. Y., 1998, "Finite Element Analysis of Transient Fluid Flow with Free Surface Using VOF Method and Adaptive Grid," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 26, pp. 1127~1154.
- (6) Bathe, K. J., 1996, *Finite Element Procedure*, Prentice Hall, New Jersey, pp. 268~296.
- (7) Gao, D. M., 1999, "A Three-Dimensional Hybrid Finite Element-Volume Tracking Model for Mould Filling in Casting Processes," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 29, pp. 877~895.
- (8) Hughes, T. J., Liu, W. K. and Brooks, A., 1979, "Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Flows by the Penalty Function Formulation," *J. Comput. Phys.*, Vol. 30, pp. 1~60.
- (9) Im, I. T. and Kim, W. S., 2000, "A Study on the Filling and Solidification Process During Gravity Casting Using Implicit VOF Method," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 24, No. 1, pp. 102~113.
- (10) Mok, J. H., Patankar, S. and Lee, J. H., 2002, "A Study on the Development of a Three Dimensional Numerical Model for the Casting Processes," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 26, No. 10, pp. 1436~1444.
- (11) Sirrel, B., Holliday, M. and Campbell, J., The benchmark test for the 7<sup>th</sup> conference on the modeling of casting, welding and advanced solidification processes 1995, in: Cross, M. and Campbell, J., eds., *Modeling of Casting, Welding and advanced Solidification Processes VII* (London, England, 1995) 915-1013. The Minerals, Metals and Materials Society.
- (12) Dhatt, G., Gao, D. M. and Ben Cheikh, A., 1990, "A Finite Element Simulation of Metal Flow in Moulds," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 30, pp. 823~831.