

## 불확실 비선형 시스템을 위한 퍼지 출력 추종 제어

### Fuzzy Output-Tracking Control for Uncertain Nonlinear Systems

이호재\* · 주영훈\*\* · 박진배\*

Ho Jae Lee\* · Young Hoon Joom\*\* · Jin Bae Park\*

\*연세대학교 전기전자공학과, \*\*군산대학교 전자정보공학부

#### 요약

본 논문은 파라미터의 불확실성을 포함하는 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 시스템을 위한 체계적인 출력 추종 제어기 설계 기법을 제안한다. 불확실 T-S 퍼지 시스템은 효과적인 설계를 위하여 퍼지 입력 공간의 발화도의 우세성에 따르는 몇 개의 불확실 선형 시스템으로 표현된다. 출력 추종 제어 오차는 일반화된 리아푸노프 함수에 의하여 해석된다. 이에 따라 출력 추종 제어기 설계 문제는 몇 개의 불확실 선형 시스템의 안정화 문제로 변환된다. 개인 추종 제어기 설계 조건은 선형 행렬 부등식의 형태로 유도된다. 마지막으로 파라미터 불확실성을 포함하는 혼돈 로렌츠 카오스 시스템의 출력 추종 문제를 고려하여 본 논문에서 제안한 기법의 효용성을 입증한다.

#### Abstract

A systematic output tracking control design technique for robust control of Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy systems with norm-bounded uncertainties is developed. The uncertain T-S fuzzy system is first represented as a set of uncertain local linear systems. The tracking problem is then converted into the stabilization problem for a set of uncertain local linear systems thereby leading to a more feasible controller design procedure. A sufficient condition for robust asymptotic output tracking is derived in terms of a set of linear matrix inequalities. A stability condition on the traversing time-instances is also established. The output tracking control simulation for a flexible-joint robot-arm model is demonstrated, to convincingly show the effectiveness of the proposed system modeling and controller design.

**Key Words :** Takagi Sugeno 퍼지 시스템, 출력 추종 제어, 스위칭 제어, 일반화된 리아푸노프 함수, 로렌츠시스템

#### 1. 서 론

현재 활발한 연구역량이 집중되는 제어 이론 분야 중 하나는 제어 시스템의 출력 추종(output tracking) 제어기 설계, 즉 시스템의 출력이 외부 시스템에 의하여 발생된 신호를 추종하도록 제어기를 설계하는 문제이다. 출력 추종 제어 문제는 산업현장에서 실제적으로 발생하는 문제로서, 로봇 제어, 화학 공정 제어, 항공기의 자세 제어 문제에서 발생한다. 그러나 이러한 실제 제어 시스템은 강한 비선형성과 불확실성을 필연적으로 동반한다. 비선형성과 불확실성은 제어기 설계를 어렵게 하는 중요 요소이다.

최근까지 불확실 비선형 시스템의 출력 추종 제어 문제를 해결하기 위한 다양한 이론들이 개발되었다. 이들 중에 매우 효과적인 방법은 선형 출력 추종 기법과 [16,22] 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 제어기 설계 기법 [1-6,8-10,12,13]의 결합이다.

최근의 T-S 퍼지 모델 기반 제어 이론의 경향을 살펴보면 크게 두 가지의 접근법으로 구분된다. 첫째는 단일 양한

정 대칭(positive definite symmetric) 행렬로 표현되는 리아푸노프(Lyapunov) 함수에 기반하여 시스템의 안정도(stability)와 안정화 가능성(stabilizability)을 조사하는 기법이다 [1-5,9,10,12,14,15]. 또 다른 접근법은 여러개의 양한 정 대칭 행렬을 이용하여 전역적인 리아푸노프 안정도 조건을 충족하는 방법이다 [6,8,11,13]. 대부분의 T-S 퍼지 시스템을 이용한 기존 출력 추종 제어 접근법들은 단일 양한 정 대칭 행렬을 사용하는 기법들이다 [14,15].

참고문헌 [14,15]에서는 출력 추종 제어 문제를 간단한 어파인 (affine) 변환을 사용하여 안정화 문제로 변환하였다. 그러나 참고문헌 [7]에서 언급하였듯이, 이러한 문제 변환은 수학적인 오류를 포함한다. 일반적으로 퍼지 입력 공간은 퍼지 규칙간의 비선형 상호 간섭이 필연적으로 존재한다. 따라서 퍼지 입력 공간 전 영역에서 성립하는 어파인 변환을 찾는 작업은 매우 어려울 뿐 아니라 불가능한 경우도 빈번하다. 더욱이 참고문헌 [14,15]에서는 불확실성이 고려되지 않았다. 불확실성은 제어 시스템의 안정도를 저하시키는 주요한 요소 중의 하나로서 널리 알려져 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 여러개의 양한 정 대칭 행렬을 사용하는 조각적으로 연속적인(piecewise continuous) 리아푸노프 함수에 의한 설계기법을 대안으로 제시할 수 있다. 조각적으로 연속적인 리아푸노프 함수 접근법의 장점은 퍼지 규칙간의 비선형 상호 간섭을 배제시킬 수 있다는 점에 기인한다. 따라서 퍼지 모델 기반 제어기를 쉽

접수일자 : 2004년 12월 5일

완료일자 : 2005년 4월 1일

감사의 글: 본 연구는 과학재단(R05-2004-000-10498-0)

프로젝트에 의해 일부 지원 받았습니다.

게 설계할 수 있다. 따라서 본 논문은 조각적으로 연속적인 리아푸노프 함수를 도입함으로써 출력 추종 제어 문제에서 어파인 변환을 사용할 수 있다는 점을 주목하여 논의를 전개하고자 한다.

앞에서 언급한 사항에 기반하여 본 논문은 조각적으로 연속적인 리아푸노프 함수 [11,13] 접근법에 기반하여 불확실성을 포함하는 T-S 퍼지 시스템의 강인 출력 추종 제어기 설계 기법을 논의한다. 본 논문의 주요 특징은 조각적으로 연속적인 리아푸노프 함수에 기반한 출력 추종 오차의 해석과 선형 행렬 부등식의 형태로 표현되는 출력 추종 제어기 설계 기법이다.

본 논문의 목적을 달성하기 위하여 우선 연속시간 불확실 T-S 퍼지 시스템을 퍼지 규칙의 발화도(firing strength)에 따라 몇 개의 불확실 선형 시스템으로 표현한다. 여기서 실제 불확실성과 퍼지 규칙의 상호 간섭에 의한 섭동(perturbation)은 일관된 방법으로 다루어진다. 이러한 표현 기법은 퍼지 입력 공간 전 영역에서 어파인 변환을 가능하게 하며, 따라서 출력 추종 문제를 한정된 크기의 순간력(impulse)를 갖는 시스템의 안정화 문제로 변환시킨다.

조각적으로 연속적인 리아푸노프 함수의 존재를 탐색하기 위하여 스위칭 퍼지 모델 기반 제어기를 도입한다. 리아푸노프 함수에 불연속 특성을 부여하기 위하여 일반화된 리아푸노프 함수 [19] 개념을 도입한다. 스위칭 T-S 퍼지 모델 기반 출력 추종 제어기를 탐색하기 위하여 추종 제어기 설계 조건을 선형 행렬 부등식의 형태로 표현한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장은 연속시간 T-S 퍼지 시스템과 이의 다른 표현법을 간단히 소개한다. 3장에서는 불확실 T-S 퍼지 시스템의 출력 추종 제어 문제를 구성한다. 4장에서는 출력 추종 제어기 설계 기법을 논의하며 5장에서 불확실성을 포함하는 혼돈 로렌츠 끝개의 출력 추종 제어 문제를 예로서 보인다. 본 논문은 6장에서 결론을 맺는다.

## 2. T-S 퍼지 시스템

본 논의에서 고려하는 불확실 T-S 퍼지 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^L \theta_i ((A_i + \Delta A_i)x + (B_i + \Delta B_i)u) \quad (1)$$

$$y = \sum_{i=1}^L \theta_i C_i x \quad (2)$$

여기서 행렬  $\Delta A_i$ 와  $\Delta B_i$ 는 실수값을 가지며 불확실성을 표현한다.

가정 1: 논의의 주제에 집중하기 위하여 시스템 (1)에서 사용된 퍼지 집합은 정규화(normal)되고 투명(transparent)하며 구별가능(distinguishable)한 유사 마름모꼴(pseudo-trapezoid)의 소속함수를 사용함을 가정한다 [16].

퍼지 규칙간의 상호 간섭을 배제하기 위하여 전역적 동특성 (1)은 몇 개의 국소적 선형 불확실 선형 시스템으로 표현될 것이다. 여기서 각 불확실 선형 시스템은 다음의 식으로 정의되는 동작 영역의 국소적(local) 동특성을 나타낸다.

$$\Theta_i = \{x | \theta_i \geq \theta_j, j \in I_L - i\}_{i \in I_L} \quad (3)$$

상태  $x$ 가 영역  $\Theta_i$ 에서 영역  $\Theta_j, j \in I_L - \{i\}$ 로 움직이는

경우 집합  $\Theta_i$ 의 경계  $\partial\Theta_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\partial\Theta_i = \{x | x^- \in \Theta_i, x^+ \in \Theta_j, j \in I_L - i\}_{i \in I_L} \quad (4)$$

따라서 관심있는 전 영역에서 시스템 (1), (2)는 다음과 같이 재설정될 수 있다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^L \kappa_i ((A_i + \Delta A_i)x + (B_i + \Delta B_i)u) \quad (5)$$

여기서

$$\Delta A_i = \sum_{j=1}^{I_L} \theta_j \Delta A_{ij} + \sum_{j=1}^L \theta_j \Delta A_{ij}$$

$$\Delta B_i = \sum_{j=1}^L \theta_j \Delta B_{ij} + \sum_{j=1}^L \theta_j \Delta B_{ij}$$

$$\Delta A_{ij} = A_j - A_i$$

$$\Delta B_{ij} = B_j - B_i$$

이며 영역  $\Theta_i$ 의 활성 정도(activation)를 표시하는 함수  $\kappa_i : U_x \times I_L \rightarrow Z_{[0,1]}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\kappa_i = \begin{cases} 1, & x \in \Theta_i, \\ 0, & x^- \in \partial\Theta_i, x \notin \Theta_i \end{cases} \quad (6)$$

가정 2: 본 논의에서 고려되는 불확실성은 다음의 형태로 표현 가능함을 가정한다.

$$[\Delta A_i \ \Delta B_i] = H_i F_i [E_a \ E_b]$$

여기서  $F_i$ 는 모든 시간에 대하여 조건  $F_i^T F_i < I$ 를 만족하는 불확실 행렬이다.

## 3. 문제 설정

시스템 (1)의 출력 (2)가 추종할 신호는 다음의 외부 시스템의 출력, 즉 식 (8)이다.

$$\zeta = \Psi \xi \quad (7)$$

$$v = \Phi \zeta \quad (8)$$

가정 3: 실제적인 논의를 위하여  $\zeta$ 는 함수집합  $L_\infty[0, T]$ 에 속함을 가정한다.

정의 1: 동적 시스템의 출력과 외부시스템의 출력을  $e$ 라 하자. 양의 수  $\rho > 0$ 가 주어졌을 때, 모든 상수  $\eta \in R_{(0, \nu)}$ 와 초기 시간  $t_0$ 에 상관없는 상수  $T = T(\eta)$ 에 대하여  $t \geq t_0 + T$ 을 만족하는 모든 시간에 대하여 다음의 관계

$$\|e(t_0)\| \leftarrow \eta \Rightarrow \|e\| \leq \rho$$

를 만족하는 양의 상수  $\nu$ 가 존재하도록 하는 제어 입력  $u$ 가 존재하는 경우 동적 시스템은  $\rho$  추종가능하다고 정의한다.

문제 1: ( $\rho$  추종 가능 제어기 설계) 출력 추종 오차를  $e = y - v$  라 정의하자. 시스템 (1)의 출력 (2)가 외부 시스템 (7)의 출력 (8)을 추종하는 오차를  $e = y - v$  라 정의하자. 출력 추종 오차가 궁극적으로 고르게 유계되도록 (ultimately

uniformly bounded)함과 동시에 가정된 불확실성에 대하여 장인하게 안정되도록 하는 T-S 퍼지 모델 기반 제어기를 설계하라.

오차 동적 시스템을 구성하기 위하여 다음의 새로운 상태를 정의하자.

$$x = x - T_i \zeta, \quad x_i = 1, i \in I_L \quad (9)$$

여기서  $T_i$ 는 다음의 행렬 방정식의 해이다:

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_i \\ L_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \Phi \end{bmatrix}, \quad i \in I_L \quad (10)$$

행렬 방정식 (10)의 해를 계산하는 방법은 참고 문헌 [15]을 참조하면 알 수 있다.

가정 4: 다음의 계수(rank)조건을 만족한다고 가정하면

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} = n + l$$

행렬 방정식 (10)은 해가 항상 존재한다 [15]. 식 (5)의 각 공칭(nominal) 부 시스템이 제어가능하고 출력 변수의 개수가 입력 변수의 개수보다 작다면, 즉  $m \geq p$ 이면 가정은 항상 만족된다.

본 논의에서는 다음 형태의 출력 추종 제어기를 가정한다:

$$u = \sum_{i=1}^L x_i (L_i \zeta + v) \quad (11)$$

여기서  $v$ 는 차후에 설계될 것이다.

참고 1: 식 (9)에 의한 어파인 변환은 새로운 오차 상태 변수  $x$ 의 동특성에 대하여 유계된 순간력을 포함시킨다. 따라서 이후의 논의에서는 시스템의 동특성은 유계된 도약을 포함하는 불확실 선형 미분 방정식에 의하여 표현될 것이다.

식 (10)을 사용하여 간단한 대수적인 계산을 하면, 식 (9)의 새로운 상태 변수  $x$ 는 다음을 만족한다.

$$x = \sum_{i=1}^L x_i ((A_i + \Delta_a)_i x + (B_i + \Delta_b)_i v + \Delta_d \zeta), \quad x \in \bigcup \text{Int } \Theta_i \quad (12)$$

$$x^+ = Ix + \sum_{k=1}^L \theta_k (B_k + \Delta B_k) v + \Delta_{t_0} \zeta, \quad x \in \partial \Theta_i, \quad x^+ \in \Theta_i \quad (13)$$

$$e = \sum_{i=1}^L \theta_i C_i x \quad (14)$$

여기서  $\Delta_{d,i} = \Delta_{a,i} T_i + \Delta_{b,i} L_i$ ,  $\Delta_{t_0} = T_i - T_j$ 이다. 식 (12)와 식 (13)에서 상태 변수  $x(t)$ 는 동차 영역  $\Theta_i$ 상에서 스위칭 순간에서 시간의 좌측에서 연속적이지만 우측에서는 불연속이다. 따라서 집합 함수 집합  $C^1$ 에 속하는 리아푸노프 함수는 존재하지 않는다. 다음의 완화된 개념은 조각적으로 연속적인 함수를 리아푸노프 함수로 채용할 수 있음을 보여준다.

정의 2: (일반화된 리아푸노프 함수) 하계가 부연속적인 (lower semicontinuous) 양한정 함수  $V: R^n \rightarrow R_{>0}$ 가 원점에서 연속적이고 모든 시간  $t \geq t_0$ 에 대하여

$V(x(t)) \leq V(x(\tau))$ 을 만족하면, 일반화된 리아푸노프 함수라 한다 [19].

정리 1: 시스템 (12) 와 (13) 입력  $v$ 로 구성된 폐루프 시스템을 고려하자. 다음의 세 가지 조건

$$1) \phi_1(\|x\|) \leq V(x, x_i) \leq \phi_2(\|x\|)$$

2) 초공(hyper-ball)  $B_{\mu_1} = \{x | \|x\| \leq \mu_1\}$ 의 외부에 속하는

$x$ 와 and 모든  $x \in \bigcup_{i \in I_L} \text{Int } \Theta_i$ 에 대하여 좌미분 (left derivative) 계수

$$\frac{d}{dt} V(x, x_i) = \lim_{\delta \rightarrow 0^+} \inf \frac{V(x(t+\delta), x_i(x(t+\delta))) - V(x, x_i)}{\delta} \leq -\phi_3(\|x\|)$$

3) 초공  $B_{\mu_2} = \{x | \|x\| \leq \mu_2\}$ 의 외부에 존재하는 모든  $x$ 와

모든  $x \in \bigcup_{i \in I_L} \partial \Theta_i$ ,  $x^+ \in \Theta_i$ 에 대하여 증가분

$$\Delta V = V(x^+, x_i(x^+)) - V(x, x_i) \leq -\phi_4(\|x\|)$$

을 만족하는 조각적으로 연속적인 함수의 집합  $C^1$ 에 속하는 함수  $V(x, x_i): B_i \subset R^n \times I_L \rightarrow R$  와  $K$ 류(class) 함수  $\phi_i: [0, \nu] \rightarrow R_{>0}$ ,  $i \in Z_{[1, 4]}$ , 가 존재한다면 임의의 초기조건  $(t_0, x_0) \in R_{>0} \times B_i$ 에 대하여 임의의 폐루프 시스템의 해  $x(t, t_0, x_0)$ 는 궁극적인 유계값  $\rho_x = \phi_1^{-1} \circ \phi_2(\mu)$ 으로 궁극적으로 고르게 유계된다. 여기서  $\mu = \max\{\mu_1, \mu_2\}$ 이며  $\cdot$ 는 함수의 합성을 나타낸다. 위의 모든 조건들이  $(0, \nu) = R_{>0}$ ,  $\phi_1 \in K_\infty$ 에 대하여 성립된다면  $x(t, t_0, x_0)$ 이 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계된다.

증명: 조건 2)와 3)은 모든 시간 내에서 함수  $V$ 가 감소함을 의미한다. 따라서 일반적인 리아푸노프 안정도 이론에 의하여  $x$ 는 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계된다.

따름정리 1: 정리 1의 모든 조건들이 함수  $\phi_1 \in K_\infty$ 에 대하여 만족된다면 출력 추종 오차  $e(t, t_0, e_0)$ 는 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계된다.

문제 2: 노름(norm)의 의미에서 유계된 불확실성과 집합  $L_{\infty}[0, T_f)$ 에 속하는 외란을 포함하는 시스템 (12) 와 (13)이 장인하게 궁극적으로 고르게 유계될 수 있는 제어 입력  $v$ 를 찾아라. 이 경우 시스템 (1)은 장인하게(robustly)  $\rho$  추종 가능하다고 한다.

참고 2: 행렬  $\Delta_{d,i} = \Delta_{a,i} T_i + \Delta_{b,i} L_i$ 은 가정 1과 유사하게,  $\Delta_{d,i} = H_i F_i E_{d,i}$ 의 형태로 분해가능하다. 여기서  $E_{d,i} = E_{a,i} T_i + E_{b,i} L_i$ 이다.

### 3. 장인 출력 추종 제어기 설계

본 논문의 논의의 증명에 필요한 다음의 보조정리를 상기하자.

보조정리 1: 임의의 벡터  $x, y \in R^n$ 과 임의의 양립가능(compatible)한 실수 행렬  $A_i$ 에 대하여 다음의 부등식이 성립한다.

$$2x^T \left( \sum_{j=1}^L \theta_j A_j \right) y \leq \frac{1}{\sigma} x^T A A^T x + \sigma y^T y$$

여기서  $\theta_j \in R_{[0,1]}, j \in I_L, \sum_{j=1}^L \theta_j = 1$ 이며  $\sigma$ 는 임의의 양의 상수이다. 행렬  $AA^T = X_A$ 는 다음의 선형 목적 최소화 문제의 해로부터 결정된다:

$$M(A, I_L) := \arg \min_{X_A, j \in I_L} \alpha_A + \text{trace } X_A$$

$$\text{subject to } \begin{bmatrix} -X_A + A_j A_j^T < 0 \\ -\alpha_A I - X_A \\ X_A - \alpha_A I \end{bmatrix} < 0$$

보조정리 2: 임의의 벡터  $x, y \in R^n$ 과 이와 양립가능하며  $F_j^T F_j < I$ 를 만족하는 상수 행렬  $H_j, E_j, F_j$ 와 적절한 상수  $\sigma \in R_{>0}$ 에 대하여 다음의 부등식이 성립한다.

$$2x^T \left( \sum_{j=1}^L \theta_j H_j F_j E_j \right) y \leq \frac{1}{\sigma} x^T H H^T x + \sigma y^T E^T E y$$

여기서  $HH^T = M(H_j, I_L), E^T E = M(E_j^T, I_L)$ 이다.

참고문헌 3: (증명은 참고문헌 [20]을 참고하라.)  $X, Y, Z$  가 주어진 대칭행렬이며  $X > 0, Y < 0, Z > 0$ 이며 벡터  $x \in R^n$ 과 양립가능하다고 가정하자. 더욱이 임의의 벡터  $x \neq 0$ 에 대하여 다음의 부등식이 만족된다고 가정하면

$$(x^T Y x)^2 - 4(x^T X x x^T Z x) > 0$$

다음의 행렬 부등식을 만족하는 적절한 상수  $\epsilon \in R_{>0}$ 가 존재한다.

$$\epsilon^2 X + \epsilon Y + Z < 0$$

보조정리 4: 상수행렬  $H_j, E_j, S = S^T$ 에 대하여 다음의 두 개의 부등식은 동치이다.

- 1)  $S + \sum_{j=1}^L \theta_j (H_j F_j E_j + E_j^T F_j^T H_j^T) < 0$
- 2)  $S + \epsilon H H^T + \epsilon^{-1} E^T E < 0$

여기서 행렬  $F_j$ 는  $F_j^T F_j < I$ 을 만족하며  $\epsilon$ 는 적절한 양의 상수이며,  $HH^T = M(H_j, I_L), E^T E = M(E_j^T, I_L)$ 이다.

본 논문에서는 부가적인 제어 입력  $v$ 를 다음의 형태로 가정한다.

$$v = \begin{cases} \sum_{i=1}^L k_i x, & x \in \text{Int } \Theta_i \\ k_{ij} x, & x \in \partial \Theta_i, x^+ \in \Theta_j \end{cases} \quad (15)$$

정리 2: 임의 양의 상수  $\gamma_1 \in R_{>0}, \gamma_2 \in R_{(0,1)}$ 가 주어졌을 때, 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하는 양한정 대칭 행렬  $P_i$ , 적절한 상수 행렬  $k_i, k_{ij}$ , 적절한 양의 상수  $\epsilon_i, \epsilon_{ij}$ 이 존재한다면,

$$\begin{bmatrix} \left( \begin{array}{c} \gamma_1 Q_i \\ + Q_i A_i^T + A_i Q_i \\ + M_i^T B_i^T + B_i M_i \\ + \epsilon_i H_i H_i^T \end{array} \right) & (\cdot)^T \\ \left[ \begin{array}{c} Q_i \\ M_i \end{array} \right] & -\epsilon_i \left( \begin{bmatrix} E_a^T \\ E_b^T \end{bmatrix} [E_a, E_b] \right) \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} -(1-\gamma_2)Q_i & (\cdot)^T \\ Q_i + B_{ij} M_{ij} & -Q_j + \epsilon_{ij} H_{ij} H_{ij}^T \\ M_{ij} & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (\cdot)^T \\ -\epsilon_{ij} (E_{b_j}^T E_{b_j})^{-1} \quad (17)$$

식 (14)의 출력 추종 오차  $e$ 는 불확실성의 존재에도 불구하고 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계된다. 여기서  $i \in I_L, (i, j) \in I_L \times (I_L - i), H_i H_i^T = M(H_{ij}, I_L), [E_{a_i}^T] [E_a, E_b] = M([E_{a_i} E_{b_j}], I_L), [E_{b_j}^T] [E_a, E_b] = M(E_{b_j}^T, I_L), Q_i = P_i^{-1}, M_{ij} = k_{ij} P_i^{-1}$ 이며  $(\cdot)^T$ 는 대칭행렬의 전치된 요소를 나타낸다.

증명: 함수  $V(x, k_i(x)) = \sum_{i=1}^L k_i x^T P_i x$ 를 조각적으로 연속적인 리아푸노프 함수로 도입하자. 여기서  $P_i$ 는 양한정 대칭행렬이다. 따라서 정리 1의 조건 1)은 자동적으로 만족된다. 보조정리 1-4를 사용하여 간단한 대수적인 조작을 수행

하면 식 (16)은 영역  $x \in \bigcup_{i \in I_L} \text{Int } \Theta_i$ 와 적절한 초공 외부에서 정리 1의 조건 2)가 만족됨을 나타낸다. 반면 식 (17)은

영역  $x \in \bigcup_{i \in I_L} \partial \Theta_i, x^+ \in \Theta_j$ 와 적절한 초공 외부에서 정리 1의 조건 3)이 만족됨을 나타낸다. 따라서 어파인 변환된 상태  $x$ 는 모든 초기조건에 대하여 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계됨을 알 수 있다. 더욱이 따름정리 1에 의하여 시스템의 파라미터에 노름의 의미에서 유계된 불확실성이 존재함에도 불구하고 출력 추종 오차  $e$  또한 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계됨을 알 수 있다.

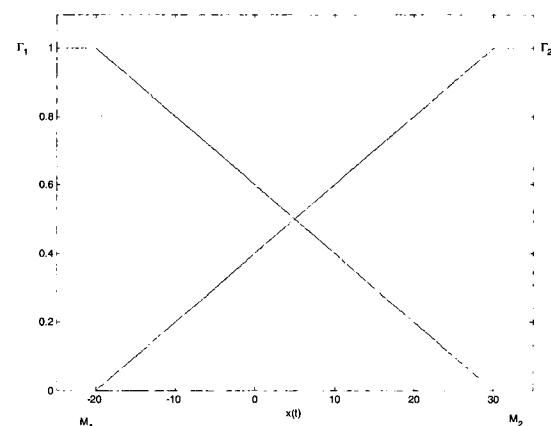


그림 1. 소속함수.  
Fig. 1. Membership functions.

### 3. 수치적 예제

본 장에서는 제안된 출력 추종 제어 기법의 효용성을 입

증하기 위하여 수치적 예제를 보인다. 파라미터 불확실성을 포함하는 비선형 로렌츠 카오스 시스템의 T-S 퍼지 모델은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$R^1: \text{IF } x_1 \text{ is about } \Gamma_1^1 \text{ THEN } \begin{cases} \dot{x} = A_1 x + B_1 u \\ y = C_1 x \end{cases}$$

$$R^2: \text{IF } x_1 \text{ is about } \Gamma_1^2 \text{ THEN } \begin{cases} \dot{x} = A_2 x + B_2 u \\ y = C_2 x \end{cases}$$

$$\text{여기서 } A_1 = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ r & -1 & -M_1 \\ 0 & M_1 & -b \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ r & -1 & -M_2 \\ 0 & M_2 & -b \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

공칭 파라미터는  $(\sigma, r, b) = (10, 28, \frac{8}{3})$  이다. 이 시스템은 가정 1을 만족한다. 또한 모든 파라미터의 10%에 해당되는 값의 불확실성을 가정하였다. 소속함수는 그림 1에 보인다. 실험결과는 그림 2에 보인다. 보다 명확히 실험결과를 보기 위하여 제어 입력을  $t=3$  초부터 인가하였다. 제어 입력을 인가하지 전에는 실선으로 나타낸 시스템의 출력들은 외부 시스템의 출력 신호를 추종하지 않는다. 그러나  $t=3$  초 이후에는 로렌츠 시스템의 출력들은 외부 시스템의 그것들을 매우 잘 추종한다. 그림 3로부터 제안된 방법에 의한 추종 출력 오차는 매우 작음을 알 수 있다.

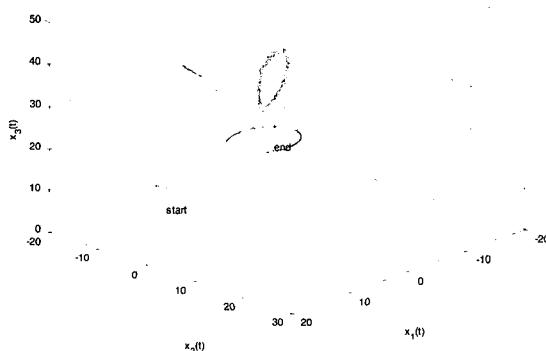


그림 2. 제어된 시스템의 상의 상태공간 표현

Fig. 2. State-space representation of the controlled state.

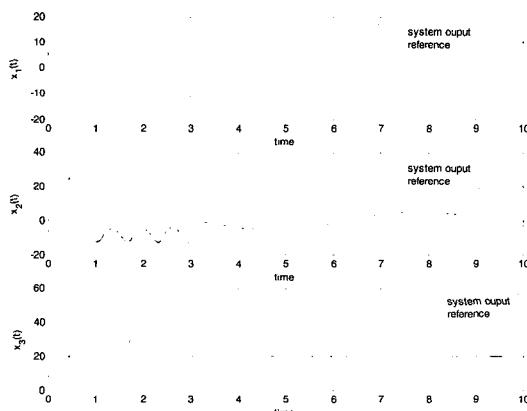


그림 3. 제어된 시스템의 출력.

Fig. 3. Outputs of the controlled system.

## 4. 결 론

본 논문은 조가적으로 연속인 리아푸노프 함수[6,11,12,13]를 기반하여 불확실 연속시간 T-S 퍼지 시스템의 강인 출력 추종 제어기법을 제안하였다. 일반화된 리아푸노프 함수 개념을 이용하여 제안한 방법은 출력 추종 오차의 전역적으로 궁극적으로 고르게 유계됨을 보였다. 제어기 설계를 위한 조건은 선형 행렬 부등식의 형태로 제시하였다. 기존의 연구결과 [14,15]와는 다르게 본 설계방법은 퍼지 입력 공간 전 영역에서 어파인 변환이 성립하도록 제안되었으며 시스템의 불확실성을 고려하였다. 결과적으로 본 논문에서 제시한 방법은 노름의 의미에서 유계된 시스템의 불확실성에 대하여 강인성을 보유한다. 본 논문에서 제시된 수치적 예제—로렌츠 혼돈 끝개의 출력 추종 예제로부터 제안된 기법의 효용성을 입증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 2, pp. 369-379, 2001.
- [2] Y. H. Joo, L. S. Shieh, and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 7, no. 4, pp. 394-408, 1999.
- [3] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of robust fuzzy-model-based controller with sliding mode control for SISO nonlinear systems," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 125, no. 1, pp. 1-22, 2002.
- [4] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of sampled-data fuzzy-model-based control systems by using intelligent digital redesign," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 49, no. 4, pp. 509-517, 2002.
- [5] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-based intelligent digital redesign of fuzzy-model-based controllers," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 35-44, 2003.
- [6] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Static output feedback fuzzy controller for Chen's chaotic attractor with uncertainties," *Inform. Sci.*, vol. 151, pp. 227-244, 2003.
- [7] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Comments on 'Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi-Sugeno fuzzy model,'" *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, vol. 33, no. 3, pp. 521-523, 2003.
- [8] K. Kiriakidis, "Robust stabilization of the Takagi-Sugeno fuzzy model via bilinear matrix inequalities," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 2, pp. 269-277, 2001.
- [9] H. J. Lee, H. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, "A new intelligent digital redesign: global

- approach," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, no. 2, pp. 274-284, 2004.
- [10] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 2, pp. 250-265, 1998.
- [11] M. Feng and C. J. Harris, "Piecewise Lyapunov stability conditions of fuzzy systems," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, vol. 31, no. 2, pp. 259-262, 2001.
- [12] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Robust control for uncertain T-S fuzzy systems with time-varying input delay," Trans. ASME, J. Dynamic Syst., Meas., and Contr., to be published, 2004.
- [13] J. Ma and G. Feng, "An approach to control of fuzzy dynamic systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 137, no. 3, pp. 367-386, 2003.
- [13] X. J. Ma and Z. Q. Sun, "Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi-Sugeno fuzzy model," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, vol. 30, no. 1, pp. 47-59, Feb., 2000.
- [14] O. Begovich, E. N. Sanchez, and M. Maldonado, "Takagi-Sugeno fuzzy scheme for real-time trajectory tracking of an underactuated robot," IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 10, no. 1, pp. 14-20, Jan., 2002.
- [15] O. Begovich, E. N. Sanchez, and M. Maldonado, "Takagi-Sugeno fuzzy scheme for real-time trajectory tracking of an underactuated robot," IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 10, no. 1, pp. 14-20, Jan., 2002.
- [16] T. H. Hopp and W. E. Schimitendorf, "Design of a linear controller for robust tracking and model following," Trans. ASME, J. Dynamic Syst., Meas., and Contr., vol. 112, pp. 552-558, 1990.
- [17] H. Roubos and M. Setnes, "Compact and transparent fuzzy models and classifiers through iterative complexity reduction," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, no. 4, pp. 516-525, 2001.
- [18] S. H. Zak, "Stabilizing fuzzy system models using linear controllers," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 7, no. 2, pp. 236-240, 1999.
- [19] V. S. Chellaboina, A. Leonessa, and W. M. Haddad, "Generalized Lyapunov and invariant set theorems for nonlinear dynamical systems," Syst. Contr. Lett., vol. 38, pp. 289-295, 1999.
- [20] I. R. Petersen, "A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems," Syst. Contr. Lett., vol. 8, pp. 351-357, 1987.
- [21] H. A. Malki, D. Misir, D. Feigespan, and G. Chen, "Fuzzy PID control of a flexible joint robot arm with uncertainties from time-varying loads," IEEE Trans. Contr. Syst. Techn., vol. 5, no. 3, pp. 371-378, 1997.
- [22] B. A. Francis, "The linear multivariable regulator problem," SIAM J. Control Optim., vol. 15, pp. 486-505, 1977.

## 저자 소개



이호재(Ho Jae Lee)

1998년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.  
2000년 : 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업 (석사)  
2000년~현재 : 연세대학교 대학원 전기공학과 박사과정

관심분야 : TS 퍼지 시스템, 퍼지 PID 제어, 지능형 디지털 재설계.

Phone : 02-2123-2773

Fax : 02-362-4539

E-mail : mylchi@control.yonsei.ac.kr

주영훈(Young Hoon Joo)

제 15권 호1(2005년 2월호) 참조

박진배(Jin Bae Park)

제 15권 1호(2005년 2월호) 참조