

T-S 퍼지 모델을 이용한 불확실한 카오스 시스템의 적응 동기화

T-S Fuzzy Model-Based Adaptive Synchronization of Chaotic System with Unknown Parameters

김재훈* · 박창우** · 김은태* · 박민용*

Jae-Hun Kim*, Chang-Woo Park**, Euntai Kim*, and Mignon Park*

*연세대학교 전기전자공학과

**전자부품연구원 정밀기기연구센터

요 약

본 논문은 퍼지 모델을 이용한 불확실한 카오스 시스템의 적응 동기화 기법을 제안한다. 카오스 동기화 시스템은 마스터 시스템과 슬레이브 시스템으로 구성되며 각각의 시스템은 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델을 통해 표현된다. 마스터 시스템은 파라미터가 미리 알려지지 않은 불확실한 모델로 가정되므로 불확실한 파라미터를 추정하기 위해 적응 기법을 적용하여 슬레이브 시스템을 설계한다. 동기화 오차 시스템을 안정화하고 불확실한 파라미터를 추정하는 적응 규칙을 이용한 제어기를 설계하며 Lyapunov 이론을 통해 안정도를 해석한다. 제안된 퍼지 적응 동기화 기법의 효과성을 확인하기 위해서 Duffing 시스템과 Lorenz 시스템에 대해 모의 실험을 수행한다.

Abstract

This paper presents a fuzzy model-based adaptive approach for synchronization of chaotic systems which consist of the drive and response systems. Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model is employed to represent the chaotic drive and response systems. Since the parameters of the drive system are assumed unknown, we design the response system that estimates the parameters of the drive system by adaptive strategy. The adaptive law is derived to estimate the unknown parameters and its stability is guaranteed by Lyapunov stability theory. In addition, the controller in the response system contains two parts: one part that can stabilize the synchronization error dynamics and the other part that estimates the unknown parameters. Numerical examples, including Duffing oscillator and Lorenz attractor, are given to demonstrate the validity of the proposed adaptive synchronization approach.

Key Words : T-S fuzzy model, chaos synchronization, adaptive control, unknown parameter estimation

1. Introduction

Carroll과 Pecora [1]의 연구이후에 카오스 시스템의 동기화 문제는 카오스의 가장 중요한 응용분야 중에 하나가 되었으며 많은 관심을 받아왔다. 특히 보안 통신과 같은 공학 응용 분야에서 폭넓게 연구되고 있다. 카오스 신호는 일반적으로 광대역이고 노이즈와 비슷한 특성을 갖는다. 미리 예측이 어렵기 때문에 카오스 신호를 통해 정보를 효과적으로 은닉할 수 있으며 보안성이 매우 뛰어나다고 알려져 있다 [2]. 송신측에서 카오스 신호를 통해 보낸 정보를 수신측에서 정확하게 복원하기 위해서는 수신측 카오스 시스템인 슬레이브 시스템이 송신측 카오스 시스템인 마스터 시스템과 동기화되어야 하는 것이 필요하다. 따라서 카오스 동기화는 보안 통신 분야에서 반드시 해결해야 할 중요한 문제이다. 그동안 불

확실성을 갖지 않은 카오스 시스템에 대한 동기화 문제를 해결하기 위해 많은 연구 결과가 제안되어 왔으며 [3]과 [4]에서는 피드백 제어 기법이 적용되었다. 카오스 시스템을 표현하는 미분 방정식의 파라미터가 부분적으로 알려져 있거나 불확실한 시스템에 불확실성을 포함하지 않은 시스템을 가정하여 설계된 동기화 방법들을 적용하는 것은 적절하지 않을 것이다. 불확실한 파라미터를 갖는 카오스 시스템의 동기화 문제를 풀기위해 적응 기법을 이용한 기법들이 제안되고 있다 [5][6][7].

최근에 퍼지 로직은 비선형 제어 분야에서 많은 제어 이론가들로부터 굉장히 강력한 도구로서 관심을 받아왔다. 다양한 종류의 퍼지 기법들 중에 T-S 퍼지 시스템은 퍼지 제어 시스템의 설계와 해석 도구로 폭넓게 사용되었다 [8]. 수학적 해석 측면에서의 간결성 때문에 T-S 퍼지 모델이 자주 사용된다. 이 퍼지 모델을 사용하면 각 상태 공간 영역에서 시스템의 국소 동특성은 선형 시스템 모델로 표현되고 전체적인 시스템의 모델은 각 선형 모델들의 퍼지 "blending"을 통해 얻어지게 된다. T-S 퍼지 모델은 비선형 함수 관계를

접수일자 : 2004년 10월 7일

완료일자 : 2005년 1월 16일

비교적 적은 수의 규칙을 통해 표현할 수 있다 [9]. 카오스 제어와 동기화 문제에 대해 몇몇의 연구 결과에서 T-S 퍼지 제어 이론이 적용되었다 [10][11][12]. [10]은 퍼지 피드백 제어를 적용하여 카오스 동기화와 카오스 모델 추적 제어를 제안하였으며 [11]과 [12]에서는 퍼지 관측기 기반의 카오스 동기화와 보안 통신 기법이 제안되었다.

본 논문은 불확실한 파라미터를 갖는 카오스 시스템의 동기화 문제에 대해 퍼지 모델을 이용한 적응 기법을 제안한다. T-S 퍼지 모델을 이용하여 카오스 마스터 시스템과 슬레이브 시스템에 대한 모델을 표현하고 두 시스템의 관계에서 퍼지 동기화 오차 시스템을 유도하며 오차 시스템을 안정화하는 제어기를 설계한다. 마스터 시스템의 불확실한 파라미터를 추정하기 위해 Lyapunov 이론을 적용한 적응 규칙을 유도하고 점진적 동기화를 얻기 위해 마스터 시스템과 슬레이브 시스템의 상태 오차와 유도된 적응 규칙을 사용하여 슬레이브 시스템의 제어기를 구성한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장은 불확실한 카오스 시스템의 퍼지 모델링과 퍼지 모델을 이용한 적응 카오스 동기화 기법, 즉 동기화 오차 시스템의 점진적 동기화를 얻는 제어기의 설계와 불확실한 파라미터를 추정하는 적응 규칙에 대해 설명한다. 3장에서는 제안된 적응 동기화 기법의 타당성과 효과를 Duffing 시스템과 Lorenz 시스템에 대한 모의 실험을 통해서 보인다. 마지막으로 4장에서는 본 연구에 대한 결과를 요약하여 정리한다.

2. 퍼지 동기화

시스템을 해석하고 설계하는데 있어서 실제 시스템을 표현하는 적절한 모델을 선정하는 것은 매우 중요한 일이다. 실제 플랜트의 모델을 나타내기 위해 Tagaki와 Sugeno가 제안한 퍼지 추론 방법을 사용한다 [9]. T-S 퍼지 시스템은 일반적인 비선형 시스템을 효과적으로 표현할 수 있다. 카오스 동기화 측면에서 보면 마스터 시스템의 상태와 슬레이브 시스템의 상태가 서로 같아지도록 마스터 시스템과 슬레이브 시스템을 적절하게 설계하는 것이 목적이랄 할 수 있다. 카오스 마스터 시스템을 다음과 같이 표현한다.

Master System Rule i:

If $z_1(t)$ is $M_{a_1}, \dots, z_p(t)$ is M_{i_p} Then

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i \zeta(t) \quad i=1, \dots, r \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 은 마스터 시스템의 측정가능한 상태변수, $z(t) = [z_1(t) \dots z_p(t)]^T$ 는 측정가능한 전건부 변수들의 벡터, $M_{i_j} (j=1, \dots, p)$ 는 퍼지 집합, r 은 퍼지 규칙의 갯수, A_i 와 B_i 는 임의의 상수 행렬이며 마스터 시스템의 불확실한 파라미터를 나타내고, $\zeta(t) \in R^m$ 는 카오스 시스템의 진동이나 상수를 표현한다.

퍼지 마스터 시스템은 상분론 퍼지화, 곱추론 엔진, 무계 중심법 비퍼지화를 사용하여 다음과 같이 추론된다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i \zeta(t)] \quad (2)$$

여기서

$$h_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z(t))}, h_i(z(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \quad (3)$$

이고

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{i_j}(z(t)), \sum_{i=1}^r \omega_i(z(t)) > 0, \omega_i(z(t)) > 0. \quad (4)$$

퍼지 마스터 시스템 (1)에 기초하여 퍼지 슬레이브 시스템을 다음의 퍼지 규칙에 의해 표현한다.

Slave System Rule i:

If $z_1(t)$ is $M_{a_1}, \dots, z_p(t)$ is M_{i_p} Then

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \mathcal{A}_i \tilde{x}(t) + \mathcal{B}_i \zeta(t) + u(t) \quad i=1, \dots, r \quad (5)$$

여기서 $\tilde{x}(t) \in R^n$ 은 슬레이브 시스템의 상태변수, $u(t) \in R^n$ 은 제어입력, \mathcal{A}_i 와 \mathcal{B}_i 은 적응 규칙을 사용하여 A_i 와 B_i 를 추정하는 파라미터를 나타낸다. 퍼지 슬레이브 시스템은 다음과 같이 추론된다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [\mathcal{A}_i \tilde{x}(t) + \mathcal{B}_i \zeta(t) + u(t)]. \quad (6)$$

동기화 오차 신호를 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \tilde{x}(t). \quad (7)$$

마스터 시스템과 슬레이브 시스템 사이의 동기화는 $t \rightarrow \infty$ 일때 $\tilde{x} \rightarrow 0$ 을 의미한다. 식 (2)와 식 (6)으로부터 $\tilde{x}(t)$ 로 표현되는 오차 시스템은 다음 식으로 얻어진다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [\mathcal{A}_i \tilde{x}(t) + \mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i \zeta(t) - u(t)] \quad (8)$$

여기서 $\mathcal{A}_i = A_i - \mathcal{A}_i$ 이고 $\mathcal{B}_i = B_i - \mathcal{B}_i$ 이다. 동기화 오차 시스템 (8)을 안정화 하는 제어 규칙과 적응 규칙을 다음과 같이 설계한다.

Control Rule i:

If $z_1(t)$ is $M_{a_1}, \dots, z_p(t)$ is M_{i_p} Then

$$u(t) = \mathcal{A}_i \tilde{x}(t) - A_s \tilde{x}(t) \quad i=1, \dots, r \quad (9)$$

여기서 A_s 는 좌반평면에 모든 고유값들이 존재하는 임의의 안정한 이득 행렬이다. 추론된 제어 규칙은 다음 식으로 표현된다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \mathcal{A}_i \tilde{x}(t) - A_s \tilde{x}(t). \quad (10)$$

식 (10)을 식 (8)에 대입하면 제어기를 포함한 동기화 오차 시스템은 다음 식으로 얻어진다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_s \tilde{x}(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \mathcal{A}_i \tilde{x}(t) + \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \mathcal{B}_i \zeta(t). \quad (11)$$

그럼 1은 본 논문에서 제안한 퍼지 동기화 시스템의 전반적인 구조를 보여준다.

이제 Lyapunov 함수를 다음과 같이 선택한다.

$$V = \tilde{x}^T(t) P \tilde{x}(t) + \sum_{i=1}^r \text{tr} \left(\frac{\mathcal{A}_i^T P \mathcal{A}_i}{\sigma_{A_i}} \right) + \sum_{i=1}^r \text{tr} \left(\frac{\mathcal{B}_i^T P \mathcal{B}_i}{\sigma_{B_i}} \right) \quad (12)$$

여기서 $\text{tr}(A)$ 는 행렬 A 의 고유합을 나타내고 $P > 0$ 는 Lyapunov 방정식 $A_s^T P + P A_s = -I$ 의 해를 통해 얻어진다.

V의 시간미분을 구하면 다음 식으로 얻어진다.

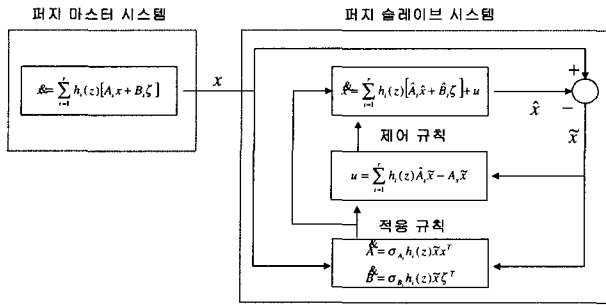


그림 1. 퍼지 카오스 동기화 시스템의 구조
Fig. 1. Structure of fuzzy chaos synchronization system

$$\begin{aligned}
 V &= \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{x}^T P \tilde{x} \\
 &+ \sum_{i=1}^r \text{tr} \left(\frac{\tilde{A}_i^T P \tilde{A}_i}{\sigma_{A_i}} + \frac{\tilde{A}_i^T P \tilde{A}_i}{\sigma_{A_i}} \right) \\
 &+ \sum_{i=1}^r \text{tr} \left(\frac{\tilde{B}_i^T P \tilde{B}_i}{\sigma_{B_i}} + \frac{\tilde{B}_i^T P \tilde{B}_i}{\sigma_{B_i}} \right) \\
 &= \tilde{x}^T (A_s^T P + P A_s) \tilde{x} + 2 \tilde{x}^T P \sum_{i=1}^r h_i(z) \tilde{A}_i x \\
 &+ 2 \tilde{x}^T P \sum_{i=1}^r h_i(z) \tilde{B}_i \zeta - \sum_{i=1}^r 2 \text{tr} \left(\frac{\tilde{A}_i^T P \tilde{A}_i}{\sigma_{A_i}} \right) \\
 &- \sum_{i=1}^r 2 \text{tr} \left(\frac{\tilde{B}_i^T P \tilde{B}_i}{\sigma_{B_i}} \right) \\
 &= - \tilde{x}^T \tilde{x} + 2 \text{tr} \left(\sum_{i=1}^r h_i(z) \tilde{A}_i^T P \tilde{x} \tilde{x}^T - \sum_{i=1}^r \frac{\tilde{A}_i^T P \tilde{A}_i}{\sigma_{A_i}} \right) \\
 &+ 2 \text{tr} \left(\sum_{i=1}^r h_i(z) \tilde{B}_i^T P \tilde{x} \zeta^T - \sum_{i=1}^r \frac{\tilde{B}_i^T P \tilde{B}_i}{\sigma_{B_i}} \right).
 \end{aligned}$$

\tilde{A}_i 와 \tilde{B}_i 를 다음 식과 같이 선택하면

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_i &= \sigma_{A_i} h_i(z(t)) \tilde{x}(t) x^T(t), \\
 \tilde{B}_i &= \sigma_{B_i} h_i(z(t)) \tilde{x}(t) \zeta^T(t)
 \end{aligned} \tag{12}$$

V의 시간미분은 다음 식을 만족한다.

$$\dot{V} = - \tilde{x}^T \tilde{x} \leq 0. \tag{13}$$

$x(t)$ 와 $\zeta(t)$ 는 유계된 시간 함수이고 V는 Lyapunov 함수이므로 $V \leq 0$ 으로부터 시스템 (11)과 (12)의 평형점 ($\tilde{x} = 0, \tilde{A}_i = 0, \tilde{B}_i = 0$)은 상시 안정하다. 이것은 $\tilde{x}(t), \tilde{A}_i(t), \tilde{B}_i(t)$ 회 경로가 $t > 0$ 에 대해 유계됨을 의미한다. $\tilde{x} = x - \hat{x}$ 이고 $x \in L_\infty$ 이므로 $\hat{x} \in L_\infty$ 임을 알 수 있으며 이로 인해 식 (11)과 식 (12)의 모든 신호들은 상시 유계된다. 그리고 V는 유계되고 극한값이 존재하므로 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(\tilde{x}(t), \tilde{A}_i(t), \tilde{B}_i(t)) = V_\infty < \infty. \tag{14}$$

식 (13)과 (14)로부터 다음 식을 얻는다.

$$\int_0^\infty \tilde{x}^T \tilde{x} dt = - \int_0^\infty \dot{V} dt = V_0 - V_\infty \text{여 기 서 } V_0 = V(\tilde{x}(0), \tilde{A}_i(0), \tilde{B}_i(0)) \text{이고 } \tilde{x} \in L_2 \text{임을 알 수 있다. } 0 \leq h_i(z) \leq 1 \text{이고 } \zeta, \tilde{A}_i, \tilde{B}_i, \hat{x}, \tilde{x} \in L_\infty \text{이므로 식 (11)}$$

로부터 $\tilde{x} \in L_\infty$ 이 되고 $\tilde{x} \in L_2$ 로부터 $t \rightarrow \infty$ 일때 $\tilde{x}(t) \rightarrow 0$ 이 된다. 이것은 다시 $t \rightarrow \infty$ 일때 $\tilde{A}_i(t), \tilde{B}_i(t) \rightarrow 0$ 을 의미한다.

3. 모의 실험

불확실한 파라미터를 갖는 카오스 시스템의 동기화에 대해 제안된 기법의 타당성을 검증하고 실제적인 적용이 가능함을 보이기 위해 모의 실험의 예를 제시한다. 예로 사용할 카오스 시스템은 Duffing 시스템과 Lorenz 시스템이다 [13].

4.1 Duffing oscillator

Duffing 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
 \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_1^3(t) - \alpha x_2(t) + \beta \cos t.
 \end{aligned}$$

파라미터 α, β 는 불확실하다고 가정한다. 제안된 퍼지 적응 동기화 기법을 적용하기 위해 Duffing 시스템의 T-S 퍼지 모델이 필요하다. 두 개의 퍼지 집합을 정의하면 $d=2$ 인 $x_1(t) \in [-d, d]$ 에 대해서 Duffing 시스템의 비선형 방정식을 정확히 표현하는 퍼지 마스터 시스템을 다음과 같이 얻을 수 있다.

If $x_1(t)$ is M_i Then

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i \zeta(t) \quad i=1,2$$

여기서

$$\begin{aligned}
 x(t) &= [x_1(t) \ x_2(t)]^T \\
 A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-d^2 & -d \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -d \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}, \\
 \zeta(t) &= \cos t
 \end{aligned}$$

이고 퍼지 집합의 멤버십 함수는 $M_1(x_1(t)) = x_1^2(t)/d^2, M_2(x_1(t)) = 1 - x_1^2(t)/d^2$ 이다. 퍼지 슬레이브 시스템은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

If $x_1(t)$ is M_i Then

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_i \tilde{x}(t) + \tilde{B}_i \zeta(t) + u(t) \quad i=1,2$$

여기서

$$\begin{aligned}
 \tilde{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-d^2 & -\hat{\alpha}_1 \end{bmatrix}, \tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\hat{\alpha}_2 \end{bmatrix}, \\
 \tilde{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix}, \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}, \\
 u(t) &= [u_1(t) \ u_2(t)]^T.
 \end{aligned}$$

$\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ 는 α, β 의 추정된 파라미터를 나타낸다. 제안된 적응 동기화 기법에 따라 위의 시스템을 $\alpha=0.25, \beta=0.4$ 의 값을 사용하여 모의 실험을 수행한다. 마스터 시스템의 초기 조건은 $x(0) = [0 \ 0]^T$ 이고 슬레이브 시스템의 초기 조건은 $\tilde{x}(0) = [1 \ 1]^T$ 이다. 불확실한 파라미터 $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ 는 초기 조건으로 0을 가지며 적응 규칙 (12)를 통해 적응 이득 $\sigma_{A1}=100, \sigma_{A2}=10, \sigma_{B1}=100, \sigma_{B2}=10$ 을 사용하여 결정된다. 양한정 행렬 $P = \text{diag}[0.5, 0.5]$ 는 안정한 행렬 $A_s = \text{diag}[-1, -1]$ 를

갖는 Lyapunov 방정식의 해를 구함으로써 얻어진다. Duffing 시스템에 대한 퍼지 마스터 시스템과 슬레이브 시스템의 경로를 그림 2에 보인다. 그림 3은 $t \rightarrow \infty$ 일때 $\tilde{x}(t) \rightarrow 0$ 이 되는 동기화 결과를 보여준다. 추정된 파라미터들은 그림 4에 보인다.

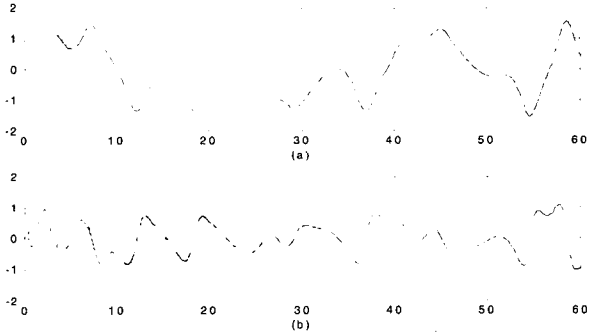


그림 2. Duffing 시스템의 상태 경로 (a) $x_1(t)$ (dashdot line)와 $\hat{x}_1(t)$ (solid line) (b) $x_2(t)$ (dashdot line)와 $\hat{x}_2(t)$ (solid line), 시간(초) (수평축)

Fig. 2. State trajectory of Duffing oscillator (a) $x_1(t)$ (dashdot line) and $\hat{x}_1(t)$ (solid line) (b) $x_2(t)$ (dashdot line) and $\hat{x}_2(t)$ (solid line), time(sec) (horizontal axis)

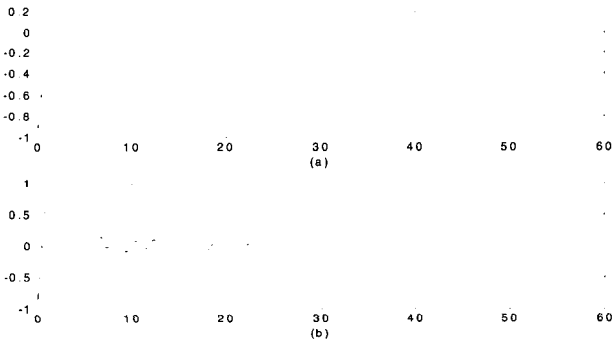


그림 3. Duffing 시스템의 동기화 오차 (a) $\tilde{x}_1(t)$ (b) $\tilde{x}_2(t)$, 시간(초) (수평축)

Fig. 3. Synchronization error of Duffing oscillator (a) $\tilde{x}_1(t)$ (b) $\tilde{x}_2(t)$, time(sec) (horizontal axis)

4.2 Lorenz attractor

Lorenz 시스템은 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -\alpha x_1(t) + \alpha x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \beta x_1(t) - x_2(t) - x_1(t)x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t)x_2(t) - \gamma x_3(t). \end{aligned}$$

파라미터 α, β, γ 는 불확실하다고 가정한다.

두 개의 퍼지 집합을 정의하면 $d=20$ 인 $x_1(t) \in [-d, d]$ 에 대해서 Lorenz 시스템의 비선형 방정식을 정확히 표현하는 퍼지 마스터 시스템을 다음과 같이 얻을 수 있다.

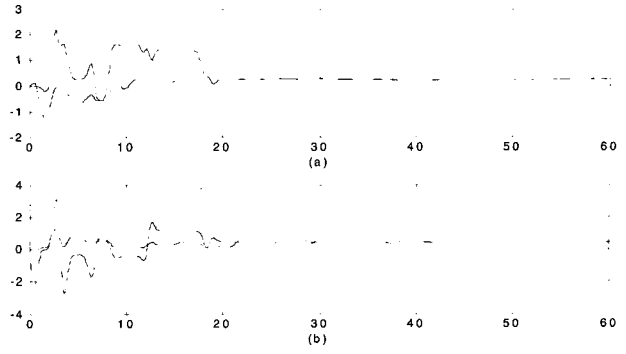


그림 4. Duffing 시스템의 추정 파라미터 (a) $\hat{\alpha}_1$ (solid line)과 $\hat{\alpha}_2$ (dashdot line) (b) $\hat{\beta}_1$ (solid line)과 $\hat{\beta}_2$ (dashdot line), 시간(초) (수평축)

Fig. 4. Estimated parameters for Duffing oscillator (a) $\hat{\alpha}_1$ (solid line) and $\hat{\alpha}_2$ (dashdot line) (b) $\hat{\beta}_1$ (solid line) and $\hat{\beta}_2$ (dashdot line), time(sec) (horizontal axis)

If $x_1(t)$ is M_i Then

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) \quad i=1,2$$

여기서

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T, \\ A_1 = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ \beta & -1 & -d \\ 0 & d & -\gamma \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ \beta & -1 & d \\ 0 & -d & -\gamma \end{bmatrix}$$

이고 퍼지 집합 멤버쉽 함수는 $M_1(x_1(t)) = (1/2)(1 + x_1(t)/d)$, $M_2(x_1(t)) = (1/2)(1 - x_1(t)/d)$ 이다. 퍼지 슬레이브 시스템은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

If $x_1(t)$ is M_i Then

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \mathcal{A}_i \tilde{x}(t) + u(t) \quad i=1,2$$

여기서

$$\mathcal{A}_1 = \begin{bmatrix} -\hat{\alpha}_{11} & \hat{\alpha}_{12} & 0 \\ \hat{\beta}_1 & -1 & -d \\ 0 & d & -\hat{\gamma}_1 \end{bmatrix}, \mathcal{A}_2 = \begin{bmatrix} -\hat{\alpha}_{21} & \hat{\alpha}_{22} & 0 \\ \hat{\beta}_2 & -1 & d \\ 0 & -d & -\hat{\gamma}_2 \end{bmatrix}, \\ u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t)]^T.$$

$\hat{\alpha}_{11}, \hat{\alpha}_{12}, \hat{\alpha}_{21}, \hat{\alpha}_{22}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2$ 는 α, β, γ 의 추정된 파라미터를 나타낸다.

위의 시스템을 $\alpha=10, \beta=28, \gamma=8/3$ 의 값을 사용하여 모의 실험을 수행한다. 마스터 시스템의 초기 조건은 $x(0) = [10 \ 10 \ 10]^T$ 으로 슬레이브 시스템의 초기 조건인 $\tilde{x}(0) = [0 \ 0]^T$ 과 다르게 설정된다. 불확실한 파라미터 $\hat{\alpha}_{11}, \hat{\alpha}_{12}, \hat{\alpha}_{21}, \hat{\alpha}_{22}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2$ 는 초기 조건으로 0을 가지며 적응 규칙 (12)를 통해 적응 이득 $\sigma_{A1}=1.5, \sigma_{A2}=0.5$ 를 사용하여 결정된다. 양한정 행렬 $P = \text{diag}[0.5, 0.5, 0.5]$ 는 안정한 행렬 $A_s = \text{diag}[-1, -1, -1]$ 를 갖는 Lyapunov 방정식의 해를 구함으로써 얻어진다. Lorenz 시스템에 대한 퍼지 마스터 시스템과 슬레이브 시스템의 경로를 그림 5에 보인다. 그림 6은 $t \rightarrow \infty$ 일때 $\tilde{x}(t) \rightarrow 0$ 이 되는 동기화 결

과를 보여준다. 추정된 파라미터들은 그림 7에 보인다.

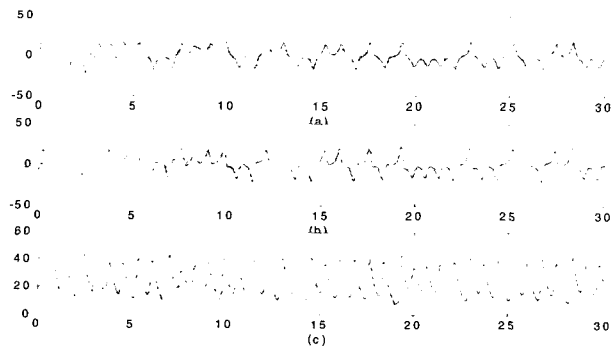


그림 5. Lorenz 시스템의 상태 경로 (a) $x_1(t)$ (dashdot line)와 $\hat{x}_1(t)$ (solid line) (b) $x_2(t)$ (dashdot line)와 $\hat{x}_2(t)$ (solid line) (c) $x_3(t)$ (dashdot line)와 $\hat{x}_3(t)$ (solid line), 시간(초) (수평축)

Fig. 5. State trajectory of Lorenz attractor (a) $x_1(t)$ (dashdot line) and $\hat{x}_1(t)$ (solid line) (b) $x_2(t)$ (dashdot line) and $\hat{x}_2(t)$ (solid line) (c) $x_3(t)$ (dashdot line) and $\hat{x}_3(t)$ (solid line), time(sec) (horizontal axis)

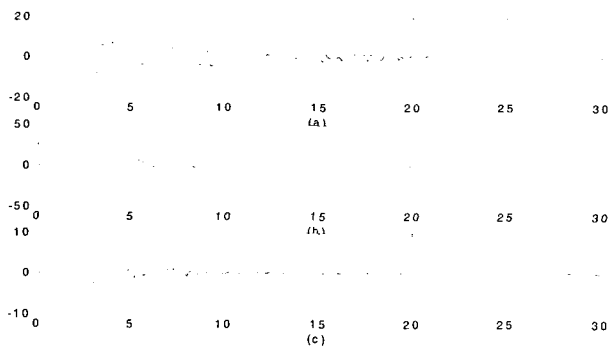


그림 6. Lorenz 시스템의 동기화 오차 (a) $\tilde{x}_1(t)$ (b) $\tilde{x}_2(t)$ (c) $\tilde{x}_3(t)$, 시간(초) (수평축)

Fig. 6. Synchronization error of Lorenz attractor (a) $\tilde{x}_1(t)$ (b) $\tilde{x}_2(t)$ (c) $\tilde{x}_3(t)$, time(sec) (horizontal axis)

4. 결 론

본 논문은 불확실한 파라미터를 갖는 카오스 시스템의 동기화 문제를 해결하기 위해 퍼지 마스터 시스템과 슬레이브 시스템으로 구성되는 퍼지 모델을 이용한 적응 설계 기법을 제안하였다. 카오스 시스템의 모델링 방법으로 T-S 퍼지 모델을 채택하였으며 퍼지 마스터 시스템은 불확실한 파라미터를 갖는다고 가정된다. 마스터 시스템의 불확실한 파라미터를 추정하는 적응 규칙과 동기화 오차 시스템을 점근적으로 안정화하는 제어기를 사용하여 퍼지 슬레이브 시스템을 설계하였다. Duffing 시스템과 Lorenz 시스템에 대한 모의 실험을 통해 제안된 퍼지 적응 기법의 점근적 안정화 특성을 확인하였다.

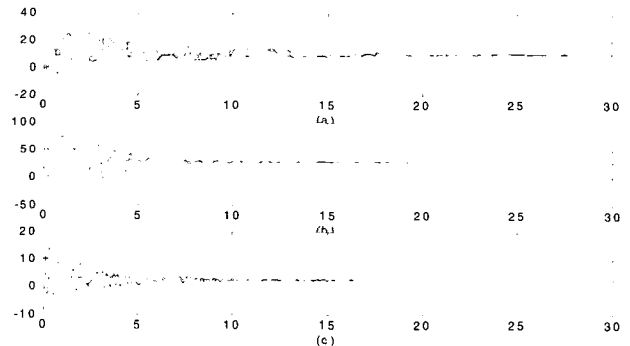


그림 7. Lorenz 시스템의 추정 파라미터 (a) $\hat{\alpha}_{11}$ (solid line), $\hat{\alpha}_{12}$ (dashdot line), $\hat{\alpha}_{21}$ (dashed line), $\hat{\alpha}_{22}$ (dotted line) (b) $\hat{\beta}_1$ (solid line)과 $\hat{\beta}_2$ (dashdot line) (c) $\hat{\gamma}_1$ (solid line)과 $\hat{\gamma}_2$ (dashdot line), 시간(초) (수평축)

Fig. 7. Estimated parameters for Lorenz attractor (a) $\hat{\alpha}_{11}$ (solid line), $\hat{\alpha}_{12}$ (dashdot line), $\hat{\alpha}_{21}$ (dashed line), $\hat{\alpha}_{22}$ (dotted line) (b) $\hat{\beta}_1$ (solid line) and $\hat{\beta}_2$ (dashdot line) (c) $\hat{\gamma}_1$ (solid line) and $\hat{\gamma}_2$ (dashdot line), time(sec) (horizontal axis)

참 고 문 헌

- [1] T. L. Carroll and L. M. Pecora, "Synchronizing chaotic circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 38, pp.453-456, 1991.
- [2] K. M. Cuomo, A. V. Oppenheim, and S. H. Strogatz, "Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communications," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 40, pp. 626-633, 1993.
- [3] P. Parmananda, "Synchronization using linear and nonlinear feedbacks: a comparison," *Physics Letters A*, vol. 240, pp. 55-59, 1998.
- [4] Z. Huang and J. Ruan, "Synchronization of chaotic systems by linear feedback controller," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 3, no. 1, pp. 27-30, 1998.
- [5] S. Chen and J. Lu, "Parameters identification and synchronization of chaotic systems based upon adaptive control," *Physics Letters A*, vol. 299, pp. 353-358, 2002.
- [6] Y. Wang, Z. Guan, and X. Wen, "Adaptive synchronization for Chen chaotic system with fully unknown parameters," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 19, pp. 899-903, 2004.
- [7] E. M. Elabbasy, H. N. Agiza, and M. M. El-Dessoky, "Adaptive synchronization of Lu system with uncertain parameters," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 21, pp. 657-667, 2004.
- [8] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and

design of fuzzy control systems, *Fuzzy Sets and Syst.*, vol. 45, no. 2, pp. 135-156, 1992.

[9] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.

[10] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "A unified approach to controlling chaos via an LMI-based fuzzy control system design," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 45, pp. 1021-1040, 1998.

[11] K. Y. Lian, C. S. Chiu, T. S. Chiang, and P. Liu, "LMI based fuzzy chaotic synchronization and communications," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 4, pp. 539-553, 2001.

[12] K. Y. Lian, T. S. Chiang, C. S. Chiu, and P. Liu, "Synthesis of fuzzy model based designs to synchronization and secure communications for chaotic systems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B*, vol. 31, pp. 66-83, 2001.

[13] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Westview Press, 2001.

저 자 소 개



김재훈
 1998년 홍익대학교 전기제어공학과 학사 졸업
 2000년 연세대학교 전기컴퓨터공학과 석사 졸업
 2000년~ 현재 동 대학원 전기전자공학과 박사과정

관심분야 : 퍼지제어, 카오스, 로봇공학

Phone : 02 2123 2868
 Fax : 02 312 2333
 E mail : jhkim@yeics.yonsei.ac.kr



박창우
 1997년 고려대학교 전자공학과 학사 졸업
 1999년 연세대학교 전자공학과 석사 졸업
 2003년 연세대학교 전기전자공학과 박사 졸업
 현재 전자부품연구원 정밀기기연구센터 선임연구원

관심분야 : 지능제어, 로봇공학, 컴퓨터비전



김은태
 1992년 연세대학교 전자공학과 학사 졸업 (전체수석)
 1994년 연세대학교 전자공학과 석사 졸업
 1999년 연세대학교 전자공학과 박사 졸업
 1999년 3월~2002년 2월 국립한경대학교 제어계측공학과 조교수
 2002년 3월~현재 연세대학교 전기전자공학부 조교수

2003년 University of Alberta, visiting researcher
 1998년~현재 IEEE TFS, IEEE SMC, IEEE CAS, FSS 등에서 심의위원 활동 중
 2003년 대한 전자공학회 해동상 수상

관심분야 : Computational intelligence, 지능형 로봇, 지능형 홈네트워크



박민용
 1973년 연세대학교 전자공학과 학사 졸업
 1977년 연세대학교 전자공학과 석사 졸업
 1982년 일본동경대학 박사 졸업
 1982년~현재 연세대학교 전기전자공학부 교수

관심분야 : 퍼지제어, 지능형 로봇