

# 유연한 빔을 위한 강인한 샘플치 제어기의 설계 Robust Sampled-Data Controller Design for a Flexible Beam

최연욱  
Y. W. Choe

**Key Words** : Robust Control(강인제어), Flexible beam(유연빔), Sampled Data Control(샘플치 제어)

**Abstract** : A new approach is presented to design a robust sampled-data controller for an experimental flexible beam carrying an unknown payload at its free end. The purpose of this paper is to move the free end of the beam to a desired position in the specified time under vibration suppression. We derive a transfer function nominal model for the beam and quantitative description of model uncertainties based on experimentally obtained frequency response data. Robust controllers are designed by applying the sampled-data  $H_\infty$  control and  $\mu$ -theory, in which two types of uncertainties, structured and unstructured uncertainties, are adopted for satisfactory performance in terms of hinge position regulation and vibration damping, besides obviously asymptotic stability. The effectiveness of the proposed method is confirmed through simulation and experimentation.

## 1. 서 론

제어대상의 경량화, 고정도화 및 대형화에 따라 구조물이 가지는 유연성(flexibility)에 의해 발생하는 탄성진동이 문제가 되고 있으며, 이 진동을 억제하기 위한 제어의 중요성이 증대되고 있다<sup>1), 2)</sup>. 탄성체의 진동은 엄밀하게 정의하면 무한차원의 진동모드의 합으로 기술할 수 있지만, 보통은 저차의 진동모드만을 고려하여 설계를 위한 수식모델을 작성하고 있다. 이 경우 고차의 진동모드는 모델화오차로 되어 이로 인해 진동제어시스템에 스프illo버(spillover)로 불리는 불안정현상이 발생할 수가 있다. 따라서 탄성체의 진동제어문제를 생각하는 경우, 저차의 진동모드만을 고려한 수식모델에 있어서의 제어성능 뿐만 아니라 무시한 (고차의) 진동모드에 대해서도 강인한 안정성을 고려하여 할 필요성이 생기게 된다. 이를 위한 하나의 방법은 무시된 진동모드를 수식모델의 불확실성 영역으로 표현하는 것이다. 이 경우 어떤 방법으로 불확실성 영역을 가능한 정확하게 표현할 것인가가 제어기의 성능을 결정하는 중요한 요소가 된다. 또한 일반적인 유연구조물은 시간의 흐름에 따른 노후화나 부하의 변

화 등의 이유로 저차의 진동모드에 있어서도 파라미터의 변동이라고 하는 불확실한 영역이 존재한다. 이로 인해 제어대상의 공진주파수 등이 변화하여 전체 시스템의 성능이 떨어지는 경우가 발생하는 경우가 있다. 이 때문에 무시한 고차의 진동모드뿐만 아니라 저차의 진동모드에서 발생할 수 있는 파라미터 변동에 대해서도 적극적으로 대처할 수 있는 제어기의 설계가 실용 면에서 중요하다.

한편, 마이크로프로세서 등을 이용하여 연속시간에서 설계한 제어시스템을 이산시스템으로 실장하는 경우 샘플 점 사이(inter-sample)의 리플문제 등을 포함한 많은 문제점이 지적되고 있다<sup>3)</sup>. 이것을 극복하기 위한 하나의 방법으로 최근 샘플치(SD: Sampled-Data) 제어이론을 도입하여 연속시간 시스템의 이산화와 같은 근사화과정을 거치지 않고 직접적으로 이산시간으로 표현되는 제어기를 얻을 수 있는 기법이 제안되고 있다<sup>4), 5)</sup>.

본 연구에서는, 저차의 진동모드에서 발생할 수 있는 파라미터변동과 수식모델을 얻는 과정에서 무시된 고차의 진동성분을 구조적인 변동과 비구조적 변동으로 취급하여  $H_\infty$ -설계법과  $\mu$ -해석기법을 차례로 적용한 강인한 제어기의 설계법을 제안한다. 즉 외부루프에 SD  $H_\infty$ -설계이론을 적용하기 위하여 리프팅기법<sup>6)</sup>을 이용한 일반화플랜트를 계산한 뒤  $H_\infty$ -설계법을 적용하여 페루프시스템을 구성한

접수일 : 2004년 12월 30일  
최연욱(책임저자) : 부경대학교 전기제어계측공학부  
E-mail : wook@pknu.ac.kr Tel : 051-620-1633

다. 여기에  $\mu$ -해석기법을 적용함으로써 제어대상이 가지는 구조적 변동을 적극적으로 반영한 이산시간 제어기를 얻을 수 있게 된다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제2장에서 플랜트의 모델링과정을 통하여 시스템의 불확실성을 평가하고, 제3장에서 SD제어기의 설계법을 다룬다. 이 결과를 제4장에서 시뮬레이션과 실험을 통하여 평가한다.

## 2. 유연한 빔의 모델링

### 2.1 실험장치의 구조

본 연구에서 사용한 실험장치는 기본적으로 지지대 위에 설치된 유연한 빔과 이것을 제어하기 위한 제어장치로서 구성되어있다. 빔은 길이(L)는 1.2m, 폭이 0.2 cm로서 자유롭게 휘어지며 수평축 상으로만 회전하는 것으로 가정한다. 빔의 한쪽은 고정되어 있으며 여기에 DC모터를 축에 기어 없이 직접 연결하여 필요한 토크를 인가하고, 다른 한쪽은 자유롭게 회전하며 선단에 적절한 무게를 가지는 부하가 장착된다. 제어를 위하여 두 개의 센서를 사용하고 있는 데, 하나는 축에 달려있는 엔코더로서 모터에 회전에 의한 빔의 각도를 측정한다. 다른 하나는 자유롭게 움직이는 빔의 선단에 LED를 장착하여 빔의 변형(deflection)을 축에 설치된 고정도의 PSD카메라를 이용하여 측정한다(그림1 참조). 제어기의 실장을 위해서 각 채널이 12 비트의 해상도를 가진 AD/DA보드를 장착한 PC를 사용하였으며, 이때 샘플링 주파수는 최대 10 ms로 이로 인한 회전각도의 측정해상도는 0.0879도이다 (제4장의 테이블1 참조).

### 2.2 제어대상의 모델링

여기서는 물리적인 해석과 실험을 통하여 제어기의 설계를 위한 수학적 모델을 결정한다. 이를 위해 먼저, 유연한 구조를 가지는 물체에 대한 물리적인 해석을 통하여 기준모델(nominal model)을 얻은 뒤, 다시 실험을 통하여 기준모델이 가지고 있는 불확실성의 영역을 계산한다.

본 연구에서 사용하는 빔은 균일한 구조를 가지며 한쪽 끝은 고정되어 모터에 연결되어 있으며 반대편 끝은 자유롭게 움직인다. 또 빔의 길이는 폭에 비하여 훨씬 크기 때문에 빔은 수평방향으로만 진동하는 것으로 한다. 그러나 수직전개를 간단히 하기 위하여 빔 자체가 가지는 뒤틀림, 전단변형(shear deformation) 및 회전관성효과 등은 무시하고 이들을 불확실성 영역으로 간주하여 설계에 반영한다.

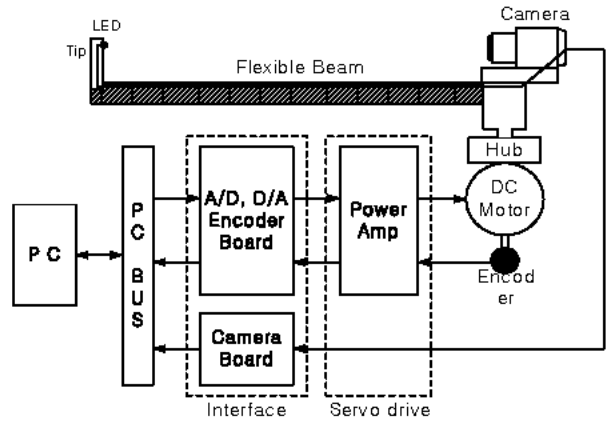


Fig. 1(a) The Sketch of Experimental Devices

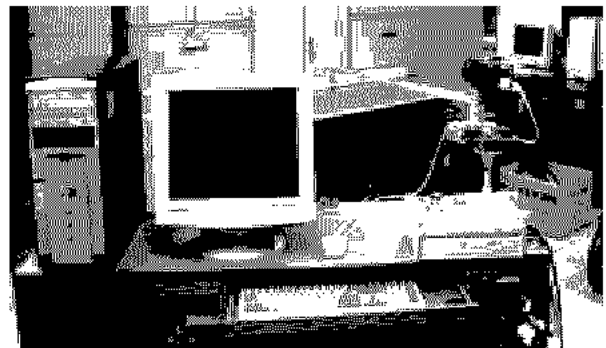


Fig. 1(b) An Experimental apparatus

그림2는 부하를 선단에 부착한 시스템의 간략도이다. 이 그림에서  $\tau$ 는 모터에 의하여 공급되는 토크를 의미하며 축에서 거리  $x$ 만큼 떨어진 빔의 어느 한 점에서의 측면변화량(lateral displacement)  $y(x, t)$ 는, 모터의 회전각도  $\theta(t)$  및 거리  $x$ 에서 탄성변형(elastic deformation)  $z(x, t)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다(그림2 참조)<sup>1)</sup>.

$$y(x, t) = z(x, t) + \theta(t)x \tag{1}$$

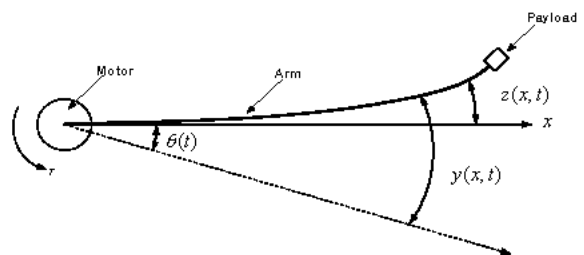


Fig. 2 Model of the Flexible beam

유연한 빔의 동적모델을 나타내는 식을 얻기 위하여 분포변수법(distributed parameter system method)을 적용하면 다음 식이 얻어진다<sup>7)</sup>.

$$(2) \quad \mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix}, \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ p_i^2 K_i K_o \end{bmatrix} \quad (8)$$

(3)

위식에서  $q_0$ 는 고정모드(rigid mode),  $q_i(i=1,2,\dots)$ 는  $i$ 번째의 유연모드(flexible mode)로서 유연한 빔의 진동성분 중 시간에 대한 변화율로서 시스템의 일반화좌표를 나타내고 있다( $q_0(t)=\theta(t)$ 로 된다). 또  $J_r$ 은 (모터+빔+부하)로 구성된 시스템의 전체 관성모멘트를 의미하며,  $D_m$ 은 모터축의 댐핑계수,  $\zeta_i$ 는 빔의 댐핑계수,  $u$ 는 모터에 인가되는 전압,  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 유연모드의 고유진동수를 각각 나타낸다. 또한  $K_t, K_o$  [Ampere/Volt]는 각각 토크(torque)상수 및 앰프이득을 의미하며,  $p_i$ 는 인가된 입력이  $i$ 번째 유연모드에 미치는 영향을 나타내는 양으로 정의되며, 식(3)의 미분방정식이  $q_i(t)=e^{j\omega t}$ 의 해를 가질 수 있도록 수학적으로 유도되는 정수이다. 여기에 가정된 모드법(assumed-mode approach)<sup>8)</sup>을 적용하면 탄성변형  $\mathbf{z}(x,t)$ 는 다음의 형태로 주어진다.

$$\mathbf{z}(x,t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i(x) \quad (4)$$

여기서  $\phi_i(x)$ 는 거리  $x$ 에서 빔의  $i$ 번째 모드의 휨의 정도를 나타내는 고유함수(eigen-function)이다. 이때 고정모드와  $n$ 번째까지의 유연모드만을 고려한다면 식(2), (3)은 다음과 같은 상태방정식으로 표현될 수 있다).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (5)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

단,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{A}_n \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{C} = [L \ 0 \ \phi_1(L) \ 0 \ \cdots \ \phi_n(L) \ 0] \quad (\text{크기: } 1 \times 2n)$$

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} q_0 \\ \dot{q}_0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{D_m}{J_r} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_0 = \frac{K_t K_o}{J_r} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

이며,  $i=1,2,\dots,n$ 에 대해서는 다음과 같이 주어진다.

1)  $y$ 는  $y(L,t)$ 를 의미한다. 즉 빔 선단의 측면변화량을 나타내고 있다.

실험에 사용한 유연한 빔의 물리파라미터 값과 약간의 실험을 거치면 제어기설계를 위한 제어대상의 기준모델을 얻을 수 있다(2.2절 참조). 그러나 강한 제어기의 설계를 위해서는 기준모델이 가지는 불확실성의 영역을 어느 정도 정확하게 추정할 수 있는가가 중요한 역할을 한다.

## 2.2 기준모델의 불확실성의 영역

설계를 위한 기준모델은 그림1의 시스템에 대한 실험을 통하여 얻어졌다. 즉 입력신호(모터에 인가되는 전압)로서 진폭이 0.3 V에서 1 V이며, 동시에 1 mHz에서 40 Hz정도의 주파수범위를 가지는 정현파신호를 채택하였으며, 이 결과 발생하는 일련의 출력주파수응답을 관찰하여 여기에 시스템동정(identification)을 적용하여 결정하였다<sup>9)</sup>. 이 과정에서 필수적으로 동반되는 모델의 저차원화(12차에서 6차)와 각종 파라미터의 변동(선단에 인가되는 부하 등)에 기인하여 발생하는 실제 제어대상과 기준모델 사이에 존재하는 불확실성을 다음과 같이 두 종류로 분류하였다. 즉 비구조적인 불확실성인  $\Delta_1$  및 파라미터 모델불확실성인  $\Delta_2 = \text{diag}[\zeta_1 \cdots \zeta_n]$ 이다. 이때 변수  $\zeta_1, \dots, \zeta_n$ 는 기준모델인 식(8)에 포함되어 있는 유연모드의 계동비와 관련을 가지는 구조적 불확실성을 나타내고 있다. 일반적으로 유연한 빔의 계동비는 비교적 낮기 때문에 기준모델의 주파수응답 특성은 이러한 파라미터의 변동(빔 선단의 하중의 변화 등)에 매우 민감하다. 여기서 비구조적인 불확실성인  $\Delta_1$ 은 식(5)의 유도과정에서 무시된 고차진동모드에 의한 시스템의 불확실성을 나타내며 여기서는 곱셈형(multiplicative) 불확실성의 표현을 사용한다.

식(5)~(8)로부터 기준모델을 다음과 같이 둔다. 즉

$$P_{nom} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{R_1}{s} + \frac{R_2}{Ts+1} + \sum_{i=1}^n \frac{R_{3i}s + R_{4i}}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (9)$$

여기서  $R_1, R_2$ 는 강체모드( $i=0$ )를 나타내는 유수이며,  $R_{3i}, R_{4i}$ 는 다음의 관계식으로부터 쉽게 얻을 수 있다.

$$\left[ \begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i \omega_i & 1 \\ \hline \phi(L) & 0 & 0 \end{array} \right] \rightarrow \frac{R_{3i}s + R_{4i}}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2}$$

위에서 언급한 바와 같이 파라미터의 불확실성을 구조적인 불확실성과 연관시키기 위하여 계동비  $\zeta_i$  를  $|\delta_i| \leq 1$ 를 만족하는 실수파라미터를 이용하여

$$\zeta_i = \zeta_{i0} + \alpha_i \delta_i \quad (10)$$

와 같이 표현한다. 여기서  $\zeta_{i0}$ 는 기준값,  $\alpha_i$ 는 변동 폭을 의미한다. 식(7), (9)의 관계를 이용하면 각 부 시스템에 대한 상태방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= (\mathbf{A}_{i0} + \Delta \mathbf{A}_i) \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i u \\ y_i &= \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{A}_{i0}$ 는 식(8)의  $\mathbf{A}_i$ 에서  $\zeta_i$ 를 식(10)의  $\zeta_{i0}$ 로 대체한 것을 의미한다. 또한  $\mathbf{C}_i = [\phi_i(L) \ 0]$ 이며  $\Delta \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2\omega_i \alpha_i \delta_i \end{bmatrix}$ 는 계동비  $\zeta_i$ 에 포함되어 있는 불확실성을 의미하므로 식(11)은

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= \mathbf{A}_{i0} \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i u + \mathbf{B}_{\xi_i} \xi_i \\ y_i &= \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i \\ \eta_i &= \mathbf{C}_{\eta_i} \mathbf{x}_i, \quad \xi_i = \delta_i \eta_i \end{aligned} \quad (12)$$

와 같이 다시 쓸 수 있다. 단,  $\mathbf{B}_{\xi_i} = [0 \ 1]^T$ ,  $\mathbf{C}_{\eta_i} = [0 \ -2\omega_i \alpha_i]$ 이다.

식(9)~(12)까지의 관계에서  $n=2$ 로 두고(따라서 전체는 6차의 시스템), 입력으로  $\xi_i^T = [\xi_1 \ \xi_2]$ 와  $u$ (모터 입력전압), 출력으로  $\eta^T = [\eta_1 \ \eta_2]$ 와  $y$ 를 가지는 확장된 기준모델에 대한 상태공간 모델은 간단하게 얻을 수 있다(3장 참조). 앞서 언급한 바와 같이 주로 빔의 선단에 인가되는 부하의 변화에 기인하는 고주파대역에서의 모델불확실성은 곱셈형 불확실성 표현법을 사용하여

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta_I W_m(s)) P_{nom}(s), \quad |\Delta_I| \leq 1 \quad (13a)$$

이며 가중함수  $W_m(s)$ 는 식(13b)의 관계를 만족하도록 결정된다.

$$\left| \frac{\tilde{P}(j\omega)}{P_{nom}(j\omega)} - 1 \right| \leq |W_m(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (13b)$$

여기서  $P_{nom}(j\omega)$ 는 기준값을 가지는 식(9)의 주파수응답특성이며,  $\tilde{P}(j\omega)$ 는 빔의 선단에 인가되는 부하의 무게를 변화시켰을 때의 제어대상의 주파수

응답특성을 나타내고 있다<sup>9)</sup>. 그림 3에 몇 번의 실험을 통한 주파수응답 특성곡선을 나타내었다. 여기서 실선은 기준모델의 응답특성이며, 0,+등의 기호로 나타낸 것이  $\tilde{P}(j\omega)$ 이다.

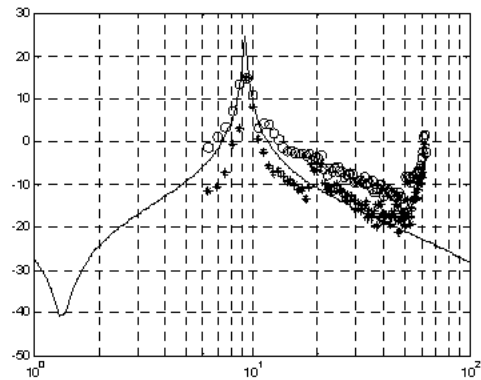


Fig. 3 Frequency Responses of the Flexible beam

그림3으로부터 식(13b)를 만족하는 곱셈형 가중함수를 계산한 결과는 다음과 같다.

$$W_m(s) = \frac{72.34s^2 + 239.1s^2 + 196.8s + 0.196}{s^3 + 84.1s^2 + 280.47s + 220.72}$$

### 3. SD (Sampled-Data) 제어기의 설계

제어의 목적은 빠른 시간 내에 오차 없이 유연한 빔의 선단을 목표한 각도로 이동시키는 것이다. 특히 이 경우에는 제어대상이 가지는 본질적인 특징(파라미터의 변동 등)으로 인해 강인한 제어기의 설계가 요구된다. 이 경우 설계상 가장 중요한 요소의 하나는 위에서 이미 설명한 것처럼 어떻게 기준모델이 가지는 불확실성을 설계에 반영하는가 하는 것이다. 전절에서 이미 두 가지 형태의 불확실성을 고려하여 식을 유도하였으며, 동시에 이러한 불확실성을 실험 등을 통하여 추정하는 방법에 대해서도 언급하였다. 여기서는 이러한 두 종류의 불확실성을 설계에 적극적으로 반영하여 강인한 제어기의 설계를 수행하는 방법을 제안한다. 본 논문에서 제안하는 제어시스템의 구조는 그림4와 같다. 즉 제어시스템은 비구조적 변동에 기인하는 내부루프부분과 구조적인 변동을 고려하는 외부루프부분으로 이루어져 있다. 내부루프는 모델링과정에서 무시된 고차진동모드 등에 의한 비구조적 불확실성을 반영하는 부분으로서 주 제어기인 외부루프제어기의 보조역

할을 하며, 외부루프는 빔의 선단에 인가된 하중의 변화 등에 기인하는 구조적인 불확실성과 외란역제 등에 대한 강인성을 보증하는 주 제어기의 설계를 담당하고 있다.

먼저 내부루프의 제어기  $K_u(s)$ 는 그림4의 점선부

$$\|T_{\phi\nu}(z)\|_{\infty} < \gamma \quad (14)$$

을 만족하도록 설계한다. 단  $T_{\phi\nu}(z)$ 는 비구조적변동을 나타내는 신호  $\nu$  에서  $\phi$ 까지의 페루프전달함수를 표현하고 있다. 또 외부루프에 대해서는 그림4를 그림5와 같이 변경하여  $\mu$ 설계법을 적용한다. 즉 그림5로부터

$$\begin{bmatrix} \eta \\ e \\ \dots \\ y_{out} \end{bmatrix} = G_{\mu}(s) \begin{bmatrix} \xi \\ dist \\ \dots \\ u \end{bmatrix} \quad (15)$$

의 관계식을 얻는다. 여기에  $\mu$ -설계법을 적용한다. 즉

$$\begin{aligned} \mu_{\Delta}M(j\omega) < 1, \Delta = \text{diag}[\Delta_2 \ \Delta_s] \\ M(s) = \text{LFT}\{G_{\mu}(s), K_s(s)\} \end{aligned} \quad (16)$$

을 만족하는 제어기  $K_s(s)$ 를 DK-반복법을 이용하여 계산한다. 단,  $\Delta_s$ 는 강인한 성능조건(robust performance)을 위한 크기  $2 \times 2$ 인 가상의 블록이다. 최종적인 SD제어기  $K_{sd}(z)$ 를 구하기 위한 과정을 정리하면 다음과 같다.

**Step 1:** 식(14)를 만족하는 제어기를 적당한 방법 ( $H_{\infty}$  이론 등)으로 계산한다.

**Step 2:** 샘플링주기  $h$ 를 고정하고 식(15)의 일반화 플랜트  $G_{\mu}(s)$ 로부터  $H_{\infty}$ 제어기를 위한 SD이산화 플랜트  $G_{\mu,d}(z)$ 를 계산한다[4].

**Step 3:**  $\|T_{e,w,d}\|_{\infty} < \gamma$ 를 만족하는 SD 제어기  $K_{sd}(z)$ 가 존재하는지의 여부를 확인한다. 존재한다면  $\gamma$ 를 감소시키고, 존재하지 않는다면  $\gamma$ 를 증가시켜 다시 Step2로 되돌아간다<sup>2)</sup>. 단  $T_{e,w,d}$ 는  $w = [\xi \ dist]^T$ 에서  $z = [\eta \ e]^T$ 까지의 이산시간 페루프전달함수이다.

**Step 4:** 적절한  $\gamma$ 가 계산되었다면  $G_{\mu,d}(z)$ 를 결정하고 여기에 쌍일차변환(bilinear transformation)법을 적용하여  $G_{\mu}(s)$ 로 변환한다.

2)  $G_{eq,d}(z)$ 의 각 요소는  $\gamma$ 의 함수로 된다.

**Step 5:**  $\mu$ -설계법을 적용하여 제어기  $K_s(s)$ 를 계산하고 이것을 다시 이산시간으로 변환하여 SD제어기  $K_{sd}(z)$ 를 얻는다.

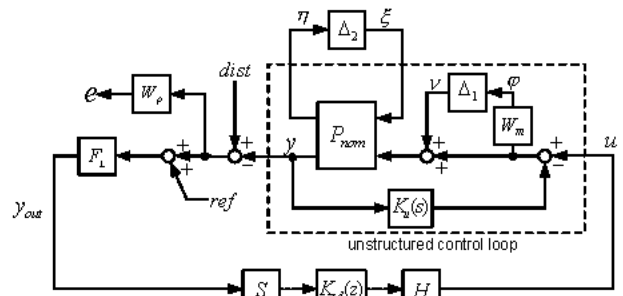


Fig. 4 The Generalized Plant for the Flexible beam

그림4에서 사용된 각 기호를 정리하여 표1에 나타내었다.

Table 1 Definition of symbols

기호	의 미	기호	의 미
$F_L$	저역통과 필터	$dist$	제어대상의 외란
$W_m$	가중함수	$\phi, \xi$	가상적인 출력
$ref$	기준신호	$\eta, \nu$	가상적인 입력.
$e$	빔 선단의 오차		

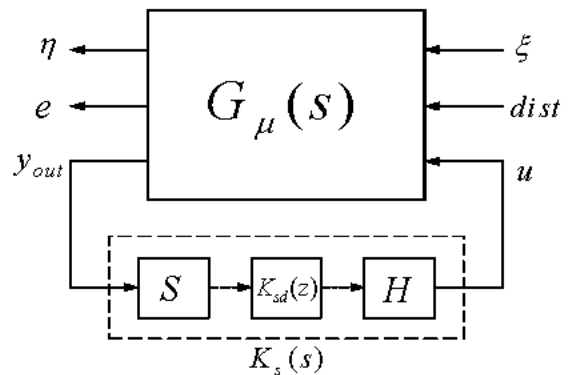


Fig. 5 Standard notation for  $\mu$ -synthesis

#### 4. Simulation 및 실험

그림1의 실험에 사용한 장치의 파라미터 값을 표2에 표시하였다. 고정모드와 2차까지의 유연모드만을 고려하여 얻어진 6차 시스템으로 제어기설계를 수행하였다<sup>3)</sup>.

3) 본 연구에서 빔의 선단에 나타나는 오버슈터의 현상을 개선하기 위하여 피드포워드제어기를 적용하였다<sup>10)</sup>.

4.1 Simulation 결과

그림6은 샘플링주기  $h$ 의 변화에 대한  $\|T_{zw}(s)\|_{\infty}$ 의 값을 나타낸 것이다. 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이 샘플링주기가 길어짐에 따라 SD제어기의 명백한 우위를 확인할 수 있다. 또한 SD제어기에 의한 페루프시스템은 샘플링주기의 크기에 관계없이 안정성을 항상 확보할 수 있으나, 일반적인 이산시간제어기의 설계법으로는 샘플링주기  $h$ 가 커짐에 따라 전체시스템의 안정성을 확보할 수 없는 경우가 발생한다<sup>6)</sup>.

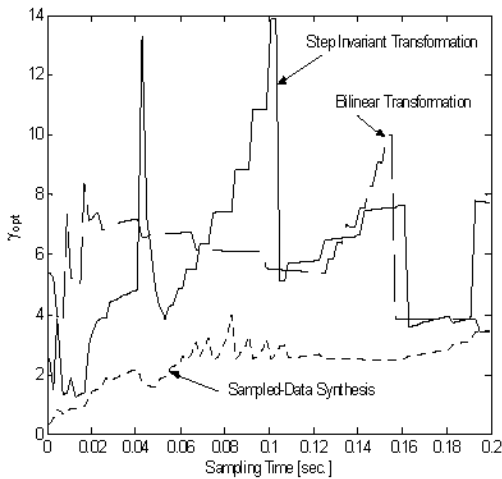


Fig. 6  $\gamma_{opt}$  versus  $h$  (dotted: SD design, solid: step invariant, dash: bilinear transformation)

Table 2 Parameters used in the experiment

Parameter	Value
Length	1.2 m
Width	0.00195 m
Height	0.0254 m
Beam stiffness	7.3 Nm
Hub inertia	0.02923 Kg/m <sup>2</sup>
Link inertia	0.0962 Kg/m <sup>2</sup>

그림7은 페루프시스템의 스텝응답을 시뮬레이션한 결과이며, 그림8은  $\mu$ -설계 시에 얻어지는  $\mu$ -값을 각각 나타내었다. 이러한 그림들로부터 SD제어기의 출력응답특성이나 파라미터의 변동에 대한 전체 시스템의 강인성 등이 일반적인 이산시간 제어기의 그것보다는 우수한 것으로 평가할 수 있다.

4.2 실험결과

그림9와 10에 SD제어기와 일반적인 이산시간  $H_{\infty}$

이론을 이용한 제어기에 의한 결과를 각각 나타내었다(샘플링주기  $h=0.05$ [sec]). 그림으로 알 수 있는 바와 같이 SD제어기에 의한 결과가 상당히 양호한 것으로 판단할 수 있다. 특히 빔 선단의 정상특성이 일반적인 제어기에 비해 개선되었음을 확인할 수 있으며 이러한 현상은 샘플링주기가 길어짐에 따라 더욱 현저하게 나타난다.

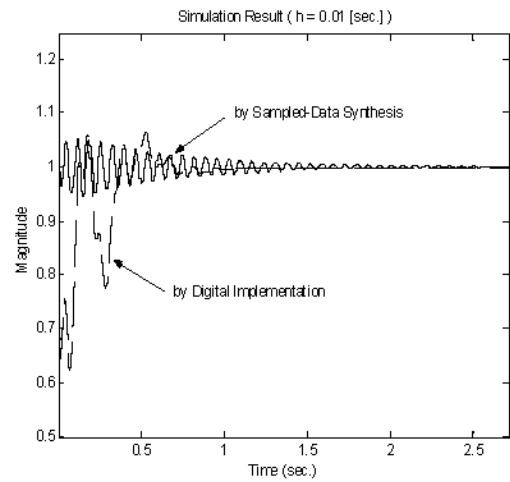


Fig. 7 Simulation result of the closed-loop system

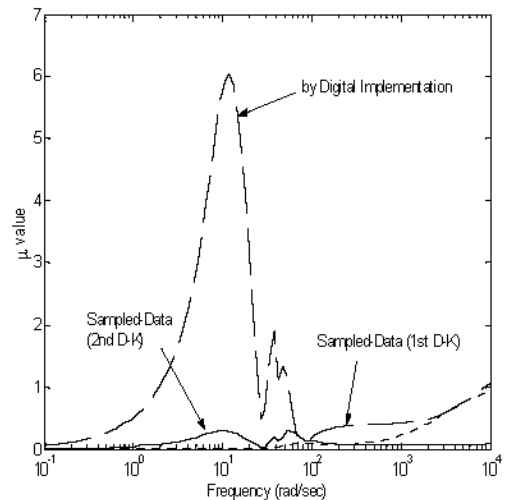
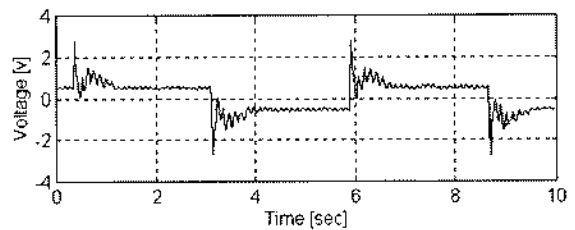


Fig. 8  $\mu$ -value of the closed-loop system



(a) Voltage

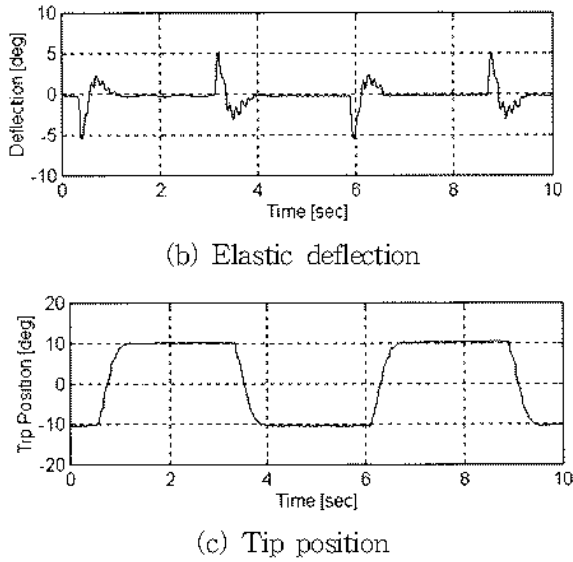


Fig. 9 Experimental results by SD controller

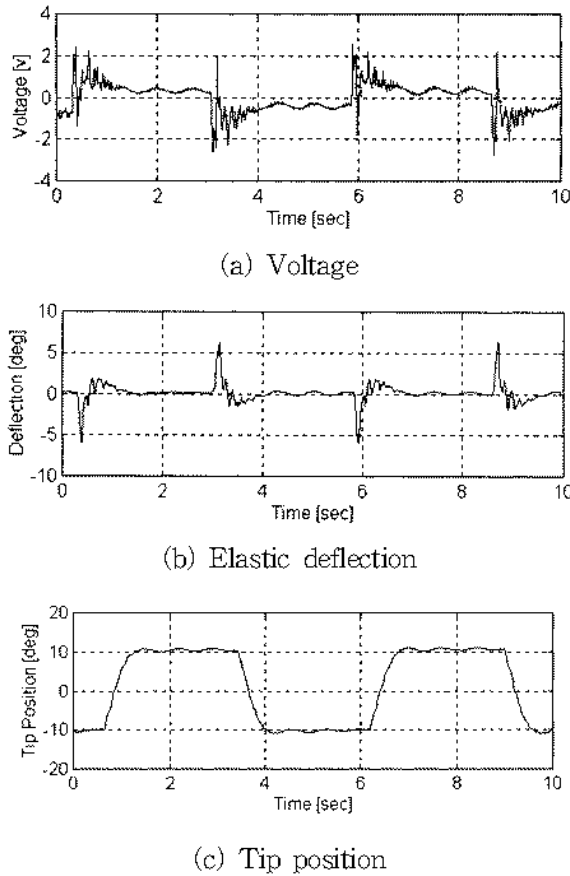


Fig. 10 Experimental results by general controller

### 5. 결 론

유연한 빔의 선단을 제어하기 위한 강인한 제어기의 설계법의 하나로서 SD제어기의 설계법을 제안하고 이 결과를 실험을 통하여 확인하였다. 이 과

정에서 강인한 제어기설계에 중요한 역할을 하는 기준모델이 가지는 불확실성의 영역을 구조적 및 비구조적으로 분류하여 이것을 물리적인 해석과 실험을 통하여 체계적으로 추정하여 제어기설계 시에 이를 각각 반영할 수 있는 제어시스템 구조를 제안하였다. 시뮬레이션과 실험결과는 이 방법이 강인한 제어기의 설계에 있어서 상당히 효과적이라는 것을 보여주고 있다.

그러나 SD제어기의 계산을 위하여 연속시간 일반화플랜트인  $G_c(s)$ 로부터 이산시간인  $G_{c,d}(z)$ 로의 계산을 수행하는 과정에는 수식계산 상의 어려움(비정방행렬에 대한 Cholesky 분해 등)이 수반되기 때문에 이를 극복하기 위한 알고리즘 등의 개발이 요구된다.

### 참고문헌

1. H. Krishnan Vidyasagar, 1998, "Control of single-link flexible beam using Hankel norm-based reduced-order model," IEE Proc. Control Theory and Appl, vol.145, no.2 March, pp. 151-158.
2. A. Tchernychev, A. Sideris & Jie Yu, 1997, "Constrained  $H_\infty$  Control of an Experimental Flexible Link," Trans. of the ASME, Vol.119, June, pp. 206-211.
3. B. D. O Anderson & J. P. Keller, 1994, "Discretization techniques in control systems," Control and Dynamic Systems, 66, pp. 47-112.
4. B. A. Bamieh & J. B. Pearson, 1992, "A general framework for linear periodic systems with application to  $H_\infty$  sampled-data control," IEEE Trans. Automatic. Control., Vol. AC-37, No.4, pp. 418-435.
5. Y. Yamamoto, 1994, "A Function space approach to sampled-data control systems and tracking problems," IEEE Trans. Auto. Control, Vol. AC-39, No. 5, pp. 703-713.
6. T. Chen & B. Francis, 1995, "Optimal sampled-data control systems," London, Springer.
7. T. R. Kane and D. A. Levinson, 1985, Dynamics: Theory and Application, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, McGraw-Hill, New York, NY.

8. L. Meirovitch, 1967, Analytical Methods in Vibrations, Macmillan Series in Applied Mechanics, Macmillan Company, New York, NY.
9. Y. W. Choe, 2000, "Frequency Domain Modeling for a Simple Plant," Journal of Electrical Eng. & Information Science, Vol. 5, No.1, pp. 16-22.
10. 佐伯正美 외, 1995, 로바스트制御のためのベンチ마크問題(II), 計測と制御, 34-6, pp. 498-507.