

접수탱크구조의 진동해석 Vibration Analysis of a Water Tank Structures

배성용
S. Y. Bae

Key Words : Fluid Structure Interaction(유체 구조 연성), Added Mass of Water(부가질량), Natural Frequency(고유 진동수), Natural Mode(고유 모드)

Abstract : A liquid storage rectangular tank structures are used in many fields of civil, mechanical and marine engineering. Especially, Ship structures have many tanks in contact with inner or outer fluid, like ballast, fuel and cargo tanks. Fatigue damages are sometimes observed in these tanks which seem to be caused by resonance with exciting force of engine and propeller. Vibration characteristics of these thin walled tanks in contact with fluid near engine propeller are strongly affected by added mass of containing fluid. Therefore it is essentially important to estimate the added mass effect to predict vibration of the tank structures. Many authors have studied vibration of cylindrical and rectangular tanks structures containing fluid. Few research on dynamic interaction among tank walls through fluid are reported in the vibration of rectangular tanks recently. In case of rectangular tanks, structural coupling between adjacent panels and effect of vibration modes of multiple panels on added mass have to be considered. In the present paper, coupling effect between panels of tank structure on added mass of containing fluid, the effect of structural constraint between panels on each vibration mode for fluid region have investigated numerically and experimentally.

1. 서론

건축, 기계, 해양 등 많은 분야에 있어서 액체저장용으로서 혹은 다른 용도를 위해 사각형 박스형태의 탱크구조물을 이용하고 있다. 특히 선체구조에는 선미 탱크, 벨러스트 탱크, 오일 탱크 등과 같이 내부 혹은 외부가 유체에 접하고 있는 탱크구조물들이 많이 존재하고 있다. 이들 접수 탱크 구조물들에는 진동이 원인이라고 생각되어지는 피로손상이 발생하는 경우가 빈번히 일어나고 있는 것이 현실이다. 특히 선미부근의 탱크는 기관실과 근접해 있기 때문에 엔진이나 프로펠러 등으로부터 전달되는 기진력에 의한 공진이 발생할 가능성이 있다. 따라서 이러한 접수탱크 구조물의 진동특성을 정확하게 예측하는 것이 요구되고 있다. 원통형이나 사각형 탱크의 접수진동에 대해서는 많은 연구자들에 의해 연구되어져 왔다. Mazuch 등은 원통형 탱크의 진동

에 대해서 유체와 구조부분을 유한요소법을 이용하여 해석하였고, Chiba는 원통형 탱크의 측면은 강체로 취급하고, 밑면은 탄성체, 윗면을 자유표면으로 간주하여 진동해석을 하였다. 또한 Cho 등은 원통형 탱크의 슬로싱 모드와 빌징 모드에 관해서 연구를 행하였다.^{1),2),3)}

한편, 사각형 접수탱크 구조물에 대한 연구도 다 음과 같이 행하여져 왔다. 먼저 Kito는 탄성체로서의 박판이 접수되어 있을 때 비 접수 진동수에 부가 질량 효과를 고려하였고, 최근 까지 주로 이용되어 왔다. Nishino 등은 급수전개법을 이용하여 연결하는 두 평판사이의 부가 질량 효과를 규명하였고, Bartlett 등은 사각형 탱크의 밑면의 고유진동수를 평가하기 위하여 유한요소법을 이용하여 부가질량을 계산하였다.^{4),5),6)} 그러나 탱크를 구성하는 복수의 탄성판의 연성을 고려한 진동특성의 연구나 마주보는 탄성판으로 인한 유체의 부가질량 효과 등을 취급한 연구는 찾아보기 힘들다. 이에 본 연구에서는 접수탱크구조물의 진동특성을, 탱크를 구성하고 있는 탄성평판의 개수와 중형비를 변화시켜 가면서 검토하여 보았다.

접수일 : 2005년 10월 7일
배성용(책임저자) : 부경대학교 조선해양시스템공학과
E-mail : sybae@pknu.ac.kr Tel. 051-620-6487

2. 이론 해석

2.1 유한 요소법에 의한 탄성판의 정식화

본 연구에서는 탄성판을 유한 요소법으로 이산화하고 유체부분을 경계 요소법으로 이산화 하여서 유체-구조사이의 경계조건을 적용하여 부가질량 행렬을 구하고 그것을 자유진동방정식에 고려한다.

본 연구에서 사용된 탄성판은 얇은 평판이라고 가정하고 Fig.1과 같이 면내변위를 고려한 막요소와 면외변위를 고려한 굽힘요소를 조합한 평면 셀요소를 고려한다.

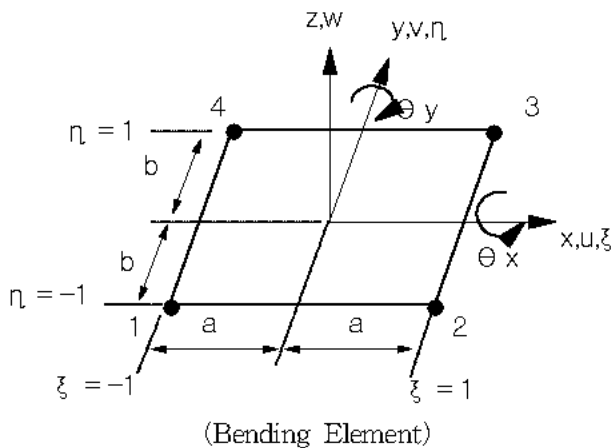
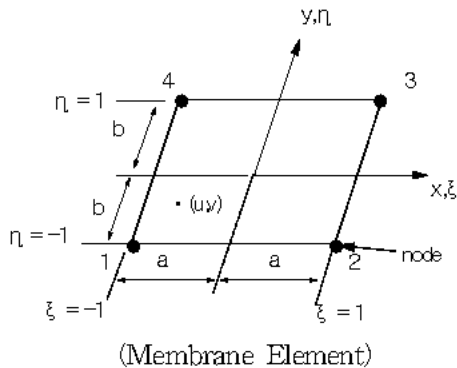


Fig. 1 Geometry of a rectangular element

유한요소법으로 이산화하면 탄성체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$M \vec{u} + K \vec{u} = \vec{f} \quad (1)$$

여기서, M, K, \vec{u} 는 각각 질량행렬, 강성행렬, 절점변위벡터이다. 등가외력벡터 \vec{f} 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\vec{f} = \int_s N_w^T \vec{p} ds \quad (2)$$

2.2 경계 요소법에 의한 유체부분의 정식화

탱크내부의 유체를 비압축, 비점성, 비회전인 이상유체라고 가정하면 속도포텐셜이 존재하고, 식으로 나타내면

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

여기서 $\phi(x, y, z, t)$ 는 다음방정식으로 정의되는 속도포텐셜이다.

$$v_i(x, y, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4)$$

여기서 v_i 는 x_i 방향의 유체질점속도이다. 베르누이의 원리에 의해 동압력과 속도 포텐셜은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\vec{p} = -i\omega \rho_f \vec{\phi} \quad (5)$$

식(3)에 대한 경계적분 방정식은 3차원 문제에 대한 기본해를 이용하면 경계적분방정식이 얻어지고, 이 경계적분방정식을 경계요소를 이용하여 이산화 하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$H \vec{\phi} = G \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial n} \right\} \quad (6)$$

2.3 연성문제의 정식화

우선, 압력과 속도벡터, 유체밀도를 이용하고 체적력을 무시하면 선형화된 유체의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\rho_f \frac{\partial V}{\partial t} = -\nabla P \quad (7)$$

그리고 속도와 속도포텐셜의 관계는 다음과 같다.

$$V = -\nabla \phi \quad (8)$$

식(7),(8)을 이용하여 적분을 행하고, 압력 P 와 속도 포텐셜 ϕ 에 관하여 원진동수 ω 의 조화진동을 가정하면 다음 식으로 표현 할 수 있다.

$$\vec{P} = i\omega \rho_f \vec{\phi} \quad (9)$$

행렬 방정식(6)과 식 (7)을 이용하면 다음과 같이 압력과 압력구배의 관계로 나타낼수 있다.

$$H \vec{P} = G \left\{ \frac{\partial \vec{P}}{\partial n} \right\} \quad (10)$$

(10)식에 경계조건을 대입하면 구조물에서의 압력과 압력구배의 관계식이 얻어진다. 또, 구조부의 면외 방향변위 성분을 w 로 하여 조화진동을 가정하면 연성에서의 운동학적조건 (9)식에 의해 w 와 압력구배의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \vec{P}_1}{\partial n} = \rho_f \vec{w} \quad (11)$$

그러므로, 식(2)에 (10), (11)식을 대입하면 등가외력 벡터 \vec{f} 는 다음과 같이 기술된다.

$$\vec{f} = \int_s N^T \vec{w} p dS = \omega^2 M^* u_0 \quad (12)$$

여기서, M^* 는 부가질량 행렬이다. 절점변위 \vec{u} 를 조화진동이라고 가정하면 (12)식을 식(1)에 대입하여 다음과 같은 자유진동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\{K - \omega^2(M + M^*)\} \vec{u}_0 = 0 \quad (13)$$

3. 계산 결과 및 고찰

접수 탱크구조의 진동특성을 파악하기 위해서 탄성판의 개수의 변화, 유체가 들어 있지 않은 경우의 탄성판사이의 폭과 높이 변화, 유체가 있는 탱크의 폭을 변화시켜 가면서 계산을 실행하였다. 계산에

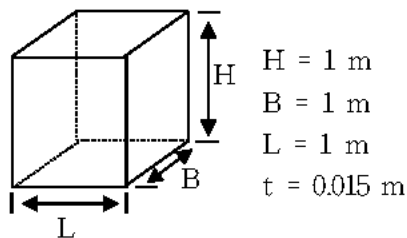


Fig. 2 Model for the present analysis

Table 1 Principal dimensions and material properties of the model

Length	L-1.0(m)
Breadth	B-1.0(m)
Height	H-1.0(m)
Thickness	t-0.015(m)
Young's Modulus	E-2.06E+11(Pa)
Poisson's Ratio	ν -0.3
Density of elastic panel	ρ_s -7.85E+03(kg/m ³)
Density of Fluid	ρ_w -1.00E+03(kg/m ³)

이용된 모델은 Fig. 2에 나타내고, 그 모델의 제원과 재료특성은 Table 1에 나타내고 있다. 이하 전 모델에서 윗면은 자유 표면을 가정하였고, 탄성판과 탄성판, 탄성판과 강벽사이의 경계조건은 단순지지로 취급 하였다.

3.1 비접수시의 증황비 변화에 따른 진동 특성

계산은 탱크를 구성하는 탄성판이 1개, 2개, 4개인 경우와 각각의 경우에 대해 높이(H)와 폭(B)를 변화시키면서 하였으며, 본 연구에서는 연접판이 같은 방향으로 변형할 때를 동상모드, 반대방향으로 변형할때를 역상모드로 정의하고, (i,j)모드는 i를 가로방향 반파를 1, j는 세로방향 반파를 1로정의 한다. 또한, 최대높이와 폭을 1로 하여 높이와 폭을 감소시킨 양을 전치 곱으로 표시한다. 예를 들면, 0.2m 감소시킨 폭은 0.8B로서 표시하는 것으로 한다.

3.1.1 높이를 변화 시켰을때

Fig. 3은 측면판 4개가 탄성판일 경우 높이를 줄여가면서 계산한 고유진동수를 나타낸 것이다. 이 그래프에서 알 수 있듯이 4 측면이 탄성판인 경우, 높이가 낮아질수록 최저차 고유진동수는 올라간다는 것을 알 수 있다. 이것은 탄성판이 하나인 경우, 연접면이 탄성판인 경우에서도 공통적으로 나타나는 현상이다. Fig. 4는 고유모드를 나타내었다. 이 모드형상을 보면, 최저차 모드는 모든 모델에서 (1,1)동상모드로 나타나고, 고차로 가면서 동상과 역상모드가 혼재되어 나타나고 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 경계조건이 단순지지이므로 동상모드에서는 회전이 자유롭게 되어 하나의 탄성판과 같은 효과를 가지지만 역상 모드에서는 회전이 구속되어 고정지지의 효과를 가지기 때문으로 추정할 수 있다.

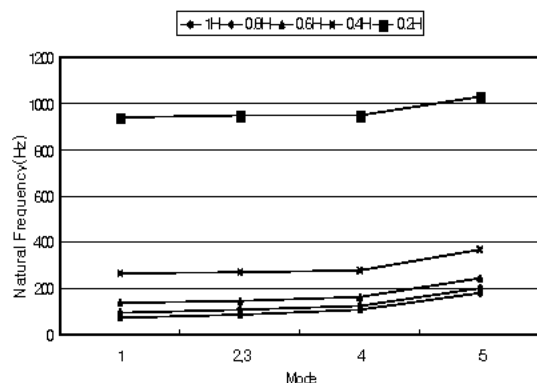


Fig. 3 Natural frequencies of 4 plates in changed height

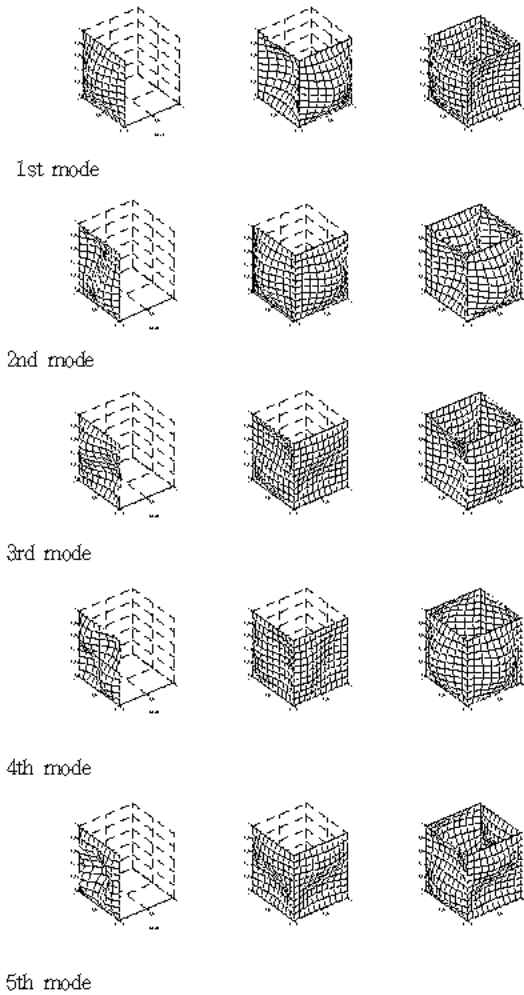


Fig. 4 Natural modes in each plates

3.1.2 폭을 변화 시켰을때

Fig. 5는 4개의 측면이 모두 탄성판인 경우, 폭을 줄여가면서 계산한 결과를 나타낸 고유진동수이다. 계산결과로부터 알 수 있듯이 폭을 줄여가면 갈수록 모든 모드에서 진동수가 높아진다는 것을 알 수 있다.

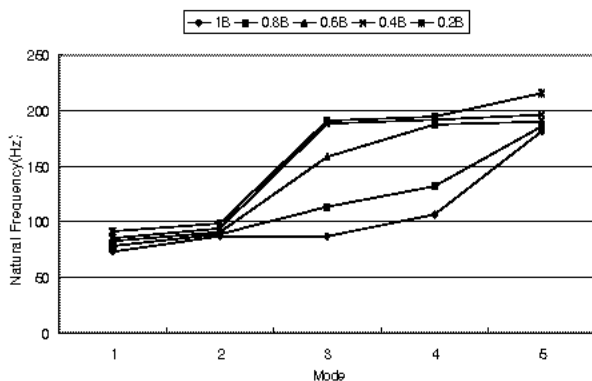


Fig. 5 Natural frequencies of 4 plates in changed breadth

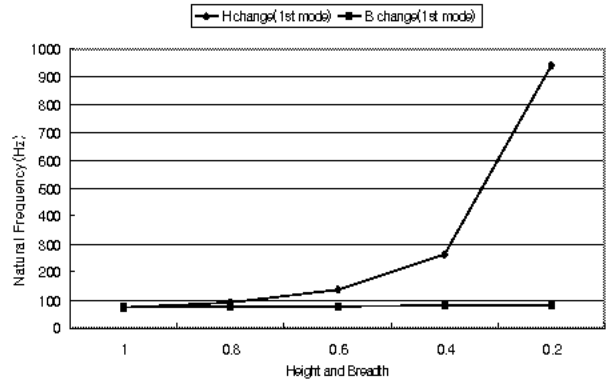


Fig. 6 Comparison of natural frequencies in changed H, B

Fig. 6은 높이와 폭 변화와 고유진동수의 관계를 그래프로 나타낸 결과이다. 이 결과로부터 알 수 있듯이 높이 변화에 따른 고유진동수의 증가량이 폭의 변화에 의한 고유진동수의 증가량보다 더 큰 것을 알 수 있다. 이것은 탄성판으로 구성된 탱크의 높이 및 폭이 감소할수록 고유진동수는 다 같이 증가하지만 상대적으로 탄성판의 구성비의 감소량이 더 큰 높이에서의 감소가 고유진동수의 증가를 더욱 높이는 효과를 나타낸 것으로 추정 할 수 있다. 이상으로 비접수시의 탱크구조물에서 탱크의 높이와 폭의 변화를 통하여 진동특성을 고찰해본 결과 모드형상에 따른 경계조건의 영향, 폭과 높이의 변화에 따른 고유진동수와 모드의 영향으로 인하여 복잡하게 나타나고 있다는 것을 알 수 있다.

3.2 접수시의 종횡비 변화에 따른 진동 특성

접수시의 종횡비 변화에 따른 진동특성을 파악하기 위해, 연결하는 탄성판의 폭을 Fig. 2와 같은 계원에 따라 B/H=0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0의 5가지 경우로 나누어 계산을 하였다. Fig. 7은 고유진동수의 비를 나타낸다. 고유진동수의 비는 고유진동수중 값이 가장 적은 B/H=0.2에서의 1차 고유진동수를 1로 하였을 때의 값을 의미한다.

이들 결과로부터 알 수 있듯이 두면의 탄성판이 인접하고 있는 경우는 B/H의 변화에 의해 복잡한 모드형상이 나타나게 되고, 고유진동수는 그 모드형상에 따라 불규칙적이지만 폭이 줄어들수록 고차로 갈수록 고유진동수는 높아지는 경향을 보이고 있다. 이것은 다음 2가지 이유로서 설명되어질 수 있는데, 우선 구조부분만을 생각하면 3.1.2절에서 언급하였듯이 경계조건의 영향으로 고유진동수의 값이 높아지거나 낮아지고, 두 번째로 유체부분만을

고려하면 횡폭B가 줄어들수록 역상모드에서는 유체의 운동이 제한되기 때문에 관성력이 크게 되고, 부가질량 효과가 크게 되어 동상모드에 비하여 진동수 저하가 현저하게 나타난다. 그러므로 연접 탄성판의 경우에 있어서 횡폭을 변화시키면 진동특성은 모드형상과 유체의 운동제한의 크기, 연접한 사이의 형상비등으로 인하여 복잡하게 나타나게 된다. 본 연구에서는 최 저차 고유진동수는 폭이 좁아질수록 고유진동수가 낮게 나타나고 있다. 두 번째로 4측면이 탄성판이고 밑면이 강벽, 윗면이 자유표면인 경우, 횡폭을 변화시켜 가면서 계산을 수행하였다. Fig. 8은 계산결과의 고유진동수의 비를, Fig. 9는 연접평판과 4측면이 평판인 경우의 모드형상을 나타내고 있다.

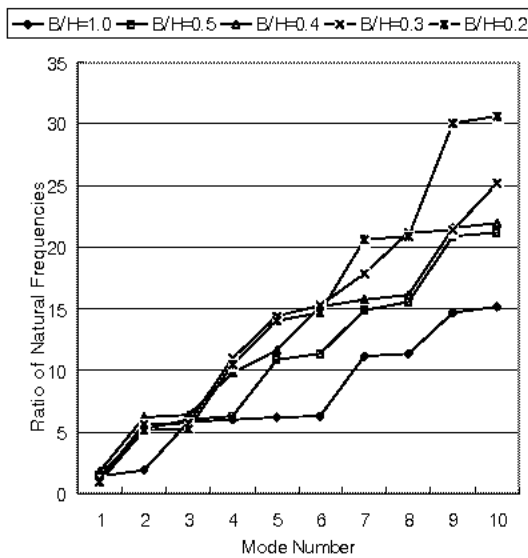


Fig. 7 Ratio of natural frequencies in adjacent plates at change breadth

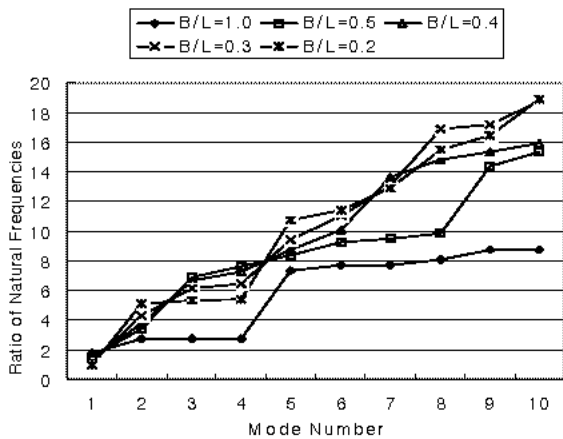
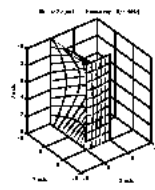
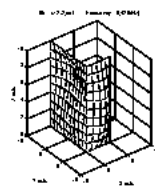


Fig. 8 Ratio of natural frequencies in 4 plates at change breadth

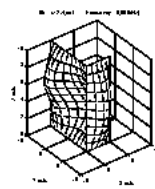
4면의 탄성판이 동시에 탱크의 내부의 방향으로 모드변형을 일으키거나 연접하는 탄성판 사이의 모드형상이 다른, 즉 B/L=1.0인 경우는 (1,1)모드가, B/L=0.5인 경우는 (2,1)모드가 최 저차 모드로 나타나는 경우를 보이고 있다. 이것은 유체의 운동제한 및 탄성판사이의 구조적 간섭으로 인한 효과 중 어느 것이 크게 영향을 미치는가에 의해 다르게 나타나기 때문이라고 볼 수 있다. 두 연접탄성판인 경우와 마찬가지로 폭이 줄어들수록 최저차 고유진동수는 낮게 나타난다.



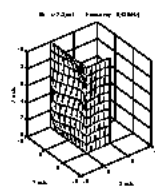
1st mode



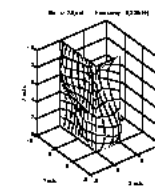
2nd mode



3rd mode



4th mode



5th mode

(adjacent plates) (4 plates)

Fig. 9 Natural modes at B/L=0.5 breadth

4. 결 론

접수 탱크 구조물에서 탱크를 구성하고 있는 탄성판의 개수, 접수와 비접수, 종횡비 등의 변화를 통하여 진동특성을 알아보기 위하여 수치계산을 행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- ① 비접수인 경우, 탄성판의 높이 혹은 폭이 감소할 수록 고유진동수는 증가하며 상대적으로 탄성판의 구성비의 감소량이 더 큰 높이의 변화 시 고유진동수 증가량이 더 크다는 것을 알 수 있다.
- ② 접수인 경우, 연접탄성판인 경우와 4면이 탄성판인 경우 모두 폭을 줄여 가면 갈수록 최저 고유진동수의 크기는 낮아진다는 것을 알 수 있다.
- ③ 접수인 경우, 탱크내의 유체운동의 제한으로 인한 부가질량의 영향으로 고유진동수의 저하를 초래한다는 사실뿐만 아니라, 탄성판 사이의 경계조건의 영향으로 인한 고유진동수의 증가도 함께 고려해야 된다는 것을 알 수 있다.

partially filled rectangular tank for use with FEA”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 246(2), pp. 211-223

- 7. 배성용, 2003, “접수탱크구조의 진동특성에 관한 연구”, 대한조선학회 논문집, 제40권, 제4호, pp. 46-52

참고 문헌

1. T. Mazuch, J. Horacek, J. Trnka and J. Vesely, 1996, “Natural modes and frequencies of a thin clamped-free steel cylindrical storage tank partially filled with water: FEM and measurement”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 193(3), pp. 669-690
2. M. Chiba, 1994, “Axisymmetric free hydroelastic vibration of a flexural bottom plate in a cylindrical tank supported on an elastic foundation”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 169(3), pp. 387-394
3. J. R. Cho and J. M. Song, 2001, “Assessment of classical numerical models for the separate fluid-structure modal analysis”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 239(5), pp. 995-1012
4. F. Kito, 1960, “On vibration of a rectangular tank filled with water”, J.Soc.Naval Arch. of Japan, Vol. 106, pp. 75-82
5. 西野 宏 外, 1995, “級數展開法による接水防撓板の振動特性に関する研究”, 日本造船學會論文集, 第178号, pp. 371-379.
6. S. Bartlett, M. Winton and P. D. Clausen, 2001, “An added mass theory for the base