

< 논문 >

단섬유 복합재료의 탄성계수 예측에 관한 연구

김 홍 건[†]

(2004년 9월 10일 접수, 2004년 12월 23일 심사완료)

A Study on the Prediction of Elastic Modulus in Short Fiber Composite Materials

Kim, Hong Gun

Key Words: Composites(복합체), Elastic Modulus(탄성계수), FEA(유한요소해석), Fiber Aspect Ratio(섬유종횡비), Fiber Volume Fraction(체적함유율), SLT(전단지연이론), NSLT(신전단지연이론)

Abstract

Theoretical efforts are performed to extend the formulation of NSLT(New Shear Lag Theory) for the prediction of the elastic modulus in short fiber composite. The formulation is based on the elastic stress transfer considering the stress concentration effects influenced by elastic modulus ratio between fiber and matrix. The composite modulus, thus far, is calculated by changing the fiber aspect ratio and volume fraction. It is found that the comparison with FEA(Finite Element Analysis) results gives a good agreement with the present theory (NSLT). It is also found that the NSLT is more accurate than the SLT(Shear Lag Theory) in short fiber regime when compared by FEA results. However, The modulus predicted by NSLT becomes similar values that of SLT when the fiber aspect ratio increases. Finally, It is shown that the present model has the capability to predict the composite modulus correctly in elastic regime.

1. 서론

복합재료는 그 자체의 높은 비강성, 비강도와 내구성 등의 특징을 갖고 있으며, 재료의 역학적 성질에서 발생하는 구조적인 단점을 보완하여 필요한 강도와 강성을 갖도록 배치함으로써 구조적인 효율성을 높일 수 있는 장점을 지니고 있다. 이러한 기계적, 열적 특성이 좋기 때문에 복합재료는 주로 항공기, 인공위성을 비롯하여 여러 다른 구조물에 폭넓게 사용되고 있다. 단섬유 복합체에 있어 하중은 강화제인 섬유로 직접 전

달되지 않고 모재에서 보강재 표면을 통하여 전달이 된다. 이 때 보강재의 길이가 긴 장섬유일 경우에는 양단의 수직응력전달은 전체에 비하여 매우 작기 때문에 무시할 수 있으며 하나의 연속 섬유로 간주할 수 있다.⁽¹⁾ 그러나 단섬유 보강의 경우, 이러한 양단효과는 매우 커서 무시할 수 없으며 그 효과는 보강재 길이의 함수로 볼 수 있다.⁽²⁾ 장섬유 보강의 경우, 재료역학적 접근으로서의 응력해석을 위해서 유도된 전단지연이론(Shear Lag Theory : SLT)⁽³⁾이라 불리는 이론이 존재하나 단섬유 보강의 경우 이 이론은 잘 맞지 않는 것으로 알려져 있다.⁽⁴⁾ 더구나, 보강재 사이에 위치하는 모재에는 상당한 응력집중이 발생되며 따라서 장섬유 보강 및 단섬유 보강 모두에 잘 맞는 이론이 필요하다고 할 수 있다. 이후 Nardone과 Prewo,⁽⁵⁾ 그리고 Nardone⁽⁶⁾은 복합체의 항복응력을 계산하기 위하여 모재의 전면 항복상태를 가정하였으며 보강재 단의 응력에 이 항복

[†] 회원, 전주대학교 기계공학과

E-mail : hkim@jj.ac.kr

TEL : (063)220-2613 FAX : (063)220-2056

응력을 적용하였다. 그러나 이러한 응력계산은 거시적인 복합체 응력상승효과의 근사적 해석에는 도움이 되나 순수 탄성영역인 인장 초기단계에는 적용할 수가 없다. 또 Taya와 Arsenault⁽⁷⁾는 보강재 단의 응력을 모재의 평균응력으로 가정하여 계산하였다. 즉, 보강재 단의 응력집중을 고려하지 않고 평균치를 적용한 것이다. 이러한 단점들을 보완하기 위해 Kim⁽⁴⁾은 Closed Form의 해인 수정전단지연이론(Modified Shear Lag Theory : MSLT)을 공식화시켰으며, 이의 기본원리는 응력집중이 심하게 일어나는 부분인 보강재와 보강재 사이의 모재에 가상의 보강재를 투입시켜 불연속 섬유를 연속섬유화시키는 것이다. 즉, 가상섬유를 사용하여 실제 섬유에 적용했던 미분방정식을 가상섬유에도 동시에 적용하는 것이다. 이어서 Kim⁽⁸⁾은 Closed Form의 해를 사용해 수정전단지연이론으로 기지의 항복시점과 기지내의 응력집중을 예측할 수 있는 복합재료의 탄성과 탄-소성 거동을 규명하였다. 그러나 이러한 가상섬유 사용시 결과식이 매우 복잡하게 전개되어 단시간 내에 복합재료역학적 강화효과를 파악하기가 쉽지 않다. 이러한 이유로 Kim⁽⁹⁾ 등은 단섬유의 복합강화효과를 정확하게 규명하기 위하여 응력집중계수(Stress Concentration Factor : SCF)를 정의함으로써 빠른 계산을 할 수 있는 해를 구하였다. 또 이를 바탕으로 Kim과 Noh⁽¹⁰⁾는 탄성계수비가 단섬유 보강복합체의 내부응력을 예측하는데 비교적 용이한 접근 방법임을 규명하였다.

본 논문에서는 단섬유의 복합강화효과를 규명하기 위한 탄성계수 수식을 정식화하였고, 전단지연이론(Shear Lag Theory : SLT)과 신전단지연이론(New Shear Lag Theory : NSLT)을 이용한 섬유종횡비에 따른 화이버의 응력을 산출하여 탄성계수를 예측하였다. 또 타이론과의 비교를 위하여 Halpin-Tsai 수식과 혼합법칙(Rule Of Mixture : ROM)을 이용하여 전단지연이론과 신전단지연이론 이론을 비교 및 분석하였다. 분석결과 Halpin-Tsai 수식과 혼합법칙은 전단지연이론에 비해 매우 큰 응력값을 보였으며, 반면 신전단지연이론에 의한 보강재 응력 및 계면전단응력은 유한요소해석(FEA)에 잘 수렴하는 결과를 얻을 수 있었고 복합체 탄성계수 값은 NSLT가 SLT보다 Halpin-Tsai 방정식 결과에 더 근접함을 알 수 있었다.

2. 이론해석

기존의 연구⁽⁴⁾에서 제시한 모델로부터 유도된 전단지연이론에 의한 보강재내의 수직응력과 전단응력은 아래의 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_f^{SLT} = E_f \epsilon_c \left\{ 1 - \frac{\cosh(nz/r_f)}{\cosh(ns)} \right\} \quad (1)$$

여기서 σ_f^{SLT} 는 전단지연이론을 이용한 화이버 응력이며, n 은 무차원수, z 는 섬유종횡비, r_f 는 화이버의 반경을 의미한다. 이를 미분하고 그 결과에 $\frac{r_f}{2}$ 를 곱하면 다음과 같은 τ_e 값이 나온다.

$$\tau_e^{SLT} = \frac{nE_f \epsilon_c \sinh(nz/r_f)}{2 \cosh(ns)} \quad (2)$$

여기서 τ_e^{SLT} 는 전단지연이론을 이용한 끝단의 화이버 전단응력이며, 복합재료의 응력을 계산하기 위하여 평균값의 법칙(Rule Of Averages)을 이용한다. 또한 보강재의 평균응력 $\overline{\sigma_f}$ 을 계산하면 식 (1)을 적분함으로써 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_f}^{SLT} &= \frac{E_f \epsilon_c}{L} \int_0^L \left\{ 1 - \frac{\cosh(nz/r)}{\cosh(ns)} \right\} dz \\ &= E_f \epsilon_f \left(1 - \frac{\tanh(ns)}{ns} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

모재의 평균응력 $\overline{\sigma_m}$ 은 $E_m \epsilon_c$ 이라 가정하고, $\overline{\sigma_f}$ 와 $\overline{\sigma_m}$ 을 방정식 $\sigma_c^{SLT} = V_f \overline{\sigma_f} + V_m \overline{\sigma_m}$ 에 대입하여 정리하면 아래와 같이 된다.

$$\sigma_c^{SLT} = \left\{ V_f E_f \left(1 - \frac{\tanh(ns)}{ns} \right) + V_m E_m \right\} \epsilon_c \quad (4)$$

따라서 모재의 수직응력 $\overline{\sigma_m} = E_m \epsilon_c$ 은 후크의 법칙으로부터 아래와 같이 탄성계수를 구할 수 있다. 즉,

$$E_c^{SLT} = \left\{ V_f E_f \left(1 - \frac{\tanh(ns)}{ns} \right) + V_m E_m \right\} \quad (5)$$

이다. 이 이론은 참값에 근사한 근사치이다. 이 이론의 결과로, 보강재 단을 가로지르는 응력전달은 무시되고, 그 부분에서의 응력집중은 보강재 단에서 τ_e 값이 크게 증가한다. 경계조건에 관한 보강재 단에서의 응력전달현상을 고려한 논문⁽¹¹⁻¹³⁾이 있었으나 본 논문에서는 경계조건을 수정하여 아래의 식 (6)과 같이 여러 변수 중 지배적으로 영향을 미치는 파라미터를 선택하여 식 (7)을 유도하였다. 즉, $z = \pm l$ 일 때, $\sigma_f = \sigma_i$ 로 두고 정리하였다. 여기서 σ_i 는 전단지연이론에서 고려하지 않았던 효과를 보강재 단을 가로지르는 응력전달, 즉 응력집중계수를 고려한 내부응력으로 아래와 같이 유도된다.⁽⁹⁾

$$\sigma_i = \sqrt{E_f E_m} \epsilon_c \quad (6)$$

$$\sigma_f^{NSLT} = E_f \left\{ 1 + \left(\sqrt{\frac{E_m}{E_f}} - 1 \right) \times \frac{\cosh(nz/r_f)}{\cosh(ns)} \right\} \epsilon_c \quad (7)$$

이를 미분하고 그 결과에 $\frac{r_f}{2}$ 를 곱하면 다음과 같은 τ_e 값을 구할 수 있다.

$$\tau_e^{NSLT} = \frac{nE_f(1 - \sqrt{E_m/E_f}) \sinh(nz/r_f)}{2\cosh(ns)} \epsilon_c \quad (8)$$

마찬가지로 복합재료의 평균값의 법칙을 이용하여 보강재의 평균응력 $\bar{\sigma}_f$ 을 계산하면 아래의 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_f^{NSLT} &= \frac{E_f \epsilon_c}{L} \int_0^L \left\{ 1 + \left(\sqrt{\frac{E_m}{E_f}} - 1 \right) \times \frac{\cosh(nz/r_f)}{\cosh(ns)} \right\} dz \\ &= E_f \epsilon_f \left\{ 1 - \frac{(\sqrt{E_m/E_f} - 1) \times \tanh(ns)}{ns} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

모재에 대해 $\bar{\sigma}_m = E_m \epsilon_c$ 이라 가정하고, $\bar{\sigma}_f$ 와 $\bar{\sigma}_m$ 을 방정식 $\sigma_c^{NSLT} = V_f \bar{\sigma}_f + V_m \bar{\sigma}_m$ 에 대입하여 정리하면 아래의 식 (10)이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_c^{NSLT} &= \left\{ V_f E_f \left(1 - \frac{(\sqrt{E_m/E_f} - 1) \times \tanh(ns)}{ns} \right) \right. \\ &\quad \left. + V_m E_m \right\} \epsilon_c \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 후크의 법칙(Hooke's Law)으로부터 아래의 탄성계수를 구할 수 있다.

$$E_c^{NSLT} = \left\{ V_f E_f \left(1 - \frac{(\sqrt{E_m/E_f} - 1) \times \tanh(ns)}{ns} \right) + V_m E_m \right\} \quad (11)$$

이 이론은 참값에 근사한 근사치로 보강재 단을 가로지르는 응력전달의 영향을 고려한 값으로서 기존의 MSLT(수정전단지연이론)의 복잡한 계산식을 탄성계수비의 함수로 표현하여 보강재의 내부응력과 전단응력을 간편하게 구할 수 있도록 하였다. 여기서 복합재료의 강화 메카니즘을 평가하기 위하여 추가적으로 정식화된 Halpin-Tsai 모델을 이용한 방정식은 매우 간단하고 빠른 계산을 할 수 있어 보강재 강화 메카니즘의 기계적 성질을 평가하는데 많이 이용되고 있으며, Halpin-Tsai 방정식은 다음과 같다. 이 식은 보강재의 종방향과 횡방향의 탄성비 $\frac{E_{cl}}{E_m}$, $\frac{E_{ct}}{E_m}$ 의 정식화를 위해 다음 식 (12)와 (13)를 이용하여, 복합재료의 탄성계수를 예측하였다.

$$E_{cl} = E_m \frac{1 + 4\left(\frac{l}{r_f}\right)\eta_l V_f}{1 - \eta_l V_f} \quad (12)$$

$$E_{ct} = E_m \frac{1 + 2\eta_t V_f}{1 - \eta_t V_f} \quad (13)$$

단, E_{cl} 과 E_{ct} 은 각각 종방향과 횡방향의 복합체의 탄성계수이다. 그리고 η_l 과 η_t 값은 종횡비의 함수로서 다음 식 (14)와 (15)로 주어진다.

$$\eta_l = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) + 4\left(\frac{l}{r_f}\right)} \quad (14)$$

$$\eta_t = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) + 2} \quad (15)$$

한편 혼합법칙은 방정식이 간단하며 복합재료의 탄성계수를 평가하는데 이론값과 실험치가 비

교적 근접하기 때문에 광범위하게 이용된다. 혼합법칙에 대한 탄성계수는 복합재료의 응력-변형을 관계식 $\sigma_c = E_c \epsilon_c$ 에 다음 식 (16)을 대입함으로써 식 (17)과 같이 구해진다.

$$E_c = V_m E_m + V_f E_f \quad (16)$$

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c = (V_m E_m + V_f E_f) \epsilon_c \quad (17)$$

3. 결과 및 고찰

본 논문에서는 위에서 유도된 결과식 (6) 및 (7)의 정확성을 검증하기 위하여 실제 수치를 대입해 도출된 결과를 타이론의 결과 및 유한요소 해석(FEA) 결과와 동시에 비교해 보았다. 유한요소 해석의 방법은 단섬유 축대칭 모델을 사용하여 해석을 실시하였다. 이 때 적용한 재료는 Al 2124를 기지로 하고, 보강재는 SiC Whisker로 하였으며 축방향의 인장하중을 가하였다. 이들의 대표치는 다음과 같다. 즉, $E_m = 70 \text{ GPa}$, $E_f = 480 \text{ GPa}$, $\nu_m = 0.33$ 으로 적용하였다. 또, $r_f = 1$, $s = 4$ 로 하고 이 조건하에서 SLT, MSLT, FEA 및 본 논문의 제안 모델인 NSLT의 해석을 각각 수행하였으며 $V_f = 0.2$, $n = 0.2751$ 의 값을 사용하였다. Fig. 1 및 2는 SLT, MSLT, FEA 및 NSLT에 대한 0.1%의 변위로 하중을 가한 경우의 해석 결과이다.

Fig. 1은 보강재의 내부응력을 나타낸다. 앞에서 기술한대로 SLT의 계산결과는 보강재 양단에서 0이 되며 이는 기존이론(SLT)에서 하중전달을 무시하는 가정을 전제로 했기 때문에 나타나는 당연한 결과라 볼 수 있으며, 기존의 개선된 모델인 MSLT의 결과는 매우 큰 응력이 전달됨을 보여주고 있다. 본 논문의 제안모델인 NSLT의 결과는 FEA 결과보다 약간 낮은 보강재 응력을 보여주고 있다. 즉, MSLT의 결과와 NSLT의 결과 사이에 FEA 결과가 존재함을 알 수 있다. Fig. 2는 보강재/모재 경계면에서의 전단응력을 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있듯이 SLT, MSLT, FEA 및 NSLT의 모든 결과가 큰 차이를 보이고 있지는 않으나, 본 논문의 제안모델인 NSLT의 결과가 FEA 결과와 가장 잘 일치되는 것을 알 수 있

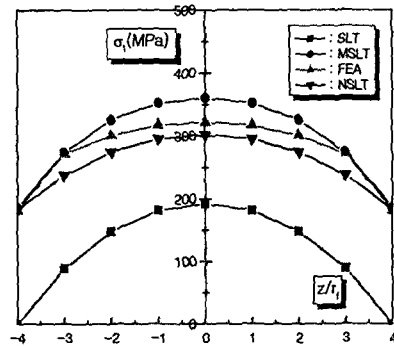


Fig. 1 Fiber internal stress for elastic stress transfer

다. 이와 같은 결과식을 이용하여 불연속 섬유강화 복합체의 응력해석에 유용하게 적용될 것으로 기대된다. Fig. 3에서 Fig. 7은 탄성영역에서 탄성계수 예측을 위한 응력-변형을 곡선을 나타내고 있다. $s=4$, $s=8$, $s=10$, $s=20$ 그리고 $s=100$ 인 경우 각각에 대하여 $V_f=0.2$, $V_f=0.3$, $V_f=0.4$ 그리고 $V_f=0.5$ 인 경우를 본 논문의 이론 모델인 NSLT의 해석결과와 기존 이론의 SLT 결과와 비교 분석하였다. 그 결과 복합재료의 응력은 섬유 함유율 V_f 가 커지고 변형률이 커짐에 따라 복합재료의 응력 값은 증가하였고 SLT의 결과보다 NSLT의 결과가 더 큰 값을 나타냈다. 또한, 섬유 함유율 V_f 가 커지면 SLT와 NSLT와의 차이가 더욱 벌어졌고, 중횡비가 작을 때는 즉, 단섬유 보강일 때는 응력-변형률이 SLT와 NSLT 차이가 크게 나타났다. 중횡비가 커짐에 따라 그 차이는 줄어들어 $s=20$ 이상일 때에는 응력-변형률 곡선이 거의 일치함을 보였고 그 이상일 때에는($s=100$) 즉, 보강재 길이가 길어질 때에는 SLT와 NSLT에서 응력-변형률 곡선이 일치함을 보였다. 탄성영역에서 응력-변형률 곡선이 단섬유 보강일 때에는 기존 이론인 SLT는 NSLT와 큰 차이를 보여주고 있으나 섬유의 길이가 길어지면 SLT와 NSLT 결과는 모두 일치함을 보이고 있음을 알 수 있었다. 따라서 단섬유 보강일 때는 SLT 이론보다 NSLT 이론이 참값에 훨씬 가까운 정확한 이론임을 판단할 수 있었다.

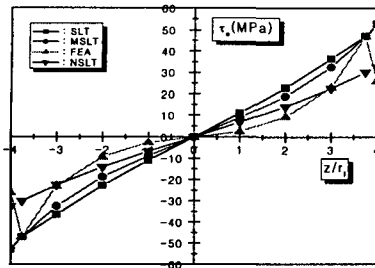


Fig. 2 Fiber/Matrix interfacial shear stress for elastic stress transfer

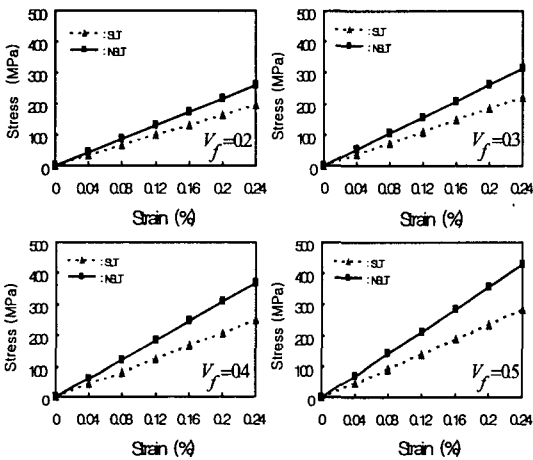


Fig. 3 Stress-strain curves of composite in case of 20%, 30%, 40%, 50% of fiber volume fraction in elastic regime (s=4)

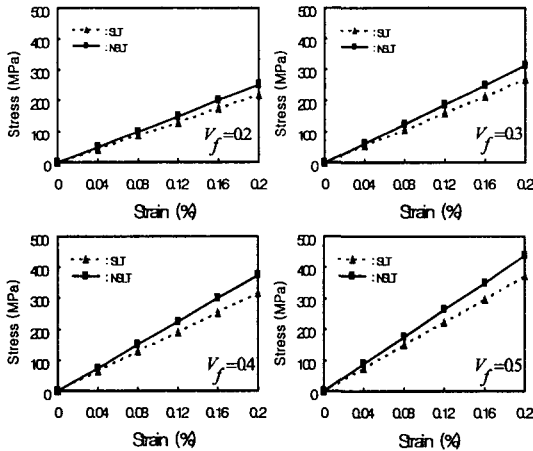


Fig. 4 Stress-strain curves of composite in case of 20%, 30%, 40%, 50% of fiber volume fraction in elastic regime (s=8)

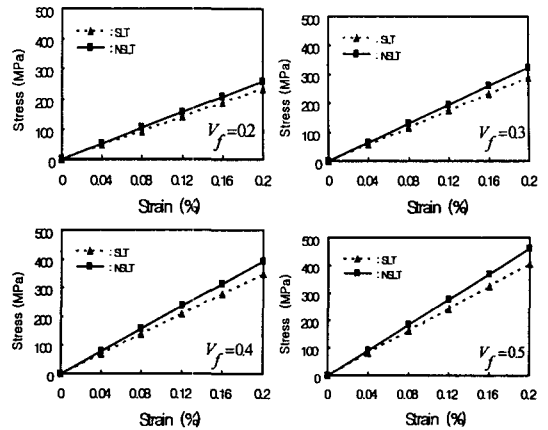


Fig. 5 Stress-strain curves of composite in case of 20%, 30%, 40%, 50% of fiber volume fraction in elastic regime (s=10)

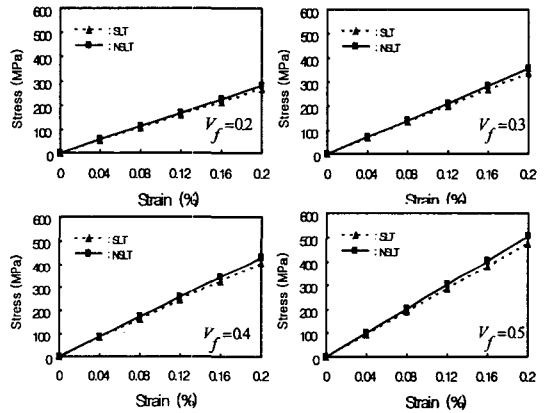


Fig. 6 Stress-strain curves of composite in case of 20%, 30%, 40%, 50% of fiber volume fraction in elastic regime (s=20)

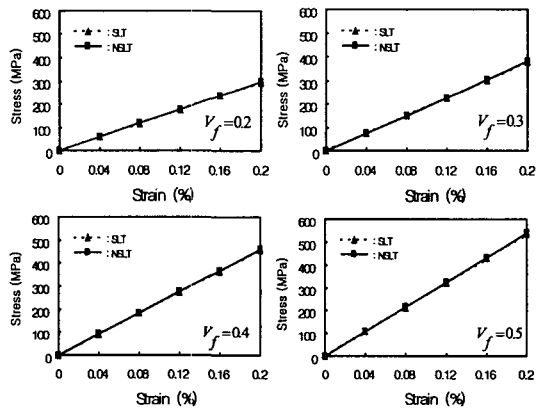


Fig. 7 Stress-strain curves of composite in case of 20%, 30%, 40%, 50% of fiber volume fraction in elastic regime (s=100)

Fig. 8에서는 $V_f=20\%$, $V_f=30\%$ 그리고 $V_f=50\%$ 인 경우의 복합재료의 응력-변형률 관계를 ROM과 Halpin-Tsai 그리고 NSLT를 이용하여 비교 해석하였고 SLT를 재평가하였다. 즉 SLT에서는 하중이 모재에서 보강재 단을 가로질러 전달 되지는 않는다고 가정하였으므로 이를 수정 보완하여 보강재 단에서 응력이 전달됨을 고려한 NSLT를 제시하여 종래의 이론들과 비교 분석하였다. 그 결과 변형률이 증가함에 따라 Halpin-Tsai, ROM, SLT 그리고 NSLT 모두 응력

이 증가하였다. 이들 중 ROM이 가장 큰 응력값을 보였고, SLT는 가장 작은 응력값을 나타냈다. NSLT는 SLT보다는 크고 Halpin-Tsai 모델보다는 작은 응력값을 보였다.

4. 결론

본 논문에서는 응력-변형률 관계, 최대 보강재 응력 그리고 탄성계수비의 영향 등 계산 방법에 관하여 기존의 SLT의 문제점을 분석하고 이를 개선하여 단순화된 새로운 식 NSLT로부터 단섬유의 복합강화효과의 정도를 확인하고 탄성계수를 예측하기 위하여 대표모델로부터의 탄성계수 수식을 정립화하였다. 또 결과식의 정확성을 검증하기 위하여 실제 수치를 대입해 도출된 결과를 타이론의 결과 및 유한요소해석(FEA) 결과와 동시에 비교해 보았다. 그리고 SLT와 NSLT로부터 섬유중형비와 섬유함유율을 다양하게 변화시켜가면서 이들에 대한 결과를 비교하였으며 결론은 다음과 같다.

(1) 정립된 단섬유의 복합강화를 정확하게 나타내는 응력집중계수(SCF)를 정의하여 보강재의 내부응력과 전달응력을 산출하여 FEA와 비교한 결과, NSLT가 SLT보다 정확한 내부응력을 계산할 수 있었다.

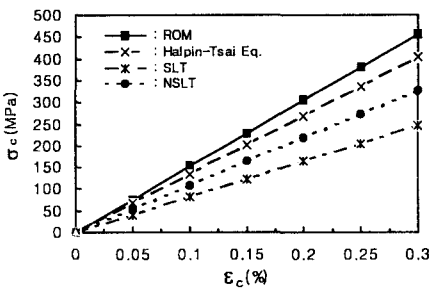
(2) 단섬유의 보강재 양단효과를 고려한 NSLT의 해석결과는 대체로 SLT보다 큰 차이(최대 48%)를 보였으며, 섬유중형비가 길어짐에 따라 탄성계수가 거의 같은 값(99%)으로 수렴하게 되었다.

(3) 혼합법칙(ROM)과 Halpin-Tsai 식에 의한 결과는 SLT의 계산결과와 매우 큰 차이가 있으며, NSLT에 의한 결과값은 Halpin-Tsai의 계산값과 SLT의 계산값 사이에 존재함을 알 수 있었다.

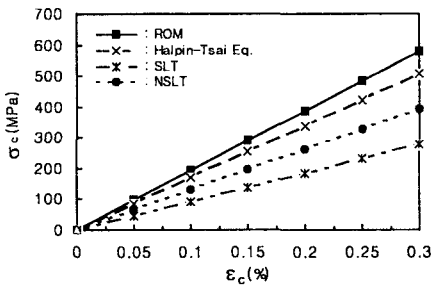
(4) NSLT 이론은 Closed Form의 해로써 보강재의 내부응력과 전달응력의 산출 및 탄성계수의 예측에 매우 유용하게 적용될 것이다.

참고문헌

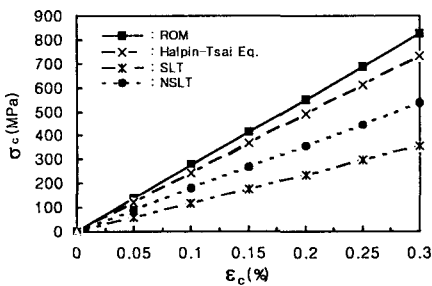
(1) Agarwal, B. D., Lifshitz, J. M. and Broudtman, L. J., 1974, "Elastic-Plastic Element Analysis of Short Fiber Composites," *Fiber Science and*



(a) $V_f=0.2$



(b) $V_f=0.3$



(c) $V_f=0.5$

Fig. 8 Stress-strain curves of composite in case of 20%, 30%, 50% of fiber volume fraction in elastic regime

- Technology*, Vol. 7, pp. 45~62.
- (2) Agarwal, B. D. and Broutman, L. J., 1980, "Analysis and Performance of Fiber Composites," *Johns Wiley and Sons*, New York, pp. 71~104.
- (3) Cox, H. L., 1952, "The Elasticity and Strength of Paper and Other Fibrous Materials," *British Journal of Applied Physics*, Vol. 3, pp. 72~79.
- (4) Kim, H. G., 1994, "Stress Transfer in shear Deformable Discontinuous Composites," *KSMTE Journal*, Vol. 8, No. 4, pp. 475~484.
- (5) Nardone, V. C. and Prewo, K. M., 1986, "On the Strength of Discontinuous Silicon Carbide Reinforced Aluminum Composites," *Scripta Metallurgica*, Vol. 20, pp.43~48.
- (6) Nardone, V. C., 1987, "Assessment of Models used to Predic the Strength of Discontinuous Silicon Carbide Reinforced Aluminum Alloys," *Scripta Metallurgica*, Vol. 21, pp. 1313~1318.
- (7) Taya, M. and Arsenault, R. J., 1987, "A Comparison Between a Shear Lag Type Model and an Eshelby Type Model in Predicting the Mechanical Properties of Short Fiber Composite," *Scripta Metallurgica*, Vol. 21, pp. 349~354.
- (8) Kim, H. G., 1998, "Analytical Study on the Elastic-Plastic Transition in Short Fiber Reinforced Composites," *KSMTE International Journal*, Vol. 12, No. 2, pp. 257~266.
- (9) Kim, H. G. and Yang, S. M. and Noh, H. G., 2003, "Stress Analysis of a Discontinuous Composite Using Mechanics of Materials Approach," *KSMTE*, Vol. 12, No. 4, pp.63~69.
- (10) Kim, H. G. and Noh, H. G., 2004, "Effect of Elastic Modulus Ratio on Internal Stresses in Short Fiber Composites," *KSMTE*, Vol. 13, No. 4, pp. 73~78.
- (11) Clyne, T. W., 1989, "A Simple Development of the Shear Lag Theory Appropriate for Composites With a Relatively Small Modulus Mismatch," *Mater.Sci.Eng.A*, Vol. 122, p. 183.
- (12) Jiang. Z. et al., 1998, "An Analytical Study of the Influence of Thermal Residual Stresses on the Elastic and Yield Behaviors of Short Fiber-Reinforced Metal Matrix Composites," *Mater.Sci.Eng.A*, Vol. 248, pp. 256~275.
- (13) Starink, M. J. et al., 1999, "Shear Lag Models for Discontinuous Composites: Fibre End Stresses and Weak Interface Layers," *Mater.Sci.Eng.A*, Vol. 270, pp. 270~277.