

< 논문 >

## 재료조각법을 이용한 위상최적설계

장수영\* · 윤성기†

(2004년 4월 6일 접수, 2004년 11월 23일 심사완료)

### Topology Optimization Through Material Cloud Method

Su-Young Chang and Sung-Kie Youn

**Key Words :** Topology Optimization(위상최적설계), Material Cloud Method(MCM;재료조각법), Size(크기), Position(위치), Background Computational Mesh(배경계산격자), Convergence(수렴성), Efficiency(효율)

#### Abstract

A material cloud method, which is a new topology optimization method, is presented. In MCM, an optimal structure can be found out by manipulating sizes and positions of material clouds, which are lumps of material with specified properties. A numerical analysis for a specific distribution of material clouds is carried out using fixed background finite element mesh. Optimal material distribution can be element-wisely extracted from material clouds' distribution. In MCM, an expansion-reduction procedure of design domain for finding out better optimal solution can be naturally realized. Also the convergence of material distribution is faster and well-defined material distribution with fewer intermediate densities can be obtained. In addition, the control of minimum-member sizes in the material distribution can be realized to some extent. In this paper, basic concept of MCM is introduced, and formulation and optimization results of MCM are compared with those of the traditional density distribution method(DDM).

기호설명

$N_{mc}$	:	재료조각의 수
$N_{elem}$	:	활성요소의 수
$S_i^{mc}$	:	$i$ 번째 재료조각의 등가재료량
$\rho_i^{mc}$	:	$i$ 번째 재료조각의 상대재료밀도
$A_i^{mc}$	:	$i$ 번째 재료조각의 면적
$\ell_i^{mc}$	:	$i$ 번째 재료조각의 길이
$x_i^{mc}$ or $y_i^{mc}$	:	$i$ 번째 재료조각중심의 $x$ 혹은 $y$ 좌표
$\rho_i^{elem}$	:	$i$ 번째 요소의 상대재료밀도
$A_i^{elem}$	:	$i$ 번째 요소의 면적
$D_i^{elem}$	:	$i$ 번째 요소의 영역
$D_i^{mc}$	:	$i$ 번째 재료조각의 영역
$\ \ast\ $	:	영역, $\ast$ 의 면적

1. 서론

위상최적설계기법은 Bendsoe 와 Kikuchi<sup>(1)</sup>에 의해서 균질화법과 재료밀도 개념의 도입을 통해 처음으로 수치적으로 적용된 이래, 방법상의 개선과 제품설계에의 적용에 관한 다양한 연구가 발표되어져 오고 있다.<sup>(2,3)</sup> 실제 공학제품의 설계에 적용되어 유용성이 입증되고 있으며,<sup>(4,5)</sup> 최근에는 위상최적설계기법의 적용 시 최적화 과정의 효율과 설계결과의 실용성의 증대를 위한 다양한 연구가 수행되고 있다.<sup>(6-8)</sup>

본 연구에서 새롭게 제안된 재료조각법(Material Cloud Method, MCM)에서는 정해진 재료물성을 가지는 재료덩어리인 재료조각(Material Cloud, MC)의 중심의치와 크기를 최적화 함을 통해 최적재료분포를 구한다. 이는 지금까지 보편적으로 사용되고 있는 각 요소 내 재료밀도값을 최적화함을 통해 위상최적설계를 수행하는 기존방법과 근본적으로 다른 접근방법이다. 재료조각법을

\* 한국과학기술원 대학원 기계공학과  
E-mail : sychang@kaist.ac.kr  
TEL : (042)869-3074 FAX : (042)869-3095

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과

사용할 때, 특정 재료조각분포에 대한 해석은 초기 설정된 고정배경격자에 대해서 수행되며, 재료조각의 분포가 각 격자에서의 강성 등을 결정한다.

본 논문에서는 재료조각법의 기본개념이 소개되며, 이를 통한 최적화 과정의 수식화와 최적설계결과가 기존 밀도분배법(Density Distribution Method, DDM)과 비교하여 설명된다.

## 2. 재료조각법(MCM)

재료조각법은 재료조각의 움직임과 크기변경을 통해 최적재료분포를 찾는 새로운 위상최적설계 기법이다. 재료조각은 정사각형 형태로 가정되며, 정해진 재료물성을 가지는 재료덩어리이다(Fig. 1).

재료조각법을 이용하여 위상최적설계를 수행하는 방법은 세 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 재료조각의 크기만을 최적화하는 방법이며, 본 연구에서 MCMS 라고 명명하였다. 두 번째는 재료조각의 중심위치만을 최적화하는 방법(MCMP)

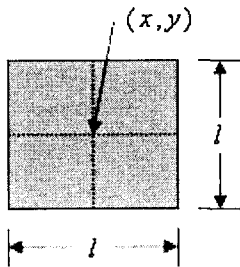
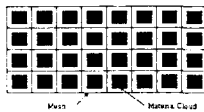
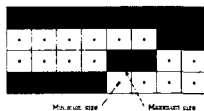


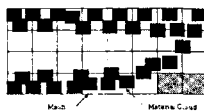
Fig. 1 Material cloud



(a) Initial design



(b) Optimal material cloud distribution by MCMS



(c) Optimal material cloud distribution by MCMP

Fig. 2 Optimization concept of MCMS and MCMP

이다. 세 번째는 재료조각의 중심위치의 최적화 후, 크기를 최적화하는 방법(MCMP)이다.

Fig. 2 는 MCMS 와 MCMP 를 이용할 때의 최적화 개념을 보여준다. MCMS 에서 초기재료조각 분포는 Fig. 2(a)처럼 각 요소 당 하나씩의 재료조각이 분포되며, 각 재료조각은 균일한 크기를 가지면서 각 요소의 중심에 배치된다. 최적화 과정 중 재료조각의 중심위치는 고정되며, 크기는 0 보다 큰 아주 작은 값에서부터 격자의 크기까지의 범위 내에서 변한다. 이를 통해 Fig. 2(b)와 같은 최적재료조각분포가 결정된다. 반면 MCMP 에서는 Fig. 2(a)와 같은 초기재료조각분포에서 시작하여 재료조각의 중심위치만을 변경함을 통해 Fig. 2(c)와 같은 최적재료조각분포를 구한다. 이 경우의 해석과정에서는 하나 이상의 재료조각이 포함된 활성요소(Active element)만이 고려된다. 즉, Fig. 2(c)에서 오른쪽 아래, 회색으로 표시된 두 요소(비활성요소, Inactive element)는 해석과정에 포함되지 않는다. 반대로 재료조각의 움직임을 통해 이전 단계에서 해석과정에 포함되지 않았지만, 현재 단계에서 재료조각이 포함된 요소는 다시 활성요소가 되어 해석과정에 포함된다. 이와 같은 간단한 요소 추가와 제거 과정에 의해 설계공간(Design domain)의 확장과 축소가 자연스럽게 구현될 수 있다.

Fig. 3 은 MCMPS 를 통한 최적화 과정을 도식화하여 개념적으로 설명한다. MCMPS 에서는 먼저 MCMP 를 도입하여 초기 재료조각의 위치분포를 최적화 한 후, MCMS 를 도입하여 재료조각의 크기를 최적화 함을 통해 Fig. 3(d)와 같은 최적재료분포를 구한다. Fig. 3(a)에서처럼 최적화 과정 중 재료조각의 움직임을 통해 재료조각이 존재하게 될 지도 모르는 영역, 즉 잠재설계영역(Potential design domain)에 대해 격자를 구성한다. 이 중 일부를 초기설계영역으로 정의하여, 이에 속하는 각 요소당 하나씩 재료조각을 분포시킨다. MCMP 의 적용을 통해 재료조각이 움직이며[Fig. 3(b)], 이를 통해 얻어진 재료조각분포에서의 각 활성요소 내에 재료가 포함된 양을 계산하여, 이후 연속적으로 사용될 MCMS 의 초기 재료조각의 분포를 결정한다[Fig. 3(c)]. 이에 대해 앞서 설명된 MCMS 를 통한 최적화 과정을 적용하여 Fig. 3(d)와 같은 최종최적설계안을 도출해 낸다. MCMP 를 통해 얻어진 재료조각의 분포에서 재료조각이 하나도 포함되지 않은 요소는 이후의 MCMS 해석 및 최적화 과정에 포함되지 않는다.

재료조각법을 이용하여 위상최적설계과정을 수

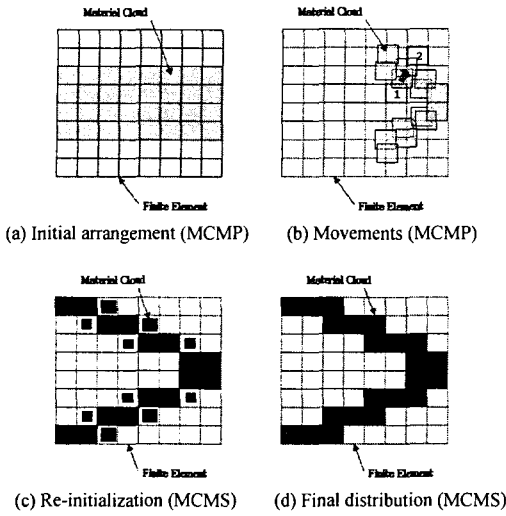


Fig. 3 Optimization concepts of MCMPs

행할 경우 기존 밀도분배법을 이용할 경우와 비교하여, 다음과 같은 크게 3 가지의 잇점을 얻을 수 있다. 첫 번째는 설계영역의 확장 및 축소를 통해 보다 나은 성능을 보이는 최적설계안을 보다 효율적으로 얻을 수 있다. 두 번째는 재료분포의 수렴과정이 빨라지며, 최적설계안에서 요소 내의 재료량이 상한값과 하한값 사이의 중간값을 가지는 요소의 수가 작아져 최적설계도출이 용이하다. 세 번째는 재료조각의 위치변경 과정(MCMP)에서 고정된 값을 가지는 재료조각의 크기를 다르게 설정함을 통해 최종재료분포에서의 최소치수를 간접적으로 제어할 수 있다.

### 3. 해석 및 최적화 과정의 수식화

본 장에서는 재료조각법을 사용하여 위상최적화과정을 수행할 때, 상태변수(구조물의 변위 등)의 계산과정과 민감도 해석을 포함한 최적화 과정에 대한 수식화를 기술한다.

위상최적화문제는 일반적으로 식 (1)과 같이 표현된다. 식 (1)에서 설계변수벡터,  $\tilde{b}$  와 부등식 제한조건식,  $g(\tilde{b})$  는 MCMS 혹은 MCMP 의 사용시 다르게 정의된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && f(\tilde{b}) \\ & \text{subject to} && g(\tilde{b}) \leq 0 \\ & && \tilde{b}_{lb} \leq \tilde{b} \leq \tilde{b}_{ub} \end{aligned} \quad (1)$$

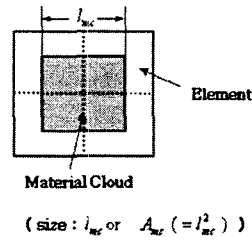


Fig. 4 Design variable in MCMS

선형탄성구조문제의 경우에 식 (1)에서의 목적함수는 구조물의 컴플라이언스(Compliance)로 정의할 수 있다[식 (2)]. 식 (2)에서  $r$  과  $t$  는 각각 체적하중과 트렉션하중을 나타낸다.

$$f(\tilde{b}) = \int_{\Omega} r u \, d\Omega + \int_{\Gamma_r} t u \, ds \quad (2)$$

#### 3.1 MCMS 를 통한 최적화

설계변수는 재료조각의 면적, ( $A_{mc}$ ) 혹은 한변의 길이, ( $l_{mc}$ )가 된다(Fig. 4).

최적화문제의 정의에 앞서 본 논문에서 사용되는 용어에 관한 설명이 필요하다. 활성요소(Active element)는 하나 이상의 재료조각이 포함된 요소이며, 활성절점(Active node)는 활성요소를 구성하는 절점이며, 활성자유도(Active DOF)는 활성절점과 관련된 자유도이다. 재료조각의 상대밀도는 재료조각의 단위면적 당 현재의 재료량과 허용될 수 있는 최대재료량의 비이다. 재료조각의 등가면적은 재료조각의 상대밀도와 면적의 곱이다. 요소의 상대밀도는 요소내 현재의 재료량과 허용될 수 있는 최대재료량의 비이다. 마지막으로 요소의 등가면적은 요소의 상대밀도와 면적의 곱으로 정의된다.

각 재료조각의 상대재료밀도는 1 로 설정되며, 각 재료조각의 크기는 식 (3)에 의해 결정된다. 식 (3)의 우변의 상수,  $\alpha$  는 0 과 1 사이의 값을 가진다. 만약 모든 요소의 크기가 동일하다면, 각 재료조각의 등가재료량은 동일해진다.

$$S_i^{mc} = \rho_i^{mc} \times A_i^{mc} = \alpha \times A_i^{elem} \quad (3)$$

식 (2)의 목적함수는 구조물의 변위계산 후 쉽게 구해질 수 있다. 이에 앞서 모든 요소의 상대밀도를 계산할 필요가 있다[식 (4)].

$$\rho_i^{elem} = \begin{cases} \frac{A_i^{mc}}{A_i^{elem}}, & \text{if } b_i = A_i^{mc} \\ \left(\frac{l_i^{mc}}{A_i^{elem}}\right)^2, & \text{if } b_i = l_i^{mc} \end{cases} \quad (4)$$

구조물의 변위는 식 (5)를 풀어 계산되는데, 이 때 사용되는 대부분의 과정은 기존 밀도분배법과 유사하다. 식 (6)에서 요소강성행렬 계산시 적분 영역은 요소의 전 영역이 아니라 재료조각이 차지하고 있는 영역 ( $\Omega^{mc}$ ) 이다. 또한 중간밀도를 가지는 요소에 대한 강성행렬의 벌칙화를 위해 사용되는 함수,  $P$ 는 식 (7)과 같은 지수함수가 사용되었으며, 이 때의 지수,  $n$ 은 동일한 벌칙효과 적용을 위해 기존 밀도분배법에서 보다 1 차수 낮은 함수를 사용한다.

$$K U = F \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{where } K &= \sum_{e=1}^{N_{elem}} k_e \\ F &= \sum_{e=1}^{N_{elem}} f_e \\ k_e &= p(\rho_e^{elem}) \int_{\Omega_e} B_e^T \cdot D_e \cdot B_e d\Omega \\ f_e &= \int_{\Omega_e} N \cdot b \cdot d\Omega + \int_{\Omega_e} N \cdot t \cdot ds \end{aligned} \quad (6)$$

$$P(\rho) = \rho^n, \text{ where } n = 2 \quad (7)$$

부등식 제한조건식,  $g$ 는 식 (8)과 같이 최적화 과정 중의 재료사용량을 초기 설정값 ( $A_0$ ) 이하로 제한한다. 각 설계변수의 상한값과 하한값은 사용된 설계변수의 종류에 따라 다르게 정의된다. 설계변수가 재료조각의 면적일 때, 상한값은 요소의 면적이며, 하한값은 상한값의 0.0025 배이다. 한편 재료조각의 한 변의 길이가 설계변수일 때, 상한값은 요소의 한 변의 길이이며, 하한값은 상한값의 0.05 배이다. 보편적으로 위상최적설계과정에서 설계변수의 하한값은 0에 가까운 아주 작은 값으로 설정하며, 본 연구에서는 설계변수의 종류에 관계없이 하한값에 해당되는 재료조각의 면적을 동일하게 설정하기 위해 위의 값들을 사용하였다.

$$\begin{aligned} g(\tilde{b}) &= \int_{\Omega^{mc}} \rho_{mc} d\Omega - A_0 \\ &= \sum_{i=1}^{N_{mc}} [1 \times (A_i^{mc})] - A_0 \leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

목적함수의 민감도는 식 (9)를 이용하여 계산될 수 있다. 식 (9)에서 수반방정식은 식 (10)을 만족하는 해이다. 식 (10)에서 전체강성행렬의 민감도는 식 (11)과 식 (12)를 이용해 계산된다.

$$\frac{\partial f}{\partial b_i} = -\tilde{\lambda}^T \left( \frac{\partial K}{\partial b_i} \tilde{U} \right) \quad (9)$$

$$K \tilde{\lambda} = \frac{\partial f}{\partial \tilde{U}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial K}{\partial b_i} = A_{j=1}^{N_{elem}} \left( \frac{\partial k_{e(j)}}{\partial b_i} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial k_e}{\partial b_i} = \frac{\partial p(\rho_e)}{\partial \rho_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial b_i} \int_{\Omega_e} B_e^T \cdot D_e \cdot B_e d\Omega \quad (12)$$

부등식 제한조건식, 식 (8)의 설계변수에 대한 미분은 쉽게 계산 가능하다.

재료조각의 크기 최적화를 위해  $Ma^{(9)}$  등에 의해 개발되어진 최적조건법에 근거한 최적화 알고리즘을 사용하였다.

### 3.2 MCMP 를 통한 최적화

설계변수는 정사각형의 형상을 지니는 재료조각 중심의  $x$  좌표와  $y$  좌표이다(Fig. 5). 여기서 재료조각은 초기 설정된 배경격자에 구속받지 않고 자유롭게 움직일 수 있으며, 경우에 따라서 서로 겹칠 수도 있다. 앞에서 기술한 마와 같이 재료조각이 조금이라도 포함된 요소, 즉 활성요소만이 계산과정에 포함한다.

초기 재료조각은 잠재설계영역의 일부에 해당하는 초기설계영역의 모든 요소 내에 요소당 하나씩 요소의 중심에 배치된다. 재료조각의 크기는 설계자에 의해 임의의 크기로 할당되고, 이 때 재료조각의 상대재료밀도는 식 (13)에 의해 설정된다. 식 (13)에서 상수,  $\alpha$ 는 모든 재료조각에 대해서 0과 1 사이의 동일한 값이 사용된다. 재료조각의 크기는 배경격자의 크기에 비해 작지 않게 설정된다. 이는 재료조각의 움직임에 대한 목적함수의 민감도가 연속적인 값을 갖도록 하기 위해서이다. 만약 모든 요소의 크기가 동일하다면, 각 재료조각의 등가재료량은 동일해진다.

$$S_i^{mc} = \rho_i^{mc} \times A_i^{mc} = \alpha \times A_i^{elem} \quad (13)$$

목적함수, 식 (2)는 구조물의 변위를 계산한 후, 쉽게 구할 수 있다. 활성요소의 상대재료밀도는 식 (14)와 같이 구할 수 있다. 식 (14)는 요소 내 재료조각의 등가재료량의 합을 요소의 면적으로 나눈 값이다.

$$\rho_i^{elem} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{mc}} (\|D_j^{mc} \cap D_i^{elem}\| \times \rho_j^{mc})}{\|D_i^{elem}\|} \quad (14)$$

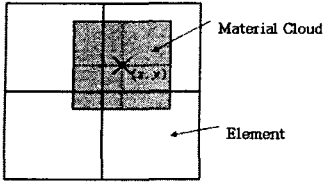


Fig. 5 Design variable in MCMP

구조물의 변위해석 과정은 앞의 MCMS 의 경우와 거의 동일하나, 크게 두 가지 차이점이 있다. 첫 번째는 재료조각의 실제 존재하는 부분에 대한 적분을 수행하지 않고, 각 활성요소의 전 면적에 대하여 적분을 수행한다. 이는 정확한 적분으로 인한 계산시간 증가를 방지하기 위함이다. 두 번째는 재료조각의 이동으로 인해 일부 요소 내에서 실제로 재료가 존재할 수 있는 양보다 많이 존재하는 경우, 즉 요소의 상대재료밀도가 1보다 큰 값이 발생할 수 있다. 이런 경우까지 포함하여 요소의 밀도에 따른 요소의 강성행렬의 벌칙함수를 식 (15)와 같이 정의하여 사용하였다. 식 (15)의 벌칙함수는 요소의 밀도가 0에서부터 1보다 다소 큰 값까지 변할 때, 함수값과 함수의 미분값이 연속이며, 모두 1보다 작은 함수값을 가진다.

$$P(\rho) = e^{-\alpha(\rho-1)^2}, \text{ where } \alpha = 3 \quad (15)$$

이처럼 재료조각의 움직임만을 고려하는 경우에는 설계영역 내에 존재하는 재료의 량이 변하지 않기 때문에 앞의 MCMS 경우에서처럼 질량제한에 관한 부등식 제한조건[식 (8)]은 불필요하다. 그러나 최적화 과정 중에 설계변수의 일관적인 수렴성을 보장하기 위해 식 (16)과 같은 부등식 제한조건식의 고려가 필요하다. 식 (16)은 재료조각이 움직일 수 있는 거리의 합을 상수값,  $C_g$  이하로 제한한다. 여기서 상수값  $C_g$ 는 이전 단계의 설계변수값들로부터 각 재료조각의 움직임이 허용되는 상한값의 합에 0과 1사이의 상수를 곱한 값으로 매 축차과정에서 갱신된다. 여기서 각 재료조각의 움직임의 상한값은 식 (17)에 의해 계산된다. 식 (17)은 각 요소의 상대재료밀도가 1보다 작게, 즉 물리적 의미로 존재가능한 상한값보다 작아야 한다는 조건을 의미한다. 식 (17)은 설계변수에 대해 비선형꼴이므로, 이를 선형근사화 하여 적용하며, 이 과정에서 일부요소 내에서 이 조건이 다소 어긋날 수도 있다. 이 때문에 식 (15)와 같은 새로운 물성치 벌칙함수를 사용하게 되었다고 볼 수 있다.

$$g(\tilde{b}) = \sum_{i=1}^{N_{mc}} (|x_i - x_i^r| + |y_i - y_i^r|) - C_g \leq 0 \quad (16)$$

$$\rho_i^{elem} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{mc}} (\|D_j^{mc} \cap D_i^{elem}\| \times \rho_j^{mc})}{\|D_i^{elem}\|} \leq 1 \quad (17)$$

목적함수의 미분과정과 부등식 제한조건식의 미분과정은 MCMS 의 경우와 유사하다. 단지 각 재료조각이 두 개 이상의 요소에 걸쳐서 존재할 수 있으므로 식 (11)과 같은 강성행렬의 민감도 계산 시, 여러 요소강성행렬의 민감도 계산과정이 필요하다.

이 경우의 최적화 문제의 수식 형태가 앞의 크기 최적화와 유사하므로, 동일한 최적화 알고리즘을 사용하였다.

#### 4. 최적화 예제

##### 4.1 예제 1

이 예제에서는 MCMS 를 적용한 위상최적화 결과를 기본 밀도분배법을 이용하였을 때와 비교하여 설명한다.

Fig. 6 과 같이 오른쪽 변의 중앙에 단위 크기의 집중하중이 작용할 때 구조물의 컴플라이언스를 최소화 할 수 있는 설계안을 찾는다. 재료사용량은 설계영역의 60 %로 제한하였다. 본 연구에서는 특정재료분포가 중간밀도값을 얼마나 적게 가지느냐, 즉 요소별로 재료의 존재여부가 얼마나 명확한지를 수치적으로 비교하기 위해 식 (18)과 같은 함수, H 를 도입하였다. 함수, H 값이 0에 가까울수록 명확한 재료분포라고 볼 수 있다.

Fig. 7 은 기존 밀도분배법(DDM)과 재료조각의 크기를 설계변수로 사용한 재료조각법(MCMS)의 최적설계 결과를 비교한 것이다. 그림의 설명란에서 괄호안의 첫 번째 값은 사용된 설계변수를 의미하며, 두 번째 값은 본 연구에서 사용된 최적화 알고리즘에서 목적함수값을 근사화하는 식 [식 (19)]의 차수( $\xi$ )를 의미한다.<sup>(9)</sup> Fig. 8 은 최적화 과정 중의 목적함수, H-함수 그리고 재료량의 변화과정을 보여준다.

$$H = \int_{\Omega} (\rho^{wb} - \rho)(\rho - \rho^b) d\Omega \quad (18)$$

$$f \approx f_0 + \sum_{i=1}^{N_{dv}} \alpha_i^k b_i^{-\xi} \quad (19)$$

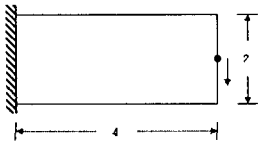


Fig. 6 Problem definition of example 1

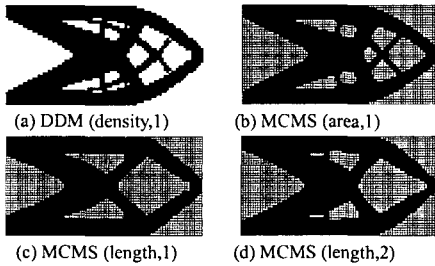


Fig. 7 Optimal material distributions (Example 1)

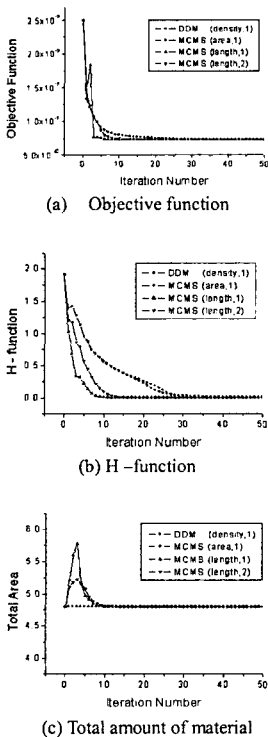


Fig. 8 Histories of several quantities during optimization procedure (Example 1)

설계변수로 재료조각의 면적을 사용한 경우의 결과[Fig. 7(b)]는 기존 밀도분배법의 결과[Fig. 7(a)]와 상당히 유사하다. 그러나, 재료조각의 한 변의 길이를 설계변수로 사용한 경우의 결과들[Fig. 7(c)와 Fig. 7(d)]은 밀도분배법의 결과와 상당히

Table 1 Initial lengths and final objective functions for four cases (Example 2)

	case 1	case 2	case 3	case 4
Initial length of material cloud (m)	0.05	0.10	0.20	0.40
Objective functions ( $\times 10^{-10}$ N-m)	7.4439	7.4248	7.2940	7.3081

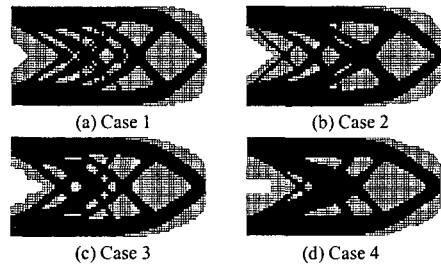


Fig. 9 Optimal material distribution for four cases of initial lengths (Example 2)

다르며, 상당히 간단한 형태의 최적구조물을 얻을 수 있었다. Fig. 8 을 관찰하면, 재료조각의 한 변의 길이를 설계변수로 사용하였을 때의 목적함수와 H-함수의 수렴성이 기존 방법에 비해 상당히 좋다는 것을 알 수 있다. 이는 설계변수에 관한 비선형함수꼴로 표현되는 재료사용량에 관한 제한조건식을 선형근사화 하였기 때문이다. 이 근사화 과정으로 인해 최적화 과정의 초기에는 재료사용량이 제한값보다 다소 많았지만, 최적화 과정이 수렴해감에 따라 제한조건을 정확히 만족시켰다. 단위 축차시 요구되는 계산비용(메모리 요구량, 계산시간 등)은 기존 밀도분배법의 경우와 상당히 유사하므로, 수렴된 최적설계안을 얻기까지 요구되는 최소축차수의 감소로 인해 전체 최적화 과정의 계산비용은 상당히 줄어들었다.

#### 4.2 예제 2

이 예제에서는 MCMPs 를 적용할 때 초기 설정된 재료조각의 크기에 따른 최적설계결과를 비교하였다. 문제정의는 앞의 4.1 절의 예제와 동일하다.

Table 1 은 재료조각의 초기크기값과 이에 따른 최종목적함수값을 보여준다. Fig. 9 는 네 종류의 초기 재료조각의 크기에 따른 최적재료분포를 보여준다. 재료조각의 초기 크기가 증가하면, 간단한 형태의 최종재료분포를 얻을 수 있었다. 그러나, 최종재료분포의 목적함수값은 초기 재료조각의 크기에 크게 영향을 받지 않았다. 공학적 관점에서 Fig. 9(d)와 같이 간단한 형태의 구조물이 바람직한 설계라고 말할 수 있다.

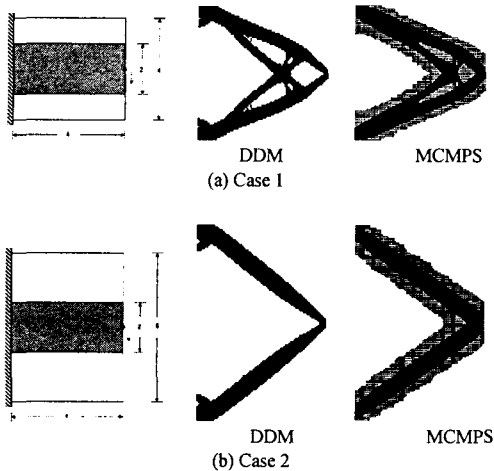


Fig. 10 Problem definitions and optimal material distributions (Example 3)

Table 2 Comparisons of optimal results and computational times (Example 3)

	Case 1		Case 2	
	DDM	MCMPS	DDM	MCMPS
Objective function (*10 <sup>-10</sup> N·m)	3.5449	3.1784	2.4683	2.2799
H-function (m <sup>2</sup> )	0.00263	0.00093	0.00714	0.00143
Computational time (minute)	48	25	72	31

4.3 예제 3

이 예제에서는 두 가지의 서로 다른 잠재설계영역에 대해 MCMPS 를 적용하였을 때의 최적설계결과를 기존 밀도분배법의 결과들과 비교하였다.

Fig. 10(a)와 Fig. 10(b)의 왼쪽의 그림들은 본 예제에서 사용되는 잠재설계영역과 초기설계영역을 나타낸다. 초기설계영역은 회색으로 표시된 영역으로 두 경우 동일하게 설정되었다. 잠재설계영역은 바깥쪽 사각형으로 표시된 영역으로 두 경우 다르게 설정되었다.

Table 2 는 기존 밀도분배법과 재료조각법을 사용하였을 때의 최적설계결과와 전체소요시간을 보여준다.

두 경우 모두 재료조각법을 사용하여 얻어진 최적설계안의 목적함수값과 H-함수값이 작았다. 이는 더욱 좋은 성능을 보이면서 명확하게 도출될 수 있는 최적설계안을 제시한다는 것을 의미한다. 또한 이 최적설계안들을 얻기까지 소요된 전체계산시간에 있어서도 재료조각법이 훨씬 유리하다는 것을 알 수 있다. 이는 기존 밀도분배법에서는 설계영역 내의 모든 요소가 계산 및 최적화 과정에 이용된 반면, 재료조각법에서는 재료조각이 조금이라도 포함된 요소, 즉 활성요소

만이 사용되기 때문에 구조물의 변위와 같은 상태변수의 계산과정과 민감도 계산과정에 걸리는 시간이 훨씬 작아진다. 이 예제에서는 설계영역의 확장이 더욱 많이 일어나는 두 번째 경우에 있어 계산시간의 차이가 첫 번째 경우보다 훨씬 크다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

위상최적설계를 위해 새롭게 개발된 재료조각법의 개념, 수식화 그리고 최적설계결과가 기존 밀도분배법과 비교하여 설명되었다. 재료조각법에서는 재료조각의 중심위치와 크기를 최적화함을 통해 최적설계안을 도출한다. MCMPS 의 적용을 통해 기존 밀도분배법을 이용하였을 때에 비해 훨씬 명확히 정의되는 최적설계안을 작은 계산비용으로 구할 수 있었다. 또한 MCMPS 를 적용함을 통해 훨씬 작은 계산비용으로 확장된 설계영역에서의 최적설계안을 도출해낼 수 있었다. 이는 최적화 과정 중 단지 활성요소만이 계산 시 고려되기 때문이다. 마지막으로 초기 재료조각의 크기를 다르게 설정함을 통해 최종재료분포에서의 최소치수폭을 간접적으로 제어할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197~224.
- (2) Bendsoe, M. P. and Sigmund, O., 2003, *Topology Optimization - Theory, Methods and Applications*, Springer
- (3) Park, S.H. and Youn, S. K., 1997, "A Study on the Topology Optimization of Structures," *Transactions of the KSME A*, Vol. 21, No. 8, pp. 1241~1249.
- (4) Chang, S. Y., Youn, S. K., Kim, C. S. and Oh, D. H., 2000, "Topology Optimization of a HDD Actuator Arm," *Transactions of the KSME A*, Vol. 24, No. 7, pp. 1801~1809.
- (5) Park, K. S., Chang, S. Y., Lee, E. S. and Youn, S. K., 2002, "Topology Optimization of the Primary Mirror of a Multi-Spectral Camera," *Transactions of the KSME A*, Vol. 26, No. 6, pp. 1194~1202.
- (6) Querin, O. M., Steven, G. P. and Xie, Y. M., 1998, "Evolutionary Structural Optimisation (ESO) Using a Bidirectional Algorithm," *Evolutionary Structural Optimisation*, Vol. 15, No. 8, pp. 1031~1048.
- (7) Kim, I. Y. and Kwak, B. M., 2002, "Design Space Optimization Using a Numerical Design Continuation

- Method,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53, pp. 1979~2002.
- (8) Petersson, J. and Sigmund, O., 1998, “Slope Constrained Topology Optimization,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 41, pp. 1417~1434.
- (9) Ma, Z. D., Kikuchi, N., Cheng, H. C. and Hagiwara, I., 1995, “Topology Optimization Technique for Free Vibration Problems,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 62, pp. 200~207.