

# 군지연 등화된 두 개의 통과대역을 갖는 필터의 합성에 관한 연구

## A Study on the Synthesis of a Self-Equalized Dual-Passband Filter

이 주 섭 · 엄 만 석 · 박 종 흥

Juseop Lee · Man Seok Uhm · Jong Heung Park

### 요 약

본 논문에서는 각 통과대역이 군지연 등화된 두 개의 통과대역을 갖는 필터의 합성 방법에 관하여 언급하였다. 각 통과대역이 군지연 등화된 특성을 가지게 함으로써, 기존의 이중 통과대역 필터보다 디지털 데이터 전송에 있어서 비트 에러율(BER)을 감소시킬 수 있고, 군지연 변화를 등화시키기 위하여 외부 등화기가 별도로 필요하지 않다. 본 논문에서의 합성 방법 타당성 검증을 위하여 각 통과대역이 군지연 등화된 5차 타원 응답특성을 갖는 두 개의 통과대역을 갖는 10차 이중모드 필터를 합성하였다.

### Abstract

This paper describes a synthesis method for a self-equalized dual-passband filter. Compared to conventional dual-passband filter, a self-equalized dual-passband filter can reduce BER(bit error rate) in digital data communications and does not need an external equalizer for group-delay equalization. To validate the synthesis technique, a 10-pole dual-mode dual-passband filter which has two self-equalized 5-pole elliptic response passband is synthesized.

Key words : Dual-Passband Filter, Group-Delay Equalization, Bit Error Rate, Filter Synthesis

### I. 서 론

일반적인 마이크로파 필터는 하나의 통과대역과 통과대역 양 옆에 차단 대역이 존재하는 특성을 갖는다. 이러한 단일 통과대역 특성을 갖는 필터는 필터의 응답특성(response characteristic)에 따라서 버터워스(Butterworth) 응답 필터, 체비셰프(Chebyshev) 응답 필터, 타원(Elliptic) 응답 필터 등으로 분류되며, 이러한 필터를 설계하는 방법은 여러 마이크로파 이론 및 필터 관련 문헌에 제시되어 있다<sup>[1],[2]</sup>.

그러나 통신 시스템의 구성에 따라서는 하나의 통과대역이 아닌 여러 개의 통과대역을 갖는 필터가 필요한 경우가 있다. 특히, 위성통신 시스템에서 있

어서는 위성 안테나 커버리지와 채널 할당에 따라서 주파수 상에서 인접하지 않은 채널이 하나의 증폭기에 의해서 신호가 증폭된 후 하나의 빔(beam)을 통해서 지상으로 전송되는 경우가 있기 때문에 이러한 통신 시스템에 있어서는 여러 개의 통과대역을 갖는 필터가 요구될 수 있다.

이러한 다중 통과대역 특성을 갖는 필터는 Holme에 의하여 설계 방법이 제시되었다<sup>[3]</sup>. 전달영점이 존재하고 우수한 주파수 선택도 특성을 갖도록 각 통과대역을 타원 응답형으로 설계하였으며, 구조상으로는 제작과 튜닝이 용이하고 무게와 부피를 줄일 수 있는 이중모드 인라인(in-line) 형태의 필터<sup>[4]</sup>를 설계 및 제작하였다. 각 통과대역을 타원 응답형으로

한국전자통신연구원 통신위성연구그룹(Communications Satellite Development Group, Electronics and Telecommunications Research Institute(ETRI))

· 논문 번호 : 20040723-096

· 수정완료일자 : 2004년 12월 23일

설계하면 통과대역 외부 즉, 차단 대역에 전달영점이 존재하기 때문에 이 전달영점을 이용하여 단일 통과대역 중간에 차단 대역을 형성하여 다중 통과대역 특성을 나타내도록 설계할 수 있다. 따라서 차단 대역에 전달영점이 존재하지 않는 버터워스 응답 혹은 체비세프 응답형보다는 타원 응답형이 설계가 용이하고 주파수 선택도 특성이 우수하기 때문에 참고 문헌 [3]에서는 각 통과대역이 타원 응답형인 다중 통과대역 특성의 필터 설계 방법을 제시하였다.

[3]에서 제시된 다중 통과대역 특성을 갖는 필터는 구조상으로는 제작과 튜닝의 용이한 인-라인 구조의 필터이다. 인라인 구조의  $n$ 차( $n$ : 짝수) 필터는 최대  $n/2$ 개의 전달영점을 구현할 수 있고 정규 (canonical) 구조의 필터는 최대  $n-2$ 개의 전달영점을 구현할 수 있다. 예를 들어, 인-라인 구조의 8차 필터는 최대 4개의 전달영점을 구현할 수 있기 때문에 필터 설계 결과 6개의 전달영점을 구현해야 하는 경우에는 물리적으로 구현이 불가능한 결과가 발생한다.

이러한 인-라인 구조의 다중 통과대역 필터의 단점을 보완하기 위하여 전달영점을 보다 많이 구현할 수 있는 정규 구조의 다중 통과대역 필터가 제시되었다<sup>[5]</sup>. 정규 구조의  $n$ 차 필터의 경우 최대  $n-2$ 개의 전달영점을 구현할 수 있기 때문에 일반적으로 인-라인 구조의 필터보다 구현 가능한 전달영점의 개수가 많다.

이러한 각 통과대역이 타원 응답형인 인-라인 혹은 정규 구조의 다중 통과대역 필터의 경우 주파수 선택도 특성이 우수한 반면 대역 내에서의 균지연 변화량이 크기 때문에 디지털 데이터 전송에 있어서 비트 에러율(bit error rate, BER)이 크다는 단점이 있다. 일반적으로 단일 통과대역 필터의 경우 외부에 등화기를 붙이거나<sup>[6]</sup> 혹은 필터의 합성시 전달함수를 구하는 데 있어서 실수 혹은 복소수의 전달영점을 이용하여 필터 자체적으로 등화된 균지연 특성을 갖는 자체 등화(self-equalized) 필터<sup>[7]</sup>로 설계함으로써 이러한 문제를 해결한다.

일반적으로 다중 통과대역 필터의 경우 균지연 등화를 위한 외부 등화기의 설계가 난해하다. 따라서, 본 논문에서는 복소수의 전달영점을 이용하여 필터 자체적으로 각 통과대역이 균지연 등화된 특성을 갖

는 다중 통과대역 필터의 합성 방법에 대하여 언급하며 본 논문에서의 설계 방법을 이용하여 각 통과대역이 균지연 등화된 5차 타원 응답형인 이중 통과대역 10차 필터를 합성하여 본 논문에서 제시한 필터 합성방법의 타당성을 검증하였다.

## II. 필터의 폴점/영점 및 특성

일반적으로 필터의 폴점(pole) 및 영점(zero)으로 전달함수를 구한 후 전달함수를 구현할 수 있는 필터의 구조를 선택하며, 마지막으로 필터의 구조와 전달함수에 부합하는 회로망 파라미터를 구하는 단계로 필터를 합성한다.

일반적으로 마이크로파 필터의 주파수 특성을 나타내는 전달함수  $t(s)$ 는 다음과 같이 표현된다.

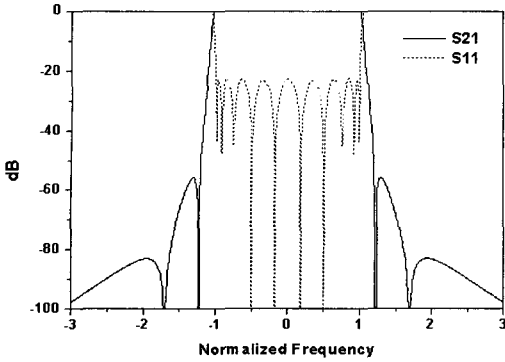
$$t^2(s) = \frac{1}{1 + \epsilon^2 R^2(s)}, \quad s = j\omega \tag{1}$$

이때,  $s$ 는 정규화된 복소 주파수(normalized complex frequency),  $R(s)$ 는 필터의 특성을 나타내는 특성함수, 그리고  $\epsilon$ 는 필터의 통과대역 리플(ripple) 특성을 나타내는 리플 상수이다. 특성함수에 따라서 Butterworth 응답, Chebyshev 응답, 타원 응답 등과 같은 필터의 응답특성이 결정된다. 다중 통과대역 특성을 갖는 필터의 경우 전달영점의 구현이 필수적이며, 전달영점이 존재하는 필터 응답의 종류로는 타원 응답형이 일반적이다. 이러한 타원 응답특성을 나타내는 특성함수  $R(s)$ 는 다음과 같이 유리함수로 나타낸다.

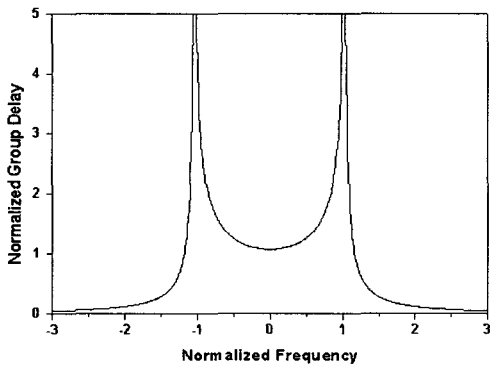
$$R(s) = \frac{\prod_j (s - s_{p_j})}{\prod_k (s - s_{z_k})} \tag{2}$$

이때,  $s_{p_j}$ 와  $s_{z_k}$ 는 각각 필터의 폴점과 영점이다. 타원 응답형의 단일 통과대역 특성을 나타내는 필터의 경우 폴점은 모두 통과대역 내에 존재하고 영점은 차단 대역에 존재한다. 그림 1은 10차 타원 응답형의 단일 통과대역 특성을 나타내는 필터에 대하여 필터의 응답특성과 폴점/영점의 위치를 나타내었다. 폴점과 영점 모두 복소 정규화 주파수 평면상에서 순허수의 값을 갖는다.

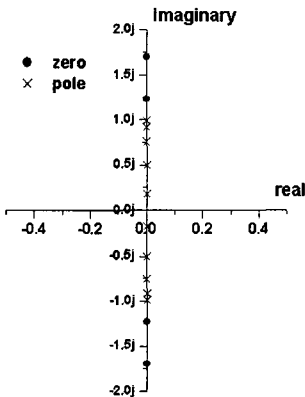
단일 통과대역 특성을 나타내는 필터와는 달리 타원 응답형의 다중 통과대역 특성을 나타내는 필터



(a) 전달특성 및 반사특성  
(a) Transmission and reflection characteristics



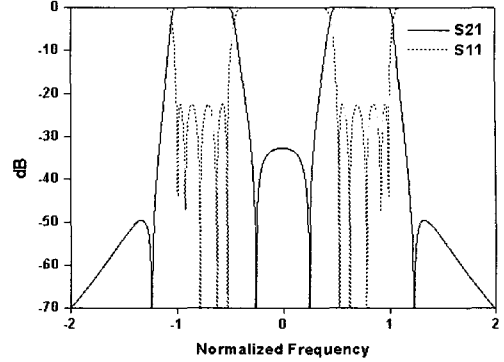
(b) 군지연 특성  
(b) Group delay characteristic



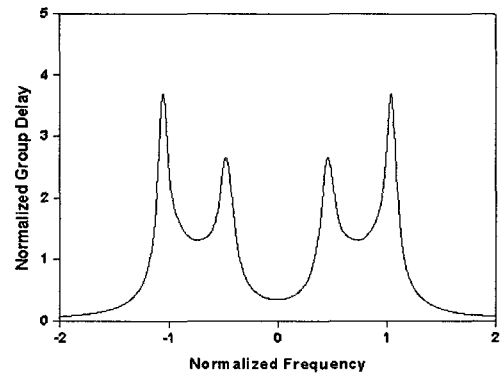
(c) 폴점 및 영점 위치  
(c) Pole and zero location

그림 1. 1개의 타원 응답형 통과대역을 갖는 10차 필터  
Fig. 1. A 10th order single-passband elliptic filter.

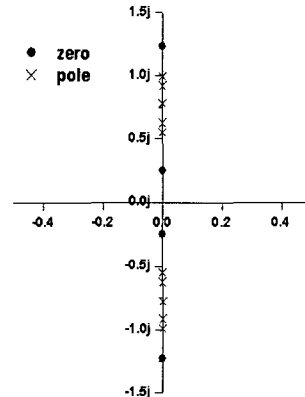
의 경우에는 각 통과대역 양 옆에 영점을 위치시킴으로써 필터가 다중 통과대역 특성을 갖도록 설계할 수 있다. 그림 2는 각 통과대역이 5차 타원 응답형이



(a) 전달특성 및 반사특성  
(a) Transmission and reflection characteristics



(b) 군지연 특성  
(b) Group delay characteristic

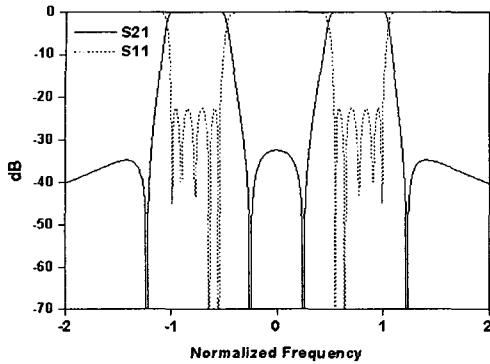


(c) 폴점 및 영점 위치  
(c) Pole and zero location

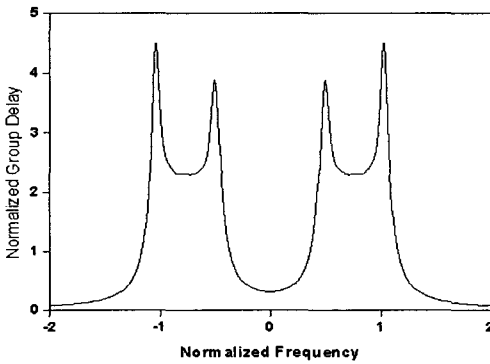
그림 2. 2개의 타원 응답형 통과대역을 갖는 8차 필터  
Fig. 2. A 10th order double-passband elliptic filter.

며 두 개의 통과대역을 갖는 10차 필터의 응답특성과 폴점 및 영점 위치를 나타내고 있다. 이러한 다중 통과대역 필터의 경우에도 폴점과 영점은 모두 복소

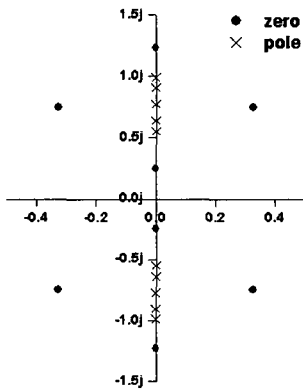
정규화 주파수 평면상에서 순허수의 값을 갖는다.  
그림 1과 2에서 알 수 있듯이 각 통과대역이 타원



(a) 전달특성 및 반사특성  
(a) Transmission and reflection characteristics



(b) 군지연 특성  
(b) Group delay characteristic



(c) 폴점 및 영점 위치  
(c) Pole and zero location

그림 3. 2개의 군지연 등화된 타원 응답형 통과대역을 갖는 10차 필터  
Fig. 3. A 10th order self-equalized double-passband elliptic filter.

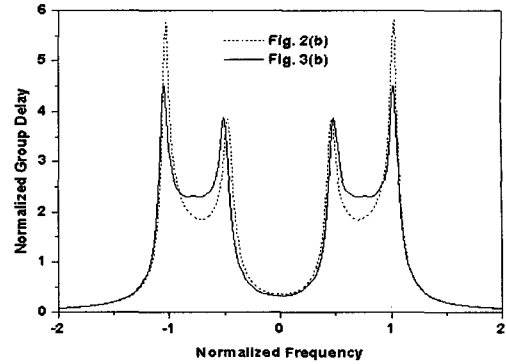


그림 4. 그림 2와 그림 3의 군지연 특성  
Fig. 4. Group delay characteristics of Fig. 2 and Fig. 3.

응답형인 필터의 경우 대역 내 군지연 변화가 크다. 따라서 필터의 전달함수의 각 통과대역에 복소수의 전달영점을 이용하여 군지연을 등화시킬 수 있다. 그림 3은 각 통과대역이 군지연 등화된 10차 필터의 응답특성과 폴점 및 영점의 위치를 나타내고 있다. 각 통과대역 내의 복소수의 전달영점으로 인하여 대역 내 군지연 변화가 등화되는 것을 알 수 있다. 그림 4는 그림 2와 그림 3의 군지연 특성을 비교한 것을 나타내고 있다.

그림 1~3과 같은 필터의 응답특성을 얻기 위해서 폴점 및 영점의 위치는 최적화 과정을 통해서 결정된다. 본 논문에서 다루고자 하는 군지연 등화된 두 개의 통과대역을 갖는 필터 합성방법에 대한 검증은 위하여 그림 3의 응답특성을 갖는 필터를 예시로 합성한다.

### III. 필터의 합성

폴점/영점의 위치로부터 그림 3과 같은 응답특성을 나타내는 필터의 전달함수  $t(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$t(s) = \frac{1}{\epsilon} \frac{P(s)}{E(s)} = \frac{1}{\epsilon} \frac{s^8 + a_{z6}s^6 + a_{z4}s^4 + a_{z2}s^2 + a_{z0}}{\sum_{j=0}^{10} a_{pj}s^j} \quad (3)$$

이때

$$\begin{aligned} s &= j\omega, \quad a_{z6} = 2.489, \quad a_{z4} = 1.980, \quad a_{z2} = 0.790, \\ a_{z0} &= 0.042, \quad a_{p10} = 1.000, \quad a_{p9} = 1.054, \quad a_{p8} = 3.664, \\ a_{p7} &= 2.829, \quad a_{p6} = 4.810, \quad a_{p5} = 2.618, \quad a_{p4} = 2.783, \end{aligned}$$

$$a_{p3} = 0.972, a_{p2} = 0.696, a_{p1} = 0.120, a_{p0} = 0.059$$

이다. 식 (3)과 같은 10차 필터의 전달함수는 8개의 전달영점을 가지고 있기 때문에 인-라인 구조로는 구현이 불가능하지만 정규 구조로는 구현이 가능하다.

그림 5는 10차 대칭형 및 비대칭형 정규 구조 필터의 신호 흐름도를 나타내고 있다. 구현하고자 하는 필터의 구조에 부합하도록 회로망 파라미터인 입력력 결합계수와 결합행렬을 추출하여야 한다.

$n$ 차의 동조된 집중소자(lumped element)로 이루어진 필터의 등가회로는 그림 6과 같이 나타낼 수 있다<sup>[4]</sup>. 그림 6의 등가회로로부터 전류-전압의 관계를 나타내는 회로망 특성 방정식을 얻을 수 있으며, 이 특성 방정식은 다음과 같이 간단한 행렬 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[\omega U - jR + M][I] = [A][I] = -j[e] \quad (4)$$

여기서,  $[U]$ 는  $n \times n$ 의 identity 행렬이며,  $[M]$ 은  $n \times n$ 의 상호 결합행렬, 그리고  $[R]$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (4)로부터 벡터 전류  $[I]$ 를 구하면 다음과 같다.

$$[I] = -j[A^{-1}][e] \quad (6)$$

또한, 벡터 전류  $[I]$ 로부터 전체 회로망의  $S_{21}$ 을 구하면 다음과 같다<sup>[8]</sup>.

$$S_{21} = -2j\sqrt{R_1 R_2} [A^{-1}]_{n1} \quad (7)$$

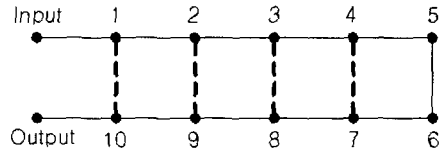
식 (3)과 식 (7)은 동일해야 하므로 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\det[A] = E(s) \quad (8-a)$$

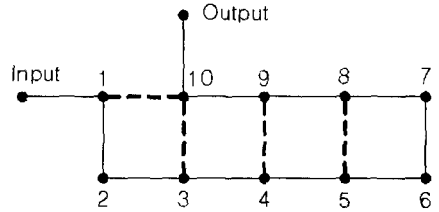
$$2\sqrt{R_1 R_2} \varepsilon \cdot [\text{adj}[A]]_{n1} = P(s) \quad (8-b)$$

따라서, 구현하고자 하는 필터 구조에 따른  $[M]$ 의 형태를 결정한 후, 식 (8)을 이용하면 필터의 회로망 파라미터인  $[M]$ 과  $R_1, R_2$ 를 구할 수 있다.

식 (3)의 전달함수로부터 그림 5(a)의 구조에 부합



(a) 대칭형 정규구조 필터의 신호흐름도  
(a) Signal flow of symmetric canonical filter



--- Main Signal Path  
- - - Cross Coupling  
• Electrical Resonance

(b) 비대칭형 정규구조 필터의 신호흐름도  
(b) Signal flow of asymmetric canonical filter

그림 5. 10차 정규구조 필터의 신호흐름도  
Fig. 5. Signal flow of 10th order canonical filter.

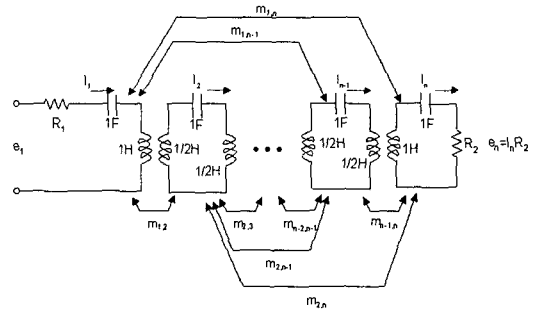


그림 6. 집중소자로 이루어진 동조된 필터의 등가회로  
Fig. 6. Lumped circuit representation for the synchronously tuned filter.

하는 회로망 파라미터인 입력력 결합계수( $R_1, R_2$ )와 결합행렬( $M_1$ )을 구하면 다음과 같다.

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.8374 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0319 \\ 0.8374 & 0 & 0.3957 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0230 & 0 \\ 0 & 0.3957 & 0 & 0.7362 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0206 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7362 & 0 & 0.2859 & 0 & 0.1028 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2859 & 0 & 0.6407 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6407 & 0 & 0.2852 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2852 & 0 & 0.7362 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0206 & 0 & 0 & 0 & 0.7362 & 0 & 0.3957 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0230 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3957 & 0 & 0.8374 & 0 \\ -0.0319 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8374 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = R_2 = 0.5276 \quad (9)$$

비대칭형 정규구조 필터의 회로망 파라미터를 구

하는 방법 중에서는 행렬의 평면회전(plane rotation)을 이용한 방법<sup>[9]</sup>이 비교적 용이하다. 일반적으로 전달함수로부터 비대칭형 정규구조 필터의 회로망 파라미터를 구하는 것보다 대칭형 정규구조 필터의 회로망 파라미터를 구하는 것이 용이하기 때문에, 대칭형 정규구조 필터의 회로망 파라미터를 구한 후 평면회전을 이용하여 비대칭형 정규구조 필터의 회로망 파라미터를 구하는 방법이 용이하다. 식 (9)에 평면회전을 적용하여 비대칭형 정규구조 필터의 회로망 파라미터인 결합행렬( $M_2$ )와 입출력 결합계수( $R_1, R_2$ )를 구하면 다음과 같다.

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.8374 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0319 \\ 0.8374 & 0 & 0.3964 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3964 & 0 & 0.7362 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0486 \\ 0 & 0 & 0.7362 & 0 & 0.3206 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0194 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3206 & 0 & 0.7006 & 0 & -0.3172 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7006 & 0 & 0.0376 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0376 & 0 & 0.6564 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3172 & 0 & 0.6564 & 0 & 0.3957 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0194 & 0 & 0 & 0 & 0.3957 & 0 & 0.8360 \\ 0.0319 & 0 & -0.0486 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8360 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = R_2 = 0.5276 \quad (10)$$

식 (9)와 식 (10)의 회로망 파라미터를 갖는 필터의 응답특성은 전달함수의 응답특성을 나타내는 그림 3과 동일하다. 따라서 본 논문에서 제시하는 필터의 합성방법이 정확한 것을 알 수 있으며, 복소수의 전달영점으로 인하여 각 통과대역의 군지연이 등화된 것을 알 수 있다.

이러한 군지연이 등화된 두 개의 통과대역을 갖는 필터의 합성 방법은 여러 개의 통과대역을 갖는 필터 합성에 응용이 가능하며, 또한 단일모드 및 다중모드 필터의 합성에 모두 적용이 가능하다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 각 통과대역이 군지연 등화된 타원 응답형인 두 개의 통과대역을 갖는 필터의 합성 방법에 대하여 설명하였다. 이중 통과대역 필터의 설계에 있어서 필터의 전달함수에 복소수의 전달영점을 이용함으로써 기존의 이중 통과대역 필터와 비교하여 등화된 군지연 특성을 갖는 이중 통과대역 필터를 합성할 수 있고 이러한 군지연이 등화된 필터는 디지털 데이터 통신에 있어서 비트 오류율을 줄일 수 있다.

본 논문에서의 필터 합성방법의 예시로써 각 통

과대역이 군지연 등화된 5차 타원 응답형인 10차 이중 통과대역 이중모드 필터를 합성하였으며, 필터합성 결과는 필터의 전달함수와 동일함을 확인하여 본 논문에서의 합성방법이 타당함을 확인하였다.

본 논문에서의 필터 합성방법은 두 개 이상의 통과대역을 갖는 다중 통과대역 필터의 합성으로도 응용이 가능하며, 단일모드 및 다중모드 필터의 합성에 모두 적용이 가능하다.

#### 참 고 문 헌

- [1] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, Ch. 9, Addison-Wesley, 1993.
- [2] J. A. G., Malherbe, *Microwave Transmission Line Filter*, Artech House, 1979.
- [3] S. Holme, "Multiple passband filters for satellite applications", *20th AIAA Int. Communication Satellite Systems Conference and Exhibition*, Paper No., AIAA-2002-1993, 2002.
- [4] A. E. Williams, "A four-cavity elliptic waveguide filter", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 19, no. 12, pp. 1109-1114, Dec. 1970.
- [5] J. Lee, M. S. Uhm, and I. -B. Yom, "A dual-passband filter of canonical structure for satellite applications", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no. 6, pp. 271-273, Jun. 2004.
- [6] 이주섭, 엄만석, 염인복, 이성팔, "Ku 대역 위성 중계기용 입력 멀티플렉서에 관한 연구", *한국전자과학회논문지*, 14(4), pp. 393-400, 2003년 4월.
- [7] R. J. Cameron, J. D. Rhodes, "Asymmetric realizations for dual-mode bandpass filter", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 29, no. 1, pp. 51-58, Jan. 1981.
- [8] S. Amari, "Synthesis of cross-coupled resonator filters using an analytical gradient-based optimization technique", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 48, no. 9, pp. 1559-1564, Sep. 2000.
- [9] 엄만석, 이주섭, 염인복, 이성팔, "이중모드 비대칭 canonical 구조 필터의 합성에 관한 연구", *한국전자과학회논문지*, 14(6), pp. 599-605, 2003년 6월.

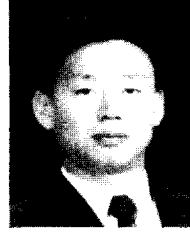
이 주 섭



1997년 2월: 고려대학교 전자공학과 (공학사)  
1999년 2월: 고려대학교 전자공학과 (공학석사)  
1999년 3월~2001년 4월: LG정보통신(주) 주임연구원  
2001년 5월~현재: 한국전자통신연구원 통신위성연구그룹 연구원

[주 관심분야] 위성통신, 통신위성 중계기, 통신위성용 RF 부품

박 종 흥



1982년 2월: 한양대학교 기계공학과 (공학사)  
1997년 8월: 한양대학교 기계공학과 (공학박사)  
1992년 9월~1995년 5월: 무궁화위성 현장교육 참여(영국 Matra Marconi사 등)

1982년 3월~현재: 한국전자통신연구원 통신위성 RF기술 연구팀장

[주 관심분야] 위성통신, 위성 안테나, 위성 중계기, RF 부품

엄 만 석



1987년 2월: 중앙대학교 전자공학과 (공학사)  
1989년 2월: 중앙대학교 전자공학과 (공학석사)  
2003년 3월~현재: 중앙대학교 전자공학과 박사과정  
1992년 8월~현재: 한국전자통신연구원 통신위성연구그룹 선임연구원

[주 관심분야] 위성 중계기, 위성 안테나, 위성용 중계기 부품