

능동 판토틀래프 제어기 설계에 관한 연구 Design of Active Pantograph Controller

신승권* · 고태환* · 엄주환* · 엄기영**

Seung-Kwon Shin · Tae-Hwan Ko · Ju-Hwan Um · Ki-Young Eum

Abstract

The high investment is necessary for the new high speed lines. So the KRRRI has been interested in the possibility of upgrading the existing line in order to speed up the train in the conventional lines. The pantograph in train is indispensable in order to supply the electrification equipments with power in safe. The pantograph and the overhead wire form a dynamic coupled system and they affect each other through the contact force. Unfortunately, as the operational speed of a train increases, the vibration of the pantograph and the overhead wire also increases. This may lead to a zero contact force between the pantograph head and the overhead wire, which can results in the loss of contact, arching and abrasion. If the arching and spark happen between the pantograph and the overhead catenary system, the EMI(electro magnetic interface) and noises may occur. After all, the quality of current collection is deteriorated. This paper describes the dynamic response between the pantograph and catenary system by the numerical simulations and presents the LQ-servo controller to reduce the contact force variation

Keywords : Active Pantograph(능동 판토틀래프), Catenary System(가선시스템), Contact Force(접촉력), LQ-Servo Controller(LQ-Servo 제어기)

1. 서론

판토틀래프는 차량의 각종 전기장치에 가선으로부터 광범위한 속도에서 안정적으로 전류를 공급하여야만 한다. 고속의 전기차량을 위해 판토틀래프와 가선시스템의 동적 상호작용은 접촉력 변동에 기인하며 운전속도가 증가함에 따라 접촉력의 변화는 증가한다. 접촉력의 변화는 접촉손실, 아크, 스파크의 원인이 되며 판토틀래프와 가선시스템에서 스파크가 발생한다면 EMI문제와 잡음이 발생하게 되며 결국 집전 전류의 품질은 저하하게 된다. 접촉력 손실은 전기적 아크와 가선시스템의 부식 또는 마멸의 원인이 되므로 판토틀래프의 성능향상을 위해 판토틀래프와 가선시스템의 동적 상호작용 및 일정한 접촉력을 유지하는 것은 매우 중요하다.

지난 20년 동안 판토틀래프와 가선시스템의 동적인 상호

작용에 대한 많은 수학적 모델들이 연구되어 왔다.

가장 간단한 모델은 움직이는 판토틀래프의 총 유효 질량을 기술한 one-mass 모델이다. 그러나 이것은 단지 매우 낮은 주파수 대역에서 사용된다. two-mass 모델은 판토틀래프의 질량을 상부질량과 하부질량으로 나누고 상측 질량은 판토틀래프의 머리부분을 하부질량은 프레임 연결장치의 관성을 나타낸다. 이 모델은 머리부분과 프레임 현가장치의 효과가 포함될 수 있고 이것은 판토틀래프와 가선시스템사이의 작은 변위를 나타낼 수 있다. 이 현가장치는 선형 또는 비선형으로 표현될 수 있다. three-mass 모델은 프레임질량을 상측과 하측으로 나누며 이 모델은 프레임과 arm을 연결하는 elbow transmission을 나타낼 수 있다[3-5].

능동 판토틀래프의 제어목적은 원하는 기준 입력으로부터 접촉력의 변동을 최소화 하는 것이다. 이것은 제어입력이 프레임에 적용된 제어기를 가지고 수행될 수 있다[4]. 헤드부분에 액츄에이터를 설계할 경우는 판토틀래프의 전체 질량을 증가시키고 따라서 열차의 속도가 증가함에 따라 성능이 나빠지며 판토틀래프의 프레임을 움직이는 별도의 액츄에이터를 필요로 한다.

† 책임저자 : 정희원, 한국철도기술연구원, 선임연구원
E-mail : skshin@krrri.re.kr
TEL : (031)460-5685 FAX : (031)460-5699

* 정희원, 한국철도기술연구원, 선임연구원

** 정희원, 한국철도기술연구원, 책임연구원

본 논문은 판토크래프의 능동제어를 위해 프레임-액츄에이터 판토크래프가 고려되며, 판토크래프의 능동제어를 용이하기 위해 가선시스템의 정적 강성 변동과 결합된 two-mass 모델을 다룬다. 그리고 속도가 증가함에 따라 접촉력의 변동을 감소시키기 위해서 LQ-servo 제어를 설계하고 제어기가 없는 경우와 비교된다.

2. 판토크래프와 가선시스템

KRRI는 기존선에서 최대속도 180[km/h]로 운행될 수 있는 탈링차량을 위해 shunk에서 제작된 WBL-판토크래프를 채택하였으며 Fig. 1은 WBL-판토크래프를 나타낸다.

판토크래프가 가선시스템을 따라 이동할 때, 강성변화는 판토크래프의 진동과 접촉력의 변동으로 인해 주기적인 여거를 발생한다. 이 진동의 가장 큰 요인은 경간에 따른 가선시스템의 강성변화이다. 가선시스템의 강성은 경간의 중간 부분에서 최소이고 지지대 근방에서 최대가 된다. V 가 차량의 운전속도이고 L 이 경간의 길이라면, 스프링 강성 $K(t)$ 는 식 (1)과 같이 표현될 수 있다.

$$K(t) = K_0 [1 + \alpha \cos(\frac{2\pi V}{L}t)] \quad (1)$$

여기서, K_0 는 평균 강성이고 α 는 경간에서 강성변화 계수이며 K_0 와 α 는 오프라인으로 식 (2)와 식 (3)을 통해서 각각 구할 수 있다.

$$K_0 = \frac{1}{2}(K_{\max} + K_{\min}) \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{K_{\max} - K_{\min}}{K_{\max} + K_{\min}} \quad (3)$$

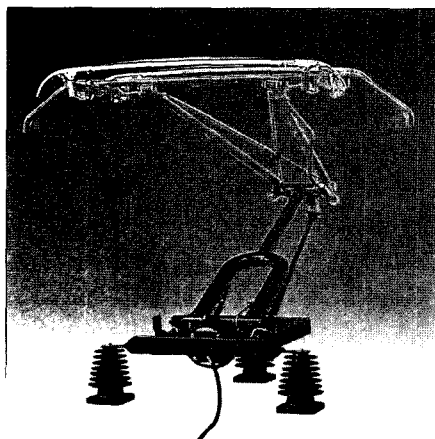


Fig. 1. WBL-Pantograph

여기서, K_{\max} 와 K_{\min} 은 가선시스템의 경간에서 각각 최대 강성과 최소 강성을 나타낸다.

판토크래프와 가선시스템과의 동적 상호작용을 표현하기 위해 two-mass 판토크래프 모델을 Fig. 2에 나타내었다[3]. 판토크래프와 가선시스템 모델은 스프링 강성 $K(t)$ 로 결합된다.

판토크래프와 가선시스템사이의 동적 상호작용의 방정식은 다음과 같다.

$$M_1 \ddot{x}_1 + C_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_1(x_1 - x_2) + K(t)x_1 = 0 \quad (4)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + C_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + C_2 \dot{x}_2 + K_1(x_2 - x_1) = F_c \quad (5)$$

- 여기서, x_1 : panhead 변위
 x_2 : frame 변위
 C_1 : panhead의 damping
 C_2 : frame의 damping
 M_1 : panhead 질량
 M_2 : frame 질량
 K_1 : panhead 현가장치 강성

접촉력 F_c 는 식 (6)으로 표현할 수 있다.

$$F_c = K(t)x_1 \quad (6)$$

상태변수를 $x_p(t) = [x_1 \dot{x}_1 x_2 \dot{x}_2]$ 로 정의하면 상태방정식과 출력방정식은 식 (7)과 식 (8)과 같이 표현된다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p(t)x_p(t) + B_p u_p(t) \quad (7)$$

$$y(t) = C_p(t)x_p(t) \quad (8)$$

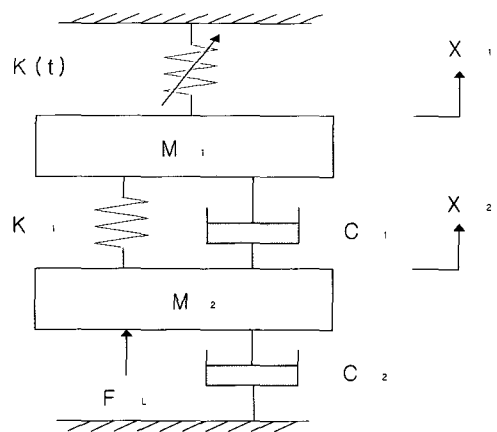


Fig. 2. Pantograph-Catenary System Model

여기서,

$$A_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K(t)+K_1}{M_1} & -\frac{C_1}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{C_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{C_1}{M_2} & -\frac{K_1}{M_2} & -\frac{C_1+C_2}{M_2} \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix}$$

$$C_p(t) = [K(t) \ 0 \ 0 \ 0]$$

3. LQ-Servo 제어기

판토티그래프 제어기 목적은 목표값으로부터 접촉력의 변동을 최소화 하는 것이다. 이것은 정적 압상력을 프레임에 적용하는 제어를 가지고 수행될 수 있다. 헤드 액츄에이터 설계는 판토티그래프의 전체 질량을 증가시키므로 판토티그래프의 성능을 저하시키므로 본 논문에서는 프레임 액츄에이터 설계가 고려된다. 압상력을 제공하기 위해 판토티그래프 프레임에 공압 실린더가 사용될 수 있다[3]. 시스템이 가제어할 수 있고 가관측이 가능하다고 가정하면 LQ-servo 제어 시스템은 Fig. 3과 같이 표현될 수 있다[1-2].

적분기 방정식을 나타내면

$$\dot{\mathbf{x}}_f(t) = \mathbf{e}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{y}(t) = \mathbf{z}(t) - C_p(t)\mathbf{x}_p(t) \quad (9)$$

여기서, $\mathbf{z}(t)$ 는 기준입력 벡터이고, $\mathbf{e}(t)$ 는 오차 벡터를 나타낸다.

제어입력 $u(t)$ 는 식 (10)과 같다.

$$u_p(t) = -G_0\mathbf{x}_p(t) + G_f(t)\mathbf{x}_f(t) \quad (10)$$

상태변수 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_p(t), \mathbf{x}_f(t)]$ 로 정의하면, 증가된 시스템은 선형 시변시스템이고 식 (11)와 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{E}z(t) \quad (11)$$

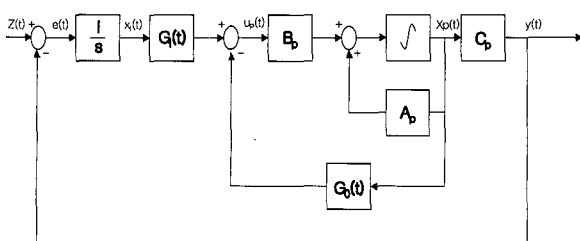


Fig. 3. LQ-Servo Control System

$$\text{여기서, } \mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} A_p(t) & \mathbf{0} \\ -C_p(t) & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I \end{bmatrix}$$

최적의 제어입력을 구하기 위해 가격함수를 식 (12)와 같이 정의한다.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + u^T(t) \mathbf{R} u(t)] dt \quad (12)$$

$$\equiv \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\|\mathbf{x}(t)\|_{\mathbf{Q}}^2 + \|u(t)\|_{\mathbf{R}}^2] dt$$

$\mathbf{Q} \geq 0$ 이고 $\mathbf{R} > 0$ 인 가중행렬이다.

해밀토니안 H 는 식 (13)와 같이 쓸 수 있다.

$$H(\mathbf{x}(t), u(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x}(t)\|_{\mathbf{Q}}^2 + \frac{1}{2} \|u(t)\|_{\mathbf{R}}^2 + \boldsymbol{\lambda}^T(t) [\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)] \quad (13)$$

여기서, $\boldsymbol{\lambda}(t)$ 는 상호상태 벡터이다.

식 (13)에 maximum principle를 적용하면

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 = \mathbf{R}u(t) + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (14)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}(t)^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (15)$$

최적의 제어입력은 식 (16)과 같다.

$$u(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) \quad (16)$$

해밀토니안 방정식은 식 (17)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) & \vdots & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \\ \dots & \vdots & \dots \\ -\mathbf{Q} & \vdots & -\mathbf{A}^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dots \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서, $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, $\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \mathbf{0}$.

식 (17)의 미분방정식을 해를 상태천이행렬로 나타내면 식 (18)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t_f) \\ \boldsymbol{\lambda}(t_f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_{11}(t_f, t) & \vdots & \boldsymbol{\phi}_{12}(t_f, t) \\ \dots & \vdots & \dots \\ \boldsymbol{\phi}_{21}(t_f, t) & \vdots & \boldsymbol{\phi}_{22}(t_f, t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dots \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서, $\boldsymbol{\phi}(t_f, t)$ 는 상태천이행렬이다.

경계조건 $\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \mathbf{0}$ 을 식 (18)에 적용하면 상호상태벡터

는 식 (19)와 같다.

$$\lambda(t) = -\phi_{22}^{-1}(t_f, t)\phi_{21}(t_f, t)\mathbf{x}(t) \quad (19)$$

$$\equiv \mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t)$$

행렬 $\mathbf{S}(t)$ 는 다음의 비선형 행렬 리카티(Riccati) 방정식을 만족해야만 한다.

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = -\mathbf{S}(t)\mathbf{A}(t) - \mathbf{A}^T(t)\mathbf{S}(t) - \mathbf{Q}(t) \quad (20)$$

$$+ \mathbf{S}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}(t)$$

식 (19)을 식 (16)로 대입하면 최적의 제어입력을 구할 수 있다.

$$u(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{S}(t)\mathbf{x}(t) \quad (21)$$

$$\equiv -\mathbf{G}(t)\mathbf{x}(t)$$

4. 시뮬레이션

2-DOF 모델을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 헤드와 프레임사이의 댐핑은 고려되지 않았다. 사용된 WBL-판토그래프의 파라미터값은 Shunk사로부터 얻었으며, 압상력은 $F_L = 70[\text{N}]$ 이 적용되었다.

$K_{\max} = 5494 [\text{N/m}]$	$K_{\min} = 2178 [\text{N/m}]$
$L = 50 [\text{m}]$	$V = 180 [\text{km/h}]$
$M_1 = 6.6 [\text{kg}]$	$M_2 = 21 [\text{kg}]$
$K_1 = 6750 [\text{N/m}]$	$C_2 = 63 [\text{Ns/m}]$

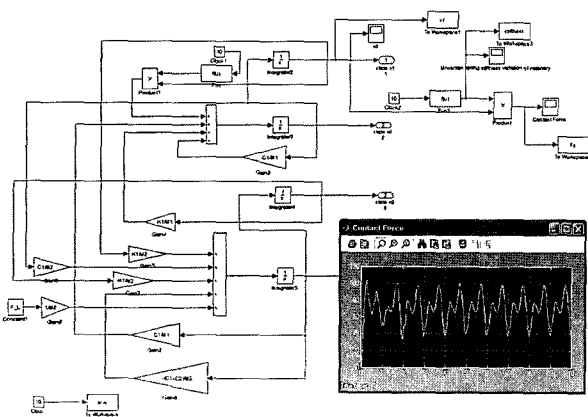


Fig. 4. Matlab Simulink

속도에 따른 전차선과 판토그래프 사이의 접촉력 변동을 알아보기 위해 Matlab 6.1과 Simulink를 사용하였으며 Fig. 4는 Matlab Simulink 구성화면을 나타내었다.

Fig. 5는 열차속도가 $V=180[\text{km/h}]$, $V=220[\text{km/h}]$, $V=250[\text{km/h}]$ 일 경우 제어가 없을 때, 전차선과 판토그래프와의 접촉력 변동을 나타내었으며 속도가 증가함에 따라 접촉력 변동은 증가함을 알 수 있다.

증가된 선형시변 시스템 식 (11)에 대하여 평가함수를 식 (12)와 같이 정의하고 최적 LQ-Servo시스템을 설계하였다. 기준입력 $z(t)=70[\text{N}]$ 이 적용되었으며, 사용된 가중행렬 (weighting matrix)는 시뮬레이션을 통해 다음과 같이 선정하였다.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 0.15$$

Fig. 6는 열차속도가 $180[\text{km/h}]$ 일 경우 LQ Servo-제어가 있는 경우와 제어가 없는 경우의 접촉력 변화를 비교한 것이며, Fig. 7는 LQ-Servo 제어기의 최적제어 입력을 나타내었다. 또한 Fig. 8은 제어기 이득을 나타내었다.

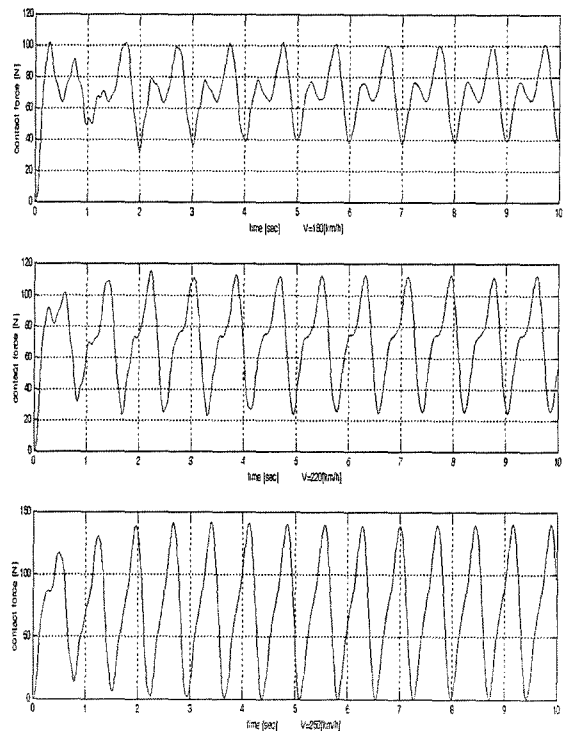


Fig. 5. Contact Force $V=180, 220, 250[\text{km/h}]$

Table 1은 열차속도가 $V=180[\text{km/h}]$, $220[\text{km/h}]$, $250[\text{km/h}]$ 일 경우, 일반 판토틀래프와 능동 판토틀래프의 접촉력 변동의 최대값과 최소값을 정리하였다.

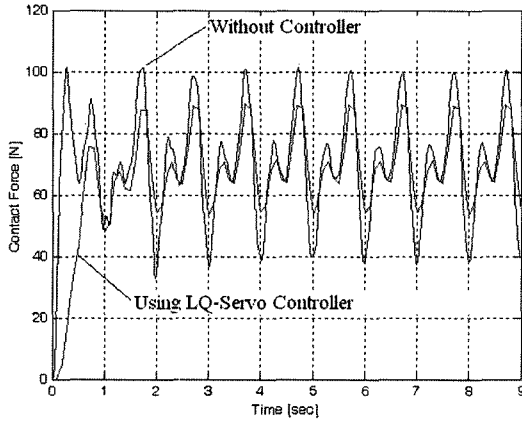


Fig. 6. Comparison of Contact Force, $V=180[\text{km/h}]$

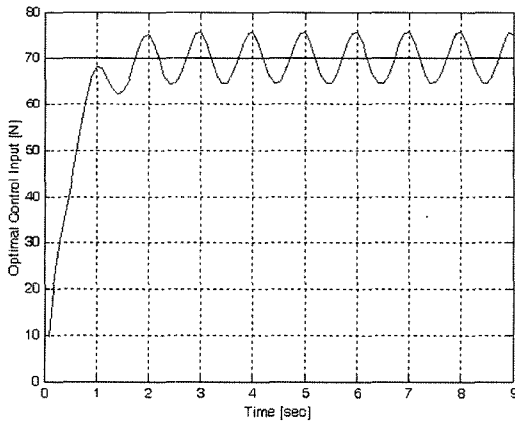


Fig.7. Optimal Control Input, $V=180[\text{km/h}]$

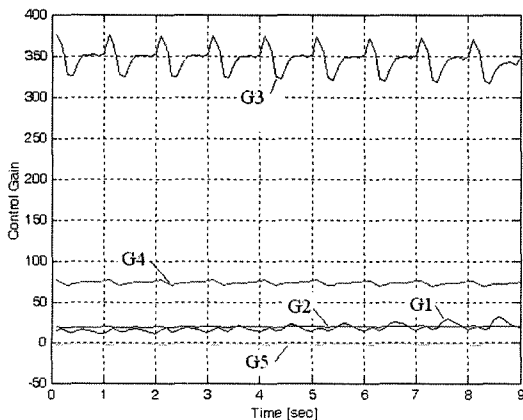


Fig. 8. Controller Gain, $V=180[\text{km/h}]$

Table 1. Comparison of Contact Force

열차 속도	접촉력			
	일반 판토틀래프		능동 판토틀래프	
	최소	최대	최소	최대
180km/h	36.6N	100.9N	53.5N	89.5N
220km/h	22.5N	112.5N	44.9N	102.5N
250km/h	loss		28.8N	117.5N

5. 결론

본 연구에서는 열차의 속도가 증가함에 따라 판토틀래프와 가선시스템사이의 접촉력 변동을 최소화하기 위해 LQ-Servo 제어기를 설계하였다. 최적 제어기 설계를 용이하기 위해 판토틀래프 모델은 가선시스템의 정적강성이 포함된 two-mass 모델을 이용하였다. 본 연구에서 얻을 수 있었던 결과는 다음과 같다.

- (1) 접촉력 변동을 최소화하기 위해 기준입력 추종성을 중요시하는 서보시스템에 적분기를 추가하였으며 LQ-Servo 문제를 증가된 시스템으로 변환하여 2차 LQ 문제로 전환하였다.
- (2) 비선형 행렬 미분방정식인 리카티 방정식의 해를 구하기 위해 증가된 시스템의 해밀토니안 방정식과 상태천이행렬의 특성을 이용하여 간편하게 구하였다.
- (3) 시뮬레이션 결과 열차운행 속도가 $180[\text{km/h}]$ 일 때 일반 판토틀래프의 경우 접촉력은 약 $37[\text{N}]$ 에서 $101[\text{N}]$ 까지 변동되었으나 능동 판토틀래프의 경우에는 접촉력이 $54[\text{N}]$ 에서 $90[\text{N}]$ 까지 변동하였다. LQ-servo 제어기를 적용할 경우 접촉력 변화를 약 43%까지 감소될 수 있음을 알 수 있었다.
- (4) 시뮬레이션 결과 일반 판토틀래프의 경우 열차속도가 $250[\text{km/h}]$ 에서 이선이 발생하지만 능동 판토틀래프의 경우는 접촉력이 $19[\text{N}]$ 에서 $118[\text{N}]$ 까지 변동하였다. 따라서 동일한 가선시스템 조건하에 일반 판토틀래프에 비해 능동 판토틀래프를 사용할 경우 열차속도를 더 증가시킬 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 노이즈나 플랜트 파라미터 변동을 고려하지 않았다. 따라서 향후 외란이나 노이즈, 플랜트의 파라미터 변동에 보다 강인한 서보시스템을 설계를 위한 연구가 계속되어야 할 것이다.

참고문헌

1. Katsushiko Ogata, "Discrete-Time Control System", Prentice Hall, Second Edition.
2. Frank L. Lewis "Applied Optimal Control and Estimation", Prentice Hall, 1992.
3. T. X. Wu and M. J. Brennan, "Active vibration control of a railway pantograph", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, pp.117-130, 1997.
4. D. N. O'connor, S. D. Eppinger, W. P. Seering, and D. N. Wormley, "Active control of a High-Speed Pantograph", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp.1-4, 1997.
5. Arie LEVANT, Alessandro PISANO, and Elio USAI, "Output-Feedback Control of the Contact-Force in High-Speed-Train Pantographs", Proceedings of the 40th Conference on Decision and Control Orlando, Florida USA, pp.1831-1836, December 2001.