

# 고집적, 저전력 특성을 갖는 저잡음 IIR 필터 설계

배 성 환<sup>†</sup> · 김 대 익<sup>††</sup>

## 요 약

Scattered look-ahead (SLA) 파이프라인 방법은 디지털 IIR 필터의 고속 또는 저전력 응용분야에 효율적으로 사용될 수 있다. 그러나 이 방법을 통하여 파이프라인된 필터의 안정성이 보장될 수 있지만 필터의 극점들이 임계지역에 밀집될 때에는 큰 라운드오프 잡음에 영향을 받게 된다. 파이프라인된 필터에서 밀집된 극점들을 피하기 위해 수정된 Remez exchange 알고리즘과 최소 자승법을 이용하여 극점의 각도와 반지름을 제한한 IIR 필터 설계 방식을 제안하였으며, 그 결과 향상된 주파수 응답과 감소된 계수 민감도를 얻을 수 있었다. 또한 모의실험 결과를 통하여 제안된 방법이 일반적인 방법에 비해 33%의 면적감소와 45%의 전력을 감소시킴을 확인하였다.

## Design of low-noise IIR filter with high-density and low-power properties

Sung-hwan Bae<sup>†</sup> · Dae-ik Kim<sup>††</sup>

## ABSTRACT

Scattered look-ahead(SLA) pipelining method can be efficiently used for high-speed or low-power applications of digital IIR filters. Although the pipelined filters are guaranteed to be stable by this method, these filters suffer from large roundoff noise when the poles are crowded within some critical regions. An angle and radius constrained IIR filter design approach using modified Remez exchange algorithm and least squares algorithm is proposed to avoid tight pole-crowding in pipelined filters, resulting in improved frequency responses and reduced coefficient sensitivities. Experimental results demonstrate that our proposed method leads to chip area reduction by 33% and low power by 45% against the conventional method.

키워드 : IIR filter, low-power, high-density

### 1. 서 론

궤환 시스템에서는 파이프라인을 위해 삽입되는 래치들이 루프 내의 래치의 숫자를 변화시켜 전달함수를 변화시키기 때문에 단순히 래치를 삽입하여 임의의 파이프라인 레벨을 얻을 수 없다. 따라서 궤환 시스템의 파이프라인화를 위한 연구가 수행되고 있다[1].

일반적인 N차의 궤환 루프 시스템에서 상태변수  $x(n)$ 은 과거의 상태  $x(n-1)$ ,  $x(n-2)$ , ...,  $x(n-N+1)$ 의 함수로 표현된다. Clustered look-ahead(CLA) 방법은  $x(n)$ 을  $x(n-M)$ ,  $x(n-M-1)$ , ...,  $x(n-M-N+1)$ 의 함수로 표현한다[1]. 그러나 CLA 방식을 적용하는 과정에서 추가된 극점 모두가 단위원 안에 존재한다는 보장이 없기 때문에 필터의 안정성을 보장할 수 없게 된다.

SLA 방법의 경우,  $x(n)$ 은  $x(n-M)$ ,  $x(n-2M)$ , ...,  $x(n-NM)$ 의 함수로 표현한다[1]. 필터에 존재하는 각 극

점들에 대해 원래의 극점과 원점에서의 거리가 같은 곳에 등 간격의  $(M-1)$ 개의 극점과 원점을 추가한다. 따라서 이 방법을 사용할 경우 필터의 안정성이 항상 보장된다.

CLA 방법의 불안정성 문제를 해결하기 위해, 파이프라인된 필터가 안정되도록 하는 필터의 파이프라인 레벨  $M$ 과 필터의 계수를 수치검색 방식으로 계산하는 변형된 CLA 방법이 제안되었다[2]. 일반적으로 CLA 방법은 SLA 방법보다 적은 수의 곱셈기를 사용하여 구현된다. 그러나 CLA 방법으로 파이프라인된 필터는 기존의 직렬연결이나 분모항에 대한 곱셈기의 수가 증가할수록 큰 라운드오프 잡음의 영향을 받게 된다. 오직 SLA 방법만이 디지털 격자 필터와 같은 저 민감성(low-sensitivity) 구조의 파이프라인화에 사용할 수 있다[3].

IIR 필터의 극점이 임계지역에 밀집되어 있을 경우, 이 필터는 큰 라운드오프 잡음에 영향을 받게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 수정된 Remez exchange 알고리즘을 사용하여 극점의 각도가 제한된 IIR 필터를 설계하는 방법이 제안되었다[4].

<sup>†</sup> 정 회 원 : 한려대학교 멀티미디어정보통신공학과 교수

<sup>††</sup> 정 회 원 : 여수대학교 자연과학대학 반도체학과 교수

논문접수 : 2004년 8월 27일, 심사완료 : 2004년 12월 15일

본 논문에서는 주파수 응답을 향상시키고 계수의 민감도를 감소시키기 위해 Remez exchange 알고리즘과 최소 자승법을 사용하여 극점의 각도뿐만 아니라 반지름을 제한시키는 알고리즘을 제안한다. 또한 모의실험을 통하여 제안한 알고리즘을 사용하여 구현된 필터가 고집적, 저전력 특성을 가지고 있음을 확인한다.

2장에서는 제안된 Remez exchange 알고리즘에 대하여 설명한다. 3장에서는 제안된 알고리즘을 적용시킨 IIR 필터에 대한 모의실험의 결과를 검토하며, 4장에서 결론을 맺는다.

**2. 각도와 반지름이 제한된 Remez exchange 알고리즘**

IIR 디지털 필터를 설계하기 위해 등 리플(equiripple) 설계방식인 M-P(Martinez and Parks) 알고리즘을 이용할 수 있다[5]. 이 방식은 통과대역 ( $\omega_p$ ), 저지대역 ( $\omega_s$ ), 통과대역 감쇠 ( $\delta_p$ ), 저지대역 감쇠 ( $\delta_s$ ) 등의 주어진 스펙으로부터 Remez exchange 알고리즘을 사용하여 분자항과 분모항을 근사화시켜 IIR 필터의 전달함수를 얻는다.

분자항의 차수가  $L$ 이고 분모항의 차수가  $P$ 인 IIR 필터의 전달함수를  $H(z) = N(z)/D(z)$ 라 하면, 이 필터의 크기 응답의 제곱 함수는 다음의 식 (1)과 같다.

$$H(z)H(z^{-1}) = \frac{\sum_{i=-L}^L c_i z^{-i}}{\sum_{i=-P}^P d_i z^{-i}} \tag{1}$$

여기에서  $c_i = c_{-i}$ 이고  $d_i = d_{-i}$ 이다. 분모항의 크기의 제곱함수  $\widehat{D}(F) = |D(e^{2\pi jF})|^2$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\widehat{D}(F) = d_0 + \sum_{i=1}^P 2d_i \cos(2\pi iF) = \widehat{d}_0 + \sum_{i=1}^P \widehat{d}_i \cos(2\pi iF) \tag{2}$$

[5]에서  $d_i$ 는  $P+1$ 개 Lagrange 내삽법으로 결정된다. 또한 극점들이 임의의 임계지역에 밀집될 때 큰 라운드 오프 노이즈(roundoff noise)에 영향을 받게 된다. 따라서 문제를 해결하기 위해 [4]에서는 몇 개의 극점들을 제한하기 위해  $\widehat{D}(F)$ 을 다음과 같이 분해하였다.

$$\widehat{D}(F) = \widehat{D}_c(F) \cdot \widehat{D}_u(F) \tag{3}$$

여기에서  $\widehat{D}_c(F)$ 는 제한된 각을 갖는 극점에 대한 함수이고  $\widehat{D}_u(F)$ 는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\widehat{D}_u(F) = \widehat{d}_{u0} + \sum_{i=1}^{P-P_c} \widehat{d}_{ui} \cos(2\pi iF) \tag{4}$$

여기에서  $P_c$ 는 제한된 극점의 개수이다.

통과대역에 있는 극단점들  $F_j, j=0, 1, \dots, P$ 에서  $\widehat{D}(F_j)$ 의 값은  $|H(F_j)|^2$ 과  $|N(F_j)|^2$ 로부터 결정된다. 따라서  $\widehat{D}_c(F_j) \cdot \widehat{D}_u(F_j)$ 는  $P+1$ 개의 극단점에서 이러한 값들을 만족시켜야한다.  $\widehat{D}_c(F_j)$ 은 제한되어 있으므로  $\widehat{D}_u(F_j)$ 는  $P+1$ 개의 극단점에서  $\frac{\widehat{D}(F_j)}{\widehat{D}_c(F_j)}$ 와 같아야 한다. 그러나  $\widehat{D}_u(F)$ 는 식 (4)에 보인바와 같이  $P+1-P_c$ 개의 계수만을 가지므로  $P+1$ 개의 극단점에서 원하는 모든 값들을 만족시키도록 설계할 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Lagrange 내삽법을 사용하는 대신에 최소 자승법(least squares)을 적용하여  $\widehat{D}_u(F)$ 를 결정할 수 있다[4]. [4]에서는  $\widehat{D}_c(F)$ 의 극점에 대한 각도만을 제한하였으며  $\widehat{D}_u(F)$ 에만 최소 자승법을 적용하였다.

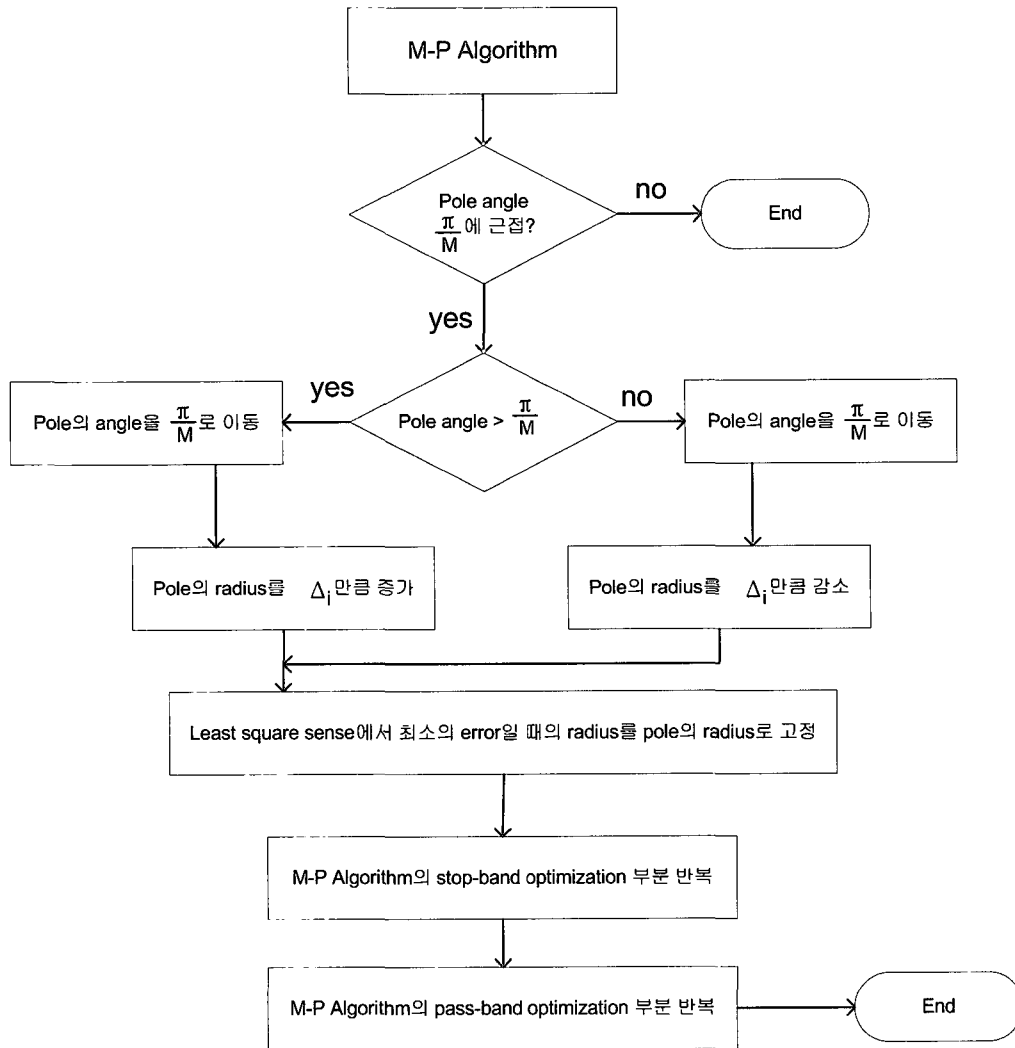
본 논문에서는 임계지역에 극점이 밀집되는 것을 피하여 파이프라인된 IIR 필터의 향상된 동작특성을 얻기 위해  $\widehat{D}_u(F)$ 뿐만 아니라  $\widehat{D}_c(F)$ 의 극점에 대한 반지름에 최소 자승법을 적용하였다. 극점의 각이  $n\pi/M$ 에 가깝게 위치한 경우, 파이프라인 된 필터는 큰 라운드오프 잡음의 영향을 받게 된다[4]. 이러한 경우에는 [4]에서 제안한 분모 분해 기법을 적용하기 위해 극점의 각이  $n\pi/M$ 에 가깝게 위치한 극점을  $n\pi/M$ 로 옮긴다. 또한 필터의 특성을 향상시키고 계수에 대한 영향을 감소시키기 위해 이동된 극점에 대한 반지름을 최적화시킨다. 이것은 이동된 극점의 각  $\theta$ 의 이동 효과를 최소화시키기 위함이다.

극점에 대한 각도와 반지름이 제한된 Remez exchange 알고리즘에 관련된 Pseudo Code와 흐름도를 (그림 1)과 (그림 2)에 보인다.

```

Constrained Remez Exchange Algorithm
Design an IIR filter by Martinez-Parks algorithm;
If  $\theta = n\pi/M + \Delta$  ( $\theta$ =angle of a pole,  $\Delta$ =small angle),
{
    Pole is moved from  $\theta = n\pi/M + \Delta$  to  $\theta = n\pi/M$ ;
    For radius of the moved pole=original radius : +(step size) :
    defined maximum radius,
    {
        Apply least squares method to determine  $\widehat{D}(F)$ ;
    }
}
Else if  $\theta = n\pi/M - \Delta$ ,
{
    Pole is moved from  $\theta = n\pi/M - \Delta$  to  $\theta = n\pi/M$ ;
    For radius of the moved pole=original radius : -(step size) :
    defined minimum radius,
    {
        Apply least squares method to determine  $\widehat{D}(F)$ ;
    }
}
Select  $\widehat{D}(F)$  which has a minimum error;
Apply Remez exchange algorithm to determine  $\widehat{N}(F)$ ;
    
```

(그림 1) Constrained Remez Exchange 알고리즘 의사코드



( 그림 2 ) Constrained Remez Exchange 알고리즘의 흐름도

제안된 알고리즘을 살펴보면  $\widehat{D}_u(F)$ 뿐만 아니라  $\widehat{D}_c(F)$ 의 극점에 대한 반지름을 포함하여 최소 자승법을 적용하여 분모항을 근사화시킨 후 분자항을 근사화시킨다. 그리고 분모항과 분자항의 근사화는 에러범위가 만족될 때까지 계속 반복되어진다.

### 3. 모의실험 결과 및 검토

제안된 알고리즘을 적용한 파이프라인 된 IIR 필터의 동작 특성을 검증하기 위해 다음과 같은 두 가지 경우를 고려하였다.

- Case 1 : 극점이  $\theta = n\pi/M + \Delta$ 에 위치한 경우.
- Case 2 : 극점이  $\theta = n\pi/M - \Delta$ 에 위치한 경우.

모든 예제의 IIR 필터는 M-P 알고리즘[5],  $\widehat{D}_c(F)$ 의

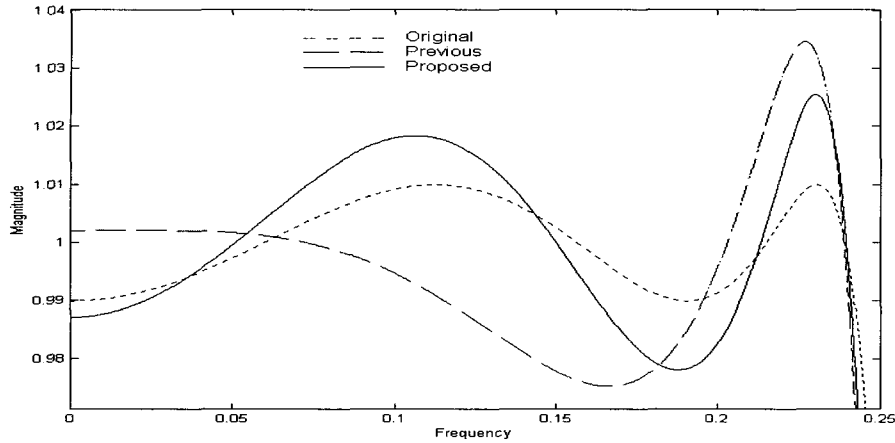
극점에 대한 각도만을 제한시킨 알고리즘[4], 그리고 제안된 알고리즘을 사용하여 각각 설계하였다.

**[예제 1(Case 1)]** 통과대역 에지  $w_p = 0.242\pi$ , 차단대역 에지  $w_s = 0.316\pi$ , 통과대역 감쇠  $\delta_p = 0.2$  dB, 그리고 차단대역 감쇠  $\delta_s = 18$  dB인 4 레벨 파이프라인된 IIR 필터의 설계.

기존의 알고리즘과 제안된 알고리즘을 적용하여 설계한 IIR 필터의 주파수 응답과 필터의 특성을 (그림 3)과 <표 1>에 보인다. <표 1>을 살펴보면, M-P 방식의 경우  $0.9104e^{-j0.2582\pi}$ 에 극점들이 위치하게 되어  $\pi/4$ 에 접근해 있음을 알 수 있다. 따라서 이러한 경우에는 큰 라운드오프 잡음의 영향을 줄이기 위해 근접한 극점들을  $\pi/4$ 로 옮기고 이와 더불어 다른 극점들과 영점들은 [4]의 알고리즘과 제안된 알고리즘을 적용한 결과 새로운 위치에 이동하게

된다. 주파수 특성을 살펴보면 [4]의 알고리즘에 비해 차단 대역에서 1.44dB, 통과 대역에서 0.0758dB가 향상되었음을 알 수 있다. 따라서  $\theta$ 가  $\pi/M$  보다 큰 값에서  $\pi/M$ 로 이

동하는 경우에는 극점이 기존의 값보다 반지름이 증가하는 방향으로 움직여야 통과대역 응답이 향상됨을 입증할 수 있다.



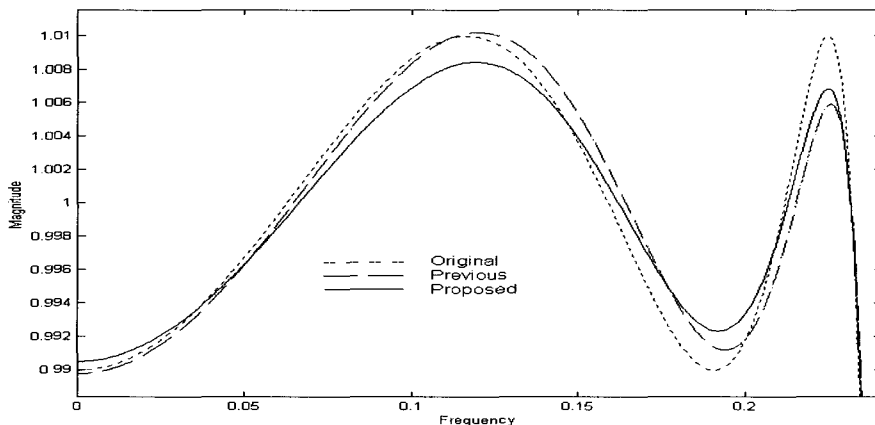
(그림 3) [예제 1]에 대한 기존의 방법과 제안한 방법의 통과대역 비교

<표 1> [예제 1]에 대한 기존방법과 제안된 방법의 특성 비교

	Poles	Zeros	Stopband Attenuation(dB)	Passband ripple(dB)
Original	$0.9104e^{+j 0.2582\pi}$ $0.6193e^{+j 0.1638\pi}$	$e^{+j 0.3306\pi}$ $e^{+j 0.5602\pi}$	-26.40	0.0864
Previous	$0.9104e^{+j 0.2500\pi}$ $0.5763e^{+j 0.1515\pi}$	$e^{+j 0.3305\pi}$ $e^{+j 0.5605\pi}$	-27.94	0.2945
Proposed	$0.9195e^{+j 0.2500\pi}$ $0.6627e^{+j 0.1454\pi}$	$e^{+j 0.3308\pi}$ $e^{+j 0.5629\pi}$	-29.38	0.2187

[예제 2(Case 2)] 통과대역 에지  $w_p=0.234\pi$ , 차단대역 에지  $w_s=0.276\pi$ , 통과대역 감쇠  $\delta_p=0.2$  dB, 그리고 차단대역 감쇠  $\delta_s=25$  dB인 4 레벨 파이프라인 된 IIR 필터의 설계.

기존의 알고리즘과 제안된 알고리즘을 적용하여 설계한 IIR 필터의 주파수 응답과 필터의 특성을 (그림 4)와 <표 2>에 보인다. <표 2>를 살펴보면, M-P 방식의 경우  $0.9431e^{+j 0.2477\pi}$ 에 극점들이 위치하게 되어  $\pi/4$ 에 접근해 있음을 알 수 있다.



(그림 4) [예제 2]에 대한 기존의 방법과 제안한 방법의 통과대역 비교

〈표 2〉 [예제 2]에 대한 기존방법과 제안된 방법의 특성비교

	Poles	Zeros	Stopband Attenuation(dB)	Passband ripple(dB)
Original	$0.9431e^{+j0.2477\pi}$ $0.6269e^{+j0.1813\pi}$	$e^{+j0.2869\pi}$ $e^{+j0.4881\pi}$	-19.48	0.0864
Previous	$0.9431e^{+j0.2500\pi}$ $0.6232e^{+j0.1812\pi}$	$e^{+j0.2868\pi}$ $e^{+j0.4881\pi}$	-18.54	0.0881
Proposed	$0.9323e^{+j0.2500\pi}$ $0.6165e^{+j0.1898\pi}$	$e^{+j0.2869\pi}$ $e^{+j0.4872\pi}$	-18.51	0.0727

따라서 이 경우에도 큰 라운드오프 잡음의 영향을 줄이기 위해 근접한 극점들을  $\pi/4$ 로 옮기고 이와 더불어 다른 극점들과 영점들은 [4]의 알고리즘과 제안된 알고리즘을 적용한 결과 <표 2>와 같이 새로운 위치로 이동하게 된다. 주파수 특성을 살펴보면 [4]의 알고리즘에 비해 차단 대역에서 0.03 dB가 저하되었지만 통과 대역에서 0.0154 dB가 향상되었음을 알 수 있다. 따라서  $\theta$ 가  $\pi/M$  보다 작은 값에서  $\pi/M$ 로 이동하는 경우에는 극점이 기존의 값보다 반지름이 감소하는 방향으로 움직여야 향상된 통과대역 응답을 얻을 수 있다.

M-P 알고리즘 [5]과 제안된 알고리즘을 사용하여 [예제 1], [예제 2]에서의 필터 스펙으로 설계된 파이프라인된 FIR 필터의 면적과 전력을 <표 3>에 보인다. 필터 회로는 VHDL로 코딩하였으며 Synopsys에서 제공하는 VHDL simulator, logic optimizer, 그리고 power analyzer를 사용하여 면적과 전력소모에 대한 계산을 수행하였다. 여기에

서 사용된 target library는 Synopsys에서 제공하는 class library이다. 필터 계수의 워드길이와 신호에 대한 워드길이는 Matlab을 사용하여 다음과 같이 결정하였다.

- coefficient word-length : 18-bits(original), 16-bits(proposed)
- signal word-length : 19-bits(original), 17-bits(proposed)

제안된 알고리즘을 사용하여 임의의 임계지역에 극점이 밀집되는 것을 피할 수 있기 때문에 계수와 신호의 워드길이를 감소시킬 수 있다. <표 3>을 살펴보면, 제안된 알고리즘을 사용한 구조가 M-P 알고리즘을 사용한 구조에 비해 면적이 33% 정도 줄었으며, 전력소모 측면에서는 45% 정도 감소되었다.

〈표 3〉 기존의 알고리즘과 제안된 알고리즘을 이용하여 설계된 필터의 면적과 전력소모 비교

	CASE 1		CASE 2	
	Number of gates	Power( $\mu$ W)	Number of gates	Power( $\mu$ W)
Original	101151	819.36	101497	978.09
Proposed	68301	547.39	68458	537.28
Reduction rate (%)	32.47	33.19	32.55	45.07

#### 4. 결 론

파이프라인된 FIR 필터를 설계 할 때 임의의 임계지역에 극점이 위치하는 경우 큰 라운드오프 잡음의 영향을 해결하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 극점의 각도만을 제한한 기존의 알고리즘에 의해 이동된 극점의 각도에 따른 오차를 보상하기 위해 Remez exchange 알고리즘과 최소 자승법을 이용하여 극점과 반지름을 모두 제한하여 FIR 필터를 설계하는 방식이다. 설계 예제를 통하여 극점의 이동 방향에 따라 반지름의 최적화 과정을 달리함으로써 주파수 특성이 기존의 설계 방식에 비해 향상

됨을 확인할 수 있었다. 또한 CAD 모의실험을 통해 제안된 알고리즘을 사용하여 설계된 필터가 M-P 알고리즘에 의해 설계된 필터에 비해 면적은 33%, 전력소모는 45% 정도 감소됨을 보였다.

#### 참 고 문 헌

- [1] K. K. Parhi and D. G. Messerschmitt, "Pipeline interleaving and parallelism in recursive digital filters-part : Pipelining using scattered look-ahead and decomposition," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech,*

*and Signal Processing*, pp.1099-1117, July, 1989.

- [2] M. A. Soderstrand, A. E. de la Serna, and H. H. Loomis, Jr., "New approach to clustered look-ahead pipelined IIR digital filters," *IEEE Trans. on Circuits & Systems, Part II : Analog & Digital Signal Processing*, Vol.42, pp.269-274, Apr. 1995.
- [3] J. G. Chung and K. K. Parhi, *Pipelined Lattice and Wave Digital Recursive Filters*. Norwell, MA : Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [4] J. G. Chung, H. Kim, and K. K. Parhi, "Angle-constrained IIR filter pipelining for reduced coefficient sensitivities," *IEEE Trans. on Circuits & Systems, Part II : Analog & Digital Signal Processing*, Vol.47, pp.555-559, June, 2000.
- [5] H. G. Martinez and T. W. Parks, "Design of recursive digital filters with optimum magnitude and attenuation poles on the unit circle," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-26, pp.150-157, April, 1978.



### 배 성 환

email : hlu008@hanmail.net

1993년 전북대학교 전자공학과(학사)

1995년 전북대학교 대학원 전자공학과  
(공학석사)

2000년 전북대학교 대학원 전자공학과  
(공학박사)

2000년~현재 한려대학교 멀티미디어정보통신학과 교수

관심분야 : 통신시스템 설계, ASIC 테스트



### 김 대 익

email : dikim@yosu.ac.kr

1991년 전북대학교 전자공학과(학사)

1993년 전북대학교 대학원 전자공학과  
(공학석사)

1996년 전북대학교 대학원 전자공학과 (공  
학박사)

2002년~현재 여수대학교 반도체학과 교수

관심분야 : 저전력 VLSI 설계, 테스트, 신호처리용 ASIC 설계