

부착슬립에 의한 강체변형을 고려한 철근콘크리트 보의 비선형해석

Nonlinear Analysis of RC Beams Considering Fixed-End Rotation due to Bond-Slip

곽 효 경[†]

김 선 필^{*}

Kwak, Hyo-Gyoung

Kim, Sun-Pil

(논문접수일 : 2004년 4월 3일 ; 심사종료일 : 2005년 3월 3일)

요 지

이 논문에서는 단면성질을 나타내는 모멘트-곡률 관계에 토대를 둔 해석모델을 제안하였다. 기존의 제안된 해석방법에서는 모멘트-곡률 관계가 완전부착을 가정한 휨거동만을 주요한 거동으로 가정하여 구조물의 응답을 과소평가하고 강성을 과대평가한 것과는 달리 제안된 해석 방법에서는 접합부의 부착슬립에 의한 강체변형을 산정할 수 있는 알고리즘을 개발하였고 나아가 등가휨강성을 이용하여 부착슬립에 의한 강체변형을 고려한 철근콘크리트 구조물의 해석을 수행하였다. 또한 모멘트-곡률 관계를 철근의 항복점을 기준으로 두개의 직선으로 간편화 시킴으로써 해석의 효율성을 높이는 한편 고려해야 할 비선형 거동특성을 효과적으로 반영하였다. 마지막으로 철근콘크리트 구조물의 비선형 해석에 대한 제안된 모델식의 적용성을 검증하기 위하여 해석결과와 실험값들의 비교를 수행하였다.

핵심용어 : 철근콘크리트, 앵커리지슬립, 모멘트-곡률관계, 등가휨강성, 비선형해석

Abstract

An analytical procedure to analyze reinforced concrete (RC) beams subject to monotonic loadings is proposed on the basis of the moment-curvature relations of RC sections. Unlike previous analytical models which result the overestimation of stiffnesses and underestimation of structural deformations induced from ignoring the shear deformation and assuming perfect-bond condition between steel and concrete, the proposed relation considers the rigid-body-motion due to anchorage slip at the fixed end. The advantages of the proposed relation, compared with the previous numerical models, are on the promotion in effectiveness of analysis and reflection of influencing factors which must be considered in nonlinear analysis of RC beam by taking into account the nonlinear effects into the simplifying moment-curvature relation. Finally, correlation studies between analytical and experimental results are conducted to establish the applicability of the proposed model to the nonlinear analysis of RC structures.

keywords : reinforced concrete, anchorage-slip, moment-curvature relation, equivalent stiffness, nonlinear analysis

1. 서 론

철근콘크리트 구조물의 해석은 다양한 영향인자의 변화에 따라 거동특성이 다르게 나타난다. 특히 균열을 유발할 수 있는 하중보다 더 큰 하중이 작용하는 경우 또는 반복

하중이나 지진하중이 작용하는 경우 인장측 콘크리트의 균열, 철근의 항복 및 콘크리트의 재료적 특성에 의한 비선형형성은 하중단계에 따른 구조물의 비선형 거동에 지배적인 영향을 미치게 되며 이러한 영향인자의 정확한 고려는 구조물의 해석을 복잡하게 한다. 모멘트-곡률 관계에 의해

[†] 책임저자, 정회원 · 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 부교수
전화: 042-869-3621 ; Fax: 042-869-3610

E-mail: khg@kaist.ac.kr

^{*} 정회원 · 스마트 사회기반시설 연구센터 연수연구원

• 이 논문에 대한 토론을 2005년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2005년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

부재의 거동특성이 정의되는 철근콘크리트 보 구조물을 해석하기 위하여 단면을 여러 층으로 나누어 각층마다 응력-변형률 관계를 적용하고, 이를 적분하여 요소의 변형을 구성하는 적층단면법(layered section method)²²⁾을 이용할 경우 구조물의 모델링이 복잡해지고 해석 시 많은 저장공간과 계산시간을 요구하고 비선형 거동을 지배하는 다양한 영향인자를 효과적으로 고려하기 어려운 문제점이 있다. 또한 철근콘크리트 구조물의 변형은 전단변형, 휨변형, 철근 정착부의 부착슬립(anchorage slip)에 의한 강체변형(rigid body deformation)의 복합적인 조합에 의해 나타남에도 불구하고 휨변형이 전체변형의 대부분을 차지한다는 가정하에 구성되므로 구조물의 응답을 과소평가하고 강성을 과대평가 함으로서 구조물의 거동을 정확히 평가할 수 없는 단점이 있다.^{1),17),21),22)} 한편 철근콘크리트 보를 해석하기 위하여 이력(hysteretic) 모델을 사용하는 경우 해석모델의 기본이 되는 단조증가하중에 대한 구조물의 이력곡선 구성 시 부착슬립에 의한 강체변형을 고려하지 못할 경우 하중이력곡선의 면적으로 표현되는 구조물의 에너지 흡수능력을 과대평가하는 등 구조물의 거동을 잘못 예측하는 단점이 있다. 따라서 철근콘크리트 보 구조물의 비선형 해석을 수행하기 위해서는 접합부의 부착 슬립에 의한 강체변형이 고려된 해석모델의 개발과 적용이 필요하게 된다.

이 논문에서는 철근콘크리트 보 구조물의 단면성질을 나타내고 있는 모멘트-곡률관계에 토대를 둔 해석모델을 제안하고 있다. 특히 모멘트-곡률 관계를 단면 내 철근의 항복점을 기준으로 두 개의 직선으로 간편화 시킴으로써 해석의 효율성을 높이는 한편 고려해야 할 비선형 거동특성을 효과적으로 반영하였다. 해석모델에서는 휨변형 뿐만 아니라 부착슬립현상에 의한 강체변형을 효과적으로 모사할 수 있는 해석방법을 제안하고 있다. 나아가 참고문헌⁸⁾에서 제안된 등가휨강성(equivalent flexural stiffness)

을 이용하여 부착 슬립에 의한 강체변형을 고려한 철근콘크리트 구조물의 해석을 수행하였다. 마지막으로 실험값과 제안된 해석방법에 의한 결과를 비교, 검토함으로써 제안된 모델의 효율성과 적용성을 검증하였다.

2. 재료모델

하중의 단조 증가에 따른 콘크리트 압축축의 응력-변형률 곡선을 정의하는 모델로서 Kent와 Park에 의해 제안되고 이후 Scott에 의해 수정된 모델을 사용하였다.¹²⁾ 현재 보다 정확한 콘크리트 모델이 제안되어 있음에도 불구하고 이 모델은 간편하면서도 스티럽 등의 횡보강 철근에 따른 영향을 효과적으로 고려하면서 해석의 정확성을 기할 수 있는 모델로 인정 받고 있으며, 비선형 해석시 널리 사용되고 있다. 철근은 콘크리트에 비해 재료성질이 균일하게 정의되므로 모델의 단순화와 수치해석적 안정성을 고려하기 위하여 항복점을 중심으로 두 개의 직선구간으로 표현되는 응력-변형률 관계를 사용하였으며, 항복 발생 후의 탄성계수는 모델의 변형에너지가 실험에서 얻어지는 변형에너지와 동일하게 할 수 있는 값을 토대로 결정하였다. 이 밖에 콘크리트와 철근의 재료모델에 대한 보다 상세한 내용은 참고문헌에서 살펴 볼 수 있다.^{7)~10)}

철근콘크리트 재료모델이 재료물성치에 따라 유일하게 결정되는 것과는 달리 부착응력-슬립 관계는 철근과 콘크리트의 상대변형에 따라 결정된다. 부착응력-슬립관계가 위치, 표면상태, 하중단계 등에 따라서 달라질 수 있음에도 불구하고 측정이 매우 힘들기 때문에 일정길이(약 철근 지름의 5배)의 시편에서 철근의 응력변화로부터 유도되는 평균부착응력-슬립을 이용하여 모델을 구성하게 된다. 제안되어 있는 많은 부착응력-슬립모델^{1),4),6),14)} 중에서 이 논문에서는 많은 실험을 바탕으로 Eligenhausen⁴⁾ 등이

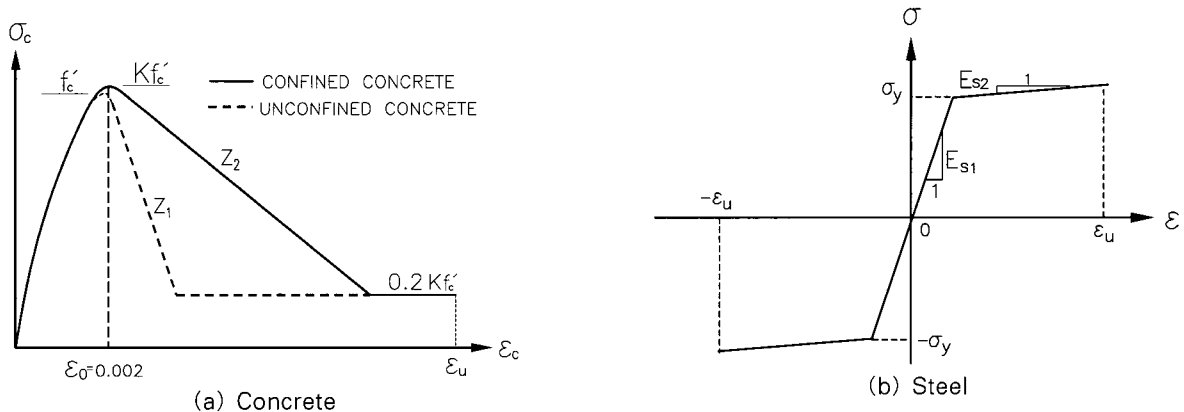


그림 1 응력-변형률 관계

제안하고 Zulfiqar와Filippou²⁴⁾가 개선시킨 부착응력-슬립관계의 재료모델을 토대로 모사하였다(그림 2참조). 간편한 해석을 위하여 Houde와 Mirza,¹³⁾ Nilson¹⁵⁾의 등의 실험결과로부터 어느 정도의 슬립량 범위까지는 부착응력과 슬립이 선형관계를 가진다는 사실을 토대로 초기 슬립량 범위의 곡선 부분을 직선으로 간편화하였다. 그림 2에서 경계값이 되는 u_1 , τ_1 은 각각 0.07cm , 16MPa 이며, 이 값들로부터 초기 슬립량 구간의 부착응력과 슬립량의 비인 부착계수 E_b 을 산정할 수 있다. 재료모델과 관련된 보다 자세한 사항은 참고문헌⁷⁾에서 살펴볼 수 있다.

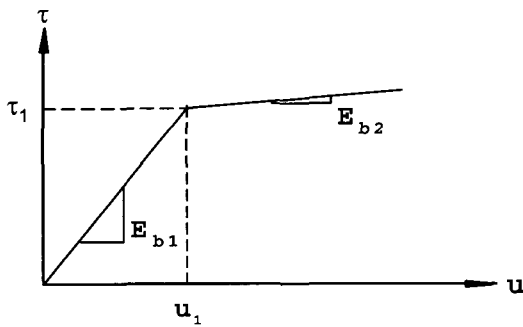


그림 2 부착응력-슬립 관계

3. 정착부의 부착슬립에 의한 강제변형의 영향

철근콘크리트 구조물의 변형을 유발시키는 중요한 인자 중의 하나로서 접합부에서의 부착슬립(anchorage slip)에 의한 강제변형을 들 수 있다. 그림 3(a)에서 볼 수 있는 바와 같이 보와 기둥, 기둥과 기초의 접합부에서 힘을 받을 때 접합부에서 휨균열이 발생하게 되는데, 이때 휨균열을 가로지르는 부착슬립(Δ_{total})이 유발된다. 이때 철근의 부착슬립(Δ_{total})은 크게 앵커리지 부분에서의 부착슬립에 의해 인발된 양(Δ_{axial})과 보 또는 기둥과 같은 휨부재에서 균열의 발생에 의해 부재내에서 발생된 부착슬립($\Delta_{bending}$)

으로 나누어 볼 수 있다. 또한 두 부착슬립을 유발시키고 있는 힘의 성분과 관련하면 앵커리지 슬립은 축방향 부착슬립 양이며, 부재내의 부착슬립은 부재의 휨균열에 의한 부착슬립을 각각 의미한다.

$$\Delta_{total} = \Delta_{axial} + \Delta_{bending} \tag{1}$$

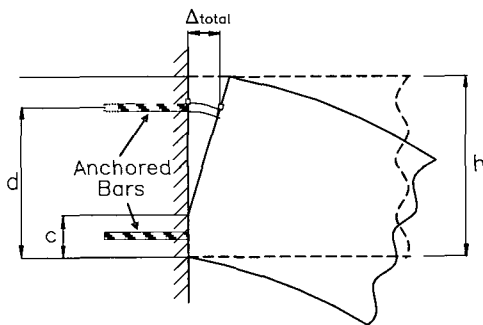
이와 같은 메커니즘에 의해 부착 슬립이 발생하게 되면, 그림 3의 (b)에서 볼 수 있는 바와 같이 접합부에서의 회전 θ_{fe} 을 유발하게 되고, 이로 인한 강제거동 (rigid body motion)에 의해 부재 끝단에서 추가적인 처짐 δ_{fe} 가 발생하게 된다.

그림 4은 U6과 U7로 각각 명명되는 외팔기둥 실험체¹⁸⁾에 대하여 교축에 대한 직각방향으로 점진적으로 증가하는 반복하중을 작용하여 얻은 외팔보 끝단에서의 처짐을 나타낸 것으로 구조물의 항복변형(Δ_y)에 대한 최대변형(Δ)을 의미하는 연성도($\mu = \Delta/\Delta_y$)에 따른 각 변형인자와 전체 변형량과의 관계를 나타내고 있다. 이 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 앵커리지 슬립에 의한 변형량은 전체변형량의 50%이상을 차지하고 있으며, 비선형성이 더 심해질수록 더 큰 비중을 차지하고 있음을 나타내고 있다. 따라서 기존 해석법과 같이 휨변형이 전체변형의 대부분을 차지한다는 가정하에 앵커리지 슬립에 의한 변형량을 무시하고 해석할 경우 철근콘크리트 구조물의 응답을 과소평가하는 문제점이 발생하게 된다.⁸⁾

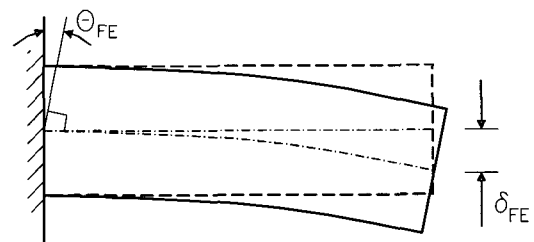
4. 정착부의 부착슬립에 의한 강제변형

4.1. 앵커에서의 부착슬립량(Δ_{axial}) 산정

구조물에 하중이 재하되면 접합부에서 휨균열이 발생하게 되고 이로 인해 앵커리지에 삽입되어 있는 철근에 인장



(a) 접합부에서의 부착 슬립



(b) 부착슬립에 따른 강제거동

그림 3 접합부에서의 부착슬립에 의한 강제변형

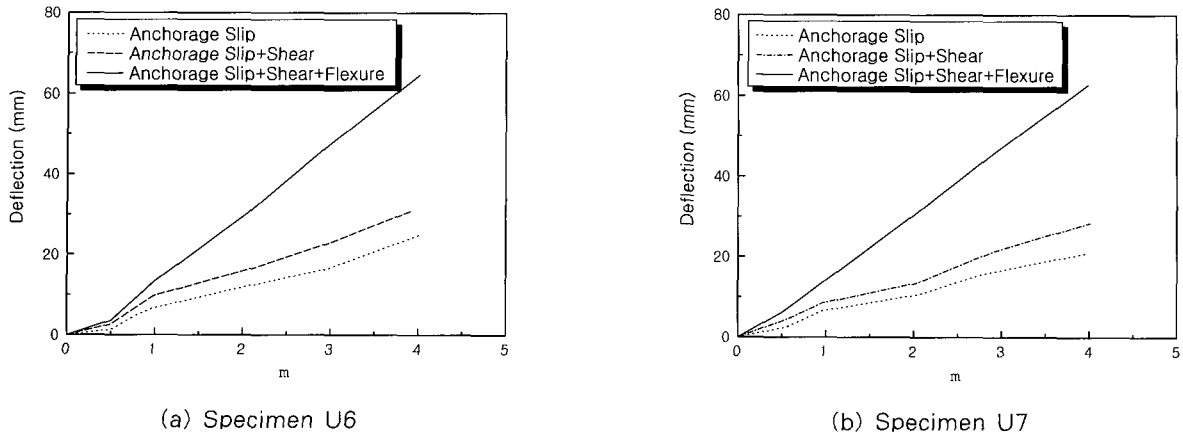


그림 4 각 변형인자와 전체변형량과의 관계¹⁸⁾

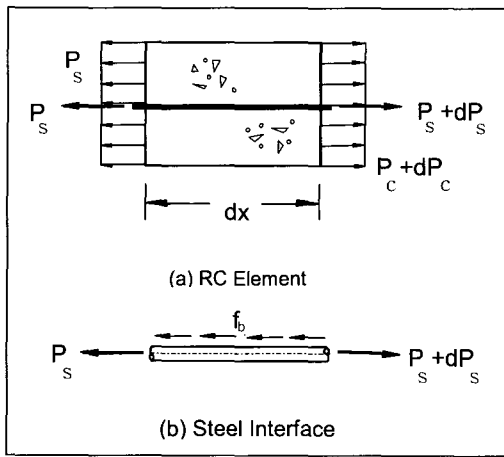


그림 5 축방향 부재에 대한 자유물체도

력이 발생하게 된다. 그림 5에서 보는 바와 같이 미소길이 dx 로 표현된 임의의 철근콘크리트 축방향 부재에 대한 자유물체도를 토대로 힘의 균형관계를 구성하면, 식 (2)과 같이 철근과 콘크리트의 내력증분을 각각 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} dP_s &= f_b dx \Sigma_0 = E_b \Delta_x dx \Sigma_0 = A_s E_s d\epsilon_s \\ dP_c &= -N f_b dx \Sigma_0 = A_c E_c d\epsilon_c \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)으로부터 철근과 콘크리트의 부재 내 위치에 따른 변형률 증분을 각각 식 (3)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\epsilon_s}{dx} = \frac{\Sigma_0 E_b}{A_s E_s} \cdot \Delta, \quad \frac{d\epsilon_c}{dx} = -\frac{\Sigma_0 E_b}{A_c E_c} \cdot \Delta \quad (3)$$

여기서 f_b = 철근과 콘크리트간의 부착응력, E_b = 부착응력과 슬립과의 관계를 나타내는 기울기, Σ_0 = 철근의 원주, Δ = 부착슬립량, A_c = 콘크리트의 면적, A_s = 인장철근

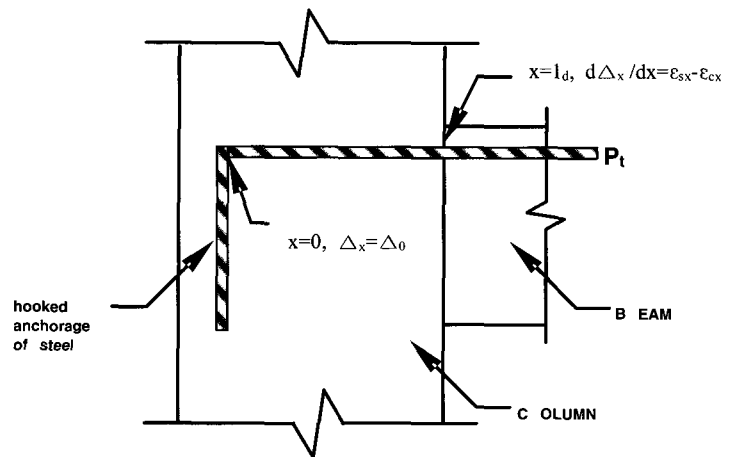


그림 6 후크이 설치되어 있는 외측보에서의 경계조건

의 면적, E_s = 인장철근의 탄성계수, E_c = 콘크리트의 탄성계수, N = 인장철근의 개수를 의미한다. 나아가 철근의 변위를 u_{sx} , 콘크리트의 변위를 u_{cx} 라고 하고, 접합부에서 x 만큼 떨어진 지점에서의 슬립량 Δ_x 를 철근과 콘크리트의 상대변위 ($\Delta_x = u_{sx} - u_{cx}$)로 정의하면, 부재 내의 임의의 지점 x 에 위치한 철근 위치에서의 슬립량의 일차미분값, 철근과 콘크리트의 변형률의 지배방정식을 식 (4)과 같이 얻을 수 있으며, 식 (3)에서 각각 정의된 변형률의 증분관계식으로부터 슬립량과 이차미분지배방정식이 식 (5)과 같이 결정될 수 있다.

$$\frac{d\Delta_x}{dx} = \frac{du_{sx}}{dx} - \frac{du_{cx}}{dx} = \epsilon_{sx} - \epsilon_{cx} \quad (4)$$

$$\frac{d^2\Delta_x}{dx^2} = \frac{d\epsilon_{sx}}{dx} - \frac{d\epsilon_{cx}}{dx} = \frac{E_b \Sigma_0}{A_x E_x} (1 + \eta\rho) \Delta_x \quad (5)$$

여기서, $\eta = E_s / E_c$, $\rho = NA_s / A_c$ 를 나타낸다.

따라서 식 (5)을 정리하면 잘 알려진 부착슬립의 이차 미분지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d^2 \Delta_x}{dx^2} - k^2 \Delta_x = 0, \quad \text{여기서} \quad k^2 = \frac{E_b \Sigma_0}{A_s E_s} (1 + \eta \rho) \quad (6)$$

이차미분방정식 (6)의 일반해는 $\Delta_x = C_1 \sinh kx + C_2 \cosh kx$ 이며, 여기서 C_1 과 C_2 는 구속조건에 의해 결정될 수 있다. 외측접합부나 기초부에 훅(hook)이 설치되어 있는 경우 훅(hook)의 시작점에서의 부착슬립량을 $\Delta_0 (x=0)$ 이라고 하면, C_2 는 Δ_0 로 결정된다($\Delta_0 (x=0) = C_2 = \Delta_0$). 또한 휨균열이 발생한 접합부의 철근에서는 식 (4)같은 관계가 성립하므로 x 대신 정착길이 l_d 를 대입하면 접합부 철근에서의 부착슬립량의 일차미분값, 철근의 변형율, 콘크리트의 변형율과의 관계를 다음 식 (7)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\Delta}{dx}(x=l_d) = k_1 C_1 \cosh(k_1 l_d) + k_1 \Delta_0 \sinh(k_1 l_d) = \epsilon_{sl} - \epsilon_{cl} \quad (7)$$

이때, 철근의 총단면적(NA_s)은 콘크리트의 인장력을 받는 면적(A_c)에 비해 무시할 정도로 작기 때문에 철근비(ρ)와 콘크리트의 변형률(ϵ_{cx})은 0(zero)으로 가정할 수 있다. 따라서 식 (7)로부터 C_1 은 $C_1 = (\epsilon_{sl} - k_1 \Delta_0 \sinh(k_1 x) (k_1 l_d)) / (k_1 \cosh(k_1 l_d))$ 으로 결정될 수 있으며, 이때 이차 미분방정식의 일반해 Δ_x 는 식(8)과 같이 정리될 수 있다.

$$\Delta_x = \frac{\epsilon_{sl}}{k_1 \cosh(k_1 l_d)} \sinh(k_1 x) + \Delta_0 (\cosh(k_1 x) - \tanh(k_1 l_d) \sinh(k_1 x)) \quad (8)$$

식 (4)에서 나타난 철근의 변형률과 부착슬립과의 관계를 이용하여 훅(hook)의 시작점에서의 철근의 변형률 [$\epsilon_{sx}(x=0) = \epsilon_{s0}$]을 계산하면 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{s0} = \frac{d\Delta}{dx}(x=0) = \frac{\epsilon_{sl}}{\cosh(k_1 l_d)} - \Delta_0 k_1 \tanh(k_1 l_d) \quad (9)$$

이때 훅(hook)의 시작점에서의 인장력 P_h 와 변위 Δ_0 의 관계는 Soroushian *et al.*²⁰⁾의 제안식에 따라 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_h = E_s \epsilon_{s0} A_s = P_{hu} \left(\frac{\Delta_0}{2.54} \right)^{0.2}, \quad P_{hu} = 271(0.05d_b - 0.25) \quad (10)$$

여기서 인장력의 단위는 kN , 훅의 변위(δ_h)와 철근의 지름(d_b)의 단위는 mm이다.

따라서 식(9)과 식(10)을 연립하여 Δ_0 를 구하고, 이를 식(8)에 대입하면 식(11)과 같이 훅이 설치된 앵커리지 부분에서의 철근의 항복시 부착슬립에 의한 접합부에서의 부착슬립량을 최종적으로 결정할 수 있다.

$$\Delta_{axial} = \frac{\epsilon_{sy}}{k_1} \tanh(k_1 l_d) + \frac{\Delta_0}{\cosh(k_1 l_d)} \quad (11)$$

한편, 훅(hook)이 설치되어 있는 외측접합부와는 달리 내부접합부의 경우기둥의 중심을 정착부의 시작으로 설정하면 철근의 시작점에서의 부착슬립량 $\Delta_0 (x=0)$ 를 0(zero)으로 가정할 수 있으므로 이차미분방정식 (6)의 일반해에서 C_2 는 0(zero)로 결정될 수 있다($\Delta_x (x=0) = C_2 = 0$). 또한, 훅이 설치되어 있는 경우와 같이 휨균열이 발생한 접합부의 철근에서는 식 (4)와 같은 관계가 성립하므로 x 대신 정착길이 l_d 를 대입하면 접합부에서 부착슬립량의 일차미분값, 철근의 변형율, 콘크리트의 변형율과의 관계를 유도하고 콘크리트의 인장력을 받는 면적(A_c)가 철근의 총단면적(NA_s)보다 월등히 크므로 철근비(ρ)와 콘크리트의 변형률(ϵ_{cx})은 0(zero)으로 가정하면 $C_1 = \epsilon_{sl} / (k_1 \cosh(k_1 l_d))$ 로 결정된다. 따라서 앞서 구한 C_1 과 C_2 를 식(8)에 대입하면 식(23)과 같이 내측 접합부에서의 철근의 항복시 부착슬립에 의한 접합부에서의 부착슬립량을 최종적으로 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta_{axial}(x=l_d) &= C_1 \sinh(k_1 l_d) = \frac{\epsilon_{sy}}{k_1 \cosh(k_1 l_d)} \sinh(k_1 l_d) \\ &= \frac{\epsilon_{sy}}{k_1} \tanh(k_1 l_d) \end{aligned} \quad (12)$$

4.2. 휨부재에서의 부착슬립량($\Delta_{bending}$) 산정

앞에서 언급한 바와 같이 앵커리지 슬립은 철근의 축방향 슬립에 기인하는 반면, 부재의 끝단에서 유발되는 부착슬립은 부재의 휨거동에 따른 균열에 의해 발생하게 된다. 그림 7은 휨부재내의 미소구간에서의 자유물체도를 보여주고 있다. 미소길이 dx 로 표현된 임의의 철근콘크리트 단

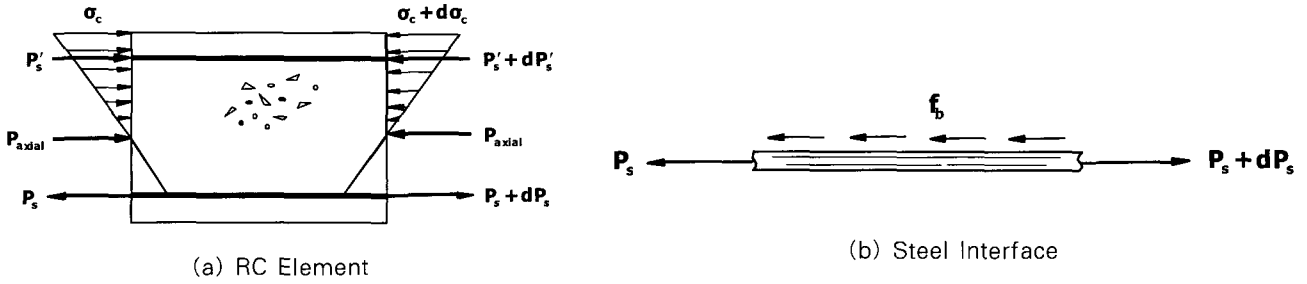


그림 7 휨부재 내 미소구간에서의 자유물체도

면의 각 구성요소에 대한 자유물체도를 토대로 힘의 균형 관계를 구성하면 식 (12)와 같이 휨부재에 대한 인장철근 (dP_{sx}), 압축철근(dP'_{sx}), 콘크리트(dP_{cx})의 내력증분을 각각 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 dP_{sx} &= f_b dx \Sigma_0 = A_s E_s d\varepsilon_{sx}, \\
 dP'_{sx} &= A'_s E'_s d\varepsilon'_{sx} = A'_s E'_s (c-d') d\phi_x \\
 dP_c &= \int_A E_c d\varepsilon_c dA_c = \int_0^c E_c \cdot d\phi_x \cdot y \cdot b dy = E_c \cdot b \cdot d\phi_x \cdot \frac{1}{2} c^2
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

여기서 ϕ_x 는 휨 부재의 끝단으로부터 x 만큼 떨어져 있는 위치에서의 곡률, c 는 단면 맨 윗단에서 중립축까지의 거리, b 는 휨부재의 폭, N' 는 압축철근의 개수, A'_s 는 압축철근의 면적, E'_s 는 압축철근의 탄성계수, d' 는 부재의 최상단에서부터 압축철근까지의 거리를 나타낸다. 한편 휨 부재에서는 앵커리지에서와는 달리 그림 7에서 보는 바와 같이 중립축을 중심으로 단면내의 깊이에 따라 휨에 의한 축방향 변형률이 선형으로 분포하므로 식 (12)에서 정의한 각 증분의 평형상태($dP_{cx} + dP'_{sx} = dP_{sx}$)를 이용하면, 단면 내의 곡률증분의 변화량($d\phi/dx$)을 식(13)과 같이 나타낼 수 있다. 이때 콘크리트의 인장응력에 의한 영향은 압축응력과 비교해 극히 작은 관계로 이 논문에서는 계산의 간편화를 위해 무시하였다.

$$\frac{d\phi_x}{dx} = \frac{N \Sigma_0 E_b}{E_c b \frac{c^2}{2} + N' A'_s E'_s (c-d')} \Delta_x
 \tag{13}$$

따라서 식 (12)에서 나타낸 인장철근에서의 부착응력과 내력증분과의 관계를 이용하면 인장철근의 변형률 변화량을, 식 (13)에서 나타낸 단면 내의 곡률변화량을 이용하면 콘크리트의 곡률변화량을 각각 식 (14)와 같이 부착슬립

의 양으로 표현할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\varepsilon_{sx}}{dx} &= \frac{\Sigma_0 f_b}{A_s E_s} = \frac{\Sigma_0 E_b}{A_s E_s} \Delta_x \\
 \frac{d\varepsilon_{cx}}{dx} &= (d-c) \frac{d\phi_x}{dx} = (d-c) \frac{N \Sigma_0 E_b}{E_c b \frac{c^2}{2} + N' A'_s E'_s (c-d')} \Delta_x
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

마지막으로 부재 내의 임의의 지점 x 에 위치한 변형률의 증분관계식으로부터 슬립량에 대한 이차미분지배방정식이 식 (15)과 같이 결정 될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \Delta_x}{dx^2} &= \frac{d\varepsilon_{sx}}{dx} - \frac{d\varepsilon_{cx}}{dx} = \frac{\Sigma_0 E_b}{A_s E_s} \Delta_x \\
 &- (d-c) \frac{N \Sigma_0 E_b}{E_c b \frac{c^2}{2} + N' A'_s E'_s (c-d')} \Delta_x \\
 &= \frac{4E_b}{E_s d_s} \left(1 - \frac{1-\alpha}{\frac{\alpha^2}{2\eta\rho} + \beta(\alpha - \frac{d'}{d})} \right) \Delta_x = k_1^2 (1-\gamma) \Delta_x \\
 &= k_2^2 \Delta_x \frac{d^2 \Delta_x}{dx^2} - k_2^2 \Delta_x = 0
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

여기서 $\eta = E_s/E_c$, $\rho = NA_s/bd$, $\beta = N'A'_s E'_s/NA_s E_s$, $\alpha = c/d$ 을 각각 나타낸다.

이차 지배미분방정식 (15)의 일반해는 $\Delta_x = C_3 \sinh k_2 x + C_4 \cosh k_2 x$ 이며, 여기서 C_3 과 C_4 는 구속조건에 의해 결정 될 수 있다. 휨부재의 시작점에서는 모멘트가 0(zero)이므로 인장철근(ε_{s0})와 콘크리트(ε_{c0})의 변형률 모두를 0(zero)라고 가정할 수 있으므로, C_3 는 0(zero)로 결정

된다($d\Delta/dx(x=0) = C_3 = \epsilon_{s0} - \epsilon_{c0} \cong 0$). 또한 휨부재에서도 휨균열이 발생된 접합부의 철근에서 식 (4)와 같은 관계가 성립하므로 x 대신 휨부재의 길이 l 를 대입하면 접합부 철근에서의 부착슬립량의 일차미분값, 철근의 변형률, 콘크리트의 변형률과의 관계를 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\Delta}{dx}(x=l) = C_4 k_2 \sinh(k_2 l) = \epsilon_{sl} - \epsilon_{cl} = \epsilon_{sl} - (d-c)\phi_l \tag{16}$$

이때 힘의 평형조건($P_{cx} + P'_{sx} = P_{sx}$)으로부터 철근의 끝단에서의 곡률 ϕ_l 을 구하면 식(17)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_l = \frac{NA_s E_s \epsilon_{sl}}{N'A_s' E_s' (c-d) + E_c b \frac{c^2}{2}} = \frac{\gamma}{d-c} \epsilon_{sl} \tag{17}$$

따라서 식(17)을 식(16)에 대입하면 C_4 를 $C_4 = (1-\gamma)\epsilon_{sl}/(k_2 \sinh(k_2 l))$ 와 같이 결정할 수 있으며, 최종적으로 휨부재에서의 철근의 항복시 부착슬립에 의한 접합부에서의 부착슬립량인 식 (15)의 일반해는 식 (18)과 같이 결정할 수 있다.

$$\Delta_{bending} = C_4 \cosh(k_2 l) = \frac{(1-\gamma)\epsilon_{sl}}{k_2 \sinh(k_2 l)} \cosh(k_2 l) = \frac{(1-\gamma)\epsilon_{sl}}{k_2 \tanh(k_2 l)} \tag{18}$$

식 (18)에서 보는 바와 같이 휨부재에서의 부착슬립량은 앵커리지에서와는 달리 γ 값에 따라 달라지게 된다. 또한 γ 는 α 의 함수이기 때문에 최종적으로 휨부재에서의 부착슬립량은 중립축의 위치(c)에 따라 달라진다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 중립축 c 는 축력이 작용하지 않는 단철근 보부재에서는 일반적으로 $0.4d$ 값으로 가정될 수 있으나, 프리스트레스 부재나 기둥부재에서와 같이 축력이 작용하는 부재나 압축철근이 있는 복철근 보부재의 경우에는 단철근 보부재와는 달리 축력이나 복철근의 양에 따라 변하게 된다. 따라서 중립축을 계산하기 위한 방법으로 현행 콘크리트구조설계기준에서 채택하고 있는 최대균열폭 예측식(식 (19)참조)을 사용하였다. 식 (19)는 Gergely & Lutz⁵⁾가 보통강도 콘크리트를 중심으로 한 주요 실험적 연구결과를 이용하여 광범위한 통계해석을 수행한 후 얻은 결과를 단순화한 것이다.

$$w_{max} = 1.08\beta_c f_s \sqrt[3]{d_c A} \times 10^{-5} (mm) \tag{19}$$

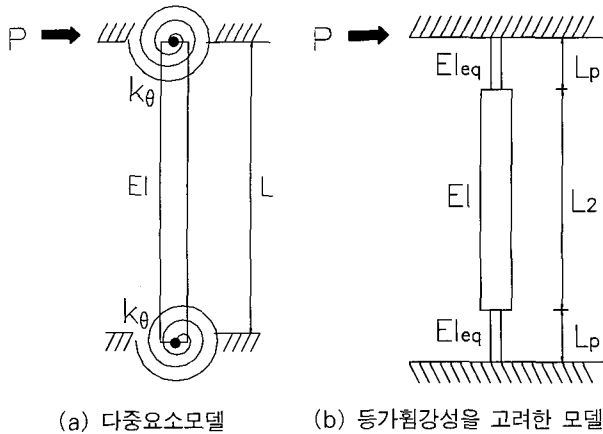
여기서 β_c 는 중립축에서 인장연단까지의 거리와 중립축에서 철근의 도심까지의 거리의 비이고, f_s 는 철근의 인장응력으로서 단위는 kg/cm^2 이고, d_c 는 인장연단으로부터 가장 가까운 인장철근 중심까지의 거리로서 단위는 cm 이고, A 는 콘크리트 총 인장면적을 철근의 개수로 나눈 콘크리트 유효인장면적으로서 단위는 cm^2 이다.

따라서 균열폭의 절반이 철근의 끝단에서 발생하는 부착슬립의 양($0.5w_{max} = \Delta_{bending}$)이라고 가정하면, 식 (18)과 (19)를 연립하여 γ 값을 구할 수 있고, 이를 다시 식 (15)에 나타낸 γ 와 α 의 관계에 대입하면 최종적으로 중립축의 위치(c)를 결정할 수 있다. 또한 균열초기부터 철근의 항복에 이르기 까지 위치에 따라서 c 값이 변하게 되나 그 변화폭이 상대적으로 작기 때문에 본 논문에서는 해석의 간편함을 위하여 인장철근의 항복시 c 값을 기준값으로 사용하였다. 마지막으로 널리 알려진 바와 같이 철근콘크리트 구조물이 항복할 경우 부착슬립, 재료물성치, 하중전달 메커니즘 등이 급격히 변함으로써 구조계의 불확실성이 현저히 증가하기 때문에 이를 정확히 예측하기에는 한계가 있다. 따라서 이 논문에서는 항복 이후의 구간에 대한 모멘트-곡률관계는 적층단면법을 이용하여 계산된 강성을 적용하였다.

4.3. 등가휨강성(Equivalent Stiffness, EI_{eq})을 이용한 해석방법

등가휨강성이란 앵커리지 슬립에 의해 감소된 부재의 강성을 양끝단으로부터 소성힌지 길이 L_p 만큼에 대하여 감소된 휨강성 EI_{eq} 로 치환함으로써 부재의 강성 감소를 반영할 수 있는 휨강성으로 정의할 수 있다. 참고문헌 [8]에서 언급한 바와 같이 등가휨강성 개념을 이용하여 접합부에서의 강제변형을 고려하게 되면 구조물의 모델링에 있어 많은 노력과 복잡함을 동반하는 다중요소모델²²⁾에 의한 방법과는 달리 그림 8(b)에 나타난 바와 같이 단지 기둥의 휨강성 EI 를 소성힌지길이 L_p 만큼에 대하여 등가휨강성 EI_{eq} 로 대체함으로써 기존의 익숙한 해석개념을 이용할 수 있게 된다. 따라서 보다 간편하게 부착슬립에 의한 접합부에서의 강제변형이 고려된 구조물의 거동을 모사할 수 있는 장점이 있다.

그림 8(a)는 양단이 회전제에 대하여 고정되어 있는



(a) 다중요소모델 (b) 등가휨강성을 고려한 모델
그림 8 등가 휨강성의고려

기둥의 앵커리지 슬립에 의한 변형과 휨에 의한 변형을 다중요소모델³⁾로 나타낸 것으로서 k_θ 는 회전 스프링의 회전 강성을, EI 는 부재의 휨강성을 각각 나타낸다. 이때 그림과 같이 횡하중 P 가 작용할 경우 그림 8(a)에서 회전 스프링으로 모사된 다중요소모델의 경우 발생하는 수평변위 Δ_1 은 식(20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_1 = \frac{PL^3}{12EI} + \frac{PL^2}{2k_\theta} \quad (20)$$

여기서 첫번째 항은 휨에 의한 변형을, 두번째 항은 회전에 의한 변형을 각각 의미한다. 이때 회전 스프링의 회전 강성(k_θ)는 앞서 계산된 Δ_{total} 를 토대로 식 (21)과 같이 결정될 수 있다.

$$k_\theta = \frac{M_y}{\theta_y}, \quad \theta_y = \frac{\Delta_{total}}{d-c} \quad (21)$$

여기서 M_y 는 항복모멘트를, θ_y 는 항복시 회전량을 나타낸다.

한편 그림 8(b)는 소성힌지길이 L_p 에 의해 모사되는 양단의 모멘트 집중으로 인한 소성영역에 대해 앵커리지 슬립에 의한 회전 변형량을 반영할 수 있도록 휨강성 EI 를 감소시킨 등가휨강성 EI_{eq} 를 포함한 기둥을 모사하고 있다. 이때 그림 8(b)와 같이 횡하중 P 가 작용할 경우 발생하는 수평변위 Δ_2 는 식 (22)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_2 = \frac{PL\{EI_{eq}L_pL + EI(3L_p + 2L_pL_2 + L_2^2)\}}{12EI_{eq}EI}$$

$$\text{where } L_2 = (L - 2L_p) \quad (22)$$

나아가, $\Delta_1 = \Delta_2$ 의 관계식을 토대로 회전변형을 반영하기 위한 등가휨강성 EI_{eq} 를 산정하면 식(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{EI_{eq}} = \frac{1}{\beta \cdot k_\theta \cdot L} + \frac{1}{EI} \quad (23)$$

여기서 $\beta = \alpha(1 - 2\alpha + 4/3\alpha^2)$, $\alpha = l_p/L$ 를 나타낸다. 또한 같은 과정을 통해 외팔보에 대한 등가휨강성을 구하면 역시 식(23)과 같은 형태로 표현될 수 있음을 알 수 있으며, 이때 계수 $\beta = \alpha(1 - \alpha + 1/3\alpha^2)$ 로 변화됨을 알 수 있다. 위와 같은 과정을 통하여 계산된 등가휨강성 EI_{eq} 는 모멘트-곡률 관계 모델(그림 9참조) 구성시 초기 휨강성 EI_{00} 를 대신하여 사용되어 단조증가 하중에 대한 모멘트-곡률 관계 포락선을 구성하게 되고, 나아가 반복하중을 받는 모멘트-곡률관계 구성시 하중감소(unloading)와 하중재하(reloading)를 정의함에 있어 포락선으로 사용되어 정착부의 슬립에 의한 구조물 전체의 강성저하현상을 반영할 수 있다.

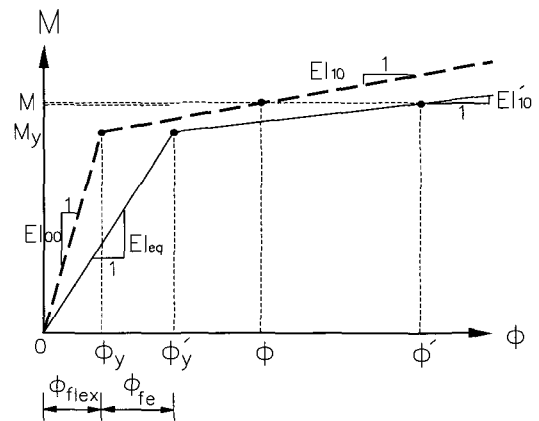


그림 9 고정단 회전을 고려한 수정된 모멘트-곡률 관계

5. 철근콘크리트 구조물의 해석

철근콘크리트 보 구조물을 모델링 함에 있어서 Timoshenko보 이론을 토대로 구성된 보요소를 사용하였으며, 평형방정식의 구성으로부터 반복해석에 이르는 일련의 비선형 해석과 관련한 자세한 유도과정은 참고문헌 [16]에서 살펴볼 수 있다. 이 논문에서는 실험으로 거동이 검증된 3개의 복철근 철근콘크리트 보에 대해 부재해석을 수행하여 그

결과를 비교하였다. 여기서 사용된 3개의 철근콘크리트 부재는 Ma, Bertero와 Popov¹¹⁾에 의해 실험된 BEAMR4, BEAMR6, Sozen *et al.*²³⁾에 의해 실험된 BEAMS1부재이다.

위와 같은 철근콘크리트 보를 유한요소 해석하는데 있어서 특히 고려해야 할 사항중에 하나가 요소의 길이를 결정하는 일이다. 만약 고정단 근처의 요소 길이를 소성현지길이 이상으로 결정했을 경우 요소의 평균적인 변형이 과소평가되면서 모멘트-곡률 관계에서 낮은 곡률 구간의 큰 강성값을 이용하게 되어 부재의 강성이 크게 나타나며 항복강도 역시 과대평가 된다. 따라서 신뢰할 수 있는 결과를 얻기 위해서는 소성현지길이 개념을 이용하여 구조물을 모델링해야 할 필요가 있다. 이 연구에서는 Sawyer¹⁹⁾가 제안한 식 $L_p=0.25d+0.075z$ 을 이용하였다. 여기서 d =단면의 유효 길이이고, z =부재의 끝단에서 임계면까지의 거리를 의미한다. 따라서 소성현지길이 개념과 주균열의 평균 발생 폭을 고려하였을 때 BEAMR6과 BEAMR4의 경우 고정단부터 소성현지길이인 20cm까지는 부재길이를 5cm로 모델링하고 나머지 구간은 10cm로 모델링 하여 유한요소해석을 수행하였다. 또한 BEAMS1의 경우 고정단부터 소성현지길이인 15cm까지는 부재길이를 5cm로 모델링하고 나머지 구간은 앞선 두 부재와 같은 10cm로 모델링 하여 유한요소해석을 수행하였다.

5.1. BEAMR6

BEAMR6은 휨과 전단력이 동시에 작용하며, 압축철근과 인장철근의 비율이 같은 복철근 철근콘크리트 외팔보로서 앵커리지에 훅(hook)을 설치하여 외측 접합부의 전형적인 거동을 나타내도록 모델링 되었다.

실험을 통해 산정된 하중변위관계와 적층단면법과 제안된 해석방법을 토대로 계산된 하중변위관계를 비교해 보면

그림 11와 같다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 적층단면법을 토대로 구조물을 해석할 경우 초기의 거동과 항복모멘트는 실제구조물과 유사한 거동을 나타내나 구조물의 항복시 항복처짐값을 과소평가 하는 것을 알 수 있다. 이런 현상은 앞서 설명한 바와 같이 유한요소해석시 접합부의 회전량이 0(zero)으로 가정됨에도 불구하고, 실제 실험에서는 고정단에서 강제회전량이 발생하기 때문이다. 즉 접합부에서 주철근이 슬립되면서 발생한 회전량에 의한 강제 처짐량을 반영하지 못하고 있기 때문이다. 따라서 논문에서 제안한 해석방법을 이용하여 강제 처짐량을 반영한 후 하중-처짐 관계를 구성하면 부작슬립에 의한 고정단에서의 강제회전량을 반영하여 적층단면법에 의한 해석결과에 비해 개선된 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 따라서 철근콘크리트 접합부의 유한요소모델링에서는 실제 거동에 보다 근접한 결과를 얻기 위해 강제회전에 의한 처짐량의 영향이 반드시 반영되어야 함을 알 수 있다. 그러나 제안된 해석방법에 의한 결과가 실험값에 비하여 항복처짐값을 과소평가하고 있는 것을 알 수 있는데, 이는 제안된 모델이 고정단 회전량에 의한 처짐값(실험값:0.47cm, 해석값:0.45cm)과 소성현지 이후구간의 휨변형에 의한 처짐값(실험값0.41cm, 해석값:0.33cm)에 대해 실제모델의 거동을 비교적 정확하게 모사했음에도 불구하고 소성현지 구간에서 전단력이 작용하게 되어 휨균열 이외에 전단균열이 함께 발생되기 때문에 휨강성이 저하되는 현상을 모사하지 못하기 때문으로 판단된다.

표 1 BEAMR6의 재료성질

재료	탄성계수(MPa)	항복강도(MPa)	철근비(A_{su}/bd)
콘크리트	24,804	31	-
압축철근	200,569	451	0.014
인장철근	200,569	451	0.014

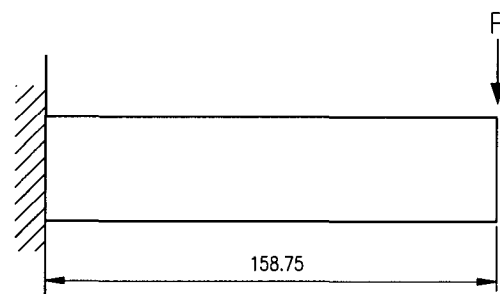
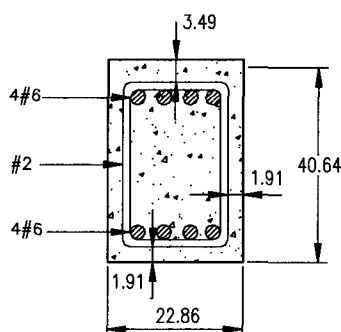


그림 10 BEAMR6의 재원(단위 cm)

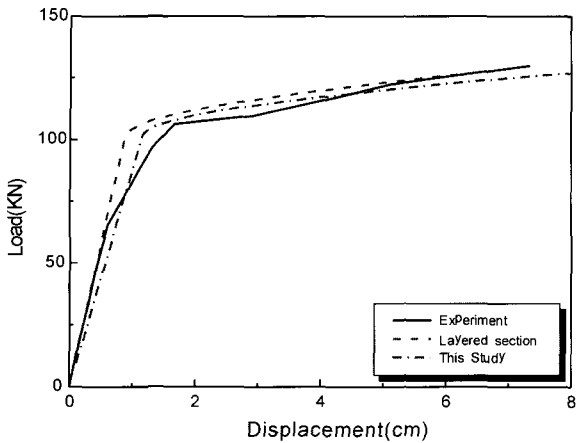


그림 11 BEAMR6의 하중변위 관계

5.2. BEAMR4

BEAMR4는 BEAMR6와 같이 휨과 전단력이 동시에 작용하지만 압축철근과 인장철근의 비율이 다른 복철근 철근콘크리트 외팔보이다. BEAMR4 역시 앵커리지에 후크(hook)를 설치하여 외측 접합부의 전형적인 거동을 나타내도록 모델링 되었다.

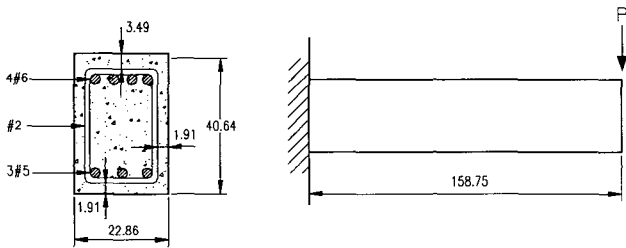


그림 12 BEAMR4의 재원(단위 cm)

실험을 통해 산정된 하중변위관계와 적층단면법과 제안된 해석방법을 토대로 계산된 하중변위관계를 비교해 보면 그림 13과 같다. BEAMR4의 경우 BEAMR6에 비하여

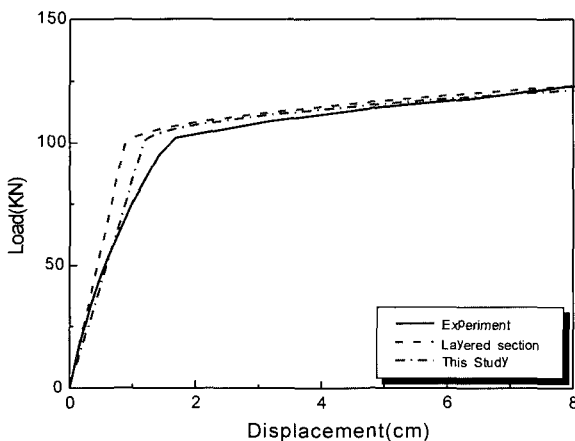


그림 13 BEAMR4의 하중변위 관계

표 2 BEAMR4의 재료성질

재료	탄성계수(MPa)	항복강도(MPa)	철근비(A_{st}/bd)
콘크리트	22,785	30	-
압축철근	200,569	451	0.007
인장철근	200,569	451	0.014

압축철근의 양이 줄어든 관계로 압축을 받는 콘크리트의 면적이 증가하게 된다. 따라서 중립축의 깊이가 증가함으로써 항복시 접합부에서의 회전량이 증가하여 회전량에 의한 처짐값이 증가하게 된다. 그러나 실험과 제안된 방법에 의한 해석결과를 살펴보면 압축철근의 감소로 인한 회전량의 의한 처짐값의 증가는 그리 크지 않음을 알 수 있었다 (실험값:0.47cm, 해석값:0.47cm). 또한 제안된 해석방법에 의해 결정된 항복처짐값이 적층단면법을 토대로 계산된 항복처짐값에 비하여 개선된 결과를 나타냄을 알 수 있다. 따라서 압축철근비와 인장철근비가 다른 휨부재에 대해서도 제안된 해석방법이 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

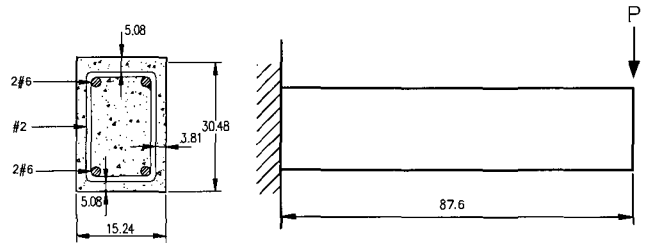


그림 14 BEAMS1 재원 (단위: cm)

5.3. BEAMS1

BEAMS1은 한 층을 사이에 두고 곡률방향이 반대인 두 개의 철근콘크리트 기둥의 거동을 알아보기 위해 실험

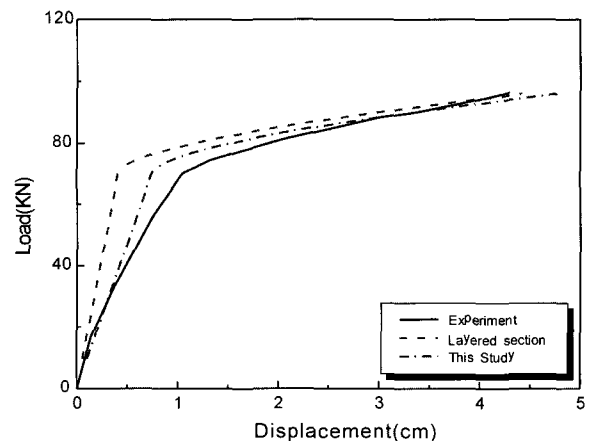


그림 15 BEAMS1의 하중변위 관계

된 부재로서 그 중 하나의 부재에 대해 해석을 수행하였다. 앞의 BEAMR6, BEAMR4와는 달리 내측 접합부의 전형적인 거동을 나타내도록 모델링 되었다.

실험을 통해 산정된 하중변위관계와 적층단면법과 제안된 해석방법을 토대로 계산된 하중변위관계를 비교해 보면 그림 15와 같다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 제안된 해석방법에 의해 결정된 항복처짐값이 완전부착을 전제로 구성된 적층단면법에 의해 계산된 항복처짐값에 비하여 개선된 결과를 나타냄을 알 수 있다. 따라서 내측보에 대해서도 제안된 해석방법이 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

표 3 BEAMS1의 재료성질

재료	탄성계수(MPa)	항복강도(MPa)	철근비(A_{st}/bd)
콘크리트	27,770	34	-
압축철근	200,992	497	0.015
인장철근	200,992	497	0.015

6. 결 론

이 논문에서는 간편한 해석을 위해서 또는 반복하중이나 지진하중이 작용하는 경우 포락선을 구성하기 위하여 구조물의 거동을 두개의 직선으로 간편화 시켜 사용하는 경우 구조물의 모델링이 복잡해지고, 해석시 많은 저장공간과 계산시간을 요구하는 적층단면법(Layered Section Method)에 의한 해석을 지양하고, 등가휨강성을 이용하여 기존의 해석방법이 고려하지 못했던 부착슬립에 의한 강제변형을 고려할 수 있는 간편한 해석 방법을 제안하였다.

수치해석 결과와 실험적 연구를 통하여 휨변형 외에도 앵커리지 슬립에 의한 강제변형이 구조물의 전체변형의 주요한 변형인자이며, 이를 고려하지 않은 기존의 방법으로 철근콘크리트 구조물의 해석을 수행할 경우 구조물의 강성을 과대 평가함을 알 수 있었으며 이를 이용하여 비선형 동적해석을 수행할 경우 구조물의 에너지 흡수 능력을 과대평가하고, 변형을 과소평가하는 결과를 나타낼 것으로 판단된다. 또한 기존의 해석방법이 고려하지 못했던 부착슬립에 의한 강제변형이 이 논문에서 제안한 등가휨강성을 이용한 해석방법에 의해 효과적으로 모사 되고 있음을 알 수 있으며 제안된 해석모델이 간편한 해석 또는 반복하중이나 지진하중이 작용하는 경우 포락선 구성시 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문은 한국과학재단의 지원에 의해 설립된 스마트 사회기반시설 연구센터(SISTeC)에 대한 연구비 지원에 의해 이루어졌음을 밝히며, 이 지원에 대하여 깊이 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Ayoub, A., Filippou, F. C., "Mixed Formulation of bond-slip problems under cyclic loads", *Journal of Structural Engineering*, vol.125, No.6, 1999, pp.661~671
2. Clough, R. W., Johnston, S. B., "Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements", *Proceedings of Japan Earthquake Engineering Symposium*, 1966
3. D'Ambrisi, A., Filippou, F. C., "Correlation Studies on an RC Frame Shaking-Table Specimen", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, 1997, pp.1021~1040
4. Eligehausen, R., Popov, E.P.,Bertero, V.V., "Local Bond Stress-slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations", *Report No. UCB/EERC 83-23*, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, 1983
5. Gergely, P., Lutz, L.A., "Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members", *ACI Special Publication SP-20*, ACI, Detroit, 1973, pp.87~117
6. Hayashi, S., Kokusho, S., "Bond Behavior in the Neighborhood of the Crack" *Proceedings of the U.S.-Japan Joint Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, Tokyo, 1985, pp.364~373
7. Kwak, H.G., Filippou, F.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures under Monotonic loads", *Report No. UCB/SEMM-90/14*, Univ. of California, Berkeley, 1990
8. Kwak, H. G., Kim, S. P., "Nonlinear Analysis of RC Beams Subject to Cyclic Loadings", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 127, No. 12, 2001, pp.1436~1444
9. Kwak, H. G., Kim, S. P., "Cyclic Moment Curvature Relation of RC Beam", *Magazine of Concrete Research*, Vol.54, No.6, 2002, pp.435~447

10. Kwak, H. G., Kim, S. P., "Monotonic Moment-Curvature Relation of RC Beam", *Magazine of Concrete Research*, Vol. 54, No. 6, 2002, pp.423~434
11. Ma, S. M., Bertero, V. V., Popov, E. P., "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-beam", *Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 76-2*, Univ. Of California, Berkeley, Calif, 1976
12. Menegotto M., Pinto, P. E., "Method of Analysis for Cyclically Loaded Reinforced Concrete Plane Frame Including Changes in Geometry and Nonelastic Behavior of elements under Combined Normal Force and Bending", *Proceedings, IABSE Symposium on "Resistance and ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads"*, Lisbon, 1973
13. Mirza, M.S., Houde, J., "Study of bond and Slip of Deformed Bars in Concrete", *ACI Journal*, Proceedings, Vol.76, No.1, 1979, pp.19~46
14. Monti, G., Filippou, F.C., Spacone, E., "Analysis of Hysteretic Behavior of Anchored Reinforcing Bars", *ACI Structural Journal*, Vol. 94, No. 2, 1997, pp.248~261
15. Nilson, A.H., "Internal Measurement of Bond Slip", *ACI Journal*, Vol. 69, No.7, 1972, pp. 439~441
16. Owen, D. R. J., Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Limited, 1980
17. Roufaiel, M. S. L., Meyer, C., "Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Frame", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No.3, 1987, pp.429~444
18. Saatcioglu, M., Ozcebe, G., "Response of Reinforced Concrete Columns to Simulated Seismic Loading", *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 1, 1989, pp.3~12
19. Sawyer, H. A., "Design of Concrete Frames for Two Failure States", *Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI, Miami, November, 1964, pp.405~431
20. Soroushian, P., Obaseki, K., Nagi, M., Rojas, M., "Pullout behaviour of hooked bars in exterior beam-column connections", *ACI Struct. J.*, Vol.85, No. 3, 1988, pp.269~276
21. Takeda, T., Sozen, M. A., Nielsen, N. N., "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquake", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. ST-12, 1970, pp.2557~2573
22. Taucer, F. Spacone, E., Filippou, F. C., "A Fiber Beam-Column Element for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures", *Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 91-17*, Univ. of California, Berkeley, Calif, 1991
23. Wight, J. K., Sozen, M. A., "Strength Decay of RC Columns Under Shear Reversals", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. ST-5, 1975, pp.1053~1065
24. Zulficar, N., Filippou, F.C., "Models of Critical Regions in Reinforced Concrete Frames under Seismic Excitations", *Report No. UCB/EERC-90/06*, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, 1990