

초기처짐형상에 따른 판부재의 천이거동에 관한 연구

A Study on the Snap-through Behaviour of Plate Elements due to the Initial Deflection Shape

고재용†

박주신*

이계희**

Ko, Jae-Yong

Park, Joo-Shin

Lee, Kye-Hee

(논문접수일 : 2004년 4월 3일 ; 심사종료일 : 2005년 3월 3일)

요 지

최근 강구조물과 해양구조물에 있어서 박판 부재인 고장력강이 널리 사용되면서 좌굴이 발생할 가능성이 커지고 있다. 특히 선박구조는 상자형 박판 구조물로서 용접이나 절단등의 열 가공에 의하여 필연적으로 판부재에 초기처짐이 발생하게 된다. 이러한 초기처짐은 박판부재가 좌굴을 동반한 복잡한 비선형 거동을 나타낼 때 악영향을 미치는 요소이다. 결과적으로 선체구조물이나 해양구조물에 안정성과 정확성을 부여하기 위해서는 발생 가능한 초기처짐을 이상화하여 2차좌굴 거동을 고려한 붕괴 매커니즘을 초기구조설계에 반영하여야 한다. 본 연구에서는 종방향 압축하중이 작용하고 네변 단순지지조건인 판에 실제 계측된 여러 가지 초기처짐형상을 적용한 유한요소 해석을 하였다. 해석방법으로는 범용 유한요소프로그램인 ANSYS의 탄소성대변형 유한요소법을 적용하였고 해석제어는 Newton-Raphson method와 Arc-length method를 병용하였다.

핵심용어 : 고장력강, 초기처짐, 좌굴, 유한요소법, 2차좌굴, 천이현상

Abstract

Since High Tensile Steel has been widely used to thin plate on the steel structure and marine structure, It has increased possibility of buckling. Especially, initial deflection of ship structure is mainly caused by heat processing of welding or cutting etc. This initial deflection has negative effect to thin plate, which would incur a complicated nonlinear behavior accompanied with secondary buckling. If idealized initial deflection is considered in early marine structure design of secondary buckling, accuracy and reliability will be improved considerably. The measurement data of initial deflection from experiment is applied to finite element series analysis. For FEA(ANSYS), Applied nonlinear buckling analysis is used by Newton-Raphson method & Arc-length method included in this program.

keywords : *high tensile steel, initial deflection, buckling, finite element method, secondary buckling, snap-through*

1. 서 론

최근 박판부재인 고장력강이 구조물에 폭넓게 사용되면서 초고속 컨테이너선과 대형화물선에 경하중량을 감소하기 위한 필요성에 의해 점차적으로 선박구조에서도 박판부재의 사용이 확대되고 있으며, 이로 인하여 초기구조설계 단계에서 좌굴은 중요한 설계기준이 되고 있다. 따라서 박

판부재의 초기좌굴 및 좌굴발생 후 면내강성 변화와 처짐 모드 변화를 수반하게 하는 초기처짐의 영향을 정확하게 파악하는 것은 선체구조의 안정성을 확보하는데 있어서 중요한 문제이다.

본 연구에서는 실제 상선(17만톤 이상)의 선저외판 구조에서 사용되고 있는 주요 중형비에 대해서 주변지지조건은 단순지지조건이고 용접이나 절단에 따라서 필연적으로

† 책임저자, 정회원 · 목포해양대학교 해양시스템공학부 부교수
전화: 061-240-7129 ; Fax: 061-240-7284
E-mail: kojy@mmu.ac.kr

* 정회원 · 목포해양대학교 해양시스템공학부 대학원 박사과정

** 정회원 · 목포해양대학교 해양시스템공학부 조교수

• 이 논문에 대한 토론을 2005년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2005년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

존재하게 되는 여러 가지 초기처짐의 유형을 분석하여 압축하중을 받는 박판구조물의 초기좌굴후 거동과 2차좌굴후 천이거동에 있어서 초기처짐의 영향을 규명하였다. 해석방법으로는 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 이용하였고 2차좌굴과 같은 복잡한 천이거동을 해석하기 위하여 호장증분법(Arc-length method)을 사용하였다.

일반적인 판에서는 절단, 용접 등의 열 가공에 의해 초기결함이 처음부터 잔류응력이나 초기처짐과 같이 존재하게 된다. 초기결함의 존재여부와 초기결함의 분포 형태에 따라 판의 비선형거동에 상당한 영향력을 미치게 되며 거동형태 또한 복잡하게 나타난다.^{1,2)} 지금까지 이에 관한 연구로서는 Ueda & Yao 1985, Paik & Pederson 1996, Cui & Mansour 1998 등에 의해서 이루어졌었다. 이들은 일축압축 하중조건에서의 초기처짐영향에 의한 선체판의 최종강도 거동을 연구하였는데, 초기처짐의 영향을 규명하는데 있어서 좀더 많은 매개변수를 고려하지 못한 점이 있으며, 박판부재의 해석에서 발생하게 되는 천이거동에 대해서는 아직도 미흡한 실정이다. 이에 본 연구에서는 초기처짐의 형상에 따른 선체판부재의 2차좌굴로 인한 천이거동과 이때의 면내강성 변화 및 세장비 그리고 처짐모드 변화를 종합적으로 분석하여 보다 신뢰성 있는 해석을 하였다.

2. 수치 계산이론 및 해석 모델링

2.1 수치계산이론

선체판의 비선형 탄소성거동을 해석하기 위해서 범용유한요소해석 프로그램인 ANSYS V7.1의 탄소성대변형 비선형유한요소법을 적용하였다.⁵⁾ 본 연구에 사용된 유한요소는 4절점을 가진 사각형 쉘요소이고 비선형 해석제어 기법으로는 2차좌굴에 의한 Snap-through와 같은 복잡한 비선형 경로를 정확하게 추적하기 위하여 ANSYS에서 지원하는 Newton-Raphson Method와 Arc-length method를 병용하여 해석하였다.

2.2 해석 모델링

본 연구에서는 비선형 유한요소법(ANSYS)을 적용하였고 해석에 사용된 판 종횡비(a/b)가 3.6, 3.8, 4.4, 5.4, 6.0인 사각형판의 해석에 있어서 실제 17만톤 이상의 상선외판구조에 사용되고 있는 보강재와 보강재 사이의 평판을 모델링에 적용하였다. 판 주변 경계조건은 네변 단순지지조건을 적용하였고 종방향 압축하중만을 면내방향으로 작

용하였으며, 이때 면의 변형에 대해서 네변 모두 직선을 유지한다는 조건을 적용하였고 잔류응력은 고려하지 않았다. 그림 1에서는 하중조건과 지지조건 및 F.E.A모델을 나타내고 있다. 해석에 사용된 재료의 물성치는 판 폭(b)=840mm, 판 두께(t)=10mm, 탄성계수(E)=205,800MPa, 포아송비(ν)=0.3, 항복강도=352.8MPa, $W_{opt} = 0.1 \times \beta^2 \times t$ 를 적용하였으며, 이 값은 Smith's formula(1987)의 중간값을 사용하였고, 판내 초기처짐량을 세장비(β)의 함수를 적용하여 표현하였다. 여기서, W_{opt} 은 판재의 초기처짐값을 나타내며, 판의세장비(β)는 $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$ (t =판두께, b =판폭, E =탄성계수, σ_y =항복응력)로 나타낼 수 있다.

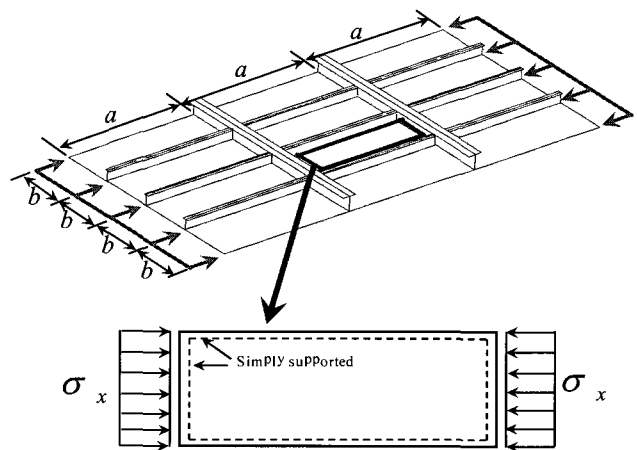


그림 1 A schematic model of stiffened ship plate under thrust

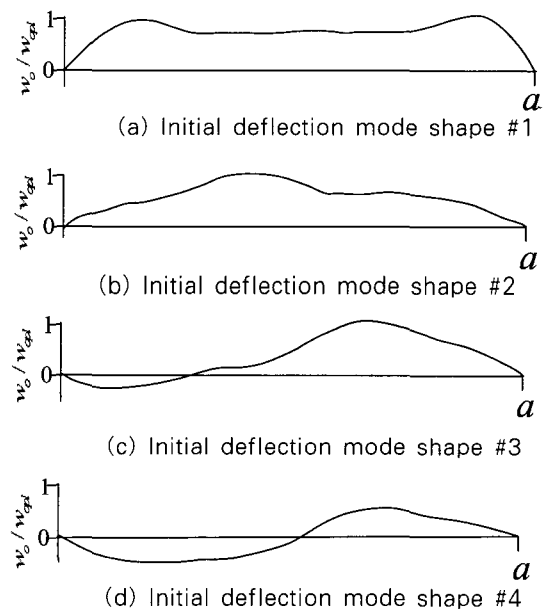


그림 2 A variety of initial deflection shape in steel plating between stiffeners in the longitudinal direction

실제로 여러 학자들에 의해서 실제 판부재의 용접이나 절단 후 초기처짐의 예측된 결과들은 많지만 이 중에서도 가장 일반적인 초기처짐파형을 선별하였다. 본 연구에 사용된 초기처짐파형은 총 5가지이며 실제 상선의 상갑판부에서 조사한 초기처짐파형인 그림 2의 (a)~(d)의 비대칭형 초기처짐파형과 중횡비의 영향을 받는 고유좌굴 파형이다. (a)~(d)의 초기처짐파형은 식(1)에서와 같이 종방향(M)으로는 11개 모드를 횡방향(N)으로는 1모드만을 가정하였고 최소자승법을 이용하여 구한 이상파형을 판 전체의 초기처짐식에 적용하였다.^{2),3)}

$$\frac{w_o}{w_{opt}} = \sum_{i=1}^M B_{oi} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (1)$$

여기에서, B_{oi} 는 종방향 11개 모드의 처짐계수를 나타내며, a 는 판의 종방향 길이를 나타내고, b 는 횡방향 길이를 표시하고 있다.

3. 수치해석 및 고찰

본 연구에서 나타내는 그래프는 응력과 변형률 관계이며 그림 3에 나타낸 ①~⑨점은 각 세장비에 따른 탄소성대변형 거동을 나타내고 있으며, 중횡비가 (a/b)3.8일때 양단 단부가 sin의 1/4파형이고, 중앙부는 평평하게 이상화한 처짐모드 #1의 초기처짐모드를 적용하였다. 세장비가 2.9 이상에서는 2차좌굴의 영향에 의한 천이거동이 나타나게

된다. 선박판부재의 좌굴은 판두께 즉 세장비에 함수인데 세장비가 커질수록 초기좌굴 시점이 빨라지고, 이에 따라 면내강성 변화가 복잡하게 변하면서 불완전한 파형을 유지하던 판이 안정된 파형을 유지하기 위해서 이러한 2차좌굴이 발생하게 된다.^{8)~10)} 또한, 세장비가 2.9이상에서는 하중변의 소성화의 전개로 인하여 2차좌굴에 의한 Snap-through 현상이 발생하고 있으며, 이에 따라 면내강성이 급격하게 감소함을 알 수가 있다.

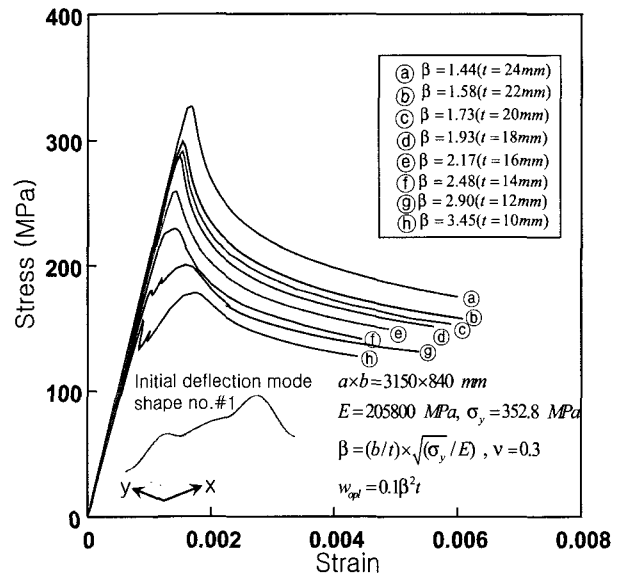


그림 3 A comparison of the stress-strain curves for rectangular plate with initial deflection mode #1 (a/b=3.8)

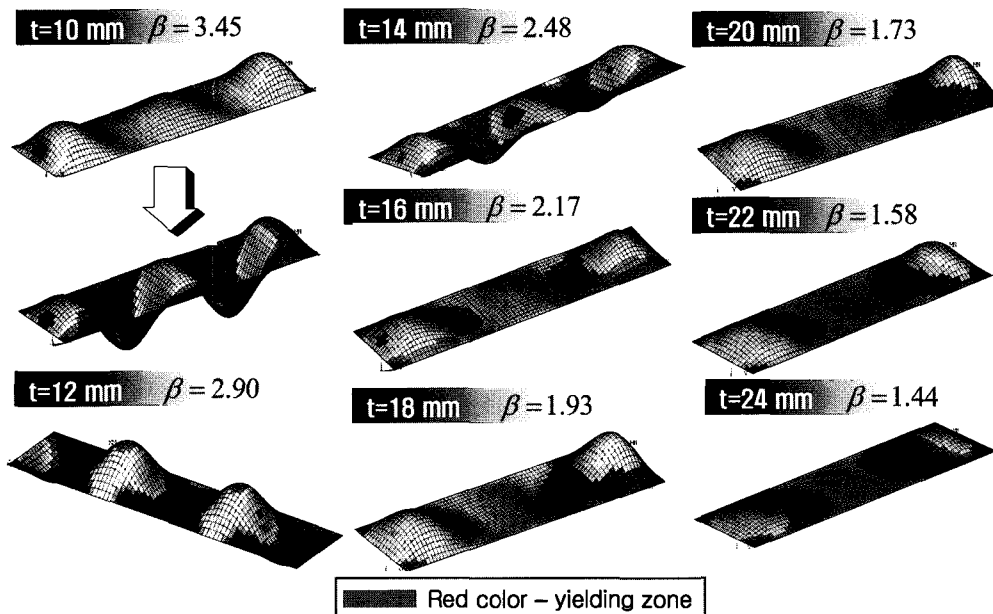


그림 4 A change of deflection mode on the ultimate strength varying plate thickness (shape mode #1 at the a/b=3.8)

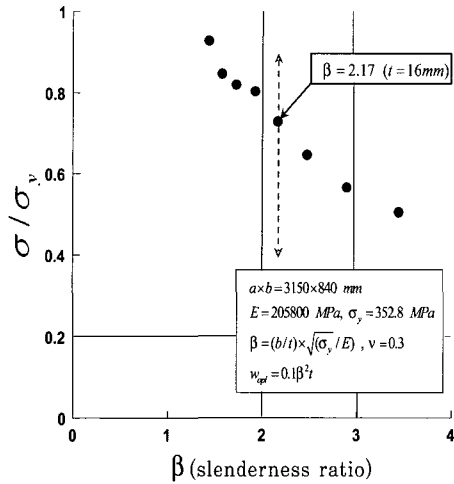


그림 5 A comparison average stress with slenderness ratio according to initial deflection mode #1 (a/b=3.8)

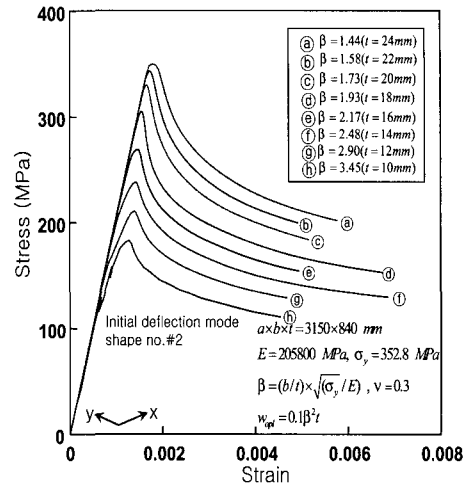


그림 6 A comparison of the stress-strain curves for rectangular plate with initial deflection mode #2 (a/b=3.8)

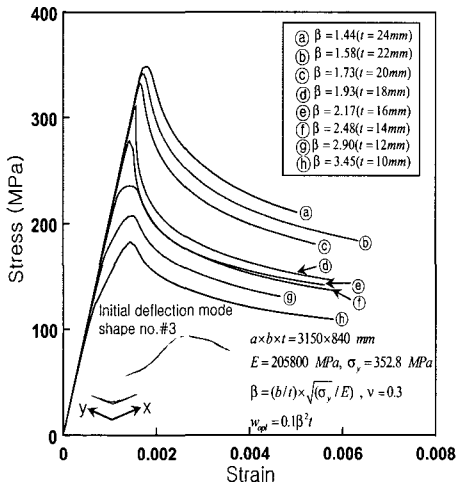


그림 7 A comparison of the stress-strain curves for rectangular plate with initial deflection mode #3 (a/b=3.8)

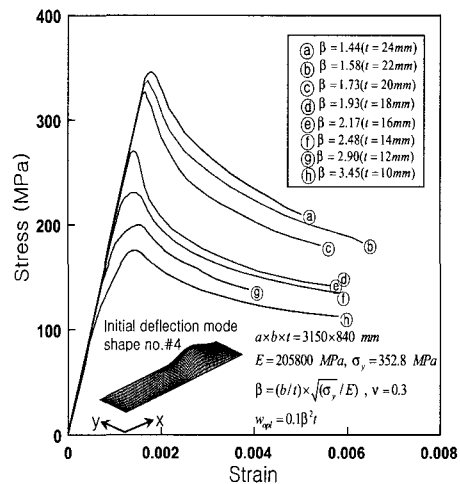


그림 8 A comparison of the stress-strain curves for rectangular plate with initial deflection mode #4 (a/b=3.8)

세장비에 따른 최종강도 상태에서의 처짐모드를 그림 4에서 나타내고 있다. 세장비가 2.48에서는 그래프 상에서는 일반적인 판 거동을 보였으나, 최종처짐모드 변화를 살펴보면 고유좌굴모드가 아닌 5모드로 변화한것을 알 수가 있다. 2차좌굴의 영향을 받은 세장비 2.9, 3.45에서는 2차좌굴 시점에서 처짐모드가 바뀐 후 최종강도까지 5모드를 유지하는 거동을 나타낸다. 그러나 세장비가 2.17이하에서는 초기처짐의 형태를 그대로 유지하고 있는 모드를 나타내고 있으며, 이는 좌굴매커니즘에서 세장비 함수인자의 고려가 중요함을 알수가 있는 항목이다. 용접 후 발생한 초기처짐모드 #1의 형태는 오른쪽 처짐성분이 왼쪽 처짐성분 보다 크게 성장한 파형이므로 최종강도 상태에서도 동일하게 나타났으며, 면내소성은 네변 모서리에서 시작하여 대처짐이 발생하는 방향으로 전개되었다.

그림 5의 그래프는 세장비의 영향에 따른 최종강도 거동을 알아보기 위하여 종축은 응력을 항복강도로 무차원하고 횡축은 세장비를 나타내고 있다. 세장비가 1.44-1.93까지의 최종강도 분포에서는 큰 차이가 발생하지 않고 있으며, 세장비가 2.17이상부터는 최종강도 분포에서 뚜렷하게 차이가 발생하고 있다. 일반적으로 선박은 황천 항해시 호깅(Hogging), 새깅(Sagging)조건이 반복적으로 불균일하게 발생하게 되고, 선박구조물에 비대칭적인 소성화의 진전으로 인하여 2차좌굴이 발생하게 되면 판구조물 자체의 면내강성은 급격히 감소하게 된다.¹¹⁾ 이는 곧 선박구조의 국부적인 강도 저하를 가져오면서 전체 구조물에게까지 악영향을 미치게 된다. 특히, 가장 일반적인 초기처짐 분포형태인 #1과 같은 경우에는 2차좌굴을 고려한 최종한계 상태 설계법을 적용할 경우에는 세장비가 2.9이하의 영역

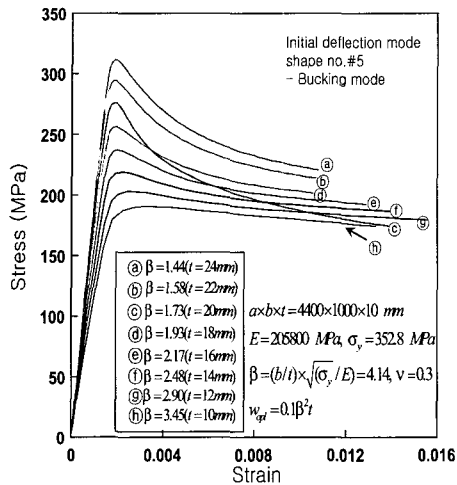


그림 9 A comparison of the stress-strain curves for rectangular plate with initial deflection mode #5 (a/b=3.8)

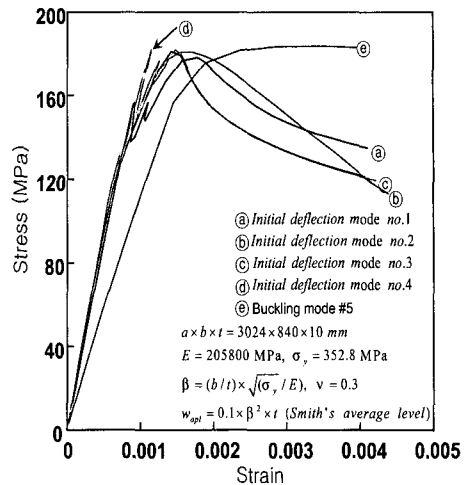


그림 10 A comparison of the stress-strain curves varying the initial deflection mode (a/b=3.6)

에서 설계를 수행하여야만 한다.

그림 6에서는 처짐모드 #2일 경우의 세장비에 따른 탄소성 대변형 거동을 나타내고 있다. 처짐모드 #2일 경우에는 모든 세장비에서 2차좌굴에 의한 영향을 받지 않고 있는 일반적인 판의 거동을 나타내는 특징이 있다. 처짐모드 #1의 거동과는 아주 상반된 거동을 나타냄을 확인할 수가 있으며 판의 거동에 있어서 열 영향에 의한 초기처짐의 영향이 상당함을 나타내고 있다.

초기처짐모드 #3일 경우에 세장비에 따른 탄소성 대변형 거동을 그림 7에 나타내고 있다. 2차좌굴에 의한 영향은 발생하고 있지 않으며 #2일 경우와 다른 점은 세장비가 1.93이상에서는 최종강도 이후의 면내강성 감소가 다른 초기처짐모드에 비해 급격하게 발생하고 있음을 알 수가 있다. 이는 #3의 경우는 오른쪽 처짐 성분이 급격하게 성장한 원래의 초기처짐 형상에 따른 영향이라고 사료된다.

초기처짐모드 #4일 경우에 세장비에 따른 탄소성 대변형 거동을 그림 8에 나타내고 있다. 2차좌굴에 의한 영향은 발생하고 있지 않으며 #3일 경우와 유사한 거동을 나타내고 있지만 최종강도 이후의 면내강성 감소는 #3에 비해서 적게 나타나는 거동을 나타낸다.

이러한 현상의 원인은 용접이나 절단등의 열 가공 후 존재하는 초기처짐 파형이 오른쪽과 왼쪽 처짐성분의 처짐양이 #3에 비해서 양분화 되어 있는 형태상의 문제라고 판단된다.

마지막으로 초기처짐모드 #5인 고유좌굴모드인 경우에 세장비에 따른 탄소성 대변형 거동을 그림 9에 나타내고 있다. 일반적인 고유좌굴모드에서는 판중횡비에 영향을 받게 되므로 2차좌굴에 의한 영향은 발생하고 있지 않으며 세장비에 따라서 비례적으로 강성감소에 따라 최종강도 분

포가 다르게 나타나고 있다.

그림 10의 그래프는 판중횡비 3.6인 판에서의 판두께가 박판인 부재에서의 초기처짐성분에 따른 탄소성대변형 거동을 응력-변형률 관계로 나타내고 있다. 최근들어 초고속 화물선 및 초고속 컨테이너선의 개발이 가속화되고 있으며, 가장 중요한 설계인자는 선체경하중량(LWT)의 최소화, 최적화이다. 본 논문에서는 이러한 경향을 반영하기 위하여 판두께가 10mm인 조건을 상정한 결과를 나타내고 있다. 판 주변 지지조건 및 중횡비 등 여러 가지 제반조건들은 동일하게 유지하였다. 가장 복잡한 비선형 거동을 보이는 처짐모드 형태는 #1,4이며, 고유좌굴모드와 같은 경우에는 초기에 smith's formula에 의한 중앙처짐값이 존재하면서 압축하중이 가해지는 순간부터 처짐이 발생하는 거동을 나타내면서 강성 또한 낮게 평가하고 있다. 그러나, 처짐모드가 #3,5에서는 좌우 대칭인 초기처짐이 종방향 길이에 비례하여 존재하므로 2차좌굴에 의한 천이거동이 발생하지 않는 일반적인 거동을 나타낸다. 이와는 반대로 처짐모드 #1,2,4를 지닌 판에서는 2차좌굴을 동반한 복잡한 천이거동을 나타내고 있다. 특히 처짐모드 #1 거동에서는 2차좌굴에 의한 면내강성의 감소로 가장 낮은 최종강도 값을 나타내고 있다. 이는 초기좌굴 이후 비하중변의 모서리에서부터 발생한 소성화의 급진전 때문이다.

그림 11에서는 판중횡비(a/b)가 3.6일 경우의 처짐모드에 따른 거동변화를 나타내고 있다. 초기처짐 #1번 형태에서는 첫번째 천이거동 구간에서 한쪽 파형이 급격히 성장한 불완전한 3모드에서 두번째 천이거동에서는 완전한 5모드형태로 처짐모드가 급격하게 변화하면서 새로운 처짐 파형의 성장이 있는 부분으로 급속하게 소성화가 전개되었

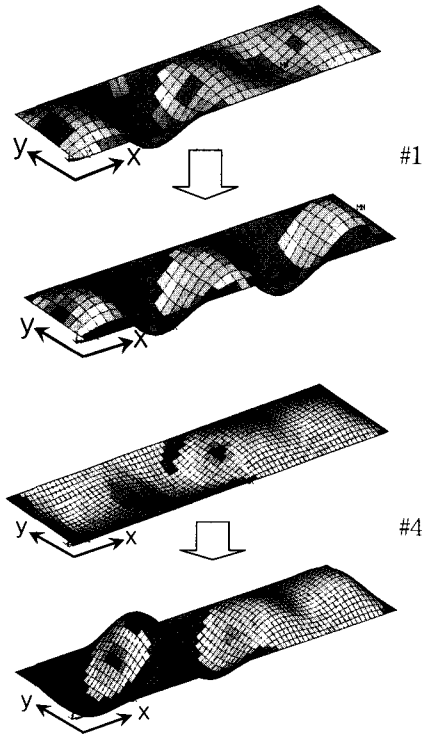


그림 11 A change of deflection mode on the initial deflection mode #1 and #4 (a/b=3.6)

다는 것을 알 수가 있다. 초기처짐 #4번 형태에서도 이와 비슷한 거동을 나타내고 있는데 이러한 거동의 특징은 2차 좌굴에 의한 천이거동의 주기가 길게 나타나고 있으며, 불완전한 2모드 처짐모드에서 안정된 모드로 변하지 못하고 불완전한 4모드로 거동을 마치게 된다. 이는 복잡한 비대칭형 초기처짐모드의 형태에 기인한 문제이기도 하지만 선체판의 탄소성거동에 있어서 초기처짐모드의 형상에 따라 아주 특이한 거동을 나타내는 재료의 비선형성이 크게 좌

우된다.

그림 12에서는 종횡비(a/b)가 4.4에서 5가지 초기처짐 모드에 따른 판의 탄소성 거동을 나타내고 있다. 이 종횡비에서도 초기처짐모드가 #1,4에서 2차좌굴을 동반한 천이거동현상이 나타난다. 판재의 고유 좌굴모드인 ⑤에서는 면내강성 변화가 완만하며, 가장 높은 최종강도를 나타내고 있다. 초기처짐모드 #3과 #1같은 경우에는 초기처짐모드에 의한 천이거동을 동반하지 않는 공통점이 있다.

그림 13에서는 종전까지 안정적인 거동을 보이던 #2의 초기처짐 형태의 거동에서 천이거동에 따른 면내강성 변화가 나타나고 있다. 초기처짐모드 #1같은 경우에는 종횡비의 증가에 따라 2차좌굴에 의한 천이거동의 주기가 점점 길어지고 있으며, 급격한 면내강성을 수반하면서 처짐모드 또한 5모드에서 7모드로 변하게 되며 종횡비가 커짐에 따라서 #1초기처짐모드를 제외한 나머지 초기처짐모드들은 안정적인 거동을 나타내고 있는 특징이 있다. 그림 14에서는 초기처짐 형태가 #1을 제외하고는 천이거동을 하지 않는 안정적인 거동을 나타낸다. 천이거동의 발생 유무에 따라 최종강도 분포의 차이가 많으며, 그 양상 또한 복잡하게 나타나고 있다.

그림 15에서는 횡축은 종횡비를 종축은 응력을 나타내고 있다. 종횡비가 커질수록 최종강도는 높게 평가되며, 초기처짐 형태가 #1일 경우 판의 탄소성거동에 있어서 종횡비의 영향을 크게 받고 있다. 판의 고유처짐모드해석을 기준으로 잡았을 경우에 가장 유사한 거동을 나타내고 있으며, #2일 경우에서 가장 낮은 최종강도 값을 나타내고 있다. 실제 용접조건이나 여러가지 조건 등에 따라 존재하게 되는 초기처짐 형태는 무수히 많다. 본 연구에서는 대

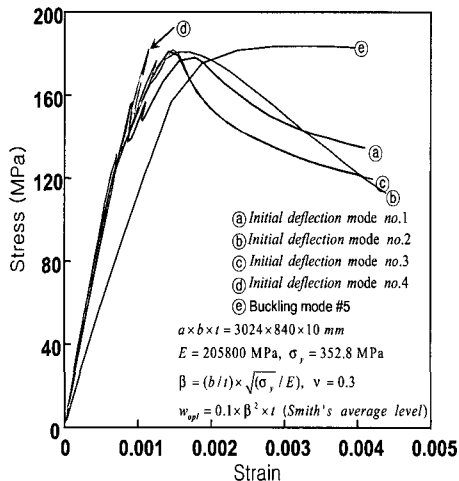


그림 12 A comparison of the stress-strain curves varying the initial deflection mode (a/b=4.4)

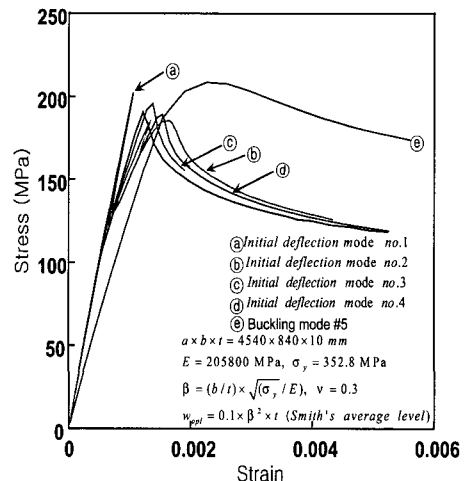


그림 13 A comparison of the stress-strain curves varying the initial deflection mode (a/b=5.4)

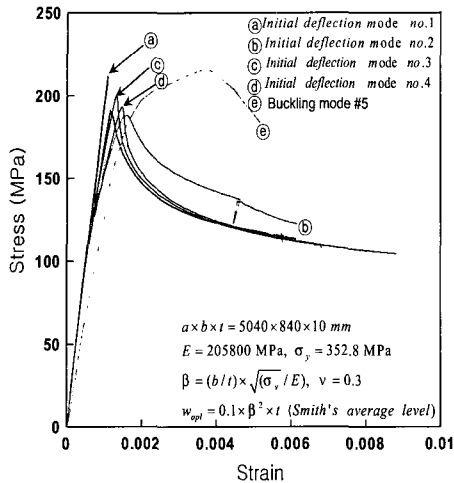


그림 14 A comparison of the stress-strain curves varying the initial deflection mode (a/b=6.0)

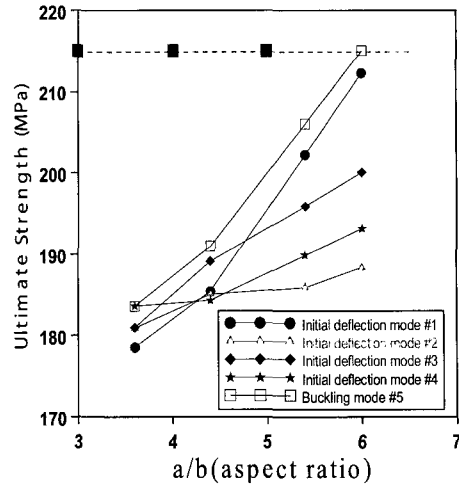


그림 15 A comparison of the stress-aspect ratio due to the varying initial deflection mode

표적인 용접 후 존재하는 초기처짐의 형태를 선별하고 이에 따른 천이거동 해석을 수행하여 2차좌굴에 의한 천이거동을 보이는 초기처짐인 #1과 가장 낮은 최종강도 값을 나타내는 #2같은 경우에는 초기처짐의 영향을 고려한 초기구조설계에서 설계의 기준으로 채택해야 할 것으로 사료된다.

4. 결 론

본 논문에서는 최근 들어 폭 넓게 사용되어지고 있는 고장력강의 효율성을 높이기 위하여 발생 가능한 2차좌굴에 대한 고려를 초기구조설계에 반영하게 하기 위하여 실제 17만톤 이상의 상선의 선체 구조에서 사용 중인 주요 종횡비에 대하여 일축 압축하중을 받는 하중조건에 대하여 세장비, 종횡비, 그리고 초기처짐형상을 달리한 유한요소 시리즈 해석을 실시하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 초기처짐모드 #1과 같은 형태는 2차좌굴을 포함한 가장 복잡한 비선형 거동을 나타낸다.
- 2) 초기처짐모드는 종횡비와 세장비의 영향도 존재하며 #1과 같은 초기처짐 분포형태에서는 세장비를 2.9이하에서 설계하도록 하며 종횡비가 커질수록 안정적 거동을 유지한다.
- 3) 선체판부재의 천이거동에 있어서 가장 큰 원인은 열변형에 의한 초기처짐의 형상이며, 본 논문에서 제시한 #2의 초기처짐 형상의 거동은 최종한계상태법을 기준으로 보면 보수적인 설계의 기준으로 채택할 수 있다.
- 4) 종횡비(a/b)에 영향을 받는 고유의 처짐모드와 강제 초기처짐모드의 붕괴모드는 아주 상이하하며, 이는 강제

초기처짐모드 같은 경우 하중작용 방향으로 분포된 비대칭형 초기처짐성분이 붕괴를 방해하기 때문이다.

- 5) 일반적인 정수형 종횡비에서는 최종강도 분포가 일정하게 유지하지만 모드분기점 종횡비인 1.4, 2.4, 3.6, 4.4, 5.4에서는 2차좌굴에 의한 면내강성 감소로 인하여 최종강도 분포가 불규칙적으로 분포하게 된다.

후 기

이 연구는 한국과학기술재단의 첨단조선공학연구센터(ASERC)의 지원으로 수행되었다.

참 고 문 헌

1. Paik J.K., Thayamballi, A.K., "Ultimate limit state design of steel-plated structures", John Wiley & Sons, 2003
2. Paik J.K., Pederson, P.T., "A simplified method for predicting ultimate compressive strength of ship panels", *International Shipbuilding Progress*, Vol.43, 1996, pp.139~157
3. Ueda, Y., Yao, T., "The Influence of Complex Initial Deflection Modes on the Behaviour and Ultimate Strength Plates in Compression", *Journal of Construction Steel Research*, Vol.5, 1985
4. Nakamura, T., Uetani, K. : "Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rectangular Plates", *International Journal of Mechanics Sciences*, Vol. 21, 1978, pp.256~286
5. "Nonlinear analysis Buckling", swanson, inc
6. Thomas J. R., Hughes, "Finite element analysis

- of the secondary buckling of a flat plate under uniaxial compression", *International Journal of a Non-linear Mechanics*, Vol.18, Issue 2, 1983, pp.167~175.,
7. Tsuneyoshi, N., Koji, u., "The secondary buckling and post-secondary buckling behaviours of rectangular plates, *International Journal of a Mechanical Sciences*, Vol.21, Issue 5, 1983, pp.265~286
 8. 고재용, Yao, T., 백점기, "면내압축하중을 받는 판의 2차좌굴에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제33권 제3호, 1996, pp.66~80
 9. 고재용, "에너지법에 의한 선체판의 기하학적 비선형 거동에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제36권 제2호, 1999, pp.94~104
 10. 고재용, 최익창, "호장증분법에 의한 판구조물의 2차 좌굴거동에 관한 연구", 한국전산공학회지, Vol.42, No.4, 1998
 11. 고재용, 박주신, "항복강도에 따른 선체판의 최종강도에 관한 연구", 대한조선공학회지, April, 2003, pp.605~609