

신뢰성기반 최적설계에서 수치적 안정성과 효율성의 개선을 위해 수정된 Single Loop Single Vector 방법

Modified Single Loop Single Vector Method for Stability and Efficiency Improvement in Reliability-Based Design Optimization

양 영 순†

김 봉 재*

이 재 옥**

Yang, Young-Soon

Kim, Bong-Jae

Lee, Jae-Ohk

(논문접수일 : 2004년 8월 15일 ; 심사종료일 : 2005년 2월 21일)

요 지

SLSV(single loop single vector)방법은 신뢰성기반 최적설계(reliability-based design optimization, RBDO)에서 중첩된 반복과정을 제거함으로써 최적설계의 과도한 계산비용 문제에 대한 해결책을 제시하고 있지만, 종종 수렴하지 못하거나 잘 못된 해가 얻어지는 등의 불안정성, 부정확성 문제를 가지고 있어 그 활용이 제한적이다. 본 논문에서는 수정된 HMV (hybrid mean value)방법, Inactive Design, Active MPP(most probable point) Design의 적용을 통해 SLSV방법에 있어서 안정성과 효율성을 효과적으로 개선시킬 수 있는 수정된 SLSV방법을 제안하였고 또한 다양한 예제를 통해 수정된 SLSV 방법의 유용성을 검증하였다.

핵심용어 : 신뢰성기반 최적설계, 수정된 SLSV방법, 수정된 HMV방법, Inactive Design, Active MPP Design

Abstract

SLSV (single loop single vector) method is to solve the excessive computational cost problem in RBDO (reliability-based design optimization) by decoupling the nested iteration loops. However, the practical use of SLSV method to RBDO case is limited by the instability or inaccuracy of the method since it often diverges or converges to a wrong solution. Thus, in this paper, a new modified SLSV method is proposed. This method improves its convergence capability effectively by utilizing Inactive Design and Active MPP Design together with modified HMV (hybrid mean value) method. The usefulness of the proposed method is also verified through numerical examples.

keywords : reliability-based design optimization(RBDO), modified slsv method, modified hmv method, inactive design, active MPP design

1. 서 론

신뢰성기반 최적설계(reliability-based design optimization, RBDO)는 확률구속조건을 만족시키는 최적의 설계를 얻고자 하는 것으로 1980년대 이후 연구가 시작되어 최근의 신뢰성기반 위상최적설계에 이르기까지 눈부신 발전이 있어왔다.^{1)~4)} 확률구속조건의 평가에 있어서는 주

로 개선된 일계이차모멘트방법(advanced first order second moment method, AFOSM)이 이용되어 왔는데, 통상의 이중루프방법은 AFOSM이 어떤 형태로 적용되고 있는가에 따라서 RIA(reliability index approach)와 PMA(performance measure approach or fixed norm approach⁵⁾)로 분류되고 있으며, PMA가 안정성 측면에서 그리고 근사기법의 적용에 있어서 RIA보다 유리하다는 비

† 책임저자, 정회원 · 서울대학교 조선해양공학과 교수
전화: 02-880-7330 ; Fax: 02-888-9298
E-mail: ysyang@snu.ac.kr

* 정회원 · 서울대학교 조선해양공학과 박사과정

** 현대중공업 선박해양연구소 선임연구원

• 이 논문에 대한 토론을 2005년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2005년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

교 연구들이 수행된 바 있다.^{6)~8)}

그런데 RIA나 PMA에서는 확률구속조건의 평가 자체가 또 하나의 최소화 문제로, 결국 RBDO에 적용되면 이중의 루프를 가지는 구조가 되고 따라서 실제 문제에 적용함에 있어서 과도한 계산비용이 중요한 문제가 되지 않을 수 없다. 그래서 이러한 계산비용을 줄이기 위한 연구가 다양하게 시도되고 있는데 근사기법의 적용에 관한 연구^{8),9)}와 기존 RBDO의 중첩된 구조를 풀기 위한 알고리즘의 연구가 큰 줄기를 이루고 있다.

후자의 연구로서 Chen(1997)등은 설계변수의 수렴과 동시에 MPP(most probable point)도 점차적으로 수렴해 가도록 함으로써, 구속조건의 평가가 필요한 곳에서 매번 MPP를 구하는데 필요한 반복과정을 없앤 SLSV(single loop single vector)방법¹⁰⁾을 제안하였고, Wu(2001), Du(2002)등은 MPP의 정보를 이용하여 구속조건의 값을 변경시키거나 구속조건 자체를 이동시켜 확정론적 최적화 문제를 푸는 SFA(safety factor approach)¹¹⁾, SORA(sequential optimization and reliability assessment)¹²⁾ 등의 방법을 제안하였다.

Yang(2004)¹³⁾등은 SLSV, SFA, SORA방법들에 대한 비교연구를 수행하여 SLSV방법이 효율 측면에서 우수함을 확인하였으나, Choi(2004)⁹⁾에 의하면 SLSV방법이 보여 주고 있는 수치적 불안정성은 실제 문제에서의 적용에 있어서 큰 걸림돌이 아닐 수 없다.

이에 본 논문에서는 2절에서 기존의 SLSV방법에 대하여 간략히 소개하고, 3절에서는 SLSV방법에서 수치적 불안정성을 야기하는 원인에 대한 규명과 함께 이를 개선할 수 있는 방법의 하나로서, 수정된 HMV(hybrid mean value)방법, Inactive Design, Active MPP Design의 세 가지 기법을 적용한 수정된 SLSV방법을 제안하였다. 4절에서는 제안된 방법이 효과적으로 기존 SLSV방법의 수렴성을 개선할 수 있음을 다양한 예제를 통하여 보였다.

2. SLSV(Single Loop Single Vector)방법¹⁰⁾

그림 1의 알고리즘과 표 1의 정식화에서 보는 바와 같이 SLSV방법에서는 구속조건의 만족여부를 평가함에 있어서 정확한 MPP를 구하기 위한 부최적화가 필요하지 않다. SLSV방법에서는 주어진 설계변수에 대하여 Karush-Kuhn-Tucker 필요조건을 만족하는 MPP를 계산하는 대신, 최적화 과정 전체에 걸쳐서 설계변수가 $\underline{\mu}_0$ 에서 $\underline{\mu}^*$ 로 수렴함과 함께 MPP도 \underline{x}_0 에서 \underline{x}^* 로 수렴하도록 한다.

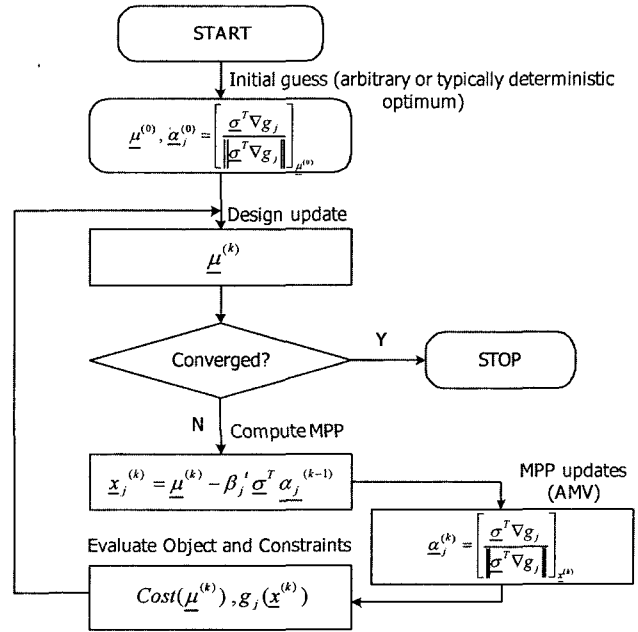


그림 1 Flowchart of Original SLSV Method (Chen 1997, Choi 2004)

표 1 Mathematical Formulation of SLSV Method

Minimize	$Cost(\underline{\mu})$
Subject to	$G_j(\underline{x}^k) = G_j(\underline{\mu}^k - \beta_j^t \sigma_x^T \alpha_j^{(k-1)})$,
	$\alpha_j^k = \left[\frac{\sigma^T \nabla G_x}{ \sigma^T \nabla G_x } \right]_{\underline{x}^k}$,
	$j = 1, 2, \dots, NC$

이와 같은 방법을 통해 RBDO를 단일루프의 구조로 변환시킴으로써 주목할만한 효율의 향상이 가능해진 것은 사실이지만, 그에 따른 반대급부로 종종 수렴하지 못하거나 구속조건을 만족하지 못하는 해에서 탐색을 멈추는 등의 안정성 문제를 일으킴이 보고되어 있다.⁹⁾

3. 수정된 SLSV방법

3.1 수정된 HMV(Hybrid Mean Value)방법

기존의 SLSV방법에서 채용하고 있는 MPP갱신 알고리즘은 식 (1)에 보인 바와 같이, 바로 이전 단계의 MPP에서 얻은 성능함수(performance function)의 최급강하방향(steepest descent direction)을 이용하는 것인데, 바로 SLSV의 안정적인 수렴을 저해하는 하나의 요인이 된다.

AMV(advanced mean value)방법으로 알려져 있는

식 (1)의 MPP 갱신 알고리즘은 성능함수가 오목함수 (concave function)일 경우 수렴하지 않거나 매우 늦게 수렴에 이르는 문제가 생길 수 있으며, 이 경우 CMV(conjugate mean value)방법으로 문제를 해결할 수 있음이 이중 루프방법인 PMA에 대하여서는 이미 알려져 있다.¹⁴⁾

$$\begin{aligned} \underline{x}^{(k)} &= \underline{\mu}^{(k)} - \beta^k \underline{\sigma}^T \underline{\alpha}^{(k-1)} \\ \alpha_j^k &= \left[\frac{\underline{\sigma}^T \nabla G_x}{|\underline{\sigma}^T \nabla G_x|} \right]_{\underline{x}^k} \end{aligned} \quad (1)$$

오목한 성능함수에 대하여서는 SLSV방법 역시 AMV의 MPP 갱신 알고리즘을 채택하고 있기 때문에 구배벡터의 진동 성향으로 인한 수렴 문제를 보인다. 그런데 고정된 평균값에서 MPP가 계산되는 PMA와 달리 SLSV방법에서는 MPP가 수렴해가는 과정에서 평균값이 끊임없이 변하게 되고, 이러한 변화가 표준정규공간 상에서의 구배벡터에 영향을 미치게 되므로 불룩한 형상의 성능함수라 할지라도 MPP의 진동 문제로부터 완전히 자유로울 수 없다.

Youn(2003)등이 이중루프방법인 PMA에 대하여 제안한 HMV방법¹⁴⁾은 표준정규공간 상에서 연속한 세 구배벡터의 각도의 변화로써 AMV/CMV의 적용을 결정짓고 있으므로 성능함수의 오목/불룩과 관계없이 SLSV방법에 있어서도 여전히 유효하게 이용할 수 있다. 하지만 본 논문에서는 구배벡터의 갱신과정을 그림 2에서와 같이 네 가지 경우로 세분하여, 보다 효율적으로 수렴성의 개선을 꾀하고자 하였다.

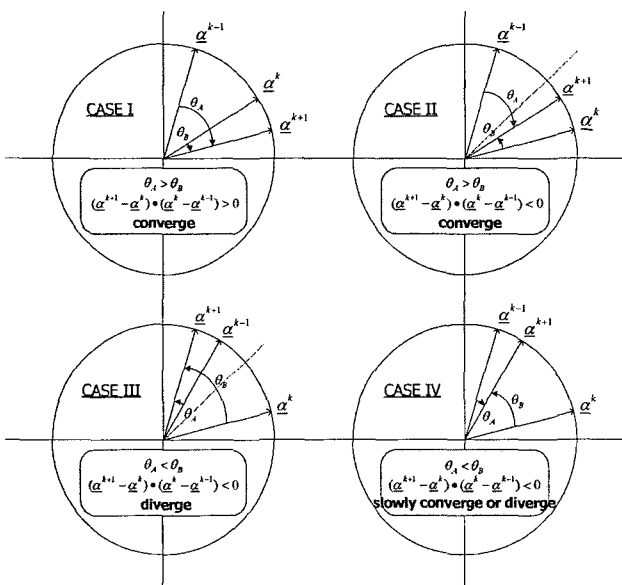


그림 2 Three Successive Iterations on MPP Updates (Standard-Normal Space)

그림 2에서 MPP의 수렴에 문제가 생기는 경우는 CASE III, CASE IV와 같이 (k+1)번째 구배벡터가 k번째 구배벡터보다 (k-1)번째 구배벡터에 더 가까워지는 경우로 규정할 수 있다(한편, 오목한 성능함수에서 주로 보이는 현상은 그림 2의 CASE II-CASE IV와 같이 (k+1)번째 구배벡터가 k번째 구배벡터와 반대방향으로 갱신이 이루어지는 것이다). 이러한 경우 식 (2)와 같이 (k+1)번째 구배벡터를 이전 두 구배벡터의 가운데 방향으로 조정하면 빠른 수렴을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{if } \frac{\underline{\alpha}^{(k-1)} \cdot \underline{\alpha}^{(k+1)}}{|\underline{\alpha}^{(k-1)}| |\underline{\alpha}^{(k+1)}|} < \frac{\underline{\alpha}^{(k)} \cdot \underline{\alpha}^{(k+1)}}{|\underline{\alpha}^{(k)}| |\underline{\alpha}^{(k+1)}|} \\ \text{then } \underline{\alpha}^{(k+1)} &= \frac{\underline{\alpha}^{(k-1)} + \underline{\alpha}^{(k)}}{|\underline{\alpha}^{(k-1)} + \underline{\alpha}^{(k)}|} \end{aligned} \quad (2)$$

이와 같은 MPP 갱신 알고리즘을 본 논문에서는 수정된 HMV방법이라 하였다. 하지만 4.4절의 예제에서 보이는 바와 같이 이러한 MPP 갱신 알고리즘이 SLSV방법의 수렴성 개선에 결정적인 역할을 하는 것은 아니며, 다음 절의 Inactive Design/Active MPP Design이 선행되지 않으면 안정적인 수렴을 기대하기 어렵다.

3.2 Inactive Design

Choi(2004)⁹⁾에 의해 제안된 Inactive Design은 확률론적 최적해의 부근으로 초기설계점을 이동시켜 RBDO를 시작함으로써 설계변수들의 이동량을 줄여 계산효율을 높이고, 근사기법을 적용하는 경우 근사영역의 축소로부터 근사함수의 정확도 및 수렴강건성을 확보하고자 하는 방법이다. 식 (3)으로 구해지는 이동벡터만큼 확정론적 최적해로부터 비활성영역으로 초기설계점을 이동시키고 있는데, 각 구속조건에 대한 이동량은 확정론적 최적해를 평균으로, 평균과 MV-PMA(mean value performance measure approach) 방법으로 구한 MPP와의 차이만큼이 된다. 이와 같은 초기설계점의 이동을 구속조건이 두 개이고, 각 구속조건에 대한 목표신뢰도지수가 같은 경우에 대하여 그림 3에 나타내었다.

$$\begin{aligned} \underline{\mu}^{ID} &= \underline{\mu}^D + \max_j(\beta_j^t) \\ &\times \underline{\sigma}^T \left[\Sigma \beta_j^t \underline{\sigma}^T \left(\underline{\sigma}^T \frac{\partial g_j}{\partial \underline{x}} \right) / \left(\Sigma \left(\beta_j^t \underline{\sigma}^T \left(\underline{\sigma}^T \frac{\partial g_j}{\partial \underline{x}} \right) \right)^2 \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

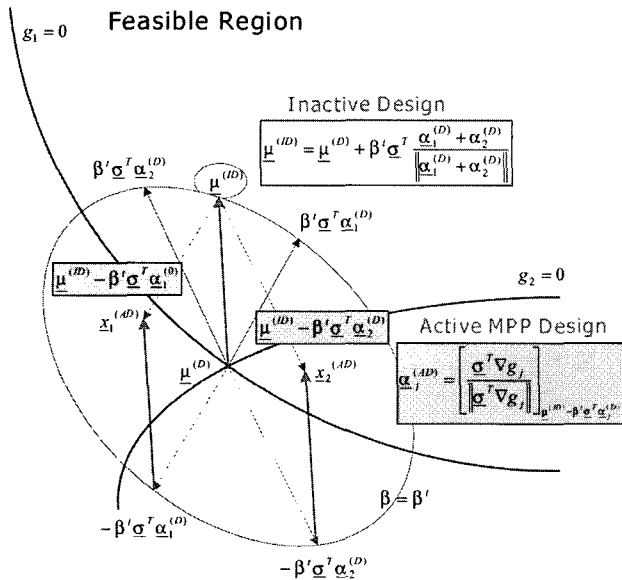


그림 3 Inactive Design and Active MPP Design

대부분의 기존 연구들에 있어서 확률론적 최적해를 확률론적 최적설계의 초기탐색점으로 삼아 계산을 수행해 왔는데, 이러한 방법은 설계영역의 중심점을 초기점으로 사용하는 경우에 비해 보다 논리적이고 위험도는 덜한 방식이지만, 확률변수의 변동성이나 목표신뢰도지수와 같이 확률론적 최적설계의 해에 결정적인 영향을 미치는 인자들에 대한 고려가 이루어지고 있지 못하다.

Inactive Design은 적은 계산비용으로 이러한 인자들의 영향을 효과적으로 고려해 넣고 있으므로 이중루프방법이나 SLSV방법의 계산효율 측면에서 상당히 유용하다. 하지만 SLSV방법에서 수렴문제를 일으키는 결정적인 요인은 MPP 갱신이 현재 설계변수로부터의 계산으로만 이루어지는 것이 아니라, 식 (1)에서 확인할 수 있듯이 이전 MPP로부터 갱신되는 정보($\alpha^{(k-1)}$)를 포함하고 있어서 반복과정 중에 연속적이지 못한 구속조건의 형태변화가 일어난다는데 있으며, 따라서 다음 절의 Active MPP Design과 병행되지 않는 Inactive Design 자체만으로는 수렴문제의 해결에 직접적인 영향을 주지 못한다. 심지어는 4.3~4.4절의 예제에서 보이는 것처럼 Inactive Design이 SLSV방법의 수렴에 부정적인 영향을 미치는 경우도 있다.

3.3 Active MPP Design 방법

앞 절에서 언급한 바와 같이 SLSV 방법의 수렴은 반복과정 중에 이전 MPP로부터 갱신되는 부분 즉, $\Delta\alpha = \alpha^{(k)} - \alpha^{(k-1)}$ 가 얼마나 구속조건의 변화에 영향을 미치는가에 좌우되며, 또한 표 1의 정식화로부터 설계변수의 변동량($|\sigma|$)이 클수

록, 목표신뢰도지수(β^t)가 클수록 수렴성이 나빠짐을 예상할 수 있다(예제 1). 여기서 설계변수의 변동량이나 목표신뢰도지수는 입력량이므로 SLSV방법의 수렴성을 개선하기 위해서는 MPP의 지그재그현상을 방지하기 위한 수정된 HMV방법과 함께 $|\Delta\alpha|$ 를 감소시키기 위한 방안이 필요하다.

한편, 정확한 MPP로 수렴해가지 않고 평균점에서 계산한 $\alpha^{(k)}$ 만을 사용하는 MV-PMA방법을 이용한다면 수렴 성능은 대폭 개선되겠지만, 4.2절의 예제 2에서 보이는 바와 같이 근사된 MPP의 오차가 크면 상당히 부정확한 해를 얻게 되므로 좋은 대안이라 할 수 없다.

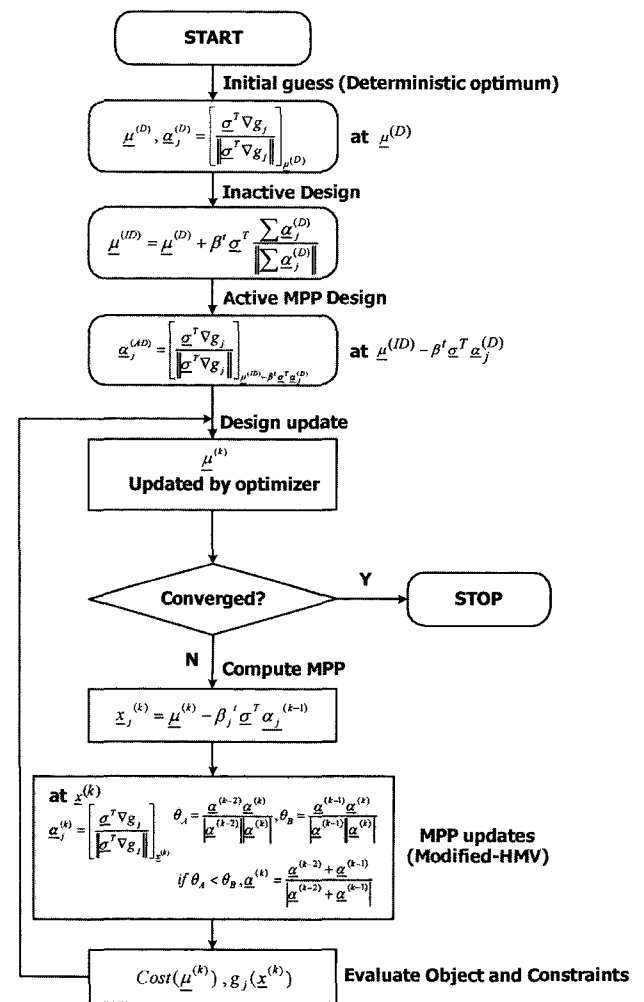


그림 4 Flowchart of Modified SLSV Method

본 논문에서 제안하는 Active MPP Design은 전 최적화과정에 걸친 구배변화, $|\Delta\alpha|_{OPT} = |\alpha^N - \alpha^0|$ 를 줄임으로써 간접적으로 $|\Delta\alpha|$ 를 감소시키고자 하는 방법이다.

만약 α^0 를 최종설계점 μ^N 에서의 최종 MPP, x^N 에서 계산할 수 있다면 $|\Delta\alpha|_{OPT}$ 는 최소가 될 것이다(Active 구

속조건의 경우 최종 MPP x^N 은 구속조건 “상”에 위치하게 됨을 주목하라). 그러나 실제로는 μ^N 과 x^N 을 미리 알 수 없기 때문에 이동된 초기설계점 μ^D 를 μ^N 의 근사값으로 사용하고, 또한 부가적인 계산 없이 식 (4)의 x^{AD} 를 x^N 의 근사값으로 사용한다. 그림 3에 μ^D 와 x^{AD} 의 위치를, 그림 4에 3.1절~3.3절의 이론들을 적용하여 수정된 SLSV방법의 알고리즘을 각각 나타내었다.

$$x_j^{AD} = \mu_j^D - \beta_j^T \sigma_j^T \alpha_j^D \quad (4)$$

4. 수치 예제

4.1 [예제 1] 기존 SLSV방법의 수렴성 문제

이 예제는 기존의 SLSV에서 나타나는 수렴문제와 그 경향을 보여주기 위한 것으로, 확률변수의 변동성을 각각 $\sigma = 0.3$, $\sigma = 0.6$ (약 10~20% COV, coefficient of varia-

표 2 Problem Definition for Example 1(Youn 200416))

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \text{Cost}(d) = d_1 + d_2 \\ & \text{Subject to } P(G_i(x) \leq 0) \leq \Phi(-\beta_i), \quad i=1,2 \\ & \text{where } 0 \leq d_1 \leq 10, \quad 0 \leq d_2 \leq 10 \\ & G_1(x) = x_1^2 x_2 / 20 - 1 \\ & G_2(x) = (x_1 + x_2 - 5)^2 / 30 \\ & \quad \quad \quad + (x_1 - x_2 - 12)^2 / 120 - 1 \end{aligned}$$

tion)으로 하고 목표 신뢰도지수를 2.0에서부터 5.0까지 변화시키면서 수렴의 경향을 파악한 것이다. 편의상 모든 확률변수는 정규분포를 따른다고 가정하였다.

표 3~표 6에서 $\beta_1^{HL}, \beta_2^{HL}$ 은 각각 구속조건 1과 2에 대하여 최종설계안을 평균으로 하여 HL-RF 방법¹⁵⁾으로 구한 신뢰도지수이다. 이 문제의 경우, 두 가지 구속조건에 대해 모두 활성(active)인 해가 얻어지므로 $\beta_1^{HL}, \beta_2^{HL}$ 역시 구속조건의 만족여부를 판별하는 좋은 지표가 될 수 있고, 또한 $G_1(\mu^*), G_2(\mu^*)$ 보다 직관적으로 판단하기도 쉽다. NFE는

표 3 RBDO Results of Example 1 (Original SLSV, $\mu^0 = \mu^D$, $\sigma = 0.3$)

β_i	Cost	d_1	d_2	NFE	β_1^{HL}	β_2^{HL}	%Err(1)	%Err(2)
2.0	6.1750	3.3155	2.8595	150	2.0009	1.8566	0.05	-7.17
3.0	6.7038	3.4571	3.2468	178	2.9997	2.8547	-0.01	-4.84
4.0	7.2556	3.6219	3.6336	150	4.0094	3.9057	0.24	-2.36
5.0	7.8097	3.8018	4.0080	120	4.9990	4.9686	-0.02	-0.63

표 4 RBDO Results of Example 1 (Original SLSV, $\mu^0 = \mu^D$, $\sigma = 0.6$)

β_i	Cost	d_1	d_2	NFE	β_1^{HL}	β_2^{HL}	%Err(1)	%Err(2)
2.0	7.2929	3.5978	3.6951	112	2.0039	2.0625	0.20	3.13
3.0	8.1655	4.6446	3.5209	116	3.4724	1.5010	15.75	-49.97
4.0	Diverge							
5.0	Diverge							

표 5 RBDO Results of Example 1 (PMA, $\mu^0 = \mu^D$, $\sigma = 0.3$)

β_i	Cost	d_1	d_2	NFE	β_1^{HL}	β_2^{HL}	%Err(1)	%Err(2)
2.0	6.1925	3.2951	2.8974	412	2.0004	1.9997	0.02	-0.01
3.0	6.7286	3.4365	3.2920	327	2.9997	3.0201	-0.01	0.67
4.0	7.2706	3.6074	3.6632	351	3.9998	4.0137	0.00	0.34
5.0	7.8160	3.7990	4.0171	466	4.9998	5.0002	0.00	0.00

표 6 RBDO Results of Example 1 (PMA, $\mu^0 = \mu^D$, $\sigma = 0.6$)

β_i	Cost	d_1	d_2	NFE	β_1^{HL}	β_2^{HL}	%Err(1)	%Err(2)
2.0	7.2747	3.6052	3.6694	324	2.0003	2.0179	0.02	0.90
3.0	8.3807	3.9993	4.3814	360	3.0003	3.0352	0.01	1.17
4.0	9.4776	4.4496	5.0280	348	4.0002	4.0262	0.01	0.66
5.0	10.5608	4.9344	5.6264	591	5.0003	5.0059	0.01	0.12

함수 호출횟수, %Err는 목표신뢰도지수에 대한 β^{HL} 의 오차를 백분율로 표시한 것이고 확정론적 최적해를 초기설계점으로 이용하였다. 설계영역의 중심점(5, 5)를 초기설계점으로 이용하면 모든 경우에 수렴하지 못한다.

표 5 ~ 표 6의 PMA결과와 비교하면, 효율 측면에서 SLSV방법이 PMA보다 상당히 유리하지만, SLSV방법은 표 3~표 4에서 보는 것처럼 안정적인 수렴을 보장하지 못하고 발산하거나 잘못된 해로 수렴하며, 이러한 경향은 확률변수의 변동성과 목표신뢰도지수가 클수록 뚜렷하다.

4.2 [예제 2] SLSV vs MV-PMA

이 예제는 확정론적 최적해를 초기설계점으로 이용함에도 불구하고 SLSV 알고리즘으로 수렴에 실패하는 경우이다. 모든 확률변수는 정규분포를 따르고 표준편차는 각각 0.8, 0.8(약 10%~15% COV), 목표신뢰도지수는 3.0이다.

표 7 Problem Definition for Example 2 ($G(\underline{x})$ from Youn 2003¹⁴)

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } cost(\underline{d}) = 20 - d_1 + d_2 \\ & \text{Subject to } P(G(\underline{x}) \leq 0) \leq \Phi(-\beta^t) \\ & \text{where } 0 \leq d_1 \leq 10, 0 \leq d_2 \leq 10 \\ & \beta_t = 3.0 \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0.8 \\ & G(\underline{x}) = -\exp(x_1 - 7) - x_2 + 10 \end{aligned}$$

표 8 RBDO Results of Example 2 ($\mu^0 = \underline{\mu}^D$)

Method	Cost	d_1	d_2	NFE	β^{HL}	%Err
SLSV	Diverge					
MV-PMA	7.088	5.907	7.005	100	2.5518	-14.94
PMA	7.394	5.300	7.036	1056	3.0001	0.00

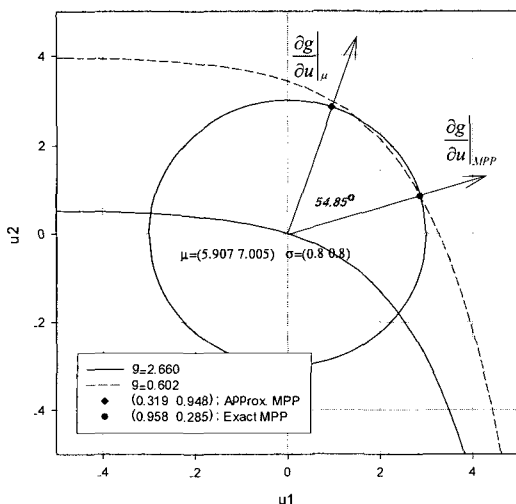


그림 5 Approximation Error in MV-PMA Method

SLSV와 달리 반복과정 중에 MPP를 갱신하지 않고 평균점에서 근사적으로 계산한 MPP를 이용하는 MV-PMA 방법은 단일루프방법이면서 안정적인 수렴성향을 보여 주고 있으나, 표 8과 그림 5에서 보는 바와 같이 근사계산된 MPP의 오차가 큰 경우에는 이로 인해 최적해의 정확도가 상당히 떨어진다.

4.3 [예제 3] 블록, 비선형 성능함수의 경우

이 예제는 수정된 SLSV방법이 기존의 SLSV방법에 대하여 계산효율과 수렴성을 어떻게 개선시키고 있는가 보여 주고 있다. 문제 정의는 4.2절의 [예제 2]와 동일하다.

표 10에서 (2)의 결과는 수정된 HMV방법이 MPP의 지그재그현상을 바로잡았음을 나타낸다. (5)와 (6)의 결과가 동일한 것은 초기설계점의 이동과 함께 MPP의 지그재그현상이 사라졌고 그로 인해 식(2)에 따른 방향수정이 일어나지 않았기 때문이다. 앞서 언급한 바와 같이 SLSV방법에서는 블록함수에 대해서도 지그재그현상이 나타날 수 있다.

(3),(4)는 Active MPP Design이 병행되지 않은 Inactive Design 단독적용으로 오히려 $|\Delta\alpha|_{OPT}$ 가 증가하여 발산에 이르게 되는 경우로서 표 12에서 자세하게 설명하고 있다. 마지막 (6)의 결과로부터 수정된 SLSV방법이 효과적으로 계산효율을 높이고 수렴성을 개선시키고 있음을 확인할 수 있다.

4.4 [예제 4] 오목, 비선형 성능함수의 경우

이 예제는 오목함수의 경우로, 문제정의는 표 9와 같고 각 확률변수들의 확률분포와 통계적 특성은 [예제 3]과 같다.

표 9 Problem Definition for Example 4 ($G(\underline{x})$ from Youn 2003¹⁴)

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } Cost(\underline{d}) = (d_1 + 2.0)^2 + (d_2 + 2.0)^2 - 2d_1 d_2 \\ & \text{Subject to } P(G(\underline{x}) \leq 0) \leq \Phi(-\beta^t) \\ & \text{where } 0 \leq d_1 \leq 10, 0 \leq d_2 \leq 10 \\ & \beta_t = 3.0 \quad \sigma_1 = \sigma_2 = 0.8 \\ & G(\underline{x}) = [\exp(0.8x_1 - 1.2) + \exp(0.7x_2 - 0.6) - 5]/10 \end{aligned}$$

표 11의 (2)와 (6)의 비교로부터 수정된 HMV방법이 수렴에 도움을 주고 또 결과적으로 해의 정확도를 향상시킬 수 있다. 그러나 ID+AD의 적용이 수정된 SLSV방법의 수렴여부에 보다 중요한 역할을 한다는 사실

표 10 RBDO Results of Example 3

	Method	Initial Design	Cost	d_1	d_2	NFE	β^{HL}	%Err
(1)	SLSV	$\underline{\mu}^D(6.994 \ 9.005)$	Diverge					
(2)	SLSV+HMV'		7.340	5.276	7.327	363	2.9997	-0.01
(3)	SLSV+ID	$\underline{\mu}^{ID}(5.299 \ 7.307)$	Diverge					
(4)	SLSV+ID+HMV'		Diverge					
(5)	SLSV+(ID/AD)		7.394	5.301	7.305	42	2.9998	-0.01
(6)	SLSV+(ID/AD)+HMV'		7.394	5.301	7.305	42	2.9998	-0.01
	PMA+ID	$\underline{\mu}^{ID}(5.299 \ 7.307)$	7.394	5.299	7.307	751	3.0000	0.00

표 11 RBDO Results of Example 4

	Method	Initial Design	Cost	d_1	d_2	NFE	β^{HL}	%Err
(1)	SLSV	$\underline{\mu}^{ID}(1.909 \ 2.692)$	Diverge					
(2)	SLSV+HMV'		46.439	1.374	4.982	148	2.5815	-13.95
(3)	SLSV+ID	$\underline{\mu}^{ID}(2.873 \ 4.890)$	Diverge					
(4)	SLSV+ID+HMV'		Diverge					
(5)	SLSV+(ID/AD)		40.722	4.045	4.133	94	2.9819	-0.60
(6)	SLSV+(ID/AD)+HMV'		40.800	4.040	4.157	118	2.9994	-0.02
	PMA+ID	$\underline{\mu}^{ID}(2.873 \ 4.890)$	40.810	4.017	4.1801	392	3.0018	0.06

표 12 Convergence Improvement with Active MPP Design

		α^0 calculation point	α^0	(*)Rel. Angle	Convergence
Ex.1(g_1) Convex $\mu^0 = \mu^{ID}$	MPP	$x^*(2.626 \ 2.900)$	(0.911 0.413)	0.0	-
	DOPT	$\underline{\mu}^D(3.103 \ 2.078)$	(0.801 0.598)	12.4	OK
	ID	$\underline{\mu}^{ID}(3.197 \ 2.973)$	(0.881 0.474)	3.9	OK
	AD	$\underline{x}^{AD}(2.476 \ 2.434)$	(0.891 0.453)	2.6	OK
Ex.1(g_2) Concave $\mu^0 = \mu^{ID}$	MPP	$x^*(3.773 \ 2.476)$	(-0.342 0.940)	0.0	-
	DOPT	$\underline{\mu}^D(3.103 \ 2.078)$	(-0.659 0.752)	21.3	FAIL
	ID	$\underline{\mu}^{ID}(3.197 \ 2.973)$	(-0.396 0.918)	3.3	OK
	AD	$\underline{x}^{AD}(3.790 \ 2.296)$	(-0.383 0.924)	2.6	OK
Ex.2/3 Convex $\mu^0 = \mu^{ID}$	MPP	$x^*(7.008 \ 8.992)$	(-0.710 -0.704)	0.0	-
	DOPT	$\underline{\mu}^D(6.994 \ 9.005)$	(-0.705 -0.709)	0.4	OK
	ID	$\underline{\mu}^{ID}(5.299 \ 7.307)$	(-0.180 -0.984)	34.9	NOT GOOD
	AD	$\underline{x}^{AD}(6.994 \ 9.005)$	(-0.705 -0.709)	0.4	OK
Ex.4 Concave $\mu^0 = \mu^{ID}$	MPP	$\underline{x}^*(2.490 \ 2.324)$	(0.670 0.742)	0.0	-
	DOPT	$\underline{\mu}^D(1.909 \ 2.692)$	(0.402 0.916)	18.4	OK
	ID	$\underline{\mu}^{ID}(2.873 \ 4.890)$	(0.200 0.980)	30.6	FAIL
	AD	$\underline{x}^{AD}(1.909 \ 2.692)$	(0.402 0.916)	18.4	OK

Note:

α^* is the direction cosine of performance function in U-space at the final MPP

Relative angle is the angle between α^0 and α^* , or $|\Delta\alpha|_{opt}$

도 함께 확인할 수 있다. (3)과 (4)의 결과는 [예제 3]에서와 마찬가지로 ID의 단독적용으로 발산하게 되는 경우이다. (6)의 결과가 모든 수정된 방법들을 적용한 수정된 SLSV 방법에 의한 것으로, 역시 효과적으로 계산효율을 높이고 수렴성을 개선시키고 있음을 볼 수 있다.

표 12는 Active MPP Design이 수정된 SLSV방법의 수렴에 미치는 영향을 보여주는 것으로 모든 경우 설계변수

의 초기치는 $\underline{\mu}^{ID}$ 로 고정되어 있고, α^0 를 각기 다른 점에서 계산하여 결과를 비교한 것이다. Ex.1에 대한 결과는 $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.3$, 목표신뢰도지수 3.0에 대하여 계산한 것으로 설계변수의 초기치가 $\underline{\mu}^{ID}$ 이기 때문에 표 3의 결과와는 같지 않다.

Inactive Design이 적용되었을 때, $\underline{\mu}^D$ 나 $\underline{\mu}^{ID}$ 에서 α^0

를 계산하면 수렴하는 경우도 있고 발산하는 경우도 있으나, \underline{x}^{AD} 에서 α^0 를 계산하면 효과적으로 $|\Delta\alpha|_{OPT}$ 를 감소 시킴으로써 항상 좋은 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

표 12에서 Ex.2~Ex.4는 구속조건이 하나이기 때문에 $\underline{\mu}^D$ 와 \underline{x}^{AD} 가 같지만 Ex.1과 같이 구속조건이 여러 개인 경우에는 일반적으로 그렇지 않다.

4.5 [예제 5] Ten-bar 트러스 문제

마지막 예제는 그림 6과 같은 10-bar 트러스의 단면 최적화 문제를 PMA와 SLSV, 그리고 수정된 SLSV방법으로 각각 풀어 비교한 것이다.

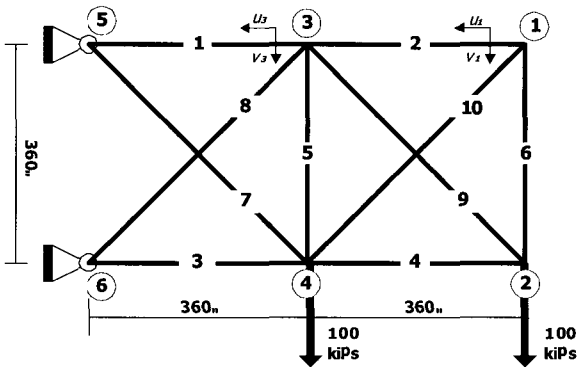


그림 6 Ten-bar Truss

설계변수는 각 트러스의 단면적으로 10개, 확률변수는 설계변수 10개와 허용응력을 포함하여 11개이고 표 13에 나타낸 바와 같이 응력기준에 대한 확률론적 구속조건을 부과하였으며 목표신뢰도지수는 2이다.

표 13 Problem Definition for Example 5

Find $x_i, (i=1, \dots, 10)$

that minimize $F_o = \sum_{i=1}^{10} x_i L_i$

$$G_i = P(g_i \leq 0) - P_i \leq 0 \quad (i=1, \dots, 10)$$

$$g_i(x_1, \dots, x_{10}, R) = R - |\sigma_i| \quad (i=1, \dots, 10)$$

$$0.1 \leq x_i \leq 10 \quad (i=1, \dots, 10)$$

$$R \sim N(2.5e+4, (1.25e+3)^2) \quad (psi)$$

$$x_i \sim N(\mu_{x_i}, (0.05\mu_{x_i})^2) \quad (in)$$

$$\beta_{tar} = 2.0$$

각 방법에 의한 RBDO 결과를 표 14에 비교, 정리하였다. 기존의 SLSV 방법은 PMA 방법에 비해 결과에서 다소 큰 차이를 보이는데, 이는 3.2절~3.3절에서 기술한 바와

같이 반복과정 중에 일어나는 연속적이지 못한 구속조건인 형태변화로 인하여 최적점으로 수렴하지 못하고 알고리즘이 조기 종료된 것으로 설명할 수 있다. 수정된 SLSV방법은 기존 SLSV에 비하여 정확도가 대폭 향상되었으며, PMA에 비하여 효과적으로 계산비용을 감소시키고 있음을 또한 확인할 수 있다.

표 14 RBDO Results of Example 5

	ID+PMA	SLSV	Modified SLSV
Objective	1840	1875.4	1844.5
Optimum	9.192	10.00	9.223
	0.100	0.101	0.100
	9.316	9.329	9.323
	4.567	4.633	4.569
	0.100	0.110	0.100
	0.100	0.106	0.100
	6.615	6.600	6.616
	6.441	6.508	6.478
	6.457	6.456	6.479
	0.100	0.104	0.100
NIT	4	17	22
NFE	14547	4267	5637
NFE Ratio	100%	29.30%	38.80%
Constraint violation(RMS)	1.0e-4	3.0e-2	3.0e-3

5. 결 론

효과적인 RBDO방법론으로 제안된 SLSV방법은 정확한 MPP를 구하기 위한 반복과정을 없애고 설계변수가 최적화됨과 동시에 MPP도 수렴하도록 함으로써 RBDO의 계산 효율을 높이고자 하는 방법이지만, 반복과정 중에 연속적이지 못한 구속조건인 형태변화가 일어남으로 인해 수렴하지 못하거나, 혹은 잘못된 해가 얻어지는 문제점이 있어 그 활용에 제한이 있어 왔다. 본 논문에서는 수정된 HMV(Hybrid Mean Value), ID(Inactive Design), AD(Active MPP Design)를 이용하는 수정된 SLSV방법을 제안하고, 예제를 통하여 이 방법이 SLSV의 수렴성능을 개선하는 메커니즘을 규명하고 그 결과를 확인하였다.

본 논문에서 제안한 수정된 SLSV방법은 기존 SLSV 방법에 있어 불안정성을 야기하는 알고리즘 상의 문제를 근본적으로 해결한 것은 아니며, 다만 오차요인을 줄여 수렴성

을 개선하고자 한 것이다. 즉, 본 논문에서 제안한 수정을 통하여 모든 문제에 대해 수학적으로 수렴이 보장되는 것은 아니며, 목표신뢰도지수와 변수변동성이 지나치게 크지 않은 대부분의 문제에 대하여 충분히 안정적인 해를 얻을 수 있도록 함으로써 실제 문제에 대한 활용도를 높이는 데에 그 목적이 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단(KOSEF) 첨단조선공학연구센터(ASERC)의 지원에 의해 수행된 것으로, 재단의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 김기대, 양창현, 조효남, "철근콘크리트 뼈대구조의 신뢰성 최적설계에 관한 연구," 대한토목학회논문집, Vol.9, No.3, 1989, pp.57~64
2. 양영순, 이재욱, "확률론적 구조설계 최적화 기법에 대한 비교연구," 한국전산구조공학회논문집, 14/2, 2001. 6, pp.213~224
3. 정영채, 김종길, "신뢰성지수를 고려한 합성 뼈대구조물의 최적설계에 관한 연구," 한국강구조학회논문집, Vol.15, No.4, 2003, pp.389~402
4. 정현승, 하윤도, 조선희, "선형 구조물의 신뢰성기반 위상 최적설계," 대한조선학회 2003년 추계 학술 대회 논문집, pp.520~525
5. Lee, T.W., Kwak, B.M., "A Reliability-Based Optimal Design Using Advanced First Order Second Moment Method," *Mechanics of Structures and Machines*, Vol. 15, No.4, 1987, pp. 523~542
6. Tu, J., Choi, K.K., "A New Study on Reliability-Based Design Optimization," *Journal of Mechanical Design*, ASME, Vol.121, No.4, 1999, pp.557~564
7. Lee, J.O., Yang, Y.S., Ruy, W.S., "A comparative study on reliability-index and target-performance-based probabilistic structural design optimization," *Computers and Structures*, Vol. 80, 2002, pp.257~269
8. Youn, B.D., Choi, K.K., "Selecting Probabilistic Approaches for Reliability-Based Design Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 42, No.1, 2004, pp.124~131
9. 최병렬, 이점 근사화 기법을 이용한 신뢰성기반 최적설계 기법의 개발, 공학박사학위논문, 한양대학교 대학원 기계설계학과, 2004
10. Chen, X., Hasselman, T.K., Neill, D.J., "Reliability Based Structural Design Optimization for Practical Applications," AIAA-97-1403, *Proceedings of 38th AIAA SDM Conference*, Kissimmee, Florida, 1997
11. Wu, Y.T., Shin, Y., Sues, R., Cesare, M., "Safety-Factor Based Approach for Probability-Based Design Optimization," AIAA-2001-1522, *Proceedings of 42nd AIAA SDM Conference*, Seattle, Washington, 2001
12. Du, X., Chen, W., "Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design," DETC2002/ DAC-34127, *ASME Design Engineering Technical Conferences*, Montreal, Canada, 2002
13. Yang, R.J., Gu, L., "Experience with Approximate Reliability-Based Optimization Methods," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, 2004, pp.152~159
14. Youn, B.D., Choi, K.K., Park, Y.H., "Hybrid Analysis Method for Reliability-Based Design Optimization," *Journal of Mechanical Design*, ASME, Vol. 125, 2003, pp.221~232
15. Hasofer, A.M., Lind, L.C., "Exact and Invariant Second Moment Code Format," *Journal of the Engineering Mechanics Division* Vol.100, No.1, ASCE, 1974, pp.111~121
16. Youn, B.D., Choi, K.K., "Selecting Probabilistic Approaches for Reliability-Based Design Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 42, No.1, 2004, pp.124~131