

論文

독립적으로 모델링된 유한요소 부분구조물 시스템의 통합 연계해석을 위한 이동최소자승 경계접합법의 개발

안재모*, 송유미**, 최동환**, 조진연**

Moving Least Squares Interface Welding Method for Coupled Analysis of Independently Modeled Finite Element Substructures

Jae Mo An*, You Me Song**, Dong Whan Choi** and Jin Yeon Cho**

ABSTRACT

In this paper, a novel moving least squares interface welding method is proposed to carry out the coupled analysis of whole model composed of independently modeled finite element substructures with nodal mismatching interfaces. To verify the validity, and efficiency of the proposed interface welding method, various numerical examples are worked out including patch tests, convergence tests, and examples of coupled analyses of the structural systems with mismatching substructures. From the numerical tests, it is confirmed that one can efficiently carry out the coupled analysis of whole model composed of mismatching finite element substructures through the proposed method without any remeshing or any additional unknown.

초 록

본 논문에서는 독립적으로 모델링되어 절점 불일치 경계면이 존재하는 유한요소 부분구조물들로 구성된 복합 구조시스템의 통합적인 연계해석을 위해 이동최소자승 경계접합법을 제안한다. 제안된 이론을 합성함수 구성 및 근사화 과정을 통해 설명하고, 새로 제안된 경계접합법의 타당성, 수렴성 및 효율성을 고찰하기 위해 각종 수치실험을 수행한다. 패치 테스트, 수렴성 조사를 통해 제안된 이론의 타당성을 보이고, 각종 통합 연계해석 수치예제를 통해 격자 재생성이나 추가적 미지수의 도입이 필요 없는 이동최소자승 경계접합법의 실제적 효율성을 입증한다.

Key Words : Interface Welding(경계접합), Coupled Analysis(연계해석), Mismatching Interface(불일치 경계), Moving Least Squares Method(이동최소자승 근사법)

1. 서 론

최근 급속히 발전하고 있는 컴퓨터, 네트워크 기술에 힘입어 CAE 설계해석 환경도 크게 변화

하였으며, 특히 제품개발 주기의 단축 등을 위해 이제는 네트워크 환경 하에서의 다수의 엔지니어에 의한 협동 설계해석이 일반화되고 있는 실정이다. 이에 따라 항공기, 선박, 자동차와 같은 복합 시스템의 경우 연구개발 조직내 여러 그룹, 심지어는 원격지의 여러 설계해석 엔지니어에 의해 부분구조 형태로 모델링 되고 있으며, 이렇게 모델링된 데이터들은 설계해석은 물론이고 PDM(product data management), PLM(product lifecycle

† 2005년 6월 1일 접수 ~ 2005년 8월 11일 심사완료

* 정회원, 인하대학교, 현재 한국항공우주연구원

** 정회원, 인하대학교 항공우주공학과

연락처: E-mail : cjy@inha.ac.kr

인천광역시 남구 용현동 253번지

management) 등에 함께 이용되고 있다. 그러나 통합된 전체 시스템의 유한요소 해석을 위해서는 독립적으로 모델링된 부분 구조물들의 경계면에서 절점이 일치하지 않을 경우 이를 다시 모델링해야 하기 때문에, 시스템 통합 설계해석과정에서 독립적으로 모델링된 유한요소 부분구조물 데이터를 직접 이용할 수 없는 난점이 존재한다. 이러한 문제점은 결국 유기적이고 효율적인 협동 설계해석을 저해하고, 나아가 설계해석 전 과정의 효율을 저감시키는 요인으로 작용하게 된다.

이러한 중요성으로 말미암아 국내외적으로 독립적으로 모델링된 절점 불일치 유한요소 부분구조물의 연계해석에 대한 많은 연구가 수행되어 왔다[1-4]. 경계부의 절점 불일치에 대한 문제를 해결하기 위한 가장 쉬운 방법은 접합부 영역에서 부구조물간의 절점들이 일치하도록 친이 요소를 이용하는 방법이다[5]. 하지만, 이 방법의 경우 실제 통합 연계해석을 수행하기 위해서는 재격자 생성, 각종 상황에 따른 친이요소 선정 등 추가적인 수작업이 많이 필요하게 된다. 이외에 부구조물 연계해석 시 많이 사용되는 방법으로는 라그랑주 승수법을 들 수 있다[6]. 이 방법은 친이 요소보다 좀 더 일반적이고, 수학적으로 접합부의 절점 적합성을 필요로 하지 않는다. 하지만, 라그랑주 승수법을 사용하면 추가적인 미지수를 도입해야 하며, 기존 유한요소 강성 행렬의 성질인 양정치성과 밴드 구조를 유지하지 못하게 된다. 또한 절점 불일치 비적합 경계면에서 경계격자를 생성해야하는 경우가 발생하기도 한다.

본 논문에서는 이런 문제점을 극복할 수 있는 새로운 경계면 변위장 접합 기법을 제안하였다. 이 기법에서는 절점 연결성이 필요 없는 이동최소자승 근사 형상함수[7,8]와 기존 유한요소 형상함수를 합성하여 변위장을 구성하기 때문에, 부구조물 접합부 변위장의 연속성을 절점 불일치와 관계없이 보장할 수 있게 된다. 경계면의 절점 불일치에 관계없이 연속인 적합변위장을 생성할 수 있는 특성으로 인해 친이요소법과 달리 절점 불일치 비적합 경계 주위의 격자 재생성 없이도 연계해석을 수행할 수 있게 된다. 또한 제안된 방법은 라그랑주 승수법과 달리 경계면 격자나 추가적인 미지수의 도입 없이 통합 연계해석을 수행할 수 있는 효율성을 가지고 있으며, 강성행렬의 양정치성과 밴드 구조를 유지할 수 있는 장점을 갖고 있다.

본 논문에서는 이러한 장점을 가지는 이동최소자승 경계접합법의 성능을 입증하기 위해 패치테스트, 수렴성 조사 등의 수치실험을 수행하였으며,

여러 절점 불일치 비적합 부구조물로 이루어진 복합 구조 시스템에 대한 해석을 수행하고 수치해의 타당성을 고찰하였다.

II. 본 론

2.1 변위장 접합

Fig. 1과 같이 독립적으로 모델링되어 절점 불일치가 존재하는 부분 구조물을 고려하자. 이런 유한요소 모델에 기존 유한요소법을 그대로 적용하면, 불연속적인 변위장이 접합부 부근에서 형성되어 전체 모델에 대한 올바른 해석을 수행할 수 없게 된다. Fig. 2에는 기존 유한요소법을 이용하여 불연속 변위장을 갖는 절점 불일치 비적합 부분구조물 시스템을 해석하였을 경우 발생할 수 있는 지퍼(Zipper) 현상을 도시하였다.

절점 불일치 경계부위 변위장의 불연속성을 제거하기 위해, 본 연구에서는 이동최소자승 형상함수와 유한요소 형상함수를 결합시킨 새로운 합성함수를 구성한다. Fig. 3과 4에는 합성함수 구성 및 경계접합 이론전개를 위해 필요한 용어를 그림으로 간략히 도시하였다. Fig. 3에 나타난 것처럼 요소(e)의 k -번째 면 $\Gamma_k^{(e)}$ 의 '공통면'(2차원에서는 모서리)은 그 내부와 $\Gamma_k^{(e)}$ 내부의 교집합이 공집합이 아닐 경우를 일컬으며, $\Gamma_k^{(e)}$ 가 자기 자신 이외의 공통면을 가질 경우에 이를 '요소(e)의 절점 불일치 면'으로 정의한다. 그리고 어느

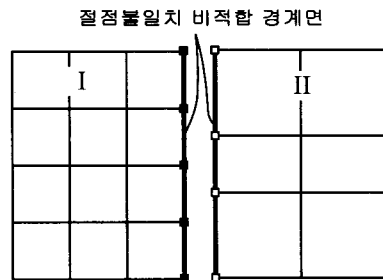


Fig. 1. 경계면 절점 불일치가 존재하는 부분구조물 모델

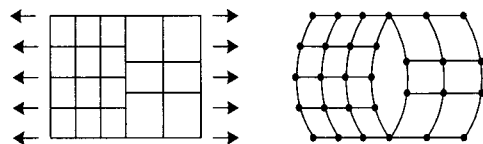


Fig. 2. 불연속 변위장과 지퍼(Zipper) 현상

한 요소에 대한 절점 불일치 면들의 합집합을 '요소별 절점 불일치 비적합 경계면' $\Gamma_{mis}^{(e)}$ 라 하기로 한다. 그리고 Fig. 4의 점선으로 나타낸 바와 같이 이들 요소별 절점 불일치 경계면들의 합집합을 전체 모델의 '절점 불일치 경계면' Γ_{mis} 라고 정의한다.

그리고 요소(e)의 절점 불일치 경계면 상에 존재하는 절점을 '요소(e)의 불일치 절점'이라 한다. 더불어 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 만약 요소(e)의 절점이 다른 요소의 절점이 아니면서도 다른 요소에 포함되면 이 절점도 '요소(e)의 불일치 절점'으로 정의하고, 요소(e)에 대한 불일치 절점 번호의 집합을 $N_{mis}^{(e)}$ 로 표시한다. 이러한 점들의 합집합은 절점 불일치 경계면에 존재하는 절점들의 합집합과 동일하다.

절점 불일치 경계면과 만나는 요소들의 영역을 '천이영역' Ω_{tran} 으로 정의하고, 만나지 않는 요소들의 영역을 '적합영역' Ω_{comp} 으로 정의하며, 이들 영역의 교집합을 '적합-천이 경계면'이라 부르기로 한다. 그리고 천이영역에 존재하는 절점 번호의 집합을 N_{tran} , 천이영역에 속하지 않는 비천이영역 절점 번호의 집합을 N_{nont} 로 표기하기로 한다. N_{tran} 과 N_{nont} 는 서로 소이고 통합 모델의 전체 절점개수가 'Nnode' 일때 이들의 합집합은 $\{k | 1 \leq k \leq Nnode\}$ 이다. 여기서 비천이영역 절점집합과 적합영역 절점집합이 같지 않음에 유의해야 한다.

본 연구에서는 절점 불일치 경계면에서 발생하는 형상함수의 불연속성을 제거하기 위해 아래와 같은 합성 형태의 형상함수를 도입하였다.

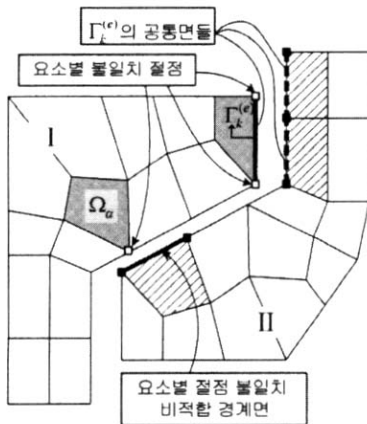


Fig. 3. 요소별 절점 불일치 비적합 경계면과 불일치 절점

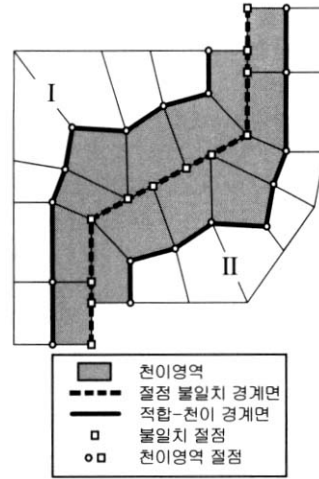


Fig. 4. 천이영역과 적합영역

$$\text{For } i \in N_{tran}, \tag{1a}$$

$$\Psi_i(x) = \begin{cases} (1-\lambda(x))N_i(x) + \lambda(x)\Phi_i(x), & x \in \Omega_{tran} \\ N_i(x), & x \in \Omega_{comp} \end{cases}$$

$$\text{For } i \in N_{nont}, \tag{1b}$$

$$\Psi_i(x) = \begin{cases} N_i(x) = 0, & x \in \Omega_{tran} \\ N_i(x), & x \in \Omega_{comp} \end{cases}$$

여기서 $N_i(x)$ 는 유한요소 절점 형상함수이고, $\Phi_i(x)$ 는 천이영역 절점집합 N_{tran} 을 이용해서 얻어지는 이동최소자승 절점 형상함수로서 절점 불일치와 관계없이 얻을 수 있으며, 절점 불일치 경계면에서도 연속성을 유지한다. 식(1a)와 유사한 합성식은 무요소와 유한요소를 결합시켜[9,10] 경계조건 등을 부가하기 위해 사용된 바 있다.

식(1)을 살펴보면 적합영역 Ω_{comp} 에서는 합성 형상함수가 기존 유한요소 함수와 동일하며, 오직 천이영역 Ω_{tran} 에서 천이영역 절점 형상함수 값만이 바뀌게 됨을 알 수 있다. 또한 만약 $\lambda(x)$ 의 값을 불일치 경계면에서 '1'로 선택하면, 불일치 경계면에서 유한요소 형상함수의 불연속성이 제거되어 절점 불일치 경계 부근에서 새로 도입된 합성 형상함수 $\Psi_i(x)$ 의 연속성을 보장할 수 있게 된다. 또한 $\lambda(x)$ 의 값을 적합-천이 경계면에서 '0'으로 선택하면, 적합-천이 경계면에서 절점 형상함수의 연속성을 보장할 수 있다. 본 연구에서는 요소별로 $\lambda(x)$ 의 값을 구하기 위해 아래 (2)식을 이용하였다.

$$\text{For } x \in \Omega_e, \tag{2}$$

$$\lambda(x) = \begin{cases} \sum_{i \in N_{mis}^{(e)}} N_i(x) & \text{if } \Omega_e \subset \Omega_{tran} \\ 0 & \text{if } \Omega_e \not\subset \Omega_{tran} \end{cases}$$

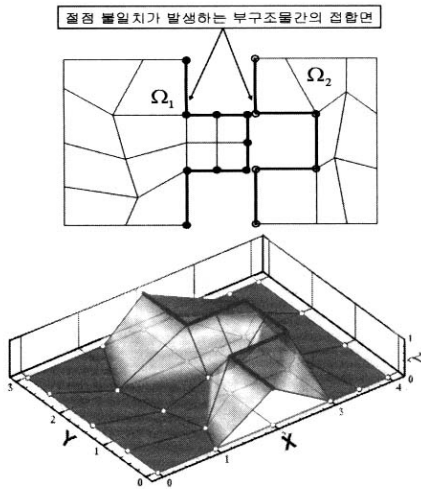


Fig. 5. $\lambda(x)$ 의 형상

여기서 $N_{mis}^{(e)}$ 는 전술한 바와 같이 요소(e)의 불일치 절점 번호의 집합을 의미하고, Ω_e 는 요소(e)의 영역을 의미한다. Fig. 5에는 절점 불일치 경계면을 가지는 부구조물 시스템에 대해 얻은 전형적인 $\lambda(x)$ 의 모습을 도시하였다.

유한요소 형상함수와 이동최소자승 절점 형상함수는 아래 식(3)의 일관성(consistency) 조건 [11]을 만족시킨다.

$$\text{For } x \in \Omega_{tran}, \sum_{i \in N_{tran}} \Phi_i(x) = 1 \text{ and } \sum_{i \in N_{tran}} \Phi_i(x)x_i = x \quad (3a)$$

$$\text{For } x \in \Omega (= \Omega_{tran} \cup \Omega_{comp}), \sum_{i=1}^{N_{node}} N_i(x) = 1 \text{ and } \sum_{i=1}^{N_{node}} N_i(x)x_i = x \quad (3b)$$

위 일관성 조건(3)과 함께 새로 구성된 합성 절점 형상함수가 적합영역에서는 유한요소 형상함수와 동일하고, 천이영역에서는 천이영역 절점 N_{tran} 을 제외한 비천이영역 절점 N_{nont} 에 대해서 합성함수 값이 모두 '0'이라는 사실을 이용하면 식(4)와 같은 합성 형상함수의 일관성(consistency) 조건을 보일 수 있다.

$$\text{For } x \in \Omega (= \Omega_{tran} \cup \Omega_{comp}), \sum_{i=1}^{N_{node}} \Psi_i(x) = 1 \text{ and } \sum_{i=1}^{N_{node}} \Psi_i(x)x_i = x \quad (4)$$

이는 합성 형상함수를 통해 강제 운동과 균일변형도 운동을 기술할 수 있음을 의미하며, 합성 형상함수가 수치해의 수렴을 위한 필요조건을 만족함을 의미한다.

2.2 약형의 근사

본 절에서는 탄성체 지배방정식의 약형을 제안된 합성 절점 형상함수를 이용하여 근사화하는 과정을 기술하고, 이를 통해 경계접합이 어떻게 수행되는지 설명한다. 탄성체 평형방정식의 약형은 행렬 표기법을 사용하여 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\int_{\Omega} \delta \epsilon^T D \epsilon d\Omega = \int_{\Omega} \delta u^T f d\Omega + \int_{\partial \Omega_i} \delta u^T \bar{t} d\Gamma \quad (5)$$

여기서 u, ϵ, f, \bar{t} 는 변위, 변형도, 체적력, 단위면적 당 힘(traction)을 의미하고, D 는 탄성계수행렬, Ω 는 영역, $\partial \Omega_i$ 는 역학경계를 의미한다. 여기서 전체 적분영역은 적합영역과 천이영역으로 나누어질 수 있으므로, 약형(5)는 다음과 같은 형태로 바뀌어질 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_{comp}} \delta \epsilon^T D \epsilon d\Omega + \int_{\Omega_{tran}} \delta \epsilon^T D \epsilon d\Omega \\ &= \int_{\Omega_{comp}} \delta u^T f d\Omega + \int_{\partial \Omega_i \cap \Omega_{comp}} \delta u^T \bar{t} d\Gamma \\ &+ \int_{\Omega_{tran}} \delta u^T f d\Omega + \int_{\partial \Omega_i \cap \Omega_{tran}} \delta u^T \bar{t} d\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

이제 약형의 근사화를 위해 새로 정의한 합성 형상함수를 이용하여 변위를 식(7)과 같이 보간한다.

$$u(x) = \sum_{i=1}^{N_{node}} \Psi_i(x)u_i \quad (7)$$

이때 천이영역과 적합영역에 따른 합성 형상함수의 정의 (1)식을 이용하면 보간식(7)은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$u(x) = \begin{cases} \sum_{i \in N_{tran}} [(1-\lambda)N_i(x) + \lambda\Phi_i(x)]u_i, & \text{for } x \in \Omega_{tran} \\ \sum_{i \in N_{tran}} N_i(x)u_i + \sum_{i \in N_{nont}} N_i(x)u_i, & \text{for } x \in \Omega_{comp} \end{cases} \quad (8)$$

변위 보간식(8)을 행렬형태로 나타내면 아래 (9)식과 같이 표현할 수 있다.

$$u(x) = \begin{cases} [N_{nont} \ N_{tran}] \begin{Bmatrix} U_{nont} \\ U_{tran} \end{Bmatrix} = NU, & \text{for } x \in \Omega_{comp} \\ [0 \ \theta_{tran}] \begin{Bmatrix} U_{nont} \\ U_{tran} \end{Bmatrix} = \theta U, & \text{for } x \in \Omega_{tran} \end{cases} \quad (9)$$

여기서 N_{nont}, N_{tran} 은 비천이영역과 천이영역 절점에 해당되는 기존 유한요소 보간행렬과 동일한

행렬이며 θ_{tran} 은 천이영역 절점에 해당되는 합성함수 $[(1-\lambda)N_i(x) + \lambda\phi_i(x)]$ 를 이용해 구성된 보간행렬에 해당된다. 이와 유사하게 변형도 보간행렬은 다음과 같이 나타내질 수 있다.

$$\epsilon(x) = \begin{cases} \begin{bmatrix} B_{nont} & B_{tran} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{nont} \\ U_{tran} \end{Bmatrix} = BU, \text{ for } x \in \Omega_{comp} \\ \begin{bmatrix} 0 & \Xi_{tran} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{nont} \\ U_{tran} \end{Bmatrix} = \Xi U, \text{ for } x \in \Omega_{tran} \end{cases} \quad (10)$$

보간식 (9), (10)과 함께 동일한 형태의 가상 변위, 가상 변형도에 대한 보간식을 약형에 대입하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta U^T & \left(\left[\int_{\Omega_{comp}} B^T D B d\Omega \right] + \left[\int_{\Omega_{tran}} \Xi^T D \Xi d\Omega \right] \right) U \quad (11) \\ & = \delta U^T \left(\left\{ \int_{\Omega_{comp}} N^T f d\Omega \right\} + \left\{ \int_{\partial\Omega_i \cap \Omega_{comp}} N^T \bar{t} d\Gamma \right\} \right) \\ & + \delta U^T \left(\left\{ \int_{\Omega_{tran}} \theta^T f d\Omega \right\} + \left\{ \int_{\partial\Omega_i \cap \Omega_{tran}} \theta^T \bar{t} d\Gamma \right\} \right) \end{aligned}$$

모든 δU 에 대해 식(11)이 만족되어야 하므로 최종적으로 (11)식은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$(K_{comp} + K_{tran}) U = F_{comp} + F_{tran} \quad (12)$$

여기서 'comp'와 'tran'은 각각 해당되는 항이 적

합영역과 천이영역에서 얻어졌음을 의미한다. 적합영역의 강성행렬과 하중벡터는 기존 유한요소와 완전히 동일하며, 바뀌게 되는 부분은 천이영역의 강성행렬과 하중벡터뿐이다.

그러므로 본 연구에서 제안된 경계접합을 이용한 통합 연계해석에서는 앞에서 언급한 바와 같이 재격자 혹은 경계격자 생성이나 추가적 미지수의 도입 없이, 천이영역의 기존 강성행렬과 하중벡터를 합성함수에 대응되는 강성행렬과 하중벡터로 바꾸는 작업만이 필요하게 된다. 여기서 바뀌게 되는 부분은 적은 수의 천이영역 절점에만 관련되기 때문에 전체 행렬과 벡터에 비해 아주 작은 부분을 차지한다. 그러므로 효율적으로 통합 연계해석을 수행할 수 있게 되며, Fig. 6에는 이러한 통합 연계해석 절차를 그림으로 알기 쉽게 도시하였다.

2.3 수치예제

본 절에서는 각종 수치예제를 통해 제안된 이동최소자승 경계접합법의 성능을 테스트하였다.

패치테스트

첫 번째로는 Fig. 7에 나타난 두 가지 평면응력 단성체 모델에 대한 패치 테스트를 수행하였다. Fig. 7 좌측의 모델은 3개의 절점불일치 부구조물로 구성되어있으며, 우측의 모델은 6개의 절점불일치 부구조물로 이루어져있다. 두 모델의 물성치로는 $E=10, \nu=0.3$ 이 사용되었다.

패치 테스트를 수행한 후 모델 I과 모델 II의 오른쪽 상단 끝에 위치하는 절점의 변위를 Table 1과 Table 2에 각각 나타내었다. 이동최소자승 형상함수가 유리함수이기 때문에 새로 구성된 합성 형상 함수도 유리함수 형태가 되며, 이로 인해 천이영역에서 정확히 적분을 수행할 수 없다 [12,13]. 따라서 본 연구에서는 천이영역에서 적분점 개수를 늘려가면서 테스트를 수행하였다. Table 1과 2의 결과로부터 8×8 이상의 적분점을 사용한 경우 제안된 방법이 공학적 의미에서 패치테스트를 통과함을 확인하였다. 8×8 이상의 적

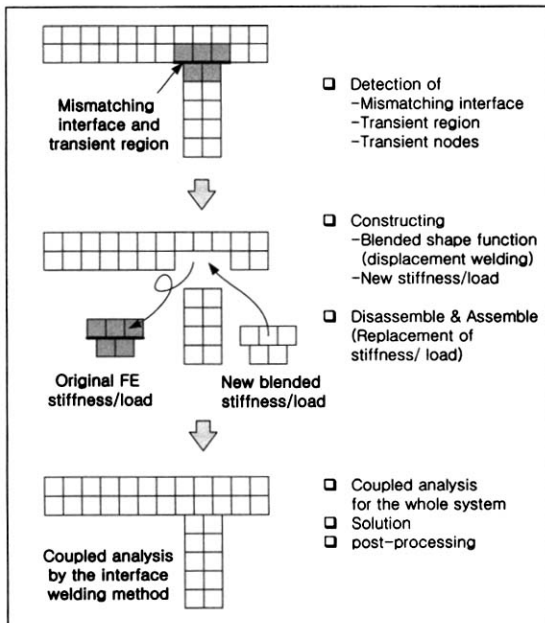


Fig. 6. 통합 연계해석 과정

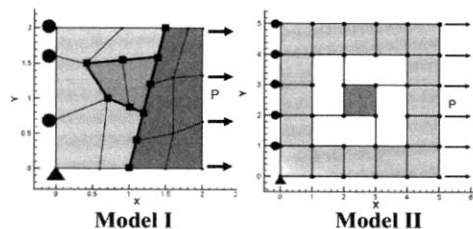


Fig. 7. 패치 테스트 모델

분점을 사용할 경우 해석 결과의 차이가 미미하므로 이후의 수치 예제에서는 8×8 적분점을 이용하여 해석을 수행하였다.

Table 1. Model I 의 패치 테스트 수행 결과

	u	v
Exact	0.6	-0.18
2×2 적분	0.61289027104	-0.1816811702
4×4	0.60000209594	-0.1800195193
8×8	0.59999398587	-0.1799923851
16×16	0.59999512494	-0.1799946816
32×32	0.59999515627	-0.1799946985

Table 2. Model III 의 패치 테스트 수행 결과

	u	v
Exact	1.0	-0.3
2×2 적분	0.99920818379	-0.2984693899
4×4	0.99964668221	-0.2994253421
8×8	1.00000224650	-0.2999870086
16×16	0.99999821446	-0.2999980915
32×32	1.00000004313	-0.2999998628

수렴성 테스트

두 번째 수치 예제로는 외팔보 형태의 평면응력문제에 대한 수렴성 테스트를 통해 제안된 이동최소자승 경계접합법의 신뢰성을 검증하였다.

해석에 사용된 모델은 Fig. 8과 같이 모델의 중앙에 절점 불일치 경계면이 있는 2개의 부구조물로 구성되어 있다. 수렴성 테스트를 위해 각 부분구조물의 초기 요소 크기를 정하고 그 크기를 절반으로 줄여나가며 해석을 수행하였으며, 수치해와 엄밀해[14]의 비교를 통해 얻은 L_2 오차와 H^1 오차를 Table 3과 Fig. 9에 도시하였다.

결과에서 알 수 있듯이 L_2 오차와 H^1 오차에

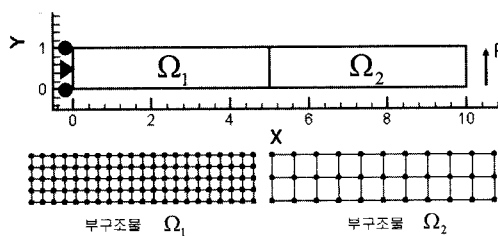


Fig. 8. 두 개의 부구조물로 구성된 외팔보형태의 평면응력 모델

Table 3. 외팔보 형상 문제의 해석 결과

Case	요소 크기 $\Omega_1 : \Omega_2$	L_2 Norm	H^1 Norm
1	0.25 : 0.5	3.4042×10^{-2}	1.5925×10^{-1}
2	0.125 : 0.25	8.9899×10^{-3}	8.1919×10^{-2}
3	0.0625 : 0.125	2.2926×10^{-3}	4.1334×10^{-2}
4	0.03125 : 0.0625	5.7313×10^{-4}	2.0857×10^{-2}

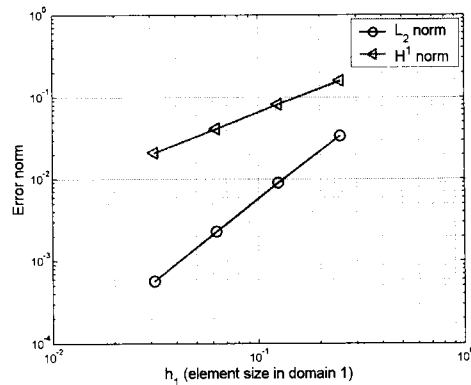


Fig. 9. 외팔보 형상 문제의 수렴도

대한 수렴도는 각각 2와 1이다. 이는 유한요소법과 동일한 수렴도로서로서 절점의 불일치에도 불구하고 제안된 방법이 연계해석 시 유한요소법과 동일한 수렴성을 보장함을 확인할 수 있다.

보강재가 부착된 구조물

다음으로는 Fig. 10과 같이 보강재 부구조물로 이루어진 모델에 대하여 연계해석을 수행하였다. 절점 불일치 모델은 보강재와 모체사이의 절점이 불일치하도록 구성되었으며, 연계해석을 통해 얻은 수치해의 정확도를 검증하기 위해 경계가 일치하는 두 가지 단일 유한요소모델에 대한 유한요소해석을 수행하고, 그 결과를 Fig. 11-13 및

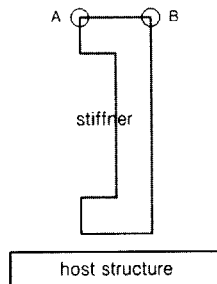


Fig. 10. 보강재가 부착된 모델

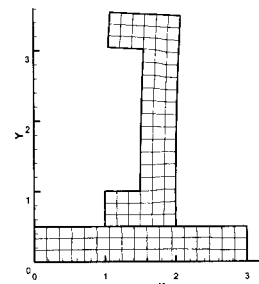


Fig. 11. 비적합모델 변형형상(경계접합법)

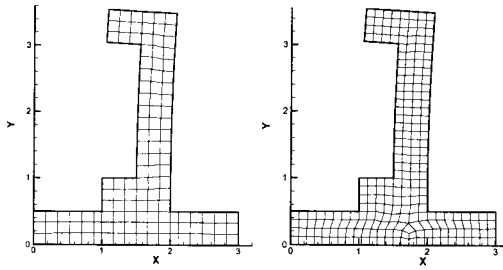


Fig. 12. 적합모델 I 변형형상(FEM I) Fig. 13. 적합모델 II 변형형상(FEM II)

Table 4. 각 모델의 해석결과 (A, B점의 변위)

	X_{disp} (A)	Y_{disp} (A)	X_{disp} (B)	Y_{disp} (B)
경계접합법	0.0807	0.0466	0.0794	-0.00755
FEM I	0.0811	0.0467	0.0798	-0.00753
FEM II	0.0801	0.0470	0.0800	-0.00757

Table 4에 도시하였다. 결과로부터 제안된 경계접합법을 이용하여 재격자 생성 없이도 적절한 수치해를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

다수의 부구조물로 구성된 구조시스템

Fig. 14와 같이 4개의 부구조물로 이루어진 절점 불일치 경계면을 가진 유한요소모델에 대하여 통합 연계해석을 수행하였다.

불일치 경계 모델은 부구조물 경계에서 절점이 한 개도 일치하지 않도록 구성되었으며, 연계 해석을 통해 얻은 수치해의 정확도를 검증하기

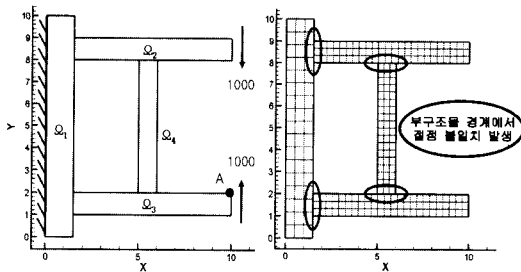


Fig. 14. 4개의 부구조물로 이루어진 불일치 경계 유한요소모델

Table 5. 모델의 절점 및 요소 개수와 해석 결과(A점의 변위)

	절점수	요소수	X_{disp}	Y_{disp}
경계접합법	348	249	-0.23393	1.6433
FEM	369	260	-0.23406	1.6452

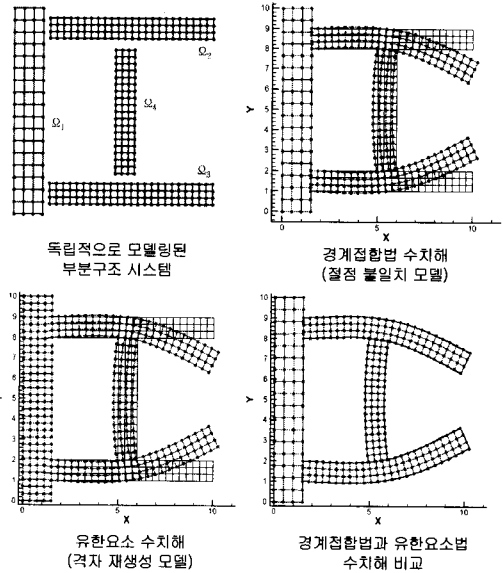


Fig. 15. 경계접합법과 유한요소법의 수치해

위해 재격자 생성을 통해 얻은 경계가 일치하는 유한요소모델에 대한 유한요소해석을 수행하고, 그 결과를 Table 5와 Fig. 15에 도시하였다. 결과로부터 알 수 있듯이 이동최소자승 경계접합법을 통하여 효율적인 통합연계해석이 가능함을 다시 한번 확인할 수 있다.

경계접합법을 이용한 재해석

마지막 수치예제인 L자 형상 평면응력 문제를 통해 제안된 경계접합법을 이용하여 문제를 손쉽게 재해석할 수 있는 방법을 제시하였다.

우선 Fig. 16의 상단 좌측 모델을 해석하면, 모서리 부분에서 응력집중이 발생하게 되고 이 부분의 수치 오차가 커지게 된다. 이때 가장 손쉽게 이러한 수치오차를 줄일 수 있는 방법은 모서리 부분의 격자를 보다 세밀하게 하는 것이다. 그러나 일반적으로는 이때 절점의 적합성을 고려하여 격자구성을 다시 해야 하기 때문에 많은 수작업이 동반되게 된다. 이러한 과정 대신 모델 I 처럼, 응력집중 부위를 기존 모델 대신 절점의 연결성을 고려하지 않고 경계접합법을 이용하여 보다 세밀한 격자를 가지는 부분구조물로 대체하면 효율적으로 재해석을 수행할 수 있게 된다.

본 예제에서는 이와 같은 개념을 검증하기 위해 Fig. 16에 나타난 바와 같이 여러 개의 부구조물로 구성된 세 종류의 모델과, 결과 비교를 위한 두 종류의 유한 요소 모델에 대한 해석을 수행하였다. Model I, II, III은 각각 2, 3, 4개의 부구조물로 이루어져 있다. 모든 경우에 대하여

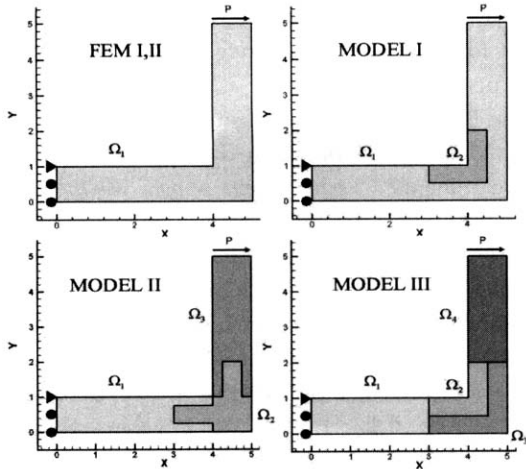


Fig. 16. L자형 모델

Table 6. 각 모델의 요소 크기와 요소 수

	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	요소 수
FEM I	0.25	-	-	-	144
FEM II	0.04	-	-	-	5625
Model I	0.25	0.125	-	-	204
Model II	0.25	0.125	0.25	-	240
Model III	0.25	0.0714	0.125	0.25	516

Table 7. L자형 보의 해석 결과

	u	v
FEM I	0.3576	-0.1872
FEM II	0.3659	-0.1897
Model I	0.3636	-0.1886
Model II	0.3621	-0.1883
Model III	0.3648	-0.1886

동일한 하중 조건, 경계 조건과 물성치가 사용되었다. 각각의 모델에 대한 격자 크기와 요소 수는 Table 6에 나타내었다.

Table 7에는 해석에서 얻은 모델 최우측 상단 점의 변위를 나타내었으며, 결과로부터 제안된 경계접합법을 이용하여 모델의 관심영역을 절점의 연결성과 관계없이 세밀한 격자계를 가진 부분구조물들로 대치하여 손쉽게 다시 해석할 수 있음을 확인할 수 있다.

또한 Model I의 요소수가 Model II에 비해 적음에도 불구하고 그 해는 더욱 정확함을 알 수 있다. 이는 Model I의 경우 해가 급격히 변화하는(응력집중 등) 영역에 세밀한 격자를 갖는 부분구조물이 적절히 위치하였기 때문이다. 그러므로 제안된 방법을 이용하면, 절점의 연결성과 관계

없이 해의 변화가 급격한 부분에 세밀한 격자로 구성된 부분구조물을 접합시킬 수 있게 되어 격자 재성성은 물론 요소수의 큰 증가 없이도 해의 정확도를 크게 높일 수 있게 된다. 즉, 재해석의 효율성을 높일 수 있는 또 다른 장점이 있다.

III. 결 론

본 논문에서는 부구조물 접합 시 발생하는 변위장의 불연속성을 형상함수의 합성을 통해 제거하여 독립적으로 모델링된 부구조물 시스템을 연계 해석할 수 있는 방법을 제안하였다. 새롭게 합성된 형상 함수는 무요소법에서 사용되는 이동최소자승 근사법의 형상 함수와 기존 유한 요소법의 형상 함수의 합성을 통해 만들어진다. 새로운 형상 함수는 이동최소자승 형상 함수로 인해 요소망의 재생성 과정 없이 부구조물의 접합부에서의 절점 불일치 문제를 해결할 수 있게 된다. 이 방법에서는 라그랑주 승수법에서와 다르게 추가로 미지수나 경계격자를 도입할 필요가 없으며, 강성 행렬 또한 기존 유한요소법 강성 행렬의 성질이 유지된다. 여러 가지 수치 예제를 통해서 본 논문에서 제안된 방법의 신뢰성을 확인하였다. 또한, 해가 급격히 변화하는 부분을 절점 연결성의 고려 없이 작은 격자로 구성된 부구조물로 교체/접합함으로써 해석 결과의 정확도를 높일 수 있음을 확인하고, 이를 통해 제안된 방법이 재해석 과정에서도 효율적으로 활용될 수 있음을 입증하였다. 향후 본 방법을 독립적으로 모델링된 3차원 부구조물 시스템의 연계해석에 적용할 경우에도, 격자에 관계없이 절점만을 이용하여 이동최소자승 함수 및 합성함수를 구성할 수 있기 때문에 기존의 방법과 달리 비직합 경계면에서의 복잡한 2차원 가상 격자계 등을 필요로 하지 않게 될 것이다. 이러한 특성은 2차원 연계해석보다 3차원 연계 해석의 경우 더 큰 장점으로 작용될 것으로 판단된다. 이로 인해 3차원 문제의 연계해석 시 제안된 방법을 이용하면 기존의 방법에 비해 더욱 효율적으로 3차원 연계해석을 수행할 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음. (KRF-2002-041-D00101)

참고문헌

- 1) Aminpour, M.A., Ransom, J.B., and

McCleary, S.L., "A Coupled Analysis Method for Structures with Independently Modelled Finite Element Subdomains", *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol. 38, pp. 3695-3718, 1995.

2) Farhat C., Mandel J., "The two-level FETI method for static and dynamic plate problems, Part I: An optimal iterative solver for biharmonic systems", *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* Vol 155, pp. 129-151, 1998.

3) Park, K. C. and Carlos A. Felippa, "A variational principle for the formulation of partitioned structural systems", *Int. J. Num. Meth. Eng.* Vol 47, pp. 395-418, 2000.

4) Cho, M., Kim, W.B., "A coupled finite element analysis of independently modeled substructures by penalty frame method," AIAA paper no. 98-2061, 1998.

5) Bathe, K. J., *Finite Element Procedures. International Ed.*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.

6) Aminpour M.A., Pageau S., and Shin Y., "Improved Interface Modeling Technology", AIAA paper no. 2001-1548, 2001.

7) Lancaster P. and Salkaskas K., "Surfaces generated by moving least squares methods", *Math. Comp.* Vol. 37, pp. 141-158, 1981.

8) Cho, J.Y., Atluri, S. N., "Analysis of shear flexible beams, using the meshless local

Petrov-Galerkin method, based on a locking-free formulation", *Engineering Computations*, Vol. 18, pp. 215-240, 2001.

9) Belytschko, T., Krongauz, Y., and Organ, D., "Meshless methods, an overview and recent developments", *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* Vol. 139, pp. 3-47, 1996.

10) Chen, T., Raju, I.S., "Coupling finite element and meshless local Petrov-Galerkin methods for two-dimensional potential problems", AIAA Paper No. 2002-1659, 2002.

11) 조진연, 김도년, 김승조, "유한요소 모델의 절점활성화 기법 : I. 이론", 한국항공우주학회지, 제31권 4호, pp. 26-34, 2003.

12) Atluri, S. N., Cho, J. Y., Kim, H. G., "Analysis of thin beams, using the meshless local Petrov-Galerkin method, with generalized moving least squares interpolations", *Computational Mechanics*, Vol. 24, pp. 334-347, 1999.

13) Dolbow, J., Belytschko, T., "Numerical integration of the Galerkin weak form in meshfree methods", *Computational Mechanics*, Vol. 23, pp. 219-230, 1999.

14) 김도년, 김승조, 지영범, 조진연, "유한요소 모델의 절점활성화 기법 : II. 계산", 한국항공우주학회지, 제31권 4호, pp. 35-43, 2003.