

論文

다분야 통합해석 시스템의 효율적인 신뢰성 해석기법 연구

안중기*, 권장혁*

An Efficient Approach on Reliability Analysis under
Multidisciplinary Analysis Systems

Joongki Ahn* and Jang-Hyuk Kwon*

ABSTRACT

Existing methods have performed the reliability analysis using nonlinear optimization techniques. This is mainly due to the fact that they directly apply Multidisciplinary Design Optimization(MDO) frameworks to the reliability analysis formulation. Accordingly, the reliability analysis and the Multidisciplinary Analysis(MDA) are tightly coupled in a single optimizer, which hampers utilizing the recursive and function-approximation based reliability analysis methods such as the Advanced First Order Reliability Method(AFORM). In order to utilize the efficient reliability analysis method under multidisciplinary analysis systems, we propose a new strategy named Sequential Approach on Reliability Analysis under Multidisciplinary analysis systems(SARAM). In this approach, the reliability analysis and the MDA are decomposed and arranged in a sequential manner, making a recursive loop. The efficiency of the SARAM method was verified using three illustrative examples taken from the literatures. Compared with existing methods, it showed the least number of subsystem analyses over other methods while maintaining accuracy.

초 록

다분야 통합해석 시스템의 신뢰성 해석에 대한 기존의 연구들은 대부분 비선형 최적화 기법을 기반으로 하고 있다. 이들은 다분야 통합최적설계 프레임워크를 이용하여 신뢰성을 직접 해석하기 때문에 효율적인 AFORM기법을 적용하는 것이 불가능하다. 본 논문은 AFORM기법을 적용한 다분야 통합시스템의 순차적 신뢰성 해석기법(SARAM)을 제안한다. 이를 위해 신뢰성 해석과 다분야 통합시스템의 해석(MDA)을 분리하고, 순차적으로 배열하여, 되풀이구조를 가지는 해석구조를 구성하였다. 제안된 방법의 효율성은 계산량, 정확도, 그리고 동시 수행기능의 관점에서 평가하였다. 3개의 다분야 통합시스템 예제를 계산한 결과, 제안된 기법은 정확도를 보장하면서 기존의 방법에 비해 우수한 계산효율을 보였다.

Key Words : multidisciplinary analysis systems(다분야 통합해석 시스템), advanced first order reliability method(개선 1차 신뢰도 해석), global sensitivity equation (전역민감도)

† 2004년 8월 12일 접수 ~ 2004년 12월 1일 심사완료

* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과
연락처, E-mail : jhkwon@kaist.ac.kr
대전시 유성구 구성동 373-1

I. 서 론

지금까지 다분야 통합최적설계(MDO)는 결정론적 관점에서 수행되어 왔다. 설계변수는 미지의 불확실성 요소가 존재함에도 불변한 것으로 간주되며, 해석을 위한 공학적 모델링 역시 오차가 없는 것으로 설정되었다. 최적설계의 결과는 대부분 설계 제약조건 상에서 형성되어 불확실 환경 하에서 설계시스템의 실패가능성을 항상 내포하고 있었다. 이러한 한계를 극복하기 위하여 확률론적 다분야 통합최적설계 기법이 연구되기 시작했다. 이 기법은 설계변수의 불확실성을 확률론적으로 정의하고 공학모델링의 오차도 반영하고 있다. 최초의 연구들은 불확실 요소들을 1차 Taylor 급수의 형태로 시스템에 전파시켜 해석하는 방법[1-3]으로 시스템의 평균과 분산정보, 또는 시스템의 반응구간 등을 제공해 준다. 이러한 방법들은 시스템의 평균과 분산정보만을 계산해 주기 때문에 강건 설계분야에는 적용할 수 있지만, 신뢰성설계에는 적용하기 어려웠다.

신뢰성 해석이 최적화의 형태로 정식화되는 것을 응용하여, 신뢰성 해석을 다분야 통합최적설계 프레임워크로 구현하는 보다 정밀한 신뢰성 해석기법이 연구되었다[4]. 신뢰성 해석이 최적화의 형태로 정식화되는 것을 응용하여, 신뢰성 해석을 다분야 통합최적설계 프레임워크로 구현하는 개념이다. 그 중 하나로 Multidisciplinary Design Feasible(MDF)[5]을 이용한 방법이 있다. 그러나 MDF는 고정점 반복(fixed point iteration)에 의해 다분야 통합시스템을 수렴시키므로 매우 많은 계산시간을 가진다는 단점이 있다. 참고문헌[4]에서는 다분야 통합최적설계 프레임워크인 Individual Discipline Feasible(IDF)[5]을 이용하여 협동 신뢰성 해석(Collaborative Reliability Analysis)기법을 제안하였다. 이 방법은 MDF 보다 매우 우수한 계산효율을 가지나 부가적인 설계변수와 제약조건을 요구하므로 설계변수가 많은 시스템에서는 효율성이 떨어진다. 이상의 방법들은 신뢰성 해석을 위하여 비선형 최적화 기반의 다분야 통합최적설계 프레임워크를 이용하는 방법들이다. 따라서 반복적인 되풀이구조를 가지는 개선 1차 신뢰성 해석 기법(Advanced First Order Reliability Method, AFORM or Hasofer Lind-Rackwitz Fiessler, HL-RF)[6]을 적용하는 것이 불가능하다. AFORM 기법은 적은 계산량과 빠른 수렴특성으로 인해 가장 널리 사용되는 신뢰성 기법 중의 하나다.

본 연구는 다분야 통합시스템에서 AFORM을

이용한 신뢰성 해석을 위해 순차적인 접근방법을 제안한다. 신뢰성 해석과 다분야 시스템 해석을 분리시키고, 이들을 순차적으로 배열함으로써 AFORM이 적용될 수 있는 반복되풀이 구조를 구성했다. 설계변수의 민감도는 전역민감도식(global sensitivity equation, GSE)[7]에 의해 계산되므로 병렬처리 시스템이 구성되면 하부시스템들을 동시에 계산할 수 있다는 장점도 가진다. 제안된 방법의 효율성은 계산량, 정확도, 그리고 동시 수행기능의 관점에서 평가되었다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 신뢰성 해석기법과 기존의 다분야 통합해석시스템에 대해 개관한 다음, 제안하고자 하는 다분야 통합시스템의 순차적 신뢰성 해석기법을 소개한다. 그리고 3개의 수치예제를 통해 제안하는 기법의 정확성과 효율성을 검증한다.

II. 본 론

2.1 신뢰성 해석과 다분야 해석시스템

일반적인 신뢰성 최적설계(reliability-based design optimization)는 다음과 같이 정식화된다.

$$\begin{aligned} \min F(\mathbf{d}) \\ \text{s.t. } P(g(\mathbf{x}) \leq 0) \leq \Phi(-\beta) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{d} 는 확률변수 x 의 평균이다. 식(1)의 확률제한 조건은 한계상태함수(limit state function) g 에 의해 표현된다. 즉 g 가 0보다 작을 확률이 주어진 누적밀도함수 값 $\Phi(-\beta)$ 보다 작을 경우, 이 시스템은 실패한 것으로 판단한다. 신뢰지수(reliability index) β 는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}}{\sigma} \quad (2)$$

실패확률은 확률밀도함수(probability density function, PDF)를 $f(x)$ 를 전체 실패영역에 대해 중첩 적분하여 구한다.

$$p_f = \int_{g(x) < 0} \dots \int f(x) dx \quad (3)$$

식(3)의 실패확률을 계산하기 위해서는 우선 확률밀도함수 $f(x)$ 를 계산해야 하는데, 표준정규분포가 아닌 이상 이를 구하기는 어렵다. $f(x)$ 를 계산하더라도 이를 중첩시킨 적분 값을 해석적으로 구하기란 사실상 불가능에 가깝다. 대안으로서 샘플링 기반의 몬테칼로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation, MCS)등을 적용하기도 하지만

계산량이 매우 많으므로 실제 공학문제에 적용하기에는 비현실적이다. 가장 많이 사용하고 있는 방법 중의 하나는 한계상태함수를 1차나 2차로 근사하여 해석적으로 구하는 방법으로 1차 근사방식을 FORM, 2차 근사방식을 SORM(second order reliability method)이라고 한다. 근사함수의 개념을 기반으로 Hasofer와 Lind[8]는 신뢰지수 β 의 개념을 도입하여 실패확률을 계산하였다. 신뢰지수 β 란 확률공간의 원점에서 근사한 한계상태 함수까지 가장 가까운 거리를 의미한다. 이때 한계함수와 만나는 지점을 최대위반가능점 (most probable point, MPP)이라고 부르고, 이 지점에서 시스템이 실패한다고 정의하였다. 즉, 실패확률은 $\Phi(-\beta)$ 이며 Φ 는 표준정규 누적확률분포 함수(cumulative distribution function, CDF)이다. 이러한 방식으로 식(3)의 실패확률은 원점에서 한계상태 함수까지의 가장 가까운 거리를 찾는 최적화의 문제로 정식화된다.

$$\begin{aligned} \min \beta &= \sqrt{\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{u}} \\ \text{s.t. } g(\mathbf{u}) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{u} 는 설계변수 x 가 표준정규 확률공간으로 전이된 변수이다. 그림 1은 한계상태 함수와 MPP, 그리고 신뢰지수를 보여주는 그림이다.

다분야 통합해석 시스템은 이를 구성하는 하부시스템들이 상태변수(state variable)에 의해 서로 긴밀히 결합(coupled)된 구조를 가진다. 다분야 통합시스템을 해석한다는 것은 이러한 상태변수들이 전체 하부시스템(subsystem)에 걸쳐 일치성(consistency)을 가지도록 반복적인 해석을 수행하는 것을 의미한다. 그림 2는 참고문헌[4]로부터 발췌한 전형적인 다분야 통합시스템의 예다.

여기서 x_1 은 하부시스템 1과 2가 동시에 필요로 하는 공유변수(shared variable)이다. y_{12} 와 y_{21} 은 상태변수이다. y_{ij} 는 하부시스템 i 에서 출력되어 하부시스템 j 로 입력되는 것을 의미한다. z_i 는 하부 시스템 i 의 출력 값이다. 다분야 통합시스

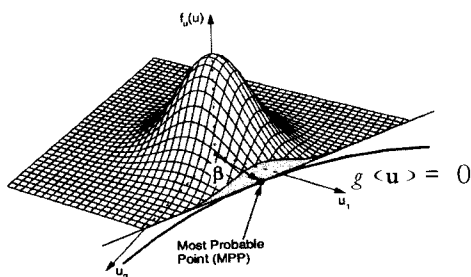


그림 1. 두개의 확률변수 공간

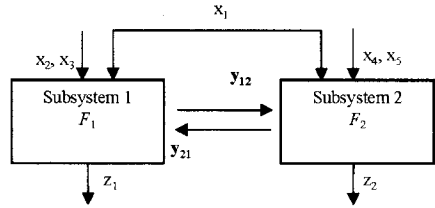


그림 2. 두개의 하부시스템으로 구성된 다분야 통합시스템

템은 일반적으로 고정점 반복방식으로 해석한다. 즉, 최초에 상태변수 y_{21} 을 가정하여 하부시스템 i 를 계산하고 여기서 나온 상태변수 y_{12} 를 이용하여 하부시스템 j 를 계산한다. 날개설계를 예로 들면, 공력에서 계산한 날개의 분포하중은 날개구조의 변위를 유발하므로 구조해석의 입력으로 사용된다. 구조해석에서 계산된 날개의 변위는 다시 공력해석의 입력 값으로 사용된다. 이러한 과정은 모든 상태변수(분포하중과 구조변위)들이 수렴할 때까지 반복적으로 수행된다.

다분야 통합시스템을 해석하는 전형적인 MDO프레임워크로 MDF가 있다. 다분야 통합해석 시스템에서 실패확률을 계산하기 위해 MDF 방식을 적용하는 개념은 그림 3과 같다.

그림 3을 보면 식(4)의 신뢰성 해석이 MDF의 최적화부에 포함된 것을 알 수 있다. MDF에서는 설계변수가 바뀔 때마다 상태변수는 고정점 반복방식으로 매번 수렴되어야 한다. 이러한 과정을 다분야해석(multidisciplinary analysis, MDA)라 부른다. 하부시스템 계산 횟수는 전체 하부시스템의 개수와 고정점 반복계산 횟수, 그리고 최적화 반복 횟수를 곱한 것이 되므로 계산량이 매우 많은 것이 단점이다. 이를 극복하기 위하여 IDF 방식을 이용한 신뢰성 해석기법이 제안되었다. 이 방식은 Du와 Chen[4]이 제안한 것으로 협동신뢰성 해석(collaborative reliability analysis)라고도 부른다. 여기에서는 매 축차 마다 상태변수

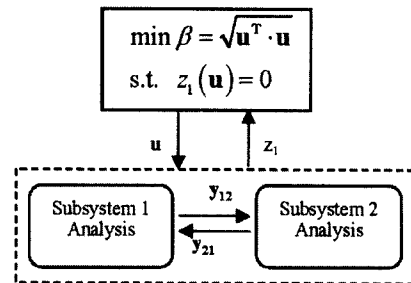


그림 3. MDF방식을 이용한 신뢰성 해석

를 수렴시키지 않고 최적화의 설계변수 \mathbf{x} 가 수렴함과 동시에 상태변수들도 같이 수렴시킨다. 이를 위해 IDF방식에는 부가 설계변수(auxiliary variable), \mathbf{a} 와 부가 제약조건이 추가 된다. 최적화 수식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \\ \text{s.t. } g(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \leq 0 \\ \mathbf{a}_{ij} = F_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{a}_{ji}) \text{ for } i=1, \dots, n, i \neq j \end{aligned} \quad (5)$$

이 식에서 볼 수 있듯이 상태변수 $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ 는 부가변수 \mathbf{a} 로 대체되어 설계변수가 되며, 부가적인 제약조건 즉, 각 하부시스템의 출력 상태변수 F_{ij} 와 부가변수 \mathbf{a}_{ij} 가 동일해지도록 요구하는 제약조건이 추가된다. 때문에 IDF는 각 하부시스템을 병렬로 동시에 계산할 수 있으며, MDF보다는 적은 계산량으로 최적화를 수행할 수 있다. 하지만 상태변수의 수가 많은 복잡한 다분야 통합시스템에서는 설계변수와 제약조건이 상태변수의 수만큼 증가되므로 계산량도 증가하고 수렴성도 떨어지는 경향이 있다. 그림 4는 IDF방식의 신뢰성 해석을 보여주고 있다. 첫째 등 제약조건은 한계상태함수에 관한 것이며, 나머지 등 제약조건은 하부시스템의 일치성을 보장해 주기 위한 추가 제약조건이다. 최적화 과정에서 부가변수 \mathbf{a} 가 조정됨으로써 하부시스템이 수렴하게 된다.

2.2 순차적 신뢰성 해석

전술한 MDF와 IDF 방식은 신뢰성 해석과 다분야 통합시스템 해석이 최적화의 형태로 결합(coupled)되어 있는 구조를 가지고 있다. 이러한 최적화 방식을 통한 신뢰성 해석도 좋은 결과를 보여 주었다. 하지만 한계상태 함수를 근사시켜 되풀이방식으로 해석을 수행하는 AFORM 기반의 신뢰성 해석은 보다 뛰어난 성능을 보여준다. AFORM을 다분야 통합해석 시스템에 적용하기 위하여 그림 5와 같은 해석구조를 제안한다.

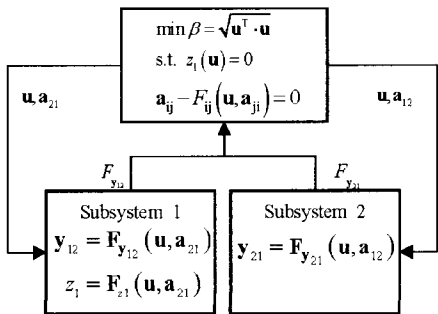


그림 4. IDF방식을 이용한 신뢰성 해석

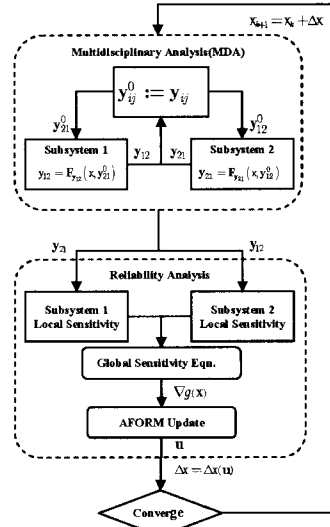


그림 5. 순차적 신뢰성 해석

다분야 통합시스템 해석(MDA)모듈과 신뢰성 해석모듈을 분리시키고, 모듈들을 순차적으로 배치하여 되풀이기반의 AFORM을 적용할 수 있도록 하였다. 다분야 통합해석모듈과 신뢰성 해석모듈은 각각 상이한 변수를 처리한다. 즉, 다분야 통합시스템 해석모듈은 주어진 설계변수 \mathbf{x} 를 고정시키고 상태변수 \mathbf{y} 만 수렴시키는 기능을 수행한다. 이때, 하부시스템은 병렬로 동시에 해석을 수행하며, 계산된 상태변수들은 다음 계산에서 상대 하부시스템의 입력 값으로 사용된다. 신뢰성 해석모듈에서는 다분야 통합해석모듈에서 계산된 상태변수들이 모두 고정되고 대신에 설계변수 \mathbf{x} 만이 변수로 사용된다. 신뢰성 해석모듈의 주된 기능은 민감도를 계산하고 설계변수를 개선하는데 있다. 민감도 계산은 전역민감도식(GSE)를 적용함으로써 각 하부시스템도 마찬가지로 병렬수행이 가능하다. 민감도는 Sobieszczanski-Sobieski[7]가 제안한 GSE를 사용했다. GSE는 각 하부시스템의 국소 민감도로 표현가능하다. 그림 2와 같은 다분야 통합시스템에서 GSE는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I & 0 & -\frac{\partial y_{12}}{\partial y_{21}} \\ 0 & I & -\frac{\partial z_1}{\partial y_{21}} \\ -\frac{\partial y_{21}}{\partial y_{12}} & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dy_{12}}{dx} \\ \frac{dz_1}{dx} \\ \frac{dy_{21}}{dx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{12}}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{12}}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial y_{21}}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial y_{21}}{\partial x_4} & \frac{\partial y_{21}}{\partial x_5} \end{bmatrix} \quad (6)$$

가장 왼쪽에 있는 행렬은 각 하부시스템의 입력 상태변수에 대한 출력 상태변수의 국소민감도를 1차 Taylor급수로 전개한 것이며 우변행렬은 설계변수에 대한 상태변수의 국소민감도이다. 두 행렬의 요소를 구성하는 국소민감도는 각 하부시스템에서 병렬로 계산이 가능하다. 따라서 전역민감도는 역행렬계산으로 구한다. GSE로부터 구한 한계상태 함수의 민감도 정보는 AFORM의 알고리즘에서 사용된다.

$$u_{k+1} = \frac{[\nabla_u g(u_k)^T u_k - g(u_k)] \nabla_u g(u_k)}{|\nabla_u g(u_k)|^2} \quad (7)$$

여기서 $\nabla_u g(u_k)$ 는 한계상태함수의 민감도를 의미한다. 이 식에서 보듯이 AFORM은 그 자신의 값과 민감도만을 가지고 설계변수를 수렴시켜 나간다. $\nabla_u g(u_k)$ 는 표준 정규분포공간(u)에서 한계상태함수의 민감도이므로 이를 원래의 확률 변수공간(x)으로 치환하면 다음과 같다.

$$\nabla_u g(u) = \frac{dg}{dx} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \nabla_x g(x) \cdot \sigma_x \quad (8)$$

식(8)을 식(7)에 대입하면 표준정규공간에서의 u 를 얻을 수 있으며, 따라서 원 확률변수의 변화량은 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta x = \Delta u \cdot \sigma_x \quad (9)$$

다분야 통합시스템의 해석(MDA)에서 상태변수를 수렴시키기 위한 또 다른 방법은 이전 단계에서 구한 GSE정보를 사용하는 것이다. GSE의 일반적인 표현방식은 다음과 같다.

$$\left[-\frac{\partial g}{\partial y} \right] \left\{ \frac{dy}{dx} \right\} = \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} \right\} \quad (10)$$

따라서 상태변수의 변화량은 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\Delta y = \left[-\frac{\partial g}{\partial y} \right]^{-1} \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} \right\} \Delta x \quad (11)$$

여기서 Δx 는 식(9)로부터 구한다. 이 방법은 다분야 통합시스템의 해석(MDA)시 반복적인 시스템 수렴과정을 거칠 필요가 없으므로 계산효율이 증대되는 장점이 있다. 그러나 시스템의 비선형성이 클 경우 오히려 수렴이 늦을 수 있으므로 문제에 따라 계산효율이 달라 질 수 있다.

2.3 수치예제

2.3.1 수치예제 1

본 예제는 참고문헌[4]에서 사용된 것으로 그림 2와 동일한 해석구조를 가진다. 하부시스템 1과 2의 상세한 함수구조는 참고문헌[4]을 참조하기 바란다. 실패확률과 한계상태 함수식은 다음과 같다.

$$p_f = P[z_1 \geq 5] \quad (12)$$

모든 확률변수들은 정규분포를 가진다고 가정했으며 이들의 평균은 $\mu_x = \{1,1,1,1\}$ 이고, 표준편차는 평균값의 10%로 설정했다. 몬테칼로를 포함하여 4개의 방식이 계산되었다. 표 1은 수렴된 최대 위반가능점(MPP)결과를 보여주고 있다.

표 1. 예제 1의 MPP 수렴 결과

방식	Xmpp				
MCS	1.2001	1.2299	1.0984	1.0735	1.0060
MDF+SQP [†]	1.2348	1.1901	1.0951	1.0000	1.0000
IDF+SQP	1.2348	1.1901	1.0951	0.9991	1.0000
순차기법	1.2348	1.1901	1.0951	1.0000	1.0000

[†] Sequential Quadratic Programming method 사용

MDF, IDF, 그리고 제안한 순차기법 모두 거의 유사한 점으로 수렴하였다. 표 2는 수렴된 신뢰도 지수 β 와 하부함수 계산횟수를 나타내고 있다. 몬테칼로 결과를 제외한 세 방법 모두 동일한 값으로 수렴하였으며 이 값은 몬테칼로의 95%신뢰도 범위 내에 있는 것을 확인할 수 있다. 하부시스템의 계산횟수는 순차기법이 148회로 가장 작게 나타났다. 그러나 MDF+SQP와 IDF+SQP와 같은 수치최적화 방식과 순차방식의 수렴특성이 일치하지는 않으므로 보다 복잡한 문제에 대하여 다시 확인해 보기로 한다.

표 2. 예제 1의 신뢰도 지수와 계산횟수

방식	β	계산횟수	비고
MCS [†]	3.1633	50000*	
MDF+SQP	3.1671	242	그림3
IDF+SQP	3.1671	204	그림4
순차기법	3.1671	148	그림5

[†] β 의 95% 신뢰도범위 (3.0830, 3.2713)

* 모의실험 횟수

2.3.2 Electronic packaging문제

Electronic packaging 문제는 다분야 통합최적설계를 위한 예제 중의 하나로서 매우 많이 사용

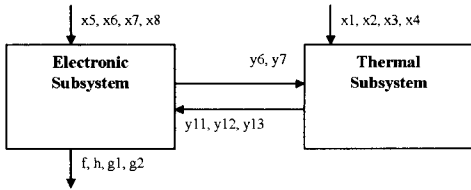


그림 6. Electronic packaging문제

되고 있다[9]. Electronic package 예제는 그림 6 과 같이 전기시스템과 열 시스템으로 구성되어 있다. 전기시스템의 해석은 간단한 산술 식으로 구성되나, 열 시스템은 패키지 내부의 온도분포를 계산하기 위하여 유한차분방법(FDM)을 이용한다. 8개의 설계변수를 가지며 5개의 상태변수를 가진다. 각 설계변수는 heat sink와 핀의 크기, 재질의 온도계수 등을 나타내며, 상태변수는 resistor의 저항, 온도 등을 의미한다. 신뢰성 해석을 위한 실패확률은 다음과 같다.

$$p_f = P[g_2 = y_{12} - 85 \leq 0] \quad (13)$$

여기서 y_{12} 는 두 번째 resistor의 온도이다. 즉 resistor의 온도가 85도를 초과할 확률을 계산하는 것이다. 모든 설계변수들은 정규분포를 가지며 평균값의 10%에 해당하는 표준편차를 가진다고 가정했다. 표 3은 주어진 설계변수의 불확실성으로부터 온도가 85도 이하일 확률이 약 2.98 시그마(약 99.86%)인 것을 말해 주고 있다.

표 3으로부터 4가지 방식의 계산결과를 알 수 있다. 몬테칼로 결과의 95%의 신뢰도 범위 내에 모든 신뢰지수가 존재하며 모두 근사한 값을 보여 주고 있다. 하지만 함수 계산횟수는 순차기법이 월등히 우수함을 알 수 있다. 예제 1에서 전술한 바와 같이 비선형 수치최적화 방식과 순차기법의 수렴특성이 동일하지 않으므로 수렴과정을 그림 7에 함께 그려 보았다. 그림 7에서 보듯

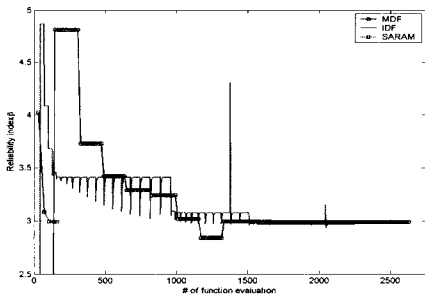


그림 7. Electronic packaging문제의 신뢰지수 수렴과정

이 MDF와 IDF 모두 1000회 이상의 계산이후에 신뢰지수가 해에 근접한 것을 알 수 있다. MDF와 IDF의 계산횟수가 순차기법과 비교해서 크게 차이가 난 것은 상태변수의 증가와 무관하지 않다. 전술한 바와 같이 IDF는 상태변수의 개수만큼 부가설계변수와 제약조건이 필요하므로 Electronic packaging의 경우, 실제로 13개의 설계변수와 5개의 제약조건이 사용된 셈이다.

표 3. Electronic packaging문제 결과

방식	β	계산횟수	비고
MCS [†]	-2.8943	100000*	
MDF+SQP	-2.9898	2648	그림 3
IDF+SQP	-2.9666	2250	그림 4
순차기법	-2.9898	155	그림 5

[†] β 의 95% 신뢰도범위 (2.8726, 3.0104)

* 모의실험 횟수

2.3.3 초음속 여객기 개념설계 문제

MDO 아키텍처의 하나인 BLISS[10]개발에 사용된 초음속 여객기의 개념설계 문제이다. 이 문제는 공력, 구조, 추진, 성능해석으로 이루어진 4개의 하부시스템으로 구성되어 있으며, 각 시스템은 MATLAB으로 코딩한 경험식으로 이루어져 있다. 설계변수는 10개이며 상태변수는 9개이다. 그림 8에 시스템의 구성을 보여주고 있다. 설계변수는 정규분포로 가정했으며 표준편차는 평균값의 5%로 설정하였다. 설계변수와 평균값은 다음과 같다.

$$\mu = [\lambda, C_x, C_f, T, tc, h, M, AR, \Lambda, S] \quad (14)$$

- $l = 0.25$, taper ratio of wing
- $C_x = 0.98$, wing box cross section
- $C_f = 0.985$, skin friction coefficient
- $T = 0.47$, throttle setting
- $tc = 0.05$, thickness to chord ratio
- $h = 5.7e4$, cruising altitude (ft)
- $M = 1.22$, Mach number
- $AR = 5.27$, aspect ratio of wing
- $L = 60$, sweep angle of wing (deg)
- $S = 1000$, wing area (ft²)

식(14)의 평균값을 적용했을 때, 계산되는 항속거리는 약1500nmi이다. 한계상태 함수와 실패확률은 식(15)과 같다. 이 식은 입력변수의 불확실 요소에 의해 항속거리가 1000nmi이하가 되면 설계된 시스템은 실패한 것으로 판단한다는 의미이다.

$$p_f = P[\text{Range} - 1000 \leq 0] \quad (15)$$

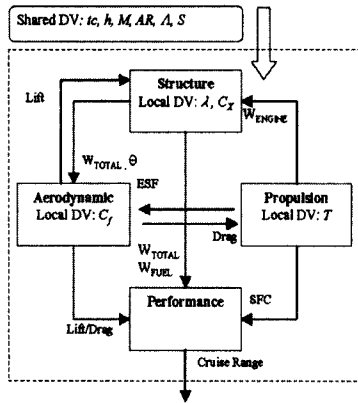


그림 8. 초음속 여객기 설계 구성도

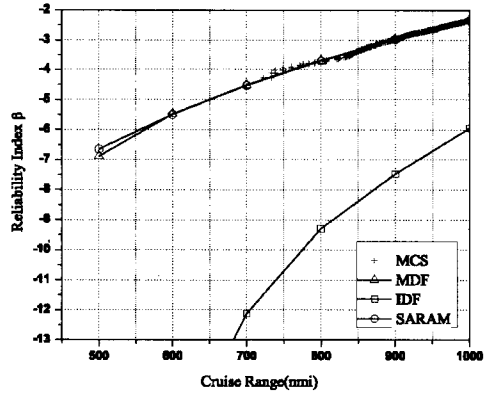


그림 9. 높은 신뢰영역에서의 계산결과

표 4는 주어진 설계변수의 불확실성으로부터 항속거리 1000nmi이하가 될 확률이 약 -2.3시그마(약 1%)인 것을 말해 주고 있다. MDF와 순차기법이 95%신뢰도 범위 내에서 값을 제시한 반면, IDF는 두 결과와 매우 동떨어진 값을 보여주고 있다. 이 예제는 상태변수가 9개이므로 IDF에서는 19개의 설계변수가 있으며, 9개의 설계제약조건이 부가된다. 많은 설계변수와 제약조건으로 인해 국부해(local solution)로 수렴한 것으로 판단된다. 설계변수 및 제약조건에 스케일링 등을 포함한 다양한 방법을 시도하였지만 국부해로 수렴하는 것을 막지는 못했다.

제안한 순차기법의 계산횟수는 IDF에 비해서는 약 3배, MDF에 비해서는 약 5배 이상 감소하였다. 이로써 제안된 순차기법의 효율성을 재차 확인할 수 있었다. 순차기법이 다분야 통합시스템 해석과 민감도해석 시, 병렬계산이 가능한 점을 고려한다면 효율성은 더욱 증대된다.

표 4. 항공기 설계문제의 계산결과

방식	β	계산횟수	비고
MCS [†]	-2.3632	50000*	
MDF+SQP	-2.3359	2728	그림 3
IDF+SQP	-5.9745	2168	그림 4
순차기법	-2.3429	540	그림 5

[†] β 의 95% 신뢰도범위 (2.3305, 2.3986)

* 모의실험 횟수

제안한 순차기법이 보다 높은 신뢰영역까지 정확도를 가지는지를 확인하기 위하여 항속거리 실패 조건을 500nmi까지 낮추어 계산해 보았다. 즉 설계된 항공기가 500nmi이하의 항속거리를 가질 확률을 계산해 본 것이다. 그림 9에 결과가 제시되어 있다. 이 경우, 실패확률은 약 -7시그마

정도의 매우 높은 신뢰도가 제시되었는데 제안한 순차기법이 높은 신뢰영역에서도 십자모양의 몬테카를로 결과와 유사한 결과를 가지는 것을 알 수 있다.

III. 결론

본 연구의 목적은 다분야 통합해석 시스템의 효율적인 신뢰성 해석 기법을 개발하는 것이다. 이를 위해 신뢰성 해석 모듈과 다분야 통합해석 모듈을 분리하였으며, 이들을 순차적으로 배열함에 따라 효율적인 AFORM기법의 적용이 가능해졌다. 나아가 각 하부시스템이 병렬로 해석될 수 있으므로 계산의 효율성이 더욱 증대되었다. 본 기법의 효율성을 검증하기 위해 세 개의 예제를 적용한 결과, 기존의 기법들에 비해 가장 적은 횟수의 계산으로 정확한 결과를 제시하였다.

참고문헌

- 1) Gu, X., Renaud, JE, and Batill, SM, "An Investigation of Multidisciplinary Design Subject to Uncertainty", AIAA-98-4747, 1998.
- 2) Gu, X. and Renaud, J.E. "Implementation Study of Implicit Uncertainty Propagation(IUP) in Decomposition-Based Optimization" AIAA-2002-5416, 2002.
- 3) Du, X. and Chen, W., "Efficient Uncertainty Analysis Methods for Multidisciplinary Robust Design", AIAA Journal, Vol. 40(3), 2002, pp.545-552.
- 4) Du, X. and Chen, W., "Collaborative Reliability Analysis for Multidisciplinary

Systems Design", AIAA-2002-5474, 2002.

5) Alexandrov, N. M. and Lewis, R. M, "Algorithm Perspectives on Problem Formulation in MDO", AIAA-2000-4719, 2000.

6) Rackwitz, R. and Fiessler, B., "Structural Reliability under combined Random Load Sequences", *Computers and Structures*, Vol.9, 1978, pp.489-494.

7) Sobieszczanski-Sobieski, J., "Sensitivity Analysis and Multidisciplinary Optimization for Aircraft Design: Recent Advances and Results",

Journal of Aircraft, Vol. 27(12), 1990, pp. 993-1001.

8) Hasofer, A.M. and Lind, N.C. ,"Exact and Invariant Second-moment Code Format", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 100(1), 1974, pp. 111-121.

9) MDO test suite, NASA MDOB web, <http://mdob.larc.nasa.gov/>.

10) Sobieszczanski-Sobieski, J. et.al, "Bi-Level Integrated System Synthesis(BLISS)", NASA/TM-1998-208715, 1998.