

## 확률론적 사면안정 해석기법에 관한 연구

### A Study on the Probabilistic Stability Analysis of Slopes

김 기 영<sup>1</sup> Kim, Ki-Young

조 성 은<sup>2</sup> Cho, Sung-Eun

#### Abstract

Slope stability analysis is a geotechnical engineering problem characterized by many sources of uncertainty. Some of them are connected to the variability of soil properties involved in the analysis. In this paper, a numerical procedure of probabilistic analysis of slope stability is presented based on Spencer's method of slices. The deterministic analysis is extended to a probabilistic approach that accounts for the uncertainties and spatial variation of the soil parameters. The procedure is based on the first-order reliability method to compute the Hasofer-Lind reliability index and Monte-Carlo Simulation. A probabilistic stability assessment was performed to obtain the variation of failure probability with the variation of soil parameters in homogeneous and layered slopes as an example. The examples give insight into the application of uncertainty treatment to the slope stability and show the impact of the spatial variability of soil properties on the outcome of a probabilistic assessment.

#### 요 지

사면안정해석은 많은 불확실한 요인을 내포하는 지반공학적 문제이다. 이러한 불확실성 중 일부는 해석 수행과정에 필요한 지반 물성의 변동성과 관련이 있다. 본 연구에서는 확률론적 사면안정 해석기법을 개발하기 위하여 절편법의 일종인 Spencer의 방법을 바탕으로 한 결정론적 해석방법을 지반정수의 불확실성과 공간적 변동성을 고려할 수 있도록 확장하였다. 제안된 방법은 Hasofer-Lind의 신뢰지수를 구하는 일차신뢰도법과 Monte-Carlo Simulation을 바탕으로 한다. 지반정수의 변화에 따른 파괴확률의 변화를 구하기 위해 단일지층과 2층 지반의 사면에 대한 확률론적 사면안정 해석을 수행하였다. 예제의 결과는 사면안정해석에 대한 지반의 불확실성을 고려할 수 있는 관점을 제시하며 확률론적 해석결과에 미치는 지반정수의 공간적 변동성의 영향을 보여준다.

**Keywords :** First-order reliability method, Monte-Carlo Simulation, Probabilistic analysis, Slope stability, Spatial variability

#### 1. 서 론

통상 사면의 안정에 대한 해석은 안전율을 계산함으로써 수행된다. 그러나 안전율은 위험도(risk)에 대한 일관된 척도를 주지는 않는다. 즉, 동일한 안전율을 가진

사면일지라도 지반 물성의 변동정도에 따라 다른 위험도를 주게 되므로 안전율에 의한 안정성 평가는 경험에 의지하게 되는 측면이 있다.

기존의 결정론적 사면안정 해석의 경우 불확실성을 정량적으로 고려하지 않고 주관적 판단에 의한 보수적인

<sup>1</sup> 정회원, 한국수자원연구원 선임연구원 (Member, Senior Researcher, Korea Institute of Water and Environment)

<sup>2</sup> 정회원, 한국수자원연구원 선임연구원 (Member, Senior Researcher, Korea Institute of Water and Environment, drsecho@hanmail.net, 교신저자)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2007년 5월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

강도정수 및 설계기법을 통하여 고려하나 이러한 보수적인 설계가 파괴에 대한 안전을 보장하지는 않는다는 사실은 경험적으로 잘 알려져 있다(El-Ramly 등, 2002). 따라서 최근 들어 물성의 변동을 고려하여 사면의 파괴 확률을 평가하려는 확률론적 접근이 시도되고 있다.

확률론적 해석의 경우에도 모든 불확실성을 고려할 수는 없고 목표신뢰도를 어떻게 정할 것인가 하는 문제를 안고 있다. 그러나 확률론적 해석법은 불확실성을 사면안정 해석과 설계에 정량적으로 반영할 수 있고 각 변수의 변동에 따른 영향을 파악할 수 있는 합리적인 접근법이다.

사면의 확률론적 해석에 관한 연구는 1970년대 이후 많은 연구자들에 의해 수행되었지만(Griffiths와 Fenton, 2004; Mostyn과 Li, 1993; Vanmarcke, 1977; Christian 등, 1994; Li와 Lumb, 1987) 현장기술자들의 확률이론에 대한 이해 부족과 적용에 대한 자료부족 등으로 인하여 실제로 널리 적용되지 못하고 있는 실정이다.

Hassan과 Wolff(1999)는 기존의 결정론적 사면안정 해석 프로그램을 이용하여 확률론적 임계파괴면을 구하는 방법을 제시하였으며 Griffiths와 Fenton(2004)은 탄소성 유한요소법을 사용한 확률론적 사면안정 해석(random finite element method)을 수행하였다. Low(2003)는 스프레드시트(spreadsheet) 프로그램을 이용하여 Hasofer-Lind의 신뢰지수에 바탕을 둔 확률론적 사면안정 해석기법을 개발하여 연약지반의 사면안정해석에 적용하였다.

국내에서는 김형배 등(2002)이 기존의 결정론적 사면안정 해석기법에 공학적 확률해석 기법을 결합시키는 방안을 제시하였으며 장연수 등(2002)은 암반사면의 절토시 지반의 불확실성이 암사면의 파괴확률에 미치는 영향을 알아보기 위하여 신뢰성해석을 실시하였다. 배규진과 박혁진(2002), 박혁진 등(2005)은 암반사면의 파괴확률산정에 관한 연구를 수행하였다.

확률론적 사면안정해석을 수행하기 위해 확률변수 개개의 확률밀도함수에 대한 정의없이 각 변수들의 기대값과 표준편차만을 고려하는 간략법인 FOSM(first-order second moment method), PEM(point estimate method) 등의 방법이 주로 적용되어 왔으나 FOSM의 경우 한계상태함수의 정의에 따라 다른 신뢰지수 값을 계산하게 되는 단점이 있다(Li와 Lumb, 1987). 이에 반해 Hasofer-Lind의 신뢰지수는 한계상태함수의 정의에 상관없는 신뢰지수 값을 계산하지만 적용의 복잡성 등으

로 인하여 사면안정해석에 널리 적용되지 못하고 있다. 이들 간략법과 달리 Monte-Carlo Simulation 기법은 각 확률변수의 확률분포를 고려한 충분한 횟수의 반복 계산을 통하여 안전율의 확률밀도함수와 파괴확률을 결정하는 정밀한 해석기법이다.

본 연구에서는 확률론적 사면안정해석기법을 개발하기 위하여 결정론적 해석방법을 기반정수의 불확실성과 공간적 변동성을 고려할 수 있도록 확장하였다. 제안된 방법은 사면의 안정에 대한 척도로 Hasofer-Lind의 신뢰지수를 구하는 일차신뢰도법(first-order reliability method, FORM)을 바탕으로 하며 FORM에 의해 구해진 확률론적 임계단면에 대한 Monte-Carlo Simulation을 수행한다. 이 때 지반물성의 공간적 변동에 따른 영향이 확률론적 안정해석 결과에 미치는 영향을 고려하기 위하여 지반의 물성을 Vanmarcke(1983)의 공간평균법을 적용한 랜덤필드(random field)로 모델링하였다. Monte-Carlo Simulation의 입력치의 샘플링(sampling)은 계산의 효율을 높이기 위해 Latin Hypercube 샘플링 기법을 사용하였다.

## 2. 한계평형 해석법과 임계단면 결정법

한계평형 해석법은 활동면을 따라 파괴가 일어나려는 순간에 있는 토체의 평형조건으로부터 안정성을 해석하는 방법으로 사면의 안정성은 안전율을 근거로 하여 판단한다. 안전율은 주어진 활동면에 대한 흙의 전단강도를 현재 파괴면 상에 유발된 전단응력으로 나눈 값으로 실제 문제에 있어서 대상 사면은 허용 안전율 이상 되어야 안전한 것으로 판정된다. 허용 안전율은 자료의 불확실성에 대한 대비수단으로 강도 정수, 하중 및 파괴 모델의 불확실성과 과도한 변형을 허용치 이내로 제한하는 역할을 한다. 한계평형 해석방법에 의한 사면안정 해석은 부정정 문제로 미지수의 수가 방정식의 수보다 많다. 따라서 해를 얻기 위해서는 미지수의 수와 방정식의 수의 차이를 보완할 수 있는 개수만큼의 가정이 필수적이며, 이와 같은 가정에 따라 여러 해석방법이 제안되었다.

본 연구에서는 전체 힘과 모멘트평형을 만족하는 Spencer방법에 대해서 최적화 기법을 적용하여 비원호 임계단면을 탐색할 수 있도록 하였다(김주용, 1998; 김주용과 이승래, 1995).

## 2.1 결정론적 임계단면 탐색법

원호형상의 가상활동면을 찾기 위한 최적화 수식형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{surface} F_s(x_c, y_c, x_1) \quad (1)$$

여기서,  $F_s$  : 안전율 (목적함수)

$x_c, y_c$  : 원호활동면의 중심좌표

$x_1$  : 가상활동면의 시작점에 대한  $x$ 좌표

원호 가상활동면은 단지 3개의 형상변수들에 의하여 정의될 수 있으므로 비원호인 경우보다 상대적으로 변수가 적어 해를 찾는 방법이 비교적 간단하다.

비원호 형상의 가상활동면을 탐색하는 최적화 수식형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min_{surface} F_s(\mathbf{x}) \quad (2)$$

구속조건:

$$y_i^{LB} \leq y_i \leq y_i^{UB} \quad \text{for } i = 2, \dots, n-2 \quad (3)$$

$$G_j(x_j, x_{j+1}) = x_j - x_{j+1} - \Delta \leq 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, n-1 \quad (4)$$

$$\theta_k^{LB} \leq \theta_k(x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, y_{k-1}, y_k, y_{k+1}) \leq \theta_k^{UB} \quad \text{for } k = 2, \dots, n-2 \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{x}$  : 형상변수벡터( $x_1, \dots, x_n, y_2, \dots, y_{n-1}$ )

$y_i^{UB}$  : 사면의 형상에 의하여 결정되는  $y_i$ 좌표의 상한값

$y_i^{LB}$  : 지반의 기존 암반층 등에 의하여 결정되는  $y_i$ 좌표의 하한값

$\Delta$  : 임의의 폭을 갖도록 구속하는 양의 실수

$\theta_k$  :  $k$ 번째 절점에 대한 이웃하는 선분 사이의 각도

$\theta_k^{LB}, \theta_k^{UB}$  :  $\theta_k$ 에 대한 하한값과 상한값

$n$  : 절점들의 총수

본 연구에서는 최적화 초기에서는 적은 수의 형상변수들로부터 최적해를 탐색한 후 새로운 절점을 가상활동면을 구성하는 각 선분의 중점에 생성시키며 반복하여 최적해를 탐색하는 방법을 사용하였다. 최적화 탐색 전략의 자세한 내용은 김주용(1998)에 의해 자세히 기

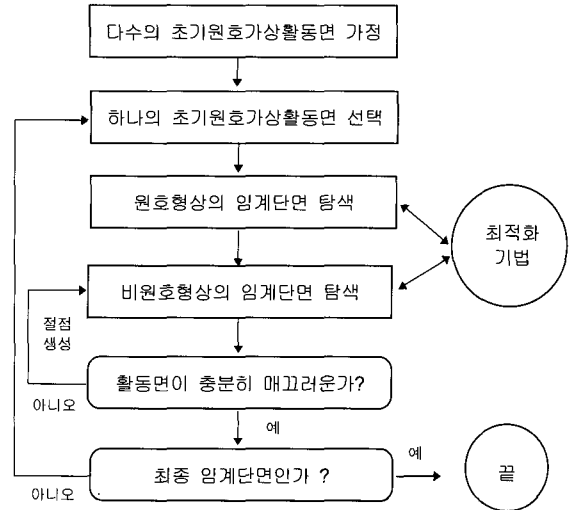


그림 1. 임계단면 결정을 위한 최적화전략

술되었으며 간략히 정리하면 그림 1과 같다.

## 2.2 확률론적 임계단면 탐색법

사면안정해석의 경우 수많은 잠재파괴면이 존재하므로 사면의 총 파괴확률은 가능한 잠재적 파괴면에 대한 결합확률(joint probability)로 표현되지만 이들 파괴면들은 강한 상관관계를 지니므로 대부분의 확률론적 사면안정해석의 경우 임계활동면에 대하여 수행되어진다(Mostyn과 Li, 1993). 결정론적 해석의 경우 지반변수의 평균값을 고려한 최소 안전율을 주는 파괴면이 임계활동면이 되지만 확률론적 해석의 경우에는 지반변수의 불확실성을 고려했을 때 최대 파괴확률을 갖는 활동면이 임계활동면이 되며 이 두 파괴면이 항상 일치하지는 않는다(Hassan과 Wolff, 1999). 확률론적 임계파괴면의 결정에 관하여는 Hassan과 Wolff(1999), Bhattacharya 등(2003), Li와 Lumb(1987), Liang 등(1999)에 의해 기술되었다.

본 연구에서는 Hasofer-Lind의 신뢰지수가 최소가 되는 확률론적 임계파괴면을 2.1절에 제시된 최적화전략을 이용하여 구하였다.

## 3. 신뢰성해석

신뢰성해석 문제는 종종 기본 랜덤변수들로 이루어진 벡터  $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ 로 정식화 된다. 랜덤변수들에 의해 한계상태를 나타내는 한계상태함수  $g(\mathbf{X})$ 가 정의

된다. 한계상태는 설계변수의 공간에서 안전과 파괴의 경계(즉,  $g(\mathbf{X})=0$ )를 정의한다. 이때 파괴확률은 다음과 같이 표현되는 다차원 적분식으로 정의된다.

$$P_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_X(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n. \quad (6)$$

여기서,  $f_X(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 는 기본 랜덤변수들  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 의 결합확률밀도함수(joint probability density function)이며, 파괴영역에 대하여 적분을 수행한다. 대부분의 실제 문제의 경우, 한계상태함수를 나타내는 기본 랜덤변수들의 결합확률밀도함수를 정의하고 물리적 거동을 나타내는 복잡한 적분영역에 대하여  $n$ 차의 다중적분을 수행하는 것은 거의 불가능하다. 대부분의 경우 기본 랜덤변수들의 2차 모멘트 정보(평균과 분산)만 이용 가능하므로 이 적분값을 근사화하기 위한 간략화 방법들이 제안되어져 왔으며 일차신뢰도법은 그 중의 하나이다.

사면안정해석의 경우 한계상태함수는 식 (7)과 같이 정의할 수 있다. 한계평형법을 이용하는 사면안정해석에 대한 신뢰성해석은 한계상태함수가 내재적인(implicit) 형태를 취하고 지역해를 가지고 있으므로 적용에 주의를 요한다.

$$g = F_s - F_{scr} \quad (7)$$

여기서,  $F_s$ 는 Spencer의 방법으로 계산되는 안전율이며  $F_{scr}$ 은 사면의 기능수행에 관한 임계안전율(파괴의 경우 1.0)이다.

### 3.1 일차신뢰도법

일차신뢰도법은 구조물의 성능을 평가하는 수단으로 널리 사용되어져 왔으며 이론적인 내용은 Madsen 등 (1986), Der Kiureghian과 Liu(1986) 등에 의해 제시되었다. 신뢰성해석은 관심 대상인 각 변수를 평균, 표준편차 및 확률분포로 표현되는 불확실한 양으로 취급한다.

식 (6)의 일차신뢰도 평가는 랜덤변수  $X$ 를 비상관 표준 정규 변수  $Y$ 로 변환하는 변환함수  $T$ 를 적용하여 수행한다.

$$Y = T(X) \quad (8)$$

표준정규 공간에서 확률밀도는 원점 주위로 회전 대칭을 이루며 원점으로부터 반경 혹은 접선 방향으로의

거리에 따라 기하급수적으로 감소한다. 따라서 원점으로부터 최단거리인 한계상태면 위의 점인 설계점(design point)  $Y^*$ 가 표준정규공간에서 가장 파괴가능성이 크며 한계상태면은 이점에서 근사화된다.

$$P[g(\mathbf{X}) \leq 0] \approx \Phi(-\beta) \quad (9)$$

여기서,  $\beta$ 는 원점에서 설계점까지의 거리로 정의되는 신뢰도지수(reliability index)이고  $\Phi$ 는 표준정규누적분포함수이다.

이와 같이 파괴확률을 구하기 위하여 한계상태함수를 설계점에서 선형으로 근사화하는 FORM은 한계상태함수가 설계점에 가까운 영역에서 비선형이 심하지 않으면 식 (6)을 식 (9)로 적절하게 근사화할 수 있다.

표준정규 공간에서 설계점을 결정하는 과정은 일차신뢰도법에서 많은 노력을 필요로 하는 부분이다. 설계점의 결정은 표준정규 공간에서 원점으로부터 한계상태면의 점까지의 최소거리를 구하는 것으로 다음과 같이 비선형 구속 최적화 문제의 해를 구하는 문제로 귀결된다.

$$\min |Y| \text{ subject to } G(Y) = 0 \quad (10)$$

여기서,  $G(Y)$ 는 표준정규 공간에서의 한계상태함수이다.

이 문제를 풀기 위한 방법은 여러 연구자들에 의해 제시되었다(Hasofer와 Lind, 1974; Rackwitz와 Fiessler, 1978; Liu와 Der Kiureghian, 1990; Zhang과 Der Kiureghian, 1994).

신뢰도해석을 수행하는 과정에서 부산물로 랜덤변수들의 상대적인 중요도를 계산할 수 있다. 설계점에서 한계상태면에 수직인  $\alpha$ 벡터의 요소들은 표준정규 공간에서 각각의 랜덤변수의 설계점에서 선형화된 한계상태함수의 변동에 대한 기여정도를 나타낸다.

$$\alpha = \frac{Y^*}{|Y^*|} = \nabla_Y \beta \quad (11)$$

만약 랜덤변수들  $X$ 가 원래의 변수공간에서 서로 의존적이면 벡터  $Y$ 의 요소의 중요도 순서가 벡터  $X$ 의 요소들의 중요도 순서와 반드시 일치하지는 않으므로 다음과 같은 민감도계수를 정의할 수 있다.

$$\gamma^T = \frac{\alpha^T J_{Y, X^*} D}{\|\alpha J_{Y, X^*} D\|} \quad (12)$$

여기서,  $J$ 는 Jacobian이며  $D$ 는 표준편차행렬(standard deviation matrix)이다.

### 3.2 Monte Carlo simulation

Monte Carlo simulation은 식 (6)을 계산하기 위하여 확률변수들의 확률분포특성이 반영된 난수를 발생하여 표본집단을 생성한 후, 한계상태식을 계산하고 이 과정을 충분한 수만큼 반복하여 파괴확률을 추정하는 방법이다. Monte Carlo simulation에서 샘플링은 Random 샘플링 기법이나 Latin hypercube 샘플링 기법에 의해 수행된다. Random 샘플링은 표본들이 모집단 전체의 경향을 정확하게 나타낼 수 있도록 주어진 확률분포로부터 무작위로 추출하는 방법이다. Random 샘플링 기법은 샘플이 충분히 많은 경우에 쉽게 적용할 수 있는 장점을 가지고 있으나 모델을 평가하는데 많은 시간과 비용이 소요되는 경우에는 적용에 문제가 있다.

Latin hypercube 샘플링 기법은 누적확률분포를 동등한 확률간격으로 나누고 각 간격에서 확률변수(random variable)를 무작위 추출하는 계층화 랜덤(stratified-random) 샘플링 기법이다. 따라서 보다 작은 수의 샘플링으로 확률분포의 넓은 영역을 망라할 수 있는 효율적인 샘플링 기법이다. 본 연구에서는 랜덤변수들의 공간적 상관성을 고려한 샘플링을 수행해야하므로 Stein (1987)에 의해 제안된 방법을 적용하였다.

## 4. 지반의 공간적 변동성(Spatial variability)

지반의 불확실성은 공간적인 변동성, 측정오차 및 모델의 불확실성 등 다양한 원인에 기인하나(김진만, 2003) 자연재료로서 지반은 균질한 지층에서도 위치에 따라

변동성을 나타낸다. 이러한 변동성은 지반의 조성 성분, 퇴적상황, 응력이력 등의 원인으로 발생하며 지반의 불확실성을 유발하는 본질적인 원인이다.

사면의 거동은 개별적인 위치에서의 지반물성보다는 영향영역에서의 평균치에 의해 결정되는 경향이 있다. 공간평균값의 분산은 한 점에서의 물성치의 분산보다 작은 값을 가지며 평균화되는 영역이 증가할수록 분산은 더 감소하게 된다. 공간적인 지반물성의 자체상관성 (autocorrelation)과 지반물성의 공간평균의 중요성은 여러 연구자들에 의해 언급되었다(Li와 Lumb, 1987; El-Ramly 등, 2002; Vanmarcke, 1977; 김진만, 2003).

지반물성의 공간적 변동성은 랜덤필드로 모델링할 수 있으며 사면안정해석의 절편에서의 입력값을 얻기 위해 랜덤필드를 공간적으로 이산화(discretization)할 필요가 있다. 이산화 방법에는 점이산화법(point discretization method), 평균이산화법(average discretization method), 급수전개법(series expansion method) 등이 있다(Matthies 등, 1997). 본 연구에서는 Vanmarcke(1983)에 의해 제시된 공간평균법을 사용하여 절편에서의 평균적 물성의 변동성을 파괴면에 따르는 좌표  $Z$ 의 1차원 랜덤필드로 고려하였다.

그림 2에서 변수  $X$ 에 대하여  $Z_0$  만큼 떨어져 있는 구간  $\Delta Z$  및  $\Delta Z'$ 의 지역평균(local average)  $X_{\Delta Z}$  및  $X'_{\Delta Z}$ 는 공간적으로 다음과 같은 상관성을 갖게 된다(Vanmarcke, 1983).

$$\rho(X_{\Delta Z}, X'_{\Delta Z}) = \frac{Z_0^2 \Gamma(Z_0) - Z_1^2 \Gamma(Z_1) + Z_2^2 \Gamma(Z_2) - Z_3^2 \Gamma(Z_3)}{2 \Delta Z \Delta Z' [\Gamma(\Delta Z) \Gamma(\Delta Z')]^{0.5}} \quad (13)$$

여기서,  $Z_1 = \Delta Z + Z_0$ ,  $Z_2 = \Delta Z + Z_0 + \Delta Z'$ ,  $\Delta Z_3 = \Delta Z' + Z_0$ .  $\Gamma$ 는 식 (14)와 같이 지역평균화에 따른 분산의 감소

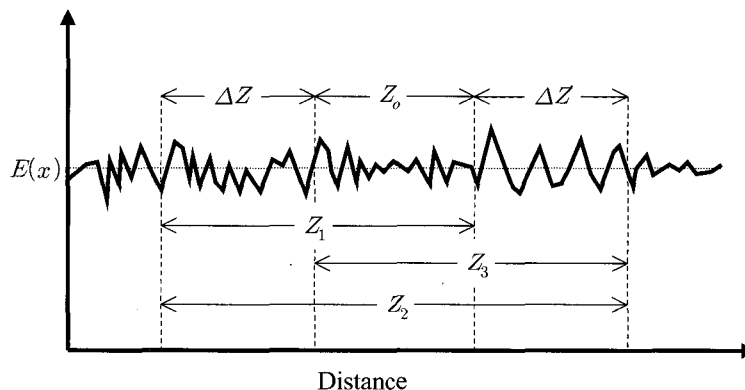


그림 2. 1차원 공간평균 사이의 상관계수를 계산하기 위한 거리의 정의

표 1. 사면의 물성치(균질사면, log-normal분포)

구분	평균 $\mu_X$	변동계수 $V_X$		
		Case 1	Case 2	Case 3
단위중량, $\gamma$	17.64	0.02	0.03	0.04
점착력, $c$	10	0.2	0.3	0.4
내부마찰각, $\phi$	10	0.1	0.15	0.2

정도를 의미하는 무차원의 분산함수이며 실제에서 주로 사용되는 자체상관성함수(autocorrelation function)의 경우 식 (15)와 같이 개략식으로 나타낼 수 있다(Vanmarcke, 1983; Knabe 등, 1998).

$$\Gamma(Z) = \frac{\sigma^2}{\sigma_Z^2} \quad (14)$$

$$\Gamma(Z) = \begin{cases} 1 & Z \leq \delta \\ \frac{\delta}{Z} & Z \geq \delta \end{cases} \quad (15)$$

여기서,  $\sigma$ 는 공간상의 점에서의 지반물성의 표준편차,  $\sigma_Z$ 는 지반물성의 공간평균값의 표준편차,  $\delta$ 는 지반물성이 공간적으로 강한 상관성을 갖는 범위와 관련되는 변동자(scale of fluctuation)의 크기를 나타낸다. 즉, 큰  $\delta$ 값은 넓은 공간적 영역에 걸쳐 지반물성이 강한 상관성을 가짐을 의미하므로 지반의 물성이 공간적으로 점진적으로 변하게 된다. 반면에 작은  $\delta$ 값은 지반물성의 변동이 크음을 의미한다.  $\delta$ 의 값은 공간적인 지반물성의 분포로부터 통계적인 처리를 통하여 구할 수 있다(Hsu와 Nelson, 2006).

### 5. 예제해석

개발된 해석기법의 적용성을 검토하고 지반정수의 변화에 따른 파괴확률의 변화를 구하기 위해 단일지층과 2층지반의 사면에 대한 확률론적 사면안정해석을 수행하였다.

#### 5.1 예제1: 단일지층의 사면

본 예제에서는 그림 3과 같은 균질한 지층에서의 해석을 수행하였으며 단위중량, 점착력, 내부마찰각을 랜덤변수로 고려하였다. 실제 자연상태의 지반의 경우 강도정수들 간의 상관관계에 대하여 알려진 바가 많지 않으며 실용상, 강도정수  $c$ ,  $\phi$ 는 서로 독립이라고 가정할 수 있으므로(Li와 Lumb, 1987) 변수들간의 상관성은 고

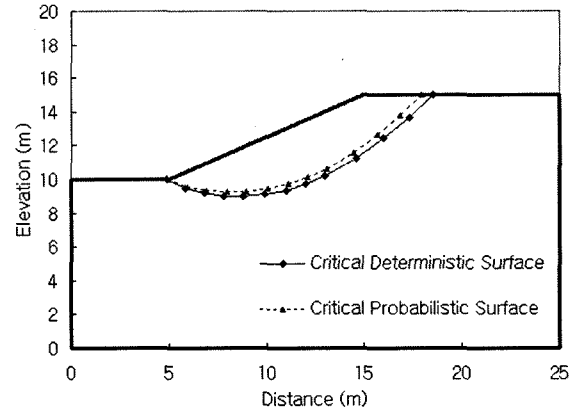


그림 3. 균질한 사면에서의 임계파괴면 탐색 결과

려하지 않았다. 표 1은 사용된 지반의 평균과 변동계수  $V_X$ (coefficient of variation)를 나타내며 변동계수에 따라 3가지 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 입력물성은 확률론적으로 변수  $X$ 의 평균  $\mu_X$ 와 표준편차  $\sigma_X$ 로 정의되는 대수정규분포(log-normal distribution)를 따른다고 가정하였다. 무차원의 변동계수  $V_X(=\sigma_X/\mu_X)$ 를 정의하면 변수의 대수값은 정규분포를 따르게 되며 평균과 표준편차는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{\ln X} = \sqrt{\ln\{1 + V_X^2\}} \quad (16)$$

$$\mu_{\ln X} = \ln \mu_X - 0.5\sigma_{\ln X}^2 \quad (17)$$

결정론적 해석의 경우 여러 초기 파괴면을 가정한 비원호 임계단면 탐색결과와 안전율은  $F_s=1.347$ 로 계산되었다. 확률론적 해석의 경우, 최대파괴확률(최소 신뢰지수)을 주는 파괴면은 비원호 임계단면 탐색결과 Case 1, 2, 3에 대하여 거의 동일하게 그림 3과 같이 결정되었다. 균질한 지반의 경우 결정론적 파괴면과 확률론적 임계파괴면은 매우 유사하게 평가되었으며 지반 물성의 평균이 동일해도 변동성이 커지면 신뢰지수가 작아지는 것을 알 수 있다.

표 2는 식 (12)에 의해 계산되는  $\gamma$ 값(각 랜덤변수가 신뢰지수에 미치는 영향)을 나타낸다. 표 2에 의하면 흙의 단위중량의 변동이 사면의 파괴확률에 미치는 영향

표 2. 사면안정에 대한 신뢰성해석 결과(균질사면)

	민감도			신뢰지수 $\beta$	파괴확률 $P_f$
	$\gamma_\gamma$	$\gamma_c$	$\gamma_\phi$		
Case 1	0.0814	-0.9578	-0.2755	2.3734	8.81142e-003
Case 2	0.1339	-0.8342	-0.5350	1.4886	6.82948e-002
Case 3	-0.0537	-0.9092	-0.4129	1.0984	1.36016e-001

표 3. Monte-Carlo Simulation 결과(균질한 사면)

	$\mu_{FS}$	$\sigma_{FS}$	$P_f$
Case 1	1.3443	0.1705	8.5500e-3
Case 2	1.3431	0.2533	6.1500e-2
Case 3	1.3400	0.3341	1.3675e-1

표 4. 사면의 물성치(2층 사면, log-normal분포)

구분	평균 $\mu_X$	변동계수 $V_X$	
		Case 1	Case 2
단위중량, $\gamma_1$	17.64	0.1	0.1
점착력, $c_1$	38.31	0.2	0.3
내부마찰각, $\phi_1$	0	-	-
단위중량, $\gamma_2$	18	0.1	0.1
점착력, $c_2$	23.94	0.2	0.2
내부마찰각, $\phi_2$	12	0.1	0.1

이 가장 작은 것으로 나타났는데 이는 단위중량의 변동성이 다른 변수들에 비해 작기 때문이며(Alonso, 1976) 이 경우 단위중량의 값은 결정론적으로 취급해도 해석 결과에 큰 영향을 미치지 않게 된다.

표 3은 20000회의 Monte-Carlo Simulation으로 얻은 결과를 나타낸 것으로 FORM에서 얻은 파괴확률과 비슷한 결과를 나타내고 있다.

5.2 예제2: 2층 지반의 사면

본 예제는 지표면과 평행한 하부지반 위에 존재하는 사면의 해석 결과이다. 표 4는 사용된 지반물성의 평균과 변동계수를 나타내며 상부층의 점착력의 변동계수에 따라 2가지 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 입력 물성은 대수정규분포(log-normal distribution)를 따른다고 가정하였으며 5개의 변수를 랜덤변수로 고려하였다.

지반물성의 평균값에 대한 결정론적해석의 경우 안전율은  $F_s=1.619$ 로 계산되었으며 임계단면은 하부지층을 통과하는 것으로 탐색되었다. 그림 4에서 FORM에 의해 구해진 확률론적 임계파괴면은 최적화기법에 의하여 한계상태면상( $F_s=1.0$ )의 가장 파괴확률이 높은 물

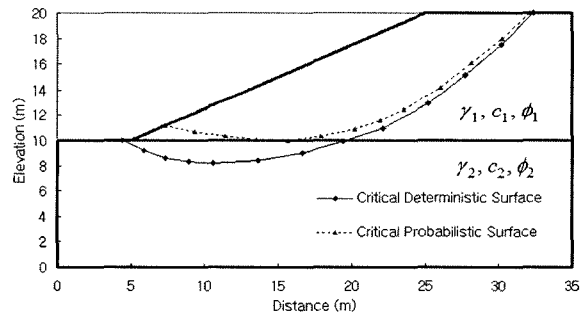


그림 4. 2층 지반의 사면에서의 임계파괴면 탐색 결과

성의 조합을 나타내는 설계점에 대하여 계산되었으며 Case1과 Case 2에 대하여 거의 동일한 형태로 상부층에서 탐색되었다. 즉, 결정론적 임계파괴면과는 상당히 다른 형태를 보이고 있음을 알 수 있다. 이때 신뢰지수와 파괴확률은 표 5와 같이 계산되었다.

표 6은 Monte-Carlo Simulation으로 얻은 결과를 나타낸 것으로 FORM에서 얻은 파괴확률과 비슷한 결과를 나타내고 있다. 그림 6과 그림 8은 이때 얻은 안전율의 분포를 나타내고 있으며 입력 물성의 변동이 클수록 더 넓은 분포를 나타내고 있다. 그림 5와 그림 7은 Monte-Carlo Simulation의 수렴도를 나타내며, 파괴확률이 작을수록 해의 수렴에 더 많은 계산횟수가 필요함을 나타낸다.

표 5. 사면안정에 대한 신뢰성해석 결과(2층 지반의 사면)

	민감도					신뢰지수 $\beta$	파괴확률 $P_f$
	$\gamma_{\gamma_1}$	$\gamma_{c_1}$	$\gamma_{\gamma_2}$	$\gamma_{c_2}$	$\gamma_{\phi_2}$		
Case 1	0.5100	-0.8563	0.0395	0.0679	0.0221	2.4797	6.57444e-3
Case 2	0.2980	-0.9510	0.0673	0.0473	-0.0071	1.7065	4.39558e-2

표 6. Monte-Carlo Simulation 결과(2층 지반의 사면)

	$\mu_{FS}$	$\sigma_{FS}$	$P_f$
Case 1	1.7879	0.4010	6.0900e-3
Case 2	1.7888	0.5714	4.3650e-2

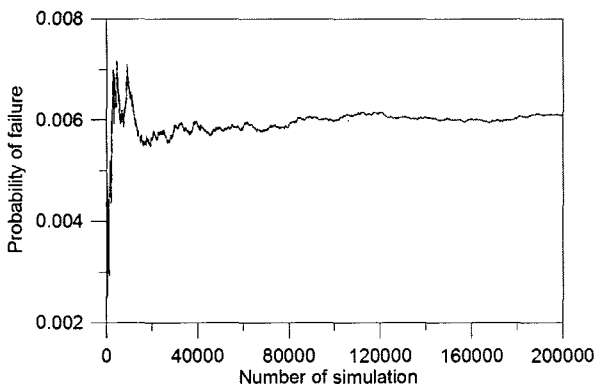


그림 5. Monte-Carlo Simulation의 수렴(Case 1)

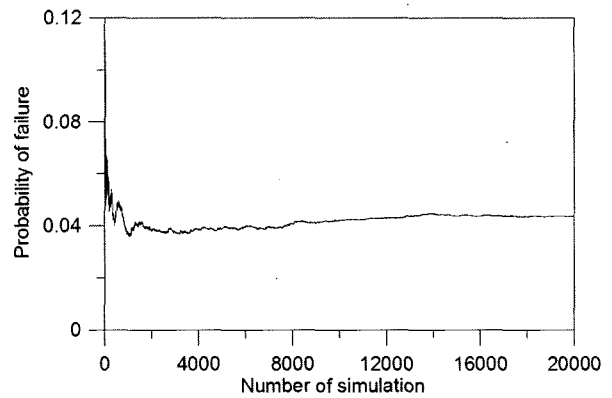


그림 7. Monte-Carlo Simulation의 수렴(Case 2)

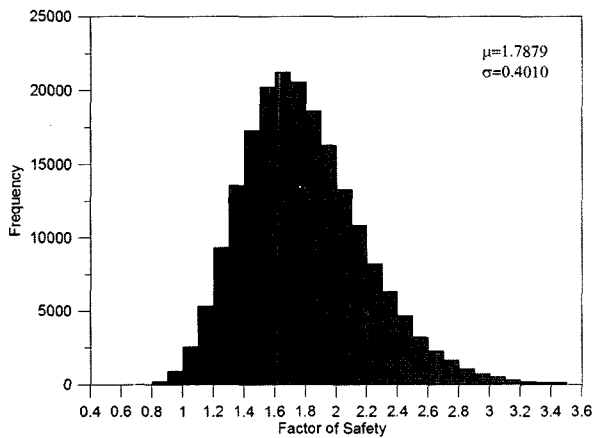


그림 6. 안전율의 확률분포(Case 1)

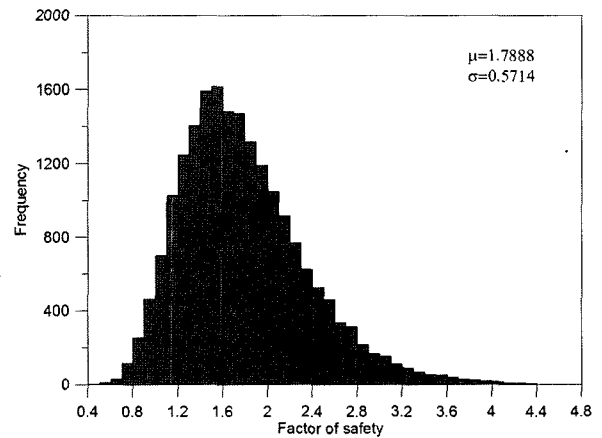


그림 8. 안전율의 확률분포(Case 2)

4장에서 기술한 바와 같이 지반물성치의 공간적 변동을 고려하기 위하여 구해진 확률론적 임계파괴면에 대하여 공간적 평균을 고려한 물성치를 이용한 Monte-Carlo Simulation을 Case 2에 대하여 수행하였다.

$\delta_x$ 는 대수정규분포를 따르는 랜덤변수  $X$ 에 대하여 측정되는 변동자의 크기를 의미하며,  $\delta_{\ln X}$ 는  $\ln X$ 에 대하여 측정된 변동자의 크기를 나타낸다. 즉,  $\delta_x$ 는 공간적으로 분포하는 물성값  $X$ 의 데이터에 대하여 통계적 처

리를 하여 구할 수 있으며  $\delta_{\ln X}$ 는 공간적으로 구해진 물성값  $X$ 에 대수값을 취한 데이터에 대하여 통계적 처리를 하여 구할 수 있다.  $\delta$ 를 구하는 개략적인 방법은 Hsu와 Nelson(2006)에 의해 기술되었다. 본 연구에서는 실용상 공간적 변동자의 크기  $\delta_x$ 와  $\delta_{\ln X}$ 가 크게 다르지 않기 때문에  $\delta_{\ln X}$ 를 고려한다(Griffiths와 Fenton, 2004). 이때 파괴면을 따라 평균화된(averaged) 평균과 표준편차는 다음과 같이 구할 수 있다.



$$\mu_{XA} = \exp(\mu_{\ln XA} + 0.5\sigma_{\ln XA}^2) \quad (18)$$

$$\sigma_{XA} = \mu_{XA} \sqrt{\exp(\sigma_{\ln XA}^2) - 1} \quad (19)$$

여기서,  $\mu_{\ln XA}$ 와  $\sigma_{\ln XA}$ 는 각각 파괴면상에서 지역적으로 평균화된  $\ln X$ 의 평균과 표준편차이다.

비등방성을 갖는 변동자의 값을 결정하기 위해서는 많은 양의 자료가 필요하므로 이에 대한 문헌자료는 많지 않다. 본 연구에서는 모든 지반물성의 변동성은 방향에 관계없이  $\delta_{\ln X}$ 에 의해 특징지어진다고 가정하였다. 실제 지반물성은 2차원적으로 변동하지만 본 연구에서는 파괴면의 깊이가  $\delta_{\ln X}$ 보다 크지 않은 경우를 가정하여 파괴면을 따른 일차원적인 변동성을 고려하였다(EI-Ramly 등, 2002). 본 연구에서는  $\delta_{\ln X}=10\text{m}$ 와  $\delta_{\ln X}=15\text{m}$ 인 경우에 대하여 각각 해석을 수행하였다. 이때 파괴면의 길이는 28.2m이므로 변동자의 크기를 고려하여 몇 개의 영역으로 분할하면 분할된 영역간의 상관계수는 식 (13)에 의해 계산된다. 파괴면을 따라 점착력, 내부마찰각, 단위중량에 대하여 각각 4개( $\delta_{\ln X}=10\text{m}$ 인 경우)와 2개( $\delta_{\ln X}=15\text{m}$ 인 경우)의 물성치가 상관관계를 고려하여

샘플링된다.

그림 9와 그림 11은 Monte-Carlo Simulation의 수렴도를 나타내며 그림 10과 그림 12는 안전율의 분포를 나타낸다. 결과로부터 샘플링 수가 많아질수록 파괴면에 따른 입력물성의 분산이 작아지므로 안전율의 평균은 비슷하게 계산되지만 표준편차가 작아지고 파괴확률은 감소함을 알 수 있다.

그림 13은 파괴면에서의 샘플링 개수에 따른 안전율의 누적확률 분포를 나타낸 것이다. 샘플링 수의 변동에 따라 표 7에 나타난 바와 같이 안전율의 평균은 변하지 않으나 안전율의 표준편차는 변하므로 누적확률 분포가 변하게 된다. 지반물성의 공간적 분포를 고려하지 않고 파괴면에 걸쳐 동일한 지반물성을 적용하는 1 샘플링(완전 상관관계)의 경우에 평균값보다 큰 안전율에 대한 확률은 공간적 분포를 고려한 경우(2, 4 샘플링)에 비해 과소평가 되고 이보다 작은 안전율에 대한 확률은 과대평가 된다. 따라서 표 7에 나타난 바와 같이 파괴확률( $P(F_s < 1)$ )은 크게 평가되는 것을 알 수 있다.

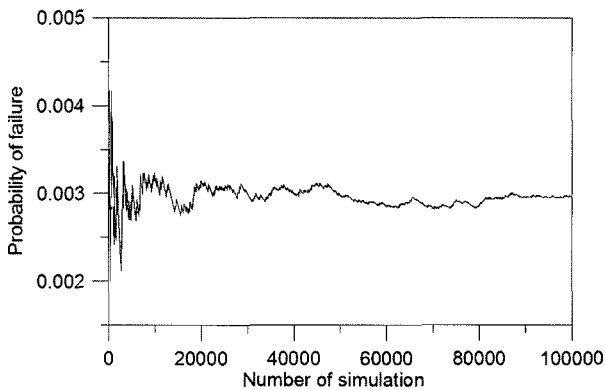


그림 9. Monte-Carlo Simulation의 수렴(4 샘플링)

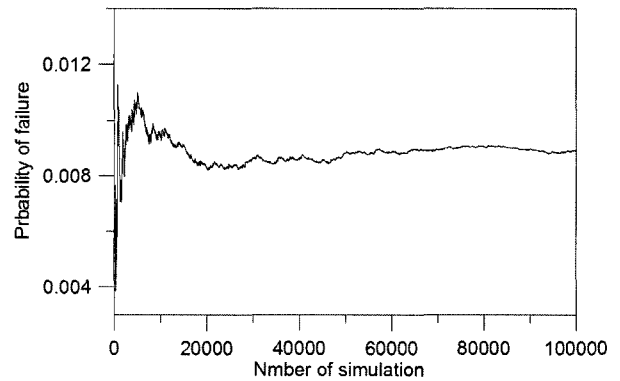


그림 11. Monte-Carlo Simulation의 수렴(2 샘플링)

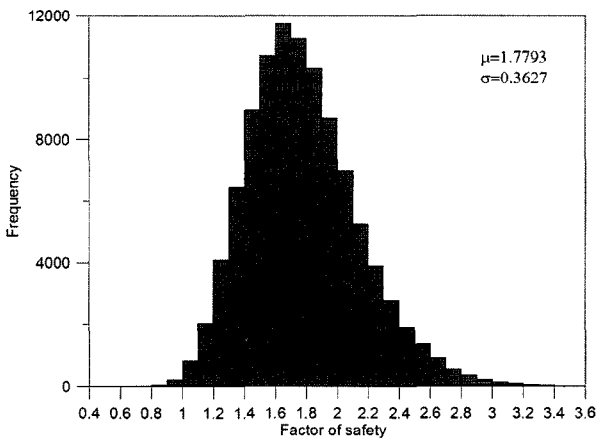


그림 10. 안전율의 확률분포(4 샘플링)

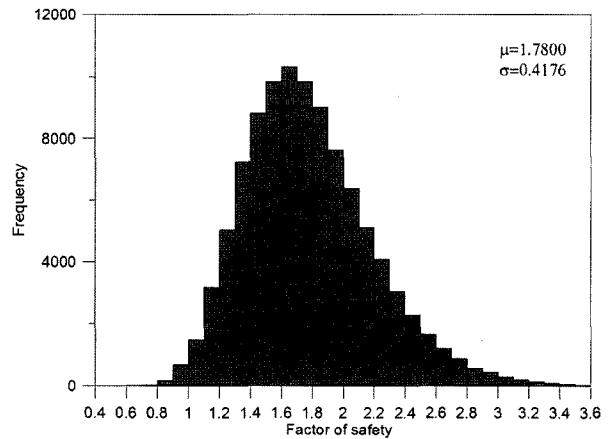


그림 12. 안전율의 확률분포(2 샘플링)

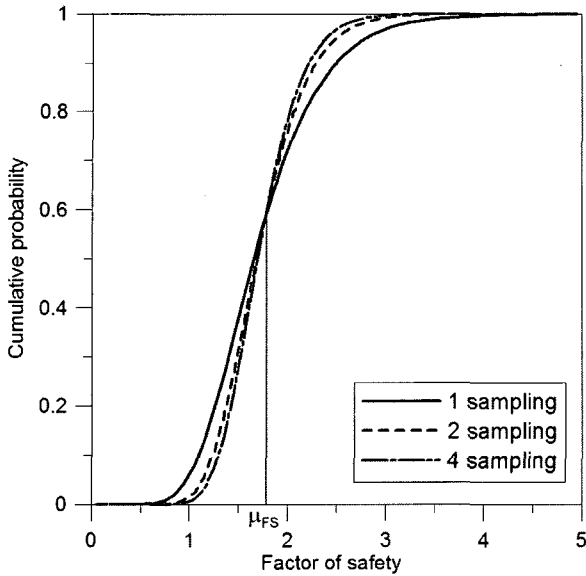


그림 13. 샘플링 수에 따른 누적확률분포

표 7. Monte-Carlo Simulation 결과(2층 지반의 사면)

	$\mu_{FS}$	$\sigma_{FS}$	$P_f$
1 샘플링	1.7888	0.5714	4.3650e-2
2 샘플링	1.7800	0.4176	8.8900e-3
4 샘플링	1.7793	0.3627	2.9600e-3

## 6. 결론

본 연구에서는 확률론적 사면안정해석기법을 개발하기 위하여 결정론적 해석방법을 지반정수의 불확실성과 공간적 변동성을 고려할 수 있도록 확장하였다. 제안된 방법은 사면의 안정에 대한 척도로 Hasofer-Lind의 신뢰지수를 구하는 일차신뢰도법(FORM)을 바탕으로 하며 FORM에 의해 구해진 확률론적 임계단면에 대한 Monte-Carlo Simulation을 수행하였다. 이 때 지반물성의 공간적 변동에 따른 영향이 확률론적 안정해석 결과에 미치는 영향을 고려하기 위하여 지반물성을 공간평균법을 적용한 랜덤필드로 모델링하였다. 단일지층과 2층 지반의 사면에 대한 확률론적 사면안정해석을 수행하여 지반정수의 변화에 따른 파괴거동을 연구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 여러 초기 파괴면을 가정한 비원호 임계단면 탐색결과 균질한 지반의 경우 결정론적 파괴면과 확률론적 임계파괴면은 매우 유사하게 평가되었으며 지반 물성의 평균이 동일해도 변동성이 커지면 안전율의 분산이 커지고 신뢰지수가 작게 평가되었다.

- (2) 한계상태면상의 가장 파괴확률이 높은 점에 대하여 계산된 확률론적 임계파괴면은 2층 지반의 사면에서는 각층의 입력물성의 확률적 분포에 따라 결정론적 임계파괴면과는 상당히 다른 형태를 보일 수 있다.
- (3) 지반물성의 공간적 변동성을 무시하고 단일 랜덤변수를 사용하는 경우 안전율이 1보다 작은 변수가 샘플링 되는 횟수가 많아져 사면의 파괴확률은 과대평가 된다. 그러나 공간평균에 의한 변동성을 고려하여 샘플링 수를 증가시키면 이러한 한계상태를 유발하는 낮은 물성치가 전 파괴면에 걸쳐 선택될 확률이 줄어들게 되므로 파괴확률은 감소하게 된다.

## 참고 문헌

- 김주용, 이승래 (1995), "사면안정 해석시 민감도를 이용한 임계단면 결정", *대한토목학회 학술발표회 논문집*, pp.281-284.
- 김주용 (1998), *유한요소법을 이용한 사면안정해석*, 박사학위논문, 한국과학기술원.
- 김진만 (2003), "지반성질 불확실성을 고려한 사면안정 해석", *한국지반공학회 분학술발표논문집*, pp.123-130.
- 김형배, 이승호 (2002), "실용적인 확률론적 사면안정 해석 기법 개발", *한국지반공학회논문집*, 제18권, 5호, pp.271-280.
- 배규진, 박혁진 (2002), "불연속면의 확률특성을 고려한 암반사면의 평면파괴확률 산정", *한국지반공학회논문집*, 제18권, 2호, pp.97-105.
- 박혁진, 윤운상, 박성욱, 한병현 등 (2005), "점추정법과 최대우도법을 이용한 암반사면의 파괴확률 산정", *대한토목학회 정기 학술대회논문집*, pp.4965-4968.
- 장연수, 오승현, 김종수 (2002), "암반사면의 평면파괴에 대한 신뢰성해석", *한국지반공학회논문집*, 제18권, 4호, pp.119-126.
- Alonso, E. E. (1976). "Risk Analysis of Slopes and Its Application to Slopes in Canadian Sensitive Clays", *Geotechnique*, Vol.26, pp.453-472.
- Bhattacharya, G., Jana, D., Ojha, S., and Chakraborty, S. (2003), "Direct Search for Minimum Reliability Index of Earth Slopes", *Computers and Geotechnics*, Vol.30, pp.455-462.
- Christian, J. T., and Ladd, C. C., and Baecher, G. B. (1994). "Reliability Applied to Slope Stability Analysis", *J. Geotech. Eng. Div., ASCE*, Vol.120, pp.2180-2207.
- Der Kiureghian, A., and Liu, P. L. (1986), "Structural Reliability under Incomplete Probability Information", *J. Eng. Mech., ASCE*, Vol.112, pp.85-104.
- El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., and Cruden, D. M. (2002). "Probabilistic Slope Stability Analysis for Practice", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.39, pp.665-683.
- Griffiths, D. V., and Fenton G. A. (2004) "Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.130, No.5, pp.507-518.
- Hasofer A. M., and Lind, N. C. (1974), "Exact and Invariant Second-moment Code Format", *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, Vol.100, pp.111-121.
- Hassan A. M., and Wolff, T. F. (1999), "Search Algorithm for

- Minimum Reliability Index of Earth Slopes”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.125. pp.301-308.
16. Hsu, S. C., and Nelson, P. P. (2006), “Material Spatial Variability and Slope Stability for Weak Rock Masses”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.132, No.2, pp.183-193.
  17. Knabe, W., Przewlocki, J., and Rozynski, G. (1998), “Spatial Averages for Linear Elements for Two-parameter Random Field”, *Prob. Engng. Mech.*, Vol.13, pp.147-167.
  18. Li, K. S., and Lumb, P. (1987), “Probabilistic Design of Slopes”, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.24, pp.520-535.
  19. Liang, R. Y., Nusier, O. K., and Malkawi, A. H. (1999), “A Reliability Based Approach for Evaluating the Slope Stability of Embankment Dams”, *Engineering Geology*, Vol.54, pp.271-285.
  20. Liu P. L., and Der Kiureghian A. (1990), “Optimization Algorithms for Structural Reliability”, *Structural Safety*, Vol.9, pp.161-177.
  21. Low, B. K. (2003), “Practical Probabilistic Slope Stability Analysis”, *12th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering and 39th U.S. Rock Mechanics Symposium*, MIT, Cambridge, Massachusetts, Vol.2, pp.2777-2784.
  22. Madsen, H. O., Krenk, S., and Lind, N. C. (1986), *Methods of Structural Safety*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.
  23. Matthies, G., Brenner, C., Bucher, C., and Soares, C. (1997), “Uncertainties in Probabilistic Numerical Analysis of Structures and Solids-stochastic Finite Elements”, *Structural Safety*, Vol.19, pp.283-336.
  24. Mostyn, G. R., and Li, K. S. (1993), “Probabilistic Slope Stability-State of Play” *Conf. on Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, Li and Lo (eds.), Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pp.89-110.
  25. Rackwitz R., and Fiessler B. (1978), “Structural Reliability under Combined Load Sequences”, *Comput. Struct.*, Vol.9, pp.489-494.
  26. Stein, M. L. (1987) “Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling”, *Technometrics*, Vol.29, pp.143-151.
  27. Vanmarcke, E. H. (1977), “Reliability of Earth Slopes” *J. Geotech. Eng. Div.*, ASCE, Vol.103, pp.1247-1265.
  28. Vanmarcke, E. H. (1983), *Random fields: Analysis and Synthesis*, The MIT Press, Cambridge, MA.
  29. Zhang, Y., and Der Kiureghian A. (1994), “Two Improved Algorithms for Reliability Analysis”, In: Rackwitz, R., Augusti, G., and Borri, A. (eds.), *Reliability and Optimization of Structural Systems*, Proceedings of the 6th IFIP WG 7.5 working conference on reliability and optimization of structural systems, pp.297-304.

(접수일자 2006. 7. 3, 심사완료일 2006. 11. 1)