

다자게임 전력시장에서 송전선 혼잡시의 복합전략 내쉬균형 계산

論 文

55A-11-7

Solving Mixed Strategy Equilibria of Multi-Player Games with a Transmission Congestion

李 光 浩[†]
(Kwang-Ho Lee)

Abstract - Nash Equilibrium (NE) is essential to investigate a participant's bidding strategy in a competitive electricity market. The transmission line constraints make it difficult to compute the NE due to causing a mixed strategy NE instead of a pure strategy NE. Computing a mixed strategy is more complicated in a multi-player game. The competition among multi-participants is modeled by a two-level hierarchical optimization problem. A mathematical programming approach is widely used in finding this equilibrium. However, there are difficulties to solving a mixed strategy NE. This paper presents two propositions to add heuristics to the mathematical programming method. The propositions are based on empirical studies on mixed strategies in numerous sample systems. Based on the propositions, a new formulation is provided with a set of linear and nonlinear equations, and an algorithm is suggested for using the propositions and the newly-formulated equations.

Key Words : Mixed Strategy, Nash Equilibrium, Transmission Congestion, Bi-level Optimization, Multi-Player Game

1. 서 론

전력산업에 경쟁과 송전망 개방이 도입되면서 전력시장에는 많은 복잡한 현상이 나타나고 그것을 해석하기 위해서 경제학, 게임이론, 산업조직론 등이 사용되고 있다. 전력시장에서의 경쟁결과와 현상을 분석하는 데에는 거시적 관점과 미시적 관점이 있는데 시장에 참여하는 발전사의 전략적 행태를 파악하는 데에는 미시적 관점이 더 적합하다. 미시적 관점에서 과점 전력시장을 해석하는 모형기법으로 Cournot 등 몇 가지가 사용되고 있으나 공급함수균형(Supply Function Equilibrium, SFE) 모형이 널리 사용된다[1,2].

발전력 입찰시장의 규칙과 시장운영자(Market Operator, MO)의 원칙이 반영되는 SFE 모형을 이용하여 발전사는 경쟁사의 예상 전략에 따른 최적의 입찰전략을 선택하려고 한다. 이러한 과정은 상대적 성질이 있어서 게임이론에 의해 해석이 가능하고 각 참여자가 더 이상 전략을 수정하지 않는 안정적인 상태에 이르게 되며 이를 내쉬균형(Nash Equilibrium, NE)이라 한다[3]. 따라서 경쟁적 전력시장을 미시적 관점에서 해석하기 위해서 내쉬균형의 계산은 필수적이라 할 수 있다.

내쉬균형을 계산하기 위한 여러 가지 기법들이 연구되고 있으나 송전선 제약 등의 부등식 조건에 의해 나타나는 복합전략(mixed strategy)의 계산, 그리고 게임에 참여하는 숫자가 많아질 때의 균형조건 계산에 대해서는 아직도 만족할

만한 연구결과가 발표되고 있지 않다[4-6]. 복합전략이란 몇 개의 단순전략을 확률적으로 선택하는 균형상태를 의미하므로 전략의 선택 뿐 만 아니라 선택되는 확률값도 계산해야 한다. 발전사 입찰전략 변수의 공간 내에 송전선 혼잡(congestion) 현상이 나타나게 되면 입찰변수 공간은 혼잡과 비혼잡에 따라서 영역이 구분되어 진다[4]. 영역이 분리되는 경계에서는 최적대응함수에 불연속 부분이 생기고 참여자 보수(payoff) 함수의 미분이 불가능해진다[7]. 이러한 영역의 분리 현상으로 인해 복합전략이 나타나는데 분리된 서로 다른 영역에서의 전략을 확률적으로 선택하게 된다.

수리계획법을 사용하여 내쉬균형을 구하는 방법[8]이 가장 널리 사용되고 있으며 참여자의 수에 관계없이 단순전략의 균형상태를 구할 수가 있다. 하지만 전략변수의 전체 영역에서 보수함수가 미분 가능하고 볼록성(concave)을 가질 때에만 성립하는 단점을 갖는다. 송전선 혼잡 등의 제약조건이 포함되어 미분이 불가능한 경우에 인공지능 기법[9]을 동원하기도 하지만 완전한 복합전략의 균형상태를 찾지는 못한다. 한편 보수행렬을 정의하고 선형상보성(linear complementarity)을 이용하여 복합전략을 계산하는 연구[5,6,10]도 시도되지만 2차원이라는 행렬의 한계로 인해 3인 이상이 참여하는 게임에 대해서는 적용할 수가 없다.

본 연구에서는 많은 수가 참여하는 게임에서도 복합전략을 계산하는 기법을 제안한다. 기본적으로는 수리계획법에 기반을 두지만 공급함수 모형을 사용하여 송전선 혼잡시 나타나는 복합전략의 특성을 적용함으로써 미분불가능 영역에서의 미분을 피하면서 균형상태의 조건식을 적용하는 방식이다. 복합전략의 두 가지 특성이 도출되어 균형조건식에 사용되는데 첫째는 하나의 참여자가 두 개의 전략을 사용한

[†] 교신저자, 正 會 員 : 檀國大 電氣工學科 副教授 · 工博

E-mail : khlee@dku.edu

接受日字 : 2006年 8月 25日

最終完了 : 2006年 9月 19日

다는 것이다. 이를 주참여자(key player)라 칭하고 하나의 주참여자를 제외한 나머지는 한 개씩의 단순전략을 선택한다는 주장이다. 둘째는 누가 주참여자 역할을 하는가에 대한 것이다. 선로조류 배분계수(power transfer distribution factor, PTDF)가 혼잡이 발생하는 송전선에 대한 각 모선에서의 영향을 정량적으로 나타내며[11] 이것이 복합전략을 사용하는 주참여자의 위치와 밀접한 관련이 있다는 주장이다. 이는 이론적인 근거에서 시작된 것이 아니고 복합전략에 대한 많은 계산 사례를 바탕으로 둔 경험적인 것이다.

또한 복합전략에 대한 두 가지 주장으로부터 균형조건식을 유도함으로써 내쉬균형의 2단계 최적화 문제를 새로운 연립방정식 문제로 변환하고 해법을 제시한다. 간단한 사례계통과 IEEE 30모선에 6개의 발전사가 포함된 6인 참여게임[10]에 적용하여 복합전략에 대한 특성을 확인하며 제한한 해법으로 구한 해가 내쉬균형에 해당되는가를 검증한다.

2. 공급함수 모형의 내쉬균형

2.1 공급함수 표현

공급함수 모형은 발전사가 가격과 발전량의 조합인 입찰함수를 MO에 제출하는 방식을 나타내는 형태로서 발전력도매시장을 가장 잘 반영한다[1]. 입찰함수의 결정은 발전기의 비용특성에 기초하여 전략적으로 이루어진다. 일차함수로 표현되는 공급함수에서 전략변수는 주로 절편 값이 사용되며 본 연구에서도 이를 따른다.

수식적 관련성을 위해 N_g 개의 발전사가 N_g 개의 발전기를 소유하는 것으로 가정한다. 발전사 F_i 의 발전비용 특성을 $C_i(q_i) = b_i q_i + 0.5m_i q_i^2$ 라 둔다. 따라서 한계비용특성은 $c_i(q_i) = b_i + m_i q_i$ 이고, 여기서 q_i 는 발전력, b_i 와 m_i 는 비용특성의 계수이다. 발전사는 입찰함수로서 $p_i = k_i + m_i q_i$ 를 제출하는데 여기서 p_i 는 입찰가격, k_i 는 전략변수이다. 한편 부하의 특성은 수요함수로서 $p_j = a_j - r_j d_j$ 와 같이 나타내며, d_j 는 j 번째 부하의 전력, a_j 와 r_j 는 수요함수의 계수이다.

2.2 이단계 최적화 문제

전력시장 참여자를 목적에 따라 구분하면 그게 MO와 발전사, 2개의 그룹으로 나뉜다. MO의 목적은 시장거래가치를 뜻하는 사회적후생(social welfare)을 극대화하는 것이고 발전사의 목적은 발전에 따른 이득의 극대화이다. MO는 사회적후생 극대화는 물론 안정(secure)적인 급전계획이 되도록 여러 가지 제약조건을 고려해야 한다. 이는 다음 식(1)과 같이 제약조건을 갖는 2차 최적화문제로 표현된다.

$$\text{Max}_{q_i, d_j} SW = \sum_{j \in D} (a_j d_j - 0.5r_j d_j^2) - \sum_{i \in G} (k_i q_i + 0.5m_i q_i^2) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in G} q_i - \sum_{j \in D} d_j = 0 \quad (2)$$

$$q_{i, \min} \leq q_i \leq q_{i, \max} \quad \forall i \in G \quad (3)$$

$$0 \leq T_l \leq T_{l, \max} \quad \forall l \in L \quad (4)$$

여기서 D 와 G 는 각각 부하와 발전사의 집합, L 은 전체 송전선 집합, T_l 은 송전선 l 에서의 전력조류이다.

전략적 입찰시장 구조에서 MO는 발전사의 비용함수 특성을 알 수가 없다. 따라서 식(1)에서 사회적후생을 계산할 때에 비용에 대한 항은 발전사가 제출한 입찰함수로서 대신하게 된다. 제약조건에는 식(2)의 수급조건(송전손실은 없다고 가정함) 등식과 발전력 범위(식(3), 송전선의 한계용량(식(4)) 부등식이 있다.

한편 발전사 입장에서는 발전력 공급의 매출액에서 발전비용을 제한 다음 식(5)에서의 이득을 극대화하려 한다. 발전력과 가격은 MO가 제출된 입찰함수를 기초로 (1)~(4)에 의해 정해지므로 이를 제약조건 식(6)으로 나타낸다.

$$\text{Max}_k \pi_i = p_i q_i - (b_i q_i + 0.5m_i q_i^2) \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \quad p_i = k_i + m_i q_i \quad (6)$$

여기서 π_i 는 발전사 i 의 이득을, p_i 는 모선(node) 가격을 나타낸다. 모선가격이 정해지는 원리는 입찰가방식(pay-as-bid)을 사용한다.

발전사의 최적화 문제는 MO에서 결정하는 변수(q, p)가 사용되고 MO의 최적화에서는 발전사가 결정하는 변수(k)가 사용되기 때문에 전체를 2단계의 계층구조로 인식할 수가 있다. 식(5)~(6)의 발전사 최적화를 상위 문제로, 식(1)~(4)의 MO 최적화를 하위 문제로 정의한다[8].

2.3 혼잡현상과 복합전략

이단계 계층구조 최적화의 해는 궁극적으로 N_g+1 개의 최적화 문제가 동시에 풀려야 한다. 만약 부등식조건이 구속(binding)되지 않는다면 기존의 수리계획법으로 전체의 균형상태 해를 구할 수가 있다. 균형상태란 참여자가 더 이상 선택을 바꾸지 않는 상태를 의미하며 가장 대표적인 정의로는 다음 식(7)과 같은 내쉬균형(NE)이 주로 사용된다.

$$\pi_i(k_i^*, k_{-i}^*) \geq \pi_i(k_i, k_{-i}^*) \quad \forall i \in G \quad (7)$$

여기서 k_i^* 는 균형상태의 F_i 의 입찰전략, k_{-i} 는 F_i 의 선택 가능한 임의의 입찰전략이고, k_{-i}^* 는 F_i 를 제외한 나머지 전체의 균형상태 입찰전략을 의미한다.

하지만 부등식 제약조건이 구속되면 균형상태에는 매우 다른 현상이 나타난다. 송전선 혼잡(congestion)이 영향을 주는 경우 전략변수의 선택공간은 두 부분으로 분리되어 불연속 부분이 생긴다. 한 쪽이 혼잡이 존재하는 영역이고 다른 쪽은 혼잡이 발생하지 않는 영역이다[7]. 이러한 불연속 부분으로 인해 미분이 불가능해지고 따라서 일반적인 해석적 기법만으로는 해를 구할 수가 없다. 단일 값으로는 식(7)을 만족시킬 수가 없고 몇 개의 값을 확률적으로 선택하는 복합전략(mixed strategy) NE를 찾아야 한다. 불연속적으로 구분되는 영역이 2개 일 때는 복합전략에서 선택되는 전략이 2개가 된다. 본 연구에서는 이러한 부분 영역의 성질을 이용하여 다수가 참여할 때의 복합전략 계산을 시도한다.

3. 복합전략 내쉬균형의 특성

3.1 복합전략 사례

송전선 혼잡에 따른 복합전략의 발생 사례인 그림 1의 모형을 살펴본다. 발전사는 F1과 F2, 2개이고 부하는 모선3에 집중되어 있다. F1과 F2의 한계비용함수는 각각 $p_1=10+0.02q_1$, $p_2=10+0.02q_2$ 이고 부하의 수요특성은 $p_3=100-0.5d_3$ 이며 송전선 리액턴스는 $x_{12}=x_{23}=0.5x_{13}$ 의 관계에 있다.

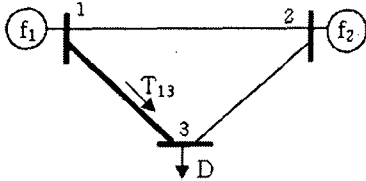


그림 1 혼잡현상이 포함된 3모선 사례 계통
Fig. 1 Diagram of 3-bus system with a congested line

송전선 제약조건을 무시하고 식(1)~(7)을 만족하는 균형상태를 구하면 $k_1=11.67$, $k_2=11.67$ 의 단순전략이 계산된다. 이때의 전력거래 결과는 $q_1=86.6$, $q_2=86.6$ 이고 송전선 L13에서의 선로조류는 $T_{13}=64.95$ 이다. 만약 송전선 L13의 한계용량을 $T_{max}=60$ 로 두면 이전의 균형상태는 안전(secure)상태가 아니므로 새로운 균형점으로 변한다. 이를 계산하면 $k_1=15.37$, $k_2=[12.84, 18.77]$ 이고 k_2 의 두 값은 각각 [0.37, 0.63]의 확률로 선택된다. 이와 같이 2개의 전략을 확률적으로 선택하는 참여자가 나타나는데 본 연구에서는 이를 주참여자(key player)라고 정의한다.

2인이 참여하는 단순한 문제에서의 복합전략의 계산결과를 보이는 사례는 많이 있으나[3,4,13] 3인 이상이 참여하는 경우의 복합전략 NE를 보이는 사례는 찾아보기 힘들다. 이는 다자참여게임의 복합전략 계산방법이 아직 정립되지 못했기 때문이다. 본 연구에서는 이에 대한 계산 알고리즘을 제시하고 IEEE 30모선 계통에서 6인이 참여하는 게임에 적용을 시도한다.

3.2 선로조류 분배계수

근사적 기법인 dc 조류계산법으로 전력방정식을 나타내면 다음 식(8)과 같다[11].

$$B\theta = P \tag{8}$$

여기서 B는 마다 서셉턴스 행렬, θ 는 슬랙모션을 제외한 전체 모선에서의 전압위상 벡터, P는 각 모선에서의 주입전력이다. 한편 i-j 모선 사이 선로의 서셉턴스를 b_{ij} 라 할 때 선로조류는 다음 식(9)와 같고 이를 전체 선로에 대해 나타내면 식(10)과 같다.

$$T_{ij} = b_{ij}(\theta_i - \theta_j) \tag{9}$$

$$T = H\theta \tag{10}$$

여기서 H는 선로 서셉턴스 대각행렬과 모선과 선로의 접속행렬(incidence matrix)의 곱으로서 k번째 선로가 모선 i-j 사이에 연결된 경우의 원소는 식(11)과 같다.

$$h_{ki} = b_{ij}, \quad h_{kj} = -b_{ij}, \quad h_{kl} = 0, \quad \forall l \neq i, l \neq j \tag{11}$$

위의 식(8)을 식(11)에 대입하면 다음 식(12)를 얻는다.

$$T = H \cdot B^{-1}P \tag{12}$$

여기서 $D_i = H \cdot B^{-1}$ 와 같이 정의하면 D_i 는 모선의 주입전력과 선로조류 사이의 민감도를 나타내며 이를 선로조류 분배계수(PTDF)로 사용할 수가 있다[12]. 이러한 PTDF에는 송전선 혼잡에 따른 복합전략의 계산에서 여러 참여자 중 누가 주참여자가 되는지에 대한 정보가 담겨있다.

3.3 복합전략의 기본 현상

다양한 계통과 다른 조건에서의 복합전략 NE의 사례분석을 통해 송전선 혼잡과 발전사의 위치, 그리고 주참여자 등에 대한 상관관계를 추출하여 다음과 같은 2가지 기본 특성을 제시한다. 여기에는 몇 가지 가정이 필요한데, 1) 분석모형은 공급함수모형을 사용, 2) 수요 측 입찰은 무시, 3) 혼잡 발생 선로의 개수는 1개로 제한 등이다.

제안하는 복합전략 기본 현상은 다음과 같다.

(1) 현상 I: 복합전략 NE에는 하나의 주참여자가 존재한다.

오직 하나의 주참여자가 2개의 단순전략을 확률 α, β ($\alpha + \beta = 1$) 선택하고 나머지 참여자들은 1개의 단순전략을 선택함을 의미한다. 주참여자가 선택하는 전략 중 하나는 송전선 혼잡이 나타나지 않고 다른 하나는 혼잡을 유발시킨다. 따라서 이들을 각각 비혼잡전략, 혼잡전략이라고 구분하여 칭한다. 앞의 3모선 계통에서 $k_2=12.84$ 는 비혼잡전략, $k_2=18.77$ 는 혼잡전략에 해당되며 이 때 $\alpha=0.37$, $\beta=0.63$ 이다.

(2) 현상 II: 주참여자의 위치는 혼잡선로에 대한 PTDF 값이 가장 작은 음수값을 나타내는 노드이다.

PTDF의 값이 가장 작은 음수 값을 갖는다는 것은 발전력의 공급을 통해 혼잡선로에 가장 큰 영향을 줄 수 있다는 것이다. 또한 송전선 혼잡현상을 통해서 시장지배력(market power)을 행사하기 쉬운 위치에 있다는 의미를 갖는다. 앞의 3모선 계통에서 선로 T_{13} 에 대한 PTDF 값은 [0.0, -0.25, -0.5]이다. 따라서 1, 2번 노드의 두 참여자 중에서 2번 노드에 있는 F2가 주참여자가 되는 것이다.

4. 내쉬균형 계산 기법

4.1 주참여자의 균등이득 조건

복합전략 NE에 대해 이미 잘 알려진 현상을 보면, “복합 전략에서 확률적으로 선택되는 단순전략은 모두 동일한 기대이득을 갖는다[3,13].”이다. 만약 그 중 하나의 전략이 적은 기대이득을 준다면 절대 선택되지 않기 때문이다.

이러한 균등이득 조건을 복합전략의 해법에 사용한다. 혼잡선로가 1개인 경우 전략변수의 선택공간은 2개로 구분되며 따라서 2개의 전략이 복합전략 내부에 포함되고, 따라서 2개의 기대이득이 동일하다는 식(13)의 조건이 존재한다.

$$\pi_u(k_u, \alpha, k_i^*) = \pi_c(k_c, \beta, k_i^*) \quad (13)$$

여기서 k_u 와 k_c 는 각각 주참여자의 비혼잡전략과 혼잡전략을, k_i^* 는 일반참여자의 단순전략을 나타낸다. 또한 α 와 β ($=1-\alpha$)는 각각 k_u 와 k_c 를 선택할 때의 확률이고, π_u 와 π_c 는 각각 k_u 와 k_c 를 선택할 때의 기대이득이다. 따라서 균등이득조건은 확률값 α 에 대한 비선형방정식이 된다.

4.2 최적조건식

주참여자의 이득이 식(13)과 같이 혼잡전략과 비혼잡전략의 확률값에 따라 달라짐은 물론 단순전략을 선택하는 일반참여자의 이득 또한 주참여자의 선택에 따라 달라진다. 따라서 상위문제인 식(5)의 주참여자 최적조건은 다음과 같다.

$$\partial \pi_u / \partial k_u = (k_u - b_x) \cdot s_x'' + (1 + m_x s_x'') \cdot q_x'' = 0 \quad (14)$$

$$\partial \pi_c / \partial k_c = (k_c - b_x) \cdot s_x^c + (1 + m_x s_x^c) \cdot q_x^c = 0 \quad (15)$$

여기서 첨자 'x' 는 주참여자를 나타내며, q_i'' 와 q_i^c 는 각각 k_u 와 k_c 에 따라 MO에 의해 정해지는 발전력이고, 전략변수에 따른 발전력의 민감도는 비혼잡상태와 혼잡상태에서 각각 $s_i'' = \partial q_i'' / \partial k_i$, $s_i^c = \partial q_i^c / \partial k_i$ 와 같이 정의된다.

한편 일반참여자의 최적조건은 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \partial \pi_i / \partial k_i &= \alpha \cdot \pi_i'' + \beta \cdot \pi_i^c \\ &= \alpha \cdot \{(k_i - b_i) \cdot s_i'' + (1 + m_i s_i'') \cdot q_i''\} \\ &\quad + \beta \cdot \{(k_i - b_i) \cdot s_i^c + (1 + m_i s_i^c) \cdot q_i^c\} = 0 \quad \forall i \in G_{-x} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 G_{-x} 는 일반참여자의 집합을 나타낸다.

4.3 비선형 방정식으로의 변환

발전사의 이득극대화 조건인 식(14)~(16)을 행렬-벡터 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_u \cdot \mathbf{q}'' + \mathbf{T}_c \cdot \mathbf{q}^c + \mathbf{T}_k \cdot \mathbf{k} = \mathbf{b}_s \quad (17)$$

여기서 \mathbf{k} 는 부록 (A.10)에서 정의되는 입찰변수이고, 계수 행렬 \mathbf{T}_u , \mathbf{T}_c , \mathbf{T}_k , \mathbf{b}_s 는 확률 변수 α 를 포함하며 정의는 부록A에 나타낸다.

방정식의 개수를 살펴보면, 한 개의 비선형 방정식(13), $N_g + N_d + 1$ 개의 비혼잡 상태에 대한 MO의 최적조건 선형 방정식(A.9), $N_g + N_d + 2$ 개의 혼잡상태에 대한 MO의 최적 조건 선형방정식(A.12), $N_g + 1$ 개의 발전사의 이득극대조건(17)이 존재한다. 따라서 선형방정식은 $3N_g + 2N_d + 4$ 개 있으며 이를 나타내면 식(18)과 같다.

따라서 전략공간이 2개로 구분되어 있는 경우의 2단계 최적화의 해는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_u & 0 & \mathbf{N}_u \\ 0 & \mathbf{M}_c & \mathbf{N}_c \\ \mathbf{T}_u & \mathbf{T}_c & \mathbf{T}_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}'' \\ \mathbf{d}'' \\ \lambda'' \\ \mathbf{q}^c \\ \mathbf{d}^c \\ \lambda^c \\ \mu \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_d \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{a}_d \\ 0 \\ 0 \\ T_{x,max} \\ \mathbf{b}_s \end{pmatrix} \quad (18)$$

여기서 \mathbf{M}_u , \mathbf{M}_c , \mathbf{N}_u , \mathbf{N}_c , \mathbf{a}_d , λ , μ 는 부록의 (A.9)와 (A.12)에서의 정의와 같다.

$$\text{Nonlinear: } f(\alpha, \mathbf{x}) = 0 \quad (19)$$

$$\text{Linear: } \mathbf{M}_o(\alpha) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}_o \quad (20)$$

여기서 f 는 식(13)의 균등이득조건식이고 \mathbf{M}_o , \mathbf{x} , \mathbf{b}_o 는 식(18)에서 각각 계수행렬, 변수벡터, 우변 상수항 벡터이다. 식(20)을 식(19)에 포함시키면 다음과 같이 단변수 α 에 대한 비선형 방정식 형태가 된다.

$$f(\alpha, \mathbf{M}_o^{-1} \cdot \mathbf{b}_o) = 0 \quad (21)$$

따라서 식(21)은 일반적인 선형탐색기법(line search method)에 의해 쉽게 계산된다. 이러한 식은 혼잡선로를 가정하고 그에 따른 주참여자가 결정된 후에 세워지는 것이기 때문에 혼잡선로의 가정이 틀린 경우에 식(21)은 정상적인 해를 갖지 않는다. 즉 확률값 α 가 1 보다 큰 값이 계산된다.

전체 송전선로를 대상으로 하나씩 식(21)을 수립하고 α 를 구하면서 1보다 작은 값이 나타날 때까지 반복 수행한다. 만약 전체 선로에서 모두 1보다 큰 값이 나온다면 내쉬균형은 혼잡이 발생하지 않는 단순전략임을 의미한다.

5. 사례연구

5.1 연구대상 시스템

적용대상 시스템은 IEEE 30모선 6개 발전기 계통[10]이고 그림 2와 같으며 6인이 참여하는 게임을 구성한다. 발전기의 한계비용은 표1과 같고 부하는 각 모선에서 다음과 같은 동일한 수요함수를 갖는다. $p_j = 6.0 - 0.2d_j \quad \forall j \in D$.

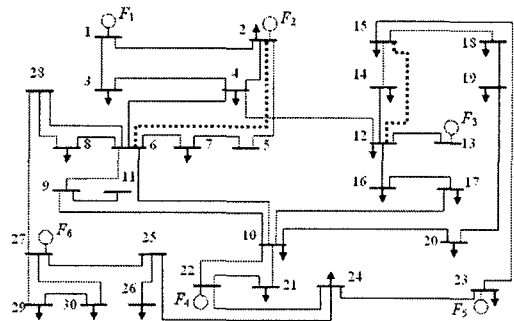


그림 2 6인이 참여하는 IEEE 30모선 계통
Fig. 2 Diagram of IEEE 30-bus system

표 1 발전기의 한계발전비용 함수
Table 1 Generator Marginal Cost Functions

Firm	Bus	b_i	m_i	P_{max}
1	1	2	0.04	80
2	2	1.75	0.035	80
3	13	3	0.05	40
4	22	1	0.125	30
5	23	3	0.05	50
6	27	3.25	0.01668	55

첫 번째는 모든 송전선의 한계용량이 충분히 크다고 가정하고 비계약 조건에 대한 NE를 구한다. 계산 결과는 $k = [2.19, 2.0, 3.08, 1.09, 3.08, 3.42]$ 와 같이 단순전략이 나타난다. 모든 참여자가 자신의 한계비용함수 절편값(b_i)보다 약간 큰 값을 선택하고 있음을 알 수 있다. 이때의 시장가격은 전 모션에서 동일한 4.05를 나타낸다.

5.2 복합전략 내쉬균형

송전선 혼잡을 고려하기 위해 모션2-6 사이의 선로에 한계용량을 20MW로 두고 다른 선로는 큰 값으로 둔다. 이 선로에 대한 주참여자를 찾기 위해 6인 참여자에 대한 PTDf를 계산하면, $[0.0, 0.06, -0.253, -0.286, -0.271, -0.30]$ 와 같다. 이중 6번째 값이 가장 작으므로 F_6 가 선택된다.

선택된 혼잡선로와 주참여자에 대한 단변수 비선형방정식을 세우고 이를 계산하면, 일반 참여자는 $[k_1 \sim k_5] = [2.49, 2.62, 3.09, 1.12, 3.10]$ 로서 단순전략을 선택하고, 주참여자는 비혼잡과 혼잡전략을 $[k_u, k_c] = [3.45, 3.57]$, $[\alpha, \beta] = [0.411, 0.589]$ 의 확률로 선택한다. 선택된 입찰변수(k)는 앞에서의 비혼잡 단순전략의 결과보다 약간 큰 값을 알 수 있다.

다른 조건에 적용하기 위해, 이번에는 모션12-15 사이의 선로에 한계용량을 12MW로 두고 다른 모든 선로는 큰 값으로 둔다. 참여자 6인에 대한 PTDf를 계산하면 $[0.0, -0.002, 0.170, -0.128, -0.364, -0.099]$ 로서 5번째 값이 가장 작고 따라서 F_5 가 주참여자로 선택된다. 이에 대한 비선형방정식을 계산하면, 일반참여자는 $[k_1 \sim k_6] = [2.26, 2.08, 3.31, 1.1, 3.45]$, 주참여자는 $[k_u, k_c] = [3.08, 3.41]$, $[\alpha, \beta] = [0, 1]$ 의 결과를 보인다. 이는 혼잡전략만이 선택되는 단순전략을 뜻하고, 주참여자 F_5 가 $k_5 = 3.41$ 을 고정적으로 선택하여 선로 12-15 사이에 혼잡현상이 계속 나타남을 의미이다.

5.3 내쉬균형의 검증

앞에서 모션2-6 사이 송전선의 혼잡에 대한 복합전략 NE를 검증하는 그래프를 나타내면 다음 그림 3과 같다. 자신 이외의 참여자가 현재의 선택을 유지하고 자신만이 입찰변수를 변화시켰을 때의 기대이익을 나타낸다. 각 참여자에 대한 그래프에서 극대점의 k 값이 5.2절에서 계산한 NE의 값과 일치함을 알 수 있다. F_6 의 경우에도 비혼잡과 혼잡전략 2개의 경우에 기대이익이 동일하게 최대값임을 확인할 수 있다. 따라서 모든 참여자가 현재의 선택을 바꿀 유인이 없고 이는 NE의 정의에 부합한다.

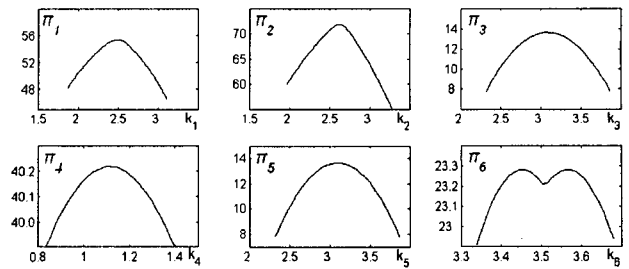


그림 3 전체 참여자의 기대이익
Fig. 3 Firms' expected profits in IEEE 30-bus system

6. 결론

발전력 입찰시장의 전략적 모형에서 송전선 혼잡이 존재하는 경우 복합전략의 내쉬균형이 나타난다. 참여자의 수가 3인 이상이 되면 복합전략을 구하는 것이 매우 어려운데, 본 연구에서 이에 대한 계산 기법을 제안하였다. 혼잡현상에 따라 전략변수의 선택공간이 분리가 되고 이에 따라 혼잡전략과 비혼잡전략을 확률적으로 선택하는 참여자가 나타남을 보였다. 또한 선로조류배분계수(PTDF)를 이용하여 주참여자가 위치하는 노드를 찾는 원리도 제시하였다. 이러한 특성을 이용하여 계층 최적화 문제를 단일 변수에 대한 비선형 방정식으로 변환하는 수식적 전개도 소개하였다.

적용은 6인이 참여하는 IEEE 30 모션 계통에 시도하여 복합전략 내쉬균형을 계산하였다. 제안한 특성대로 1개의 주참여자가 복합전략을 선택하고 다른 참여자는 단일전략을 선택하였고 각 참여자의 기대이익의 그래프 분석을 통해 내쉬균형을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] H. Nui and R. Baldick, "Supply function equilibrium bidding strategies with fixed forward contracts," IEEE Power Syst., Vol.20, No.4, pp.1859-1867, Nov. 2005.
- [2] W. Xian, L. Yuzeng, and Z. Shaohua, "Oligopolistic equilibrium analysis for electricity market: a nonlinear complementarity approach," IEEE Trans. Power Syst., Vol.19, No.3, pp.1348-1355, Aug. 2004.
- [3] Roy Gardner, Games for Business and Economics, John Wiley & Sons, Inc. 2003.
- [4] P.F. Correica, T.J. Overbye, and I.A. Hiskens, "Searching for noncooperative equilibria in centralized electricity markets," IEEE Trans. Power Syst., Vol.18, No.4, pp.1417-1424, Nov. 2003.
- [5] K.H. Lee and R. Baldick, "Tuning of discretization in bimatrix game approach to power system market analysis," IEEE Trans. Power Syst., Vol.18, No.2, pp.830-836, May 2003.
- [6] K.H. Lee and R. Baldick, "Solving three-player games by the matrix approach with application to an electric power market," IEEE Trans. Power Syst., Vol.18, No.4, pp.1573-1580, Nov. 2003.
- [7] J.D. Weber and T.J. Overbye, "An individual welfare

maximization algorithm for electricity markets," IEEE Power Syst., Vol.17, No.3, pp.590-596, Aug. 2002.

[8] D. Fudenberg and J. Tirole, Game Theory. Cambridge, MA: MIT Press, 1991.

[9] A.L. Motto and F.D. Galiana, "Coordination in markets with nonconvexities as mathematical program with equilibrium constraints-part I: a solution procedure," IEEE Trans. Power Syst., Vol.19, No.1, Feb. 2004.

[10] C. Richter and G. Sheble, "Genetic algorithm evolution of utility bidding strategies for the competitive marketplace," IEEE Trans. Power Syst., Vol.13, No.1, pp.256-261, Feb.1998.

[11] R.W. Ferrero, S.M. Shahidehpour, and V.C. Ramekh, "Transaction analysis in deregulated power systems using game theory," IEEE Trans. Power Syst., Vol.12, No.3, pp.1340-1347, Aug. 1997.

[12] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, Power Generation, Operation, and Control, New York: Wiley, 1996.

[13] X. Cheng, T.J. Overbye, "PTDF-based power system equivalents," IEEE Trans. Power Syst., Vol.20, No.4, Nov. 2005.

부 록 : 발전력 민감도

MO 최적화 문제인 식(1)~(4)을 라그랑지안으로 변환하면 다음과 같다.

$$L = SW + \lambda \cdot (\sum_i q_i - \sum_j d_j) + \mu \cdot (T_{c,max} - T_c) \quad (A.1)$$

여기서 SW는 사회적후생, λ 와 μ 는 등식과 부등식조건에 대한 라그랑지안 승수, $T_{c,max}$ 는 송전선의 한계용량이다.

$$T_c = [h'_g, h'_d] \cdot [q', d'] \quad (A.2)$$

여기서 q와 d는 발전력과 부하전력의 열벡터이고, h_g 와 h_d 는 주입전력과 선로조류 관계를 나타내는 열벡터이다.

최적조건을 살펴보면,

$$\partial L / \partial q_i^u = -k_i - m_i q_i^u + \lambda = 0, \quad \forall i \in G_{-x} \quad (A.3)$$

$$\partial L / \partial d_j^u = a_j - r_j d_j^u + \lambda = 0, \quad \forall j \in D \quad (A.4)$$

$$\partial L / \partial q_x^u = -k_u - m_x q_x^u + \lambda = 0, \quad (A.5)$$

$$\partial L / \partial q_i^c = -k_i - m_i q_i^c + \lambda - \mu h_{gi} = 0, \quad \forall i \in G_{-x} \quad (A.6)$$

$$\partial L / \partial d_j^c = a_j - r_j d_j^c + \lambda - \mu h_{dj} = 0, \quad \forall j \in D \quad (A.7)$$

$$\partial L / \partial q_x^c = -k_c - m_x q_x^c + \lambda - \mu h_{gx} = 0. \quad (A.8)$$

위의 식에서 (A.3)~(A.5)는 비혼잡상태에 대한 식이며 이를 수급조건과 같이 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \Lambda_g & \mathbf{0} & -\mathbf{e}_g \\ \mathbf{0} & \Lambda_d & \mathbf{e}_d \\ -\mathbf{e}'_g & \mathbf{e}'_d & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{q}^u \\ \mathbf{d}^u \\ \lambda^u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{N}_u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A.9)$$

여기서 $\Lambda_g = \text{diag}(m_1, \dots, m_{N_g})$, $\Lambda_d = \text{diag}(r_1, \dots, r_{N_d})$ 이고,

\mathbf{e}_g 와 \mathbf{e}_d 는 1로 이루어진 열벡터, \mathbf{a}_d 는 수요함수의 절편으로 구성된 열벡터이다.

입찰변수는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{k} = [k_u, k_c, k_{-x}]. \quad (A.10)$$

입찰변수와 참여자 사이의 연결관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{N}_u = \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & | & \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (A.11)$$

여기서 E는 N_g-1 크기의 단위행렬이다.

혼잡상태에 대한 (A.6)~(A.8)식과 수급조건, 선로조류식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{h}_g & \mathbf{h}_d \\ \mathbf{h}'_g & \mathbf{h}'_d & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{q}^c \\ \mathbf{d}^c \\ \lambda^c / \mu \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{N}_c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_d \\ 0 \\ T_{x,max} \end{pmatrix} \quad (A.12)$$

여기서 \mathbf{M}_c 는 (A.9)에서의 계수행렬이고, 연결관계 행렬 \mathbf{N}_c 는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{N}_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & | & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & | & \mathbf{E} \end{pmatrix} \quad (A.13)$$

발전력 민감도 s_i^u , s_i^c 는 (A.9), (A.13)에서 계산된다.

한편 발전사의 최적화 문제는 식(17)로 정리가 되고 이때의 계수행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{T}_u = \mathbf{N}'_u \cdot \text{diag}(\gamma_i \cdot (1 + m_i s_i^u)), \quad \forall i \in G \quad (A.15)$$

$$\mathbf{T}_c = \mathbf{N}'_c \cdot \text{diag}(\delta_i \cdot (1 + m_i s_i^c)), \quad \forall i \in G \quad (A.16)$$

$$\mathbf{T}_i = \text{diag}(s_x^u, s_x^c, \alpha \cdot s_i^u + \beta \cdot s_i^c), \quad \forall i \in G_{-x} \quad (A.17)$$

$$\mathbf{b}_s = [b_x s_x^u, b_x s_x^c, b_i (\alpha \cdot s_i^u + \beta \cdot s_i^c)]', \quad \forall i \in G_{-x}. \quad (A.18)$$

여기서 $i=x$, 즉 주참여자인 때에는 $\gamma_i=1$, $\delta_i=1$ 이고, 일반 참여자인 경우는 $\gamma_i=\alpha$, $\delta_i=\beta$ 이다.

저 자 소 개



이 광 호 (李 光 浩)

1965년 12월 22일생. 1988년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 동.대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동.대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1995년 전력연구원 위촉연구원. 2001년 미국 Univ. of Texas (Austin) 방문교수. 1996~현재 단국대 공대 전기공학과 부교수.

Tel : 02-709-2868

E-mail : khlee@dgu.edu