

수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념

김 원 경 (한국교원대학교)

문 소 영 (부천중흥고등학교)

변 지 영 (한국교원대학교 대학원)

I. 서 론

지식기반 정보화 사회로 특징 지워지는 21세기의 국가 경쟁력은 우수한 인재 양성에 달려있다. 자기 주도적으로 지적 가치를 창출할 수 있는 자율적이고 창의적인 인재를 육성하기 위해 무엇보다 중요한 것은 교사의 역할이다.

“교육의 질은 교사의 질을 넘지 못한다”는 말은 교육에서 교사의 능력이 그만큼 중요하다는 뜻이다. 그렇다면 교사의 능력은 무엇으로 평가될 수 있는가? 교사의 교육행위에 영향을 주는 인적 요인은 지식, 신념, 인성, 사명감, 열정 등 여러 가지가 있지만 교사는 무엇보다도 교과에 대한 철저한 이해와 지식을 갖추어야 한다. 인성과 사명감도 교사의 중요한 덕목이긴 하지만 유능한 교사가 되기 위해서는 먼저 실력이 있어야 한다. Dossey(1992)는 수학교사가 수학 학습 지도 계획을 어떻게 수립할 것인가의 문제는 교사의 수학적 지식에 대한 문제라고 하였고, Raymond(1997)는 수학교사가 학생들을 지도 할 때 직접적으로 관련이 있는 것은 교사의 수학적 지식이라고 하였다.

그러나 단지 지식만이 유능한 교사가 되기 위한 필요 조건은 아니다. 아무리 지식이 풍부하다고 할지라도 가르치는 방법이 미숙하거나 학습자의 수준에 눈높이를 맞추지 못하면 지식을 제대로 전달할 수가 없다.

* 이 논문은 한국교원대학교 학술연구비의 지원에 의하여 연구되었음.

* 2006년 7월 투고, 2006년 10월 심사 완료.

* ZDM 분류 : B59

* MSC2000 분류 : 97B50

* 주제어 : 수학적 지식, 신념, 확률과 통계영역

National Council of Teachers of Mathematics[NCTM](1989)은 교사의 전문성 개발을 위해서 수학교사는 수학에 대한 지식, 수학을 배우는 학습자에 대한 지식, 수학을 가르치는 방법에 대한 지식을 강화해야 한다고 하였다. 박한식(2001)은 수학교사는 수학을 충분히 알고 있다는 대 전제가 주어지지만 이 전제가 항상 옳지는 않다고 하면서 수학교사는 무엇보다도 수학에 대한 철저한 이해와 지식을 갖추고 있어야 하고, 그 다음으로 수학을 가르치는 방법에 대한 지식, 수학을 배우는 학습자에 대한 지식을 알아야 한다고 하였다.

지식 기반 사회에서의 수학교사는 수학교과목의 모든 지식을 잘 알아야 하겠지만 그 중에서도 특히 확률과 통계의 지식을 강화할 필요가 있다. 왜냐하면 확률과 통계학은 21세기에 대중교육으로서 학교교육의 중심적인 내용의 하나가 되고, 통계적 사고는 학교 수학에서 보다 더 강조되기 때문이다(우정호, 2000). 실제로 제 7차 고등학교 수학과 교육과정에서는 수학의 실용성이 강조되어 확률과 통계 영역의 비중이 상당히 커졌을 뿐만 아니라 미래사회에서의 확률과 통계의 중요성이 반영되어 ‘확률과 통계’라는 독립과목이 심화선택과목으로 신설되었다(교육부, 1997).

교육과정을 학교 교육에 구현하는 것은 교사의 몫이다. 교사는 교과 및 교수·학습에 대한 지식과 교육에 대한 신념이 없으면 교육 목표를 달성할 수 없다. 이에 본 연구에서는 고등학교 수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념을 살펴보기 위해 다음과 같은 연구문제를 설정하고 설문조사와 면담조사로 그 결과를 분석하였다.

첫째, 제 7차 고등학교 수학과 교육과정에서 확률과 통계 영역의 주요 내용에 대한 교사의 수학적 지식은 어떠한가?

둘째, 수학교사의 확률과 통계 영역에 대한 신념은 무엇인가?

II. 이론적 배경

1. 수학교사의 지식

수학교사의 지식에 대한 분류는 학자마다 다르다. Shulman(1986)은 수학교사에게 필요한 지식을 교과내용 지식, 교수학적 지식, 교육과정에 대한 지식으로 분류하였고, Ball(1988)은 수학적 지식과 수학에 관한 지식으로 구분하였다. Grossman(1990)은 수학교사의 지식을 수학내용적 지식, 일반교육학적 지식, 수학교육적 지식, 수학교수·학습에 대한 지식으로 분류하였고, Fennema와 Franke(1992)는 수학에 대한 지식, 가르치는 지식, 학습자의 인지에 대한 지식으로 분류하였다. Kennedy, Ball과 McDiarmid(1993)는 수학교사의 지식을 수학내용적 지식, 수학교육과정에 대한 지식, 수학교사의 역할에 대한 지식, 교육학에 대한 지식, 수학교육에 대한 지식, 학생에 대한 지식으로 분류하였다.

이와 같이 수학교사의 지식은 학자에 따라 여러 가지 유형으로 분류되지만 크게는 수학내용적 지식, 수학교수법적 지식, 교육학적 지식의 세 가지로 분류될 수 있다(신현용·이종욱, 2004). 그러나 이들 사이에 명확한 구분은 없으며 특히 수학교수법적 지식과 교육학적 지식은 서로 연관되어 있다. 교사의 교육학적 지식은 교육의 철학적, 심리적, 사회적 기능 지식, 교사의 직무에 관한 지식, 수업 관리 및 조직에 관한 지식 등에 대한 일반적이고도 포괄적인 지식이다. 그러나 이 지식은 본 연구의 범위가 아니므로 여기서는 수학내용적 지식과 수학교수법적 지식에 대하여 살펴보기로 한다.

(1) 수학내용적 지식

수학교사의 수학내용적 지식은 수학내용 자체에 대한 지식이다. 여기서 수학내용은 학문으로서의 수학이라기 보다는 수학교과에 대한 내용을 의미한다. Shulman(1986)은 교과내용적 지식을 어떤 영역의 사실, 개념에 대한 지식뿐만 아니라 교과 구조에 대한 이해라고 하였다. 수학을 이해한다는 것은 주요 개념과 주제,

그리고 이들 사이의 관계를 안다는 것이며(Leinhardt & Smith, 1985), 어떤 개념을 이끌어내는 기본 원리와 법칙을 이해한다는 것이다(Ma, 1999). 따라서 수학내용적 지식은 수학적 사실, 개념, 원리에 대한 이해와 더불어 수학이 전개되고 수학을 행하는 방식인 증명과 논증에 대한 이해를 포함한다고 할 수 있다.

수학내용적 지식이 풍부한 교사는 학생들을 적극적인 문제해결 활동에 참여시키며, 수학 자체 내에서 다른 개념들과의 관계 및 타 교과에서의 관계를 찾도록 조장한다(박성선, 2003). 반면에 수학내용적 지식이 부족한 교사는 절차 중심적이고 기계적인 방법으로 수학을 가르치는 경향이 있으며, 학생들에게 절차를 설명하기 위해 직접적 교수법을 사용하고(Steffe, 1990), 학생들이 질문하는 것을 금할 정도로 교과서에 의존하는 경향이 있다고 한다(Ball, 1990). 이것은 교사의 수학내용적 지식에 따라 교육과정의 운영과 수업 방식이 크게 차이가 날 수 있다는 뜻이다.

(2) 수학교수법적 지식

수학교사는 순수 수학적 지식을 넘어서 수학을 가르치는 방법을 알아야한다. 수학교수법적 지식은 수학교수에 관한 실천적 지식으로써 수업을 계획하고 실행하는데 관련된 지식이다. Shulman(1986)은 교사가 수업에서 교과내용을 전달하는 방법은 전공교수와는 다르다는 관점에서 수학수업에 대한 지식을 수학교수법적 지식과 수학교육과정에 대한 지식으로 분류하였다. 수학교수법적 지식은 교수전략, 교과내용의 표상과 구성, 학생들의 개념 이해방식, 풀이 방식, 오류에 대한 지식, 평가, 테크놀로지 등에 관한 지식이다. 수학교육과정에 대한 지식은 수학교육과정 및 교과서에 대한 지식, 수업계획에 대한 지식, 교수·학습 자료에 대한 지식이다. Borko와 Putnam(1996)은 교사의 교수법적 지식을 수업방법에 대한 지식, 학습자에 대한 지식, 교육과정에 대한 지식이라고 하였고, Grossman(1990)은 Shulman의 정의를 확장하여 교수법적 지식을 교과내용을 적절하게 구조화시켜 개념화할 수 있는 지식, 어떤 주제에 대한 학생들의 이해·사고에 대한 지식, 교육과정과 교수·학습 자료에 대한 지식, 어떤 주제에 대한 교수전략과 표상에 대한 지식이라고 하였다.

이와 같은 여러 견해의 공통분모를 추출하면 수학교사의 교수법적 지식은 교수·학습 방법에 대한 지식, 학습자에 대한 지식, 교육과정 및 교과서에 대한 지식이라고 할 수 있다. 여기서, 교수·학습 방법은 학습자에게 수학을 가르치기 위한 다양한 형태의 수업 기법, 교수 전략, 교과 내용의 재구성 방법 등이고, 학습자에 대한 지식은 학습자의 지적 수준, 동기, 학습 곤란도, 학습 이해도 등이다.

2. 수학교사의 신념

Peterman(1993)은 신념이란 경험에 의한 개인의 인지적 구성으로, 개인의 지식구조에 의해 구성되고 통합되어져서 개인의 행위를 이끌어간다고 하였다. 교사의 신념이 중요한 것은 그 신념이 교사의 지식과 관련되어 있기 때문이기도 하지만 그 신념이 교사의 행위를 결정하고 학습자에 영향을 주기 때문이다(Thompson, 1984). Nickson(1992)은 수학교실에서 일어나는 교사와 학생 간의 상호작용의 질은 교사의 신념에 좌우된다고 지적하였다.

수학교사의 신념은 수학에 대한 신념과 교수·학습에 대한 신념으로 분류될 수 있다.

Tompson(1984)은 수학에 대한 신념을 문제해결적 관점, 플라톤적 관점, 도구적 관점의 측면에서 보았다. 문제해결적 관점은 수학은 문제해결을 통해 새로운 창조와 발견이 역동적으로 일어난다고 보는 것이고, 플라톤적 관점은 수학은 상호 연결된 진리와 구조를 가진 정적이고 통일된 지식체계라고 보는 것이다. 그리고 도구적 관점은 수학은 사실, 기능, 법칙이라는 도구를 통해서 현상을 수리화하는 지식체계로 보는 것이다. 이 세 가지 관점 중에서 수학의 구조를 강조하는 플라톤적 관점은 1960년대 초에 일어난 '현대수학' 운동에 반영되었고, 도구적 관점은 1970년대의 '기초로 돌아가자'는 운동에 반영되었다. 그리고 문제해결적 관점은 1980년대 이후에 '문제해결력 신장' 운동에 반영되었다.

Grouws(1994)는 수학에 대한 신념을 외적인 관점과 내적인 관점에서 분류하였다. 외적인 관점은 수학은 개념과 원리로 구성되고, 역동적으로 계속 변화하므로 수학적 활동은 결과보다는 과정을 중시하는 것으로 보는 것이다. 내적인 관점은 수학은 법칙과 절차로 구성되고,

그 내용은 고정되고 예정된 것이므로 수학적 활동은 과정보다는 결과를 중시하는 것으로 보는 것이다.

Kuhs와 Ball(1986)은 수학 교수·학습에 대한 신념을 학습자 중심 교수·학습, 개념이해 내용 중심 교수·학습, 수행강조 내용 중심 교수·학습, 교실 중심 교수·학습으로 분류하였다.

첫째, 학습자 중심의 교수·학습은 학생들 스스로가 능동적으로 수학을 탐구하는 활동을 중요시 한다. 따라서 교사의 역할은 탐구자에게 도전적인 문제와 상황을 제공하여 학생들이 스스로 사고하도록 격려하고, 궁극적으로 자신들의 아이디어의 적합성을 판단할 수 있게 한다.

둘째, 개념이해를 강조하는 내용 중심 교수·학습은 수학적 내용을 중심으로 수업 활동이 이루어지며 동시에 다양한 수학적 아이디어와 개념 사이의 논리적 관계 등에 대한 학생들의 이해를 강조한다. 따라서 교사의 역할은 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해시키는 데 중점을 둔다.

셋째, 수행을 강조하는 내용 중심 교수·학습도 수학적 내용을 중심으로 수업이 이루어지지만, 수학적 내용을 기능과 개념의 위계에 따라 활동 중심으로 구성하는 것을 중요시 한다. 따라서 교사의 역할은 탐구적인 활동과제를 제시하여 학생들의 문제해결력을 높이는 것이다.

넷째, 교실 중심 교수·학습은 교실 활동을 효과적으로 조직하고 구조화하여 학생들의 수업 활동을 충실하게 운영하는 것에 중점을 둔다. 따라서 교사의 역할은 모든 교실 활동을 지시하며, 수준별 수업 또는 소집단별 협력 학습을 안내하는 것이다.

3. 확률과 통계 교육

통계학의 본질은 학자의 시각에 따라 다르다. 다음은 여러 학자들이 통계학의 발전 단계와 시대적·사회적 상황에 따라 통계학의 본질을 기술한 것이다.

(1) Fisher(1925) : 통계학은 기본적으로 응용수학의 한 분야로서 관찰 자료에 적용된 수학적 원리이다.

(2) Steel과 Torrie(1960) : 통계학은 불확실한 상황을 귀납적 추론방법으로 분석하고, 평가하기 위하여 창안된 순수 및 응용과학이다.

(3) Stigler(1986) : 통계학이란 어떤 현상에 대한 관측된 자료를 수집하고 해석함으로써 그 현상 속에 내재하는 불확실성과 변이성을 수학적 방법으로 분석하는 학문이다.

이와 같은 여러 학자들의 논의를 종합하면 통계학의 본질은 어떤 불확실한 상황에 대하여 관찰과 실험을 통하여 얻은 자료를 정리, 분석하고 우연에 대한 규칙성, 법칙성을 발견하여 자료 속에 내재되어 있는 특성을 귀납적으로 추론하고 예측하는 방법을 다루는 과학이라고 할 수 있다. 따라서 통계학의 실체는 수학적 것이 아니다. 통계적 방법과 절차 이면에는 수학적 요소가 있으나 그 보다는 불확실성과 변이성이 존재하는 자료를 다루는 실험적이고 발견적인 문제해결의 도구로 보아야 한다.

그러나 우리나라의 통계교육은 실세계의 이해와 예측을 위한 자료 분석 도구로서의 통계의 실체를 가르치기 보다는 계산의 편의성을 고려한 인위적인 예를 바탕으로 한 자료정리 기법과 요약 통계값의 계산 및 확률분포 이론이라는 수학을 가르치는데 주력하고 있다(우정호, 2000). 물론 통계학의 불확정성, 비결정론성, 우연성은 결정론적인 인식에 습관이 든 수학교사들에게는 다소 낯설고 다루기 어려운 개념일 수도 있다. 또한 학생들 역시 연역적 사고를 바탕으로 수학 학습을 해왔기 때문에 통계적 사고의 본질인 변이성을 이해하기가 어려울 수 있다. 그렇다고 하더라도 통계적 개념과 방법을 수학적 지식으로 가르치려고 하면 통계의 본질을 잃게 되고 무미건조한 규칙과 공식의 모임을 변질될 수 있다. 따라서 통계를 지도하는 교사는 먼저 자료 분석의 귀납적 본성과 수학과는 다른 특성을 인식하여야 할 것이다. 통계가 수학과 다른 특징은 다음과 같다.

첫째, 통계학은 실생활에의 직접적인 응용이다.

둘째, 통계적 추론은 연역적 추론이 아닌 귀납적 추론이다.

셋째, 통계는 근본적으로 방법론이라는 점이다. 이것은 응용이라는 측면과도 일맥상통하는 것이지만 통계적으로 추론된 결과는 반드시 해석되어야 하며 만약 해석의 과정에서 그 의미가 쉽게 수용되지 않을 때에는 통계적 추론의 결과를 적용할 수 없다는 뜻이기도 하다.

통계학의 교수·학습과 관련하여 Freudenthal(1973)은 실제 자료를 수집, 처리, 분석하는 경험을 통해 기본

원리를 이해하고 자료에 대한 비판적 추론능력을 길러야 한다고 하였고, Cobb(1992)은 통계의 교수·학습은 소집단 문제해결 활동과 토론 활동 등의 활동 중심 학습과 물리와 화학처럼 실험 중심 학습에 중점을 두어야 한다고 하였다. Thisted와 Velleman(1992)는 모든 과학은 이론적 측면, 실험적 측면, 관찰 측면을 갖는다고 하면서 교수·학습과정에서 컴퓨터 그래픽과 시뮬레이션을 이용하는 자료 분석의 교육적 중요성을 강조하였다. 따라서 수학교사는 수학 중심의 가치관에 입각하여 확률과 확률분포를 강조하고 표본분포에 의한 모집단 추론을 통계학의 본질적인 특성으로 간주하여 통계적 추론의 이상화된 과정만을 강조하는 교수·학습보다는 실제 자료를 통계학의 중심에 놓고 컴퓨터를 적극적으로 활용하여 실제적인 통계 분석을 수행하는 교수·학습을 해야 할 것이다.

4. 선행연구의 고찰

교육의 질 향상을 위해서는 무엇보다 교사의 전문성 개발이 우선되어야 한다. 교사의 전문성은 가르치는 교과에 대한 풍부한 지식과 교수 방법에 대한 깊은 이해가 바탕이 되어야 하고, 이것이 실제 수업 활동에서 효과적으로 나타났을 때 의미 있는 교수·학습이 이루어진다. 이와 같은 전제하에서 지금까지 교사의 수학적 지식과 신념에 대한 연구는 학교 급별, 내용 영역별로 많이 이루어졌다.

김미월(2001)은 참여관찰 방법을 통하여 고등학교 수학교사의 수학에 대한 신념은 플라톤적 관점이고, 교수·학습에 대한 신념은 학습자 중심이나, 이 신념은 입시제도와 교실환경 때문에 실제 수업에서는 관철되지 못했음을 밝혔다.

김원경·김용대(2002)는 함수 개념과 관련된 교사의 수학적 지식에 대한 연구에서 대부분의 수학교사들의 함수개념은 관계에 의한 동적인 측면보다는 대응에 대한 정적 측면에서 보다 강한 성향을 가지고 있음을 밝히고, 교육공학을 이용하여 동적인 측면의 지식을 강화하는 것이 필요하다고 하였다.

김용대(2002)는 교사의 수학적 신념을 수학적 지식의 구성, 구조, 상태에 대한 신념, 수학적 활동과 수학 학습에 대한 신념으로 세분하고 외적인 관점과 내적인 관점

사이의 유의미한 차이를 분석한 결과, 수학교사의 신념은 내적관점이 외적관점보다 높음을 밝혔다.

방정숙(2003)은 수학교사의 교수방법에 영향을 미치는 요소를 교수경험, 지식, 신념, 개인 특성 등의 교사요소와 사회문화적 규범, 교육적 기준, 교육정책, 교육과정, 교사교육 프로그램 등의 사회문화적 요소의 관점에서 분석하였다.

신현용·이종욱(2004)은 외국 문헌 검토를 통하여 수학교사의 교과 지식, 교수법적 지식, 교수학적 내용 지식이 수업 실제와 상당히 관련이 있음을 보이고, 우리나라에서도 이와 같은 교사의 지식이 수업 실제와 어떻게 관련이 되는지를 분석할 필요가 있다고 제안하였다.

그러나 아직까지 확률과 통계영역에 대한 교사들의 지식과 신념을 체계적으로 연구한 논문은 없기에 본 연구에서는 고등학교 확률과 통계영역에서 교사들의 지식과 신념을 알아보고, 그에 따른 교수·학습의 실재를 분석하고자 한다.

III. 연구방법

1. 연구대상

본 연구에서는 수학교사들의 확률과 통계에 대한 수학적 지식과 신념을 알아보기 위해서 설문조사와 면담조사를 사용하였다. 먼저 수학교사의 지식과 신념은 설문조사로 파악하고, 설문조사로 잘 파악되지 않는 지식과 신념, 그리고 교수·학습의 실재는 심층 면담으로 분석하였다. 설문조사의 대상은 서울시, 대전시, 경기도의 3개 지역 인문계 고등학교 수학교사 50명에게 우편으로 설문지를 보낸 후, 이에 응답한 27명의 교사이다. 설문참여 교사에 대한 인적사항은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 설문참여 교사의 인적사항

구분	성별		연령			
	남	여	20대	30대	40대	50대
교사 수	18	9	6	10	8	3
백분율(%)	66.7	33.4	22.2	37.0	29.6	11.1

면담참여 대상은 설문참여 교사 중에서 각 지역별로 1명씩 면담을 수락한 3명의 고등학교 3학년 담당 교사이

다. 면담은 개별적으로 실시하였으며 면담시간은 교사에 따라 약간의 차이가 있었으나, 개인별로 약 20분 정도씩 소요되었다. 면담참여 교사에 대한 인적사항은 다음과 같다.

<표 III-2> 면담참여 교사

교사	성별	교육경력	근무지역
T1	여	9년	서울
T2	남	11년	경기
T3	남	13년	대전

2. 설문지 및 면담지 작성

(1) 수학내용적 지식에 대한 설문지

수학교사의 확률과 통계에 대한 수학내용적 지식은 제 7차 고등학교 수학과 교육과정에 의한 수학 I 교과서와 확률과 통계 교과서의 내용 중에서 새롭게 추가되거나 바뀐 내용으로 제한하였다. 제한한 이유는 연구대상 교사들의 오랜 교육경력으로 인해 제 6차 고등학교 수학 I 교과서의 확률과 통계내용에 대하여는 충분한 지식이 있을 것으로 생각되었기 때문이다.

이를 위해 먼저 제 7차 고등학교 수학 I 교과서와 확률과 통계 교과서를 제 6차의 수학 I 교과서와 비교 분석하여 새롭게 추가되거나 바뀐 내용을 추출하였다. 추출된 내용을 바탕으로 <표 III-3>과 같은 확률과 통계영역에서의 수학내용적 지식에 관한 선다형 설문문항 8개를 만들었고, 각 문항은 전문가의 검토에 의해 수정·보완된 후, 그 타당성을 검증받았다.

<표 III-3> 수학내용적 지식에 대한 설문지

설문문항
대표값(평균, 중앙값, 최빈값)의 정의 및 장단점
탐색적 자료 분석 방법(줄기와 잎 그림)
산포도(범위, 분산)의 정의 및 장단점
밀도도수에 의한 확률밀도함수의 도입 방법
이항분포의 정규근사 조건 $np > 5, nq > 5$
표본분산의 정의 차이
표본비율의 정의와 그 분포
모비율의 구간 추정

다음으로, 수학교사의 교수법적 지식을 알아보기 위해서 Borko와 Putnam(1996)의 교수법적 지식에 근거하여 <표 III-4>와 같은 설문문항을 만들었다.

<표 III-4> 수학교수법적 지식에 대한 설문지

수학교수법적 지식	설문문항
교수·학습에 대한 지식	교수·학습 방법
	수학 교사의 교수 자신감
학습자에 대한 지식	학습자의 학습 곤란도
	학습자에 대한 이해도
교육과정 및 교과서에 대한 지식	제 7차 고등학교 수학과 교육과정에 대한 지식
	교과서에 대한 이해

Borko와 Putnam의 교수법적 지식을 근거로 한 이유는 가장 많이 인용되고, 다른 여러 학자들의 견해를 통합한 것이기 때문이다. 설문문항은 전문가의 검토를 바탕으로 수정·보완된 후, 그 타당성을 검증받았다.

설문문항의 응답 결과는 빈도수와 백분율로 분석하였다. 특히 자신의 의견과 일치하는 것을 순위대로 선택하는 문항에서는 순위에 따라 가중치를 달리 두어 그 백분율을 구하였다. 예를 들어, 순위대로 5개를 선택하는 문항에서는 순위에 따른 가중치를 1순위=5, 2순위=4, 3순위=3, 4순위=2, 5순위=1 로 주고, 순위대로 3개를 선택하는 문항에서는 순위에 따른 가중치 1순위=3, 2순위=2, 3순위=1 로 주어 각 항목별로 가중치의 합을 구하였다. 이 합을 가장 응답수라고 부르기로 한다.

(2) 신념에 대한 설문지

수학교사의 신념은 수학에 대한 신념과 교수·학습에 대한 신념으로 나눌 수 있다. 수학에 대한 신념은 수학이라는 학문의 본질과 수학의 가치에 대한 견해이다. 본 연구에서도 수학교사의 확률과 통계에 대한 신념을 확률과 통계의 본질과 학교 수학에서의 가치로 나누어 설문조사를 하였다. 확률과 통계의 교수·학습에 대한 신념은 확률과 통계 교수·학습 시 적절한 교수·학습 유형에 대한 신념과 교수·학습 시 중요하게 여기는 수업기법으로 나누어 설문조사를 하였다. 여기서 수업기법이란

교수·학습 방법을 실제 수업상황에서 적용할 때 이루어지는 구체적 수업기술로써 발문기법, ICT 활용기법, 흥미와 동기유발, 교재 재구성 등이 있다. 모든 설문문항은 전문가에게 검토를 의뢰한 후 수정·보완되고, 그 타당성을 검증 받았다.

<표 III-5> 수학교사의 신념에 대한 설문지

신념	설문문항
확률과 통계에 대한 신념	확률과 통계의 본질
	학교수학에서 확률과 통계의 가치
확률과 통계의 교수·학습에 대한 신념	확률과 통계 교수·학습 시 적절한 교수·학습 유형
	확률과 통계의 수업기법

(3) 교수·학습의 실제에 대한 면담지

설문조사가 끝난 후에 수학교사의 확률과 통계에 대한 교수·학습의 실제를 심층적으로 분석하기 위해 면담조사를 실시하였다. 면담은 반구조화 면담으로 구성하였고, 면담문항은 <표 III-6>과 같다. 면담내용은 모두 녹음하여 기록하였으며 면담이 끝난 후, 이를 모두 전사하여 분석하였다.

<표 III-6> 교수·학습의 실제에 대한 면담문항

면담문항
확률과 통계 교수·학습의 실제
확률과 통계 교수·학습의 곤란도 이유
확률과 통계 교수·학습의 문제점
확률과 통계 교과서의 문제점

IV. 연구 결과 및 논의

1. 수학교사의 확률과 통계에 대한 수학적 지식

(1) 대표값의 각 척도에 대한 정의와 그 장단점

제 7차 고등학교 수학과 교육과정의 수학 I에서는 대표값으로써 평균만 다루고 있으나 확률과 통계 과목에서는 중앙값, 최빈값도 다루고 있다. 이 세 가지 대표값에 대하여 교사의 지식을 알아 본 결과 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 대표값의 각 척도

대표값	정답률(%)	
	정의	장단점
평균	98.3	85.2
중앙값	57.7	50.0
최빈값	61.5	42.3

<표 IV-1>의 정답률을 보면 평균의 정의와 그 장단점에 대해서는 대부분의 교사들이 잘 알고 있는 것으로 나타났다. 이것은 평균이 중·고등학교 수학교육과정에서 계속적으로 다루어져 왔고 일상생활에서도 많이 사용되기 때문이다. 그러나 중앙값과 최빈값의 정의에 대해서는 약 40%, 그 장단점에 대해서는 약 50~60%의 교사들이 잘 모르고 있어 아직까지 확률과 통계 과목에 새로 도입된 대표값 내용에 대해서는 지식이 부족한 것으로 나타났다.

(2) 탐색적 자료 분석 방법

제 7차 수학과 교육과정의 확률과 통계 영역에 새롭게 도입된 내용 중의 하나가 줄기와 잎 그림이다. 줄기와 잎 그림은 초등학교 5단계와 확률과 통계 과목에서 다루고 있는데 이는 탐색적 자료 분석의 한 방법으로써 자료를 정리하는데 매우 유용한 방법이다. 탐색적 자료 분석방법에 대한 교사들의 지식을 설문한 결과, <표 IV-2>와 같이 약 30% 정도의 교사들만이 잘 알고 있는 것으로 나타났다. 이것은 많은 수학교사들이 아직까지 탐색적 자료 분석 방법에 대한 교수경험이 없어 교재연구를 못했기 때문인 것으로 생각된다.

<표 IV-2> 탐색적 자료 분석 방법

설문문항	정답률(%)
탐색적 자료 분석 방법	30.8

(3) 산포도의 각 척도에 대한 정의와 그 장단점

제 7차 수학과 교육과정의 수학 I에서는 산포도로써 분산과 표준편차만 다루고 있으나 확률과 통계 과목에서는 범위로 다루고 있다. 이 두 가지 산포도에 대하여 교사들의 지식을 알아본 결과, <표 IV-3>과 같이 분산과 표준편차에 대해서는 많은 교사들이 잘 알고 있으나 범

위에 대해서는 약 52% 정도의 교사들만이 알고 있는 것으로 나타났다. 개념적으로는 범위가 분산보다 더 쉬운 데도 이와 같은 현상이 일어나는 이유는 교사들이 분산과 표준편차 같이 계속해서 지도해온 개념들은 잘 알고 있지만 새로 도입된 내용에 대하여는 잘 모르고 있다고 할 수 있다.

<표 IV-3> 산포도의 각 척도

산포도	정답률(%)	
	정의	장단점
범위	52.0	40.0
분산 및 표준편차	92.0	64.0

(4) 확률밀도함수의 도입 방법

제 6차 수학과 교육과정의 수학 I 교과서에서는 확률밀도함수를 적분을 이용하여 도입하였으나 제 7차 수학 I 교과서에서는 미분과 적분을 배우기 전에 확률과 통계를 배우게 되므로 확률밀도함수를 적분이 아닌 밀도도수 ($\frac{\text{상대도수}}{\text{계급의 크기}}$)로 도입하여야 한다. 도수분포다각형으로부터 확률밀도함수를 도입하려면 다각형의 전체 넓이가 1이 되도록 해야 하고, 이를 위해 세로축을 상대도수가 아닌 밀도도수 ($\frac{\text{상대도수}}{\text{계급의 크기}}$)로 나타내어야 한다. 이에 대하여 설문한 결과는 <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-4> 확률밀도함수의 도입 방법

설문문항	정답률(%)
확률밀도함수의 도입 방법	19.2

<표 IV-4>의 정답률을 보면 교사들 중 약 20%만이 밀도도수에 의한 확률밀도함수의 도입을 알고 있는 것으로 나타났다. 대부분의 교사들이 이에 대한 지식이 부족한 이유는 현행 6종의 수학 I 교과서 중에서 밀도도수에 의하여 확률밀도함수를 도입한 교과서는 1종이고, 그 이외는 상대도수로 도입하였기 때문이다(박영희, 2002). 따라서 확률밀도함수의 도입에 대해 모호하게 진술되어 오류를 일으킬 수 있는 교과서의 내용을 교사들이 그대로 받아들여 학생들에게도 그대로 가르칠 수 있는 개연성이 있으므로 이에 대한 교사들의 충분한 교재 연구가 필요하다.

(5) 이항분포의 정규분포 근사 조건

이항분포의 정규분포 근사는 제 6차 및 제 7차 수학 I 교과서에서 모두 다루고 있다. 그러나 근사조건에 대하여 제 6차 수학 I 교과서에는 충분히 큰 n 일 때라고 되어 있고, 제 7차 수학 I 교과서에는 $np > 5$, $n(1-p) > 5$ 일 때라고 되어 있다. 이것은 이항분포의 확률을 정규분포를 이용하여 근사적으로 구할 때, 단지 n 이 충분히 크다는 표현만으로는 그 근사값의 정확도가 떨어지기 때문에 그 조건을 분명히 한 것이다. 이에 대한 교사의 지식을 설문한 결과는 <표 IV-5>와 같이 교사들 중 22.2%만이 이항분포의 정규분포 근사에서 근사 조건에 대한 기준을 정확히 알고 있는 것으로 나타났다. 이에 대한 교사의 지식이 부족한 이유는 근사 공식 유도에서 근사조건 충족여부를 꼼꼼하게 확인해 보지 않았기 때문인 것으로 생각된다.

<표 IV-5> 이항분포의 정규분포 근사 조건

설문문항	정답률(%)
이항분포의 정규근사 조건	22.2

(6) 표본분산의 정의의 차이

제 7차 수학과 교육과정의 수학 10-가 교과서와 확률과 통계 교과서에서의 표본분산의 정의가 서로 다르게 제시되어 있다.

모집단에서 임의 추출한 크기 n 인 표본을 x_1, x_2, \dots, x_n 이라고 할 때, 수학 10-가 교과서와 확률과 통계 교과서에서의 표본분산의 정의는 각각 다음과 같다.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

표본분산의 정의에서 $n-1$ 로 나누는 것은 불편성을 만족시키기 위한 것으로서 표본분산으로 모분산을 추정할 때 오차를 최소화하기 위한 것이다.

이에 대하여 설문조사 결과, <표 IV-6>과 같이 단지 28%의 교사들만이 그 이유를 잘 알고 있는 것으로 나타났다. 많은 교사들이 표본분산의 불편성에 대하여 잘 모르는 이유는 표본분산 개념 지도 시 고등학교 교육과정

범위를 넘어서는 내용은 무시하고, 정의로만 지도하였기 때문인 것으로 생각된다. 표본분산에 대한 지식이 부족한 교사는 표본분산을 단지 정의로만 지도하고, 분산 계산에 치중하는 경향이 있다.

<표 IV-6> 표본분산의 정의 차이

설문문항	정답률(%)
표본분산의 정의 차이 이유	28.0

(7) 표본비율의 정의와 그 분포

제 7차 수학과 교육과정의 확률과 통계 과목에 새롭게 포함된 내용 중의 하나가 표본비율의 정의와 그 분포이다. 이에 대하여 설문조사한 결과는 <표 IV-7>과 같다.

<표 IV-7> 표본비율의 정의와 그 분포

설문문항	정답률(%)
표본비율의 정의	32.0
표본비율의 분포	24.0

<표 IV-7>의 정답률을 보면 표본비율의 정의에 대해서는 32%, 표본비율의 분포에 대해서는 24%의 교사들만이 정답을 맞혔다. 이것은 많은 교사들이 새로 도입된 표본비율에 대하여 그 지식이 부족함을 보여주는 것이라고 할 수 있다.

(8) 표본비율의 신뢰구간

표본비율의 신뢰구간도 제 7차 수학 I 교과서에서는 다루지 않고 있으나 확률과 통계 교과서에서는 다루고 있다. 표본비율의 신뢰구간에 대하여 설문조사한 결과 <표 IV-8>에서와 같이 약 20%의 교사만이 정답을 맞혔다. 이것은 많은 고등학교 수학교사들이 아직까지 새로 추가된 표본비율의 정의와 그 분포, 신뢰구간에 대하여 지식이 부족한 이유는 교수경험이 없고 교재연구가 안되었기 때문인 것으로 풀이된다.

<표 IV-8> 표본비율의 신뢰구간

설문문항	정답률(%)
표본비율의 신뢰구간	20.8

2. 확률과 통계에 대한 교사의 수학교수법적 지식

(1) 교수·학습에 대한 지식

(가) 확률과 통계의 교수·학습 방법

확률과 통계의 교수·학습 방법은 수학의 다른 영역의 그것과 크게 다르지 않지만 동일하지도 않다. 제 7차 수학과 교육과정에서는 확률과 통계의 교수·학습 방법으로서 탐구·발견학습, 내용 재구성 통합 학습, 수준별 학습, 소집단 협동 학습, 문제해결 학습, ICT 활용학습을 권장하고 있다. 특히, Cobb(1992)은 소집단 활동 중심 수업을 강조하였고, Thisted와 Velleman(1992)은 컴퓨터 그래픽과 시뮬레이션에 의한 자료 분석 활동의 교육적 중요성을 언급하였다. 한범수·한경수·안정용(2004)은 기존의 확률통계 교수·학습의 문제점으로 귀납적 특성에 적합한 교수·학습 방법을 사용하지 못하고, 학습자의 참여 학습 활동이 거의 없으며, 인위적인 문제 상황 제시로 학습자의 동기유발이 부족한 것을 지적하였다.

이와 같은 확률과 통계의 교수·학습 방법의 특성과 교과 내용 교수 시 교수 전략, 내용 재구성 방법, 동기유발 방법, 컴퓨터 활용 방법에 대하여 교사들은 어느 정도 알고 있는지를 설문 조사하였다. 그 결과 <표 IV-9>에서와 같이 교수 전략과 내용 재구성 방법에 대해서는 약 절반 정도의 교사가 알고 있다고 응답하였다. 그러나 동기유발 방법, 컴퓨터 활용 방법에 대해서는 약 35%의 교사들만이 알고 있다고 응답하였다. 이것은 수학교사들이 확률과 통계의 교수·학습 방법에 관하여 지식이 풍부하지 못함을 보여주는 것이다.

<표 IV-9> 교수·학습 방법에 대한 지식

방법	많이 알	조금 알	별로 모름	거의 모름	무응답
교수 전략	18.5	37.1	29.6	0	14.8
동기 유발 방법	11.1	22.2	48.2	11.1	7.4
재구성 방법	14.6	40.9	26.0	11.1	7.4
컴퓨터 활용 방법	7.4	25.9	48.2	14.8	3.7

(나) 수학 교사의 교수 자신감

확률과 통계에 대한 교수 전략, 내용 재구성은 교수 자신감에 영향을 준다. 수학 단원 중에는 교수·학습 면에서 자신이 있는 단원이 있는 반면에 자신이 없는 단원도 있다. 수학교사의 교수 시 자신이 없는 단원 즉, 수학교사의 교수 곤란도가 높은 단원이 어느 단원인지를 알아보기 위해 고등학교 수학교과서의 모든 단원 중에서 순위별로 5개를 선택하게 한 결과, <표 IV-10>과 같이 교사들이 가르치기에 자신이 없는 단원은 확률, 이차곡선과 공간도형, 벡터, 통계, 함수의 극한과 연속성의 순으로 나타났다. 이로 부터 확률과 통계는 교사들이 가르치기에 꽤 자신이 없는 단원 중의 하나임을 알 수 있다. 이것은 영국 학생들을 대상으로 한 Gelman과 Nolan(2002)의 연구 결과와도 일치한다. 그러나 자신이 없다는 이유가 교사 요인인지 아니면 학생 요인인지는 설문조사에서 파악하기가 어려워 면담조사에서 살펴보기로 한다.

<표 IV-10> 가르치기에 자신이 없는 단원

수학 단원	가중 응답수	응답률(%)
수와 연산	1	0.4
식과 그 연산	0	0.0
방정식과 부등식	0	0.0
도형의 방정식	0	0.0
부등식의 영역	0	0.0
함수	11	3.7
삼각함수	10	3.2
지수와 로그	6	2.0
행렬	2	0.7
수열	3	1.0
수열의 극한	11	3.7
지수함수와 로그함수	1	0.4
확률	74	25.0
통계	39	13.2
함수의 극한과 연속성	23	7.8
미분법	2	0.7
적분법	12	4.1
이차곡선과 공간도형	61	20.6
벡터	40	13.5
합계	296	100

다음으로, 확률과 통계의 내용 중에서 교사가 가르치기에 자신이 없는 내용을 조사하였다. 순위별로 5개를 선택하라고 한 결과, <표IV-11>에서와 같이 순열과 조합, 통계적 추정, 모집단과 표본, 순열, 조합, 확률분포의 순으로 나타났다. 순열과 조합이 가르치기에 자신이 없다고 한 이유는 선택문제, 분배문제, 분할문제에 따라 난이도가 높아지고, 답을 계산할 수 있는 적절한 방법이 없기 때문인 것으로 생각된다. 반면에 통계적 추정, 모집단과 표본을 자신이 없다고 한 이유는 내용 자체의 어려움 보다는 교과서의 뒷부분이어서 많은 학생들이 경시하거나 포기하여 교수경험이 별로 없기 때문으로 생각된다. 이에 대한 구체적인 이유는 면담조사에서 상세히 살펴보기로 한다.

<표IV-11> 가르치기에 자신이 없는 확률과 통계내용

확률과 통계 내용	가중 응답수	응답률(%)
경우의 수	18	5.6
순열과 조합	77	23.9
확률의 뜻	2	0.6
확률의 계산	20	6.2
조건부 확률	15	4.6
확률분포	27	8.3
이항분포	12	3.7
정규분포	21	6.5
모집단과 표본	60	18.6
통계적 추정	71	22.0
합계	323	100

(2) 학습자에 대한 지식

(가) 학생의 학습 곤란도

학생의 학습 곤란도를 조사하기 위해서 교사들이 생각하기에 학생들이 어려워하는 단원을 순위별로 조사하였다. 고등학교 수학교과서의 모든 단원 중에서 순위별로 5개 이내를 선택하라고 한 결과, <표 IV-12>와 같이 교사들이 생각하기에 학생들이 어려워하는 단원은 삼각함수, 확률, 이차곡선과 공간도형, 통계, 벡터의 순으로 나타났다. 이것은 교사들이 가르치기에 어렵다고 한 단

원과 거의 일치하는데 이로부터 확률과 통계는 학습 내용 자체가 어려워 교수·학습하기에 곤란한 것으로 생각된다.

<표IV-12> 학생들이 어려워하는 수학 단원

수학 단원	가중 응답수	응답률(%)
수와 연산	0	0.0
식과 그 연산	0	0.0
방정식과 부등식	0	0.0
도형의 방정식	6	1.6
부등식의 영역	9	2.3
함수	34	8.8
삼각함수	71	18.4
지수와 로그	10	2.6
행렬	3	0.8
수열	11	2.9
수열의 극한	10	2.6
지수함수와 로그함수	14	3.6
확률	62	16.1
통계	48	12.5
함수의 극한과 연속성	8	2.1
미분법	5	1.3
적분법	11	2.9
이차곡선과 공간도형	49	12.7
벡터	34	8.8
합계	385	100

한편, 확률과 통계 내용 중에서 교사들이 생각하기에 학생들이 어려워하는 내용을 순위별로 5개를 선택하라고 한 결과는 <표IV-13>에서와 같이 통계적 추정, 순열과 조합, 모집단과 표본, 확률분포의 순으로 나타났다. 이것도 교사가 가르치기에 자신이 없다고 한 내용의 순위와 거의 비슷하다. 이지현·이정연·최영기(2005)는 학생들이 순열, 조합문제에서 어려움을 겪는 이유는 문제 유형의 차이를 제대로 이해하지 못하기 때문이라고 하였다. 이로부터 순열과 조합의 교수·학습은 다양한 유형의 문제 풀이를 경험하게 하고, 문제 사이의 구조를 이해하게 해주는 것이 필요하다.

<표 IV-13> 학생들이 어려워하는 확률과 통계 내용

확률과 통계 내용	가중 응답수	응답률(%)
경우의 수	14	3.7
순열과 조합	69	18.1
확률의 뜻	0	0.0
확률의 계산	27	7.1
조건부 확률	28	7.3
확률분포	43	11.3
이항분포	22	5.8
정규분포	29	7.6
모집단과 표본	68	17.8
통계적 추정	82	21.5
합계	382	100

(나) 학생들의 이해도

확률과 통계 단원에 대한 학생들의 이해도를 알아보기 위하여 교사들이 생각하기에 확률과 통계 단원에 대한 학생들의 이해도가 다른 단원에 비하여 어떠한지를 조사하였다. 그 결과 <표 IV-14>에서와 같이 매우 낮다가 4.2%, 낮다가 70.8%에 달해 교사들은 학생들의 확률과 통계 단원의 이해도가 다른 단원에 비하여 현저히 낮은 편이라고 생각하고 있다.

<표 IV-14> 확률과 통계에 대한 학생들의 이해도

이해도	매우 높다	높은 편임	비슷하다	낮은 편임	매우 낮다	무응답
응답률 (%)	0	4.2	20.8	70.8	4.2	0

한편, 학생들이 확률과 통계 단원에서 이해도가 낮은 이유를 교사에게 순위별로 3개를 조사한 결과, <표 IV-15>에서와 같이 개념, 원리 등이 이해하기 어렵다가 32%, 적용 방법이 어렵다가 21%, 내용을 지루해 하고 흥미가 없다가 19%의 순으로 응답하였다. 이로부터 학생들은 확률과 통계의 개념과 적용방법을 전체적으로 어려워하고, 이로 인해 점차 흥미를 잃어 가고 있다고 할 수 있다.

<표 IV-15> 확률과 통계의 이해도가 낮은 이유

이해도가 낮은 이유	가중 응답수	응답률(%)
개념, 원리 등이 이해하기 어렵다.	44	31.9
적용하는 방법이 어렵다.	31	22.5
내용이 지루하고 흥미가 없다.	24	17.4
공식과 법칙 등 학습 내용이 너무 많다.	21	15.2
지금 까지 배웠던 내용과 많이 다르다.	18	13.1
합계	138	100

(3) 교육과정 및 교과서에 대한 지식

(가) 제 7차 고등학교 수학과 교육과정에 대한 지식

제 7차 고등학교 수학과 교육과정에서 확률과 통계는 수학 I, 확률과 통계 과목에 포함되어 있다. 수학 I의 성격과 목표, 내용체계, 교수·학습 방법은 모든 수학 영역을 망라하여 진술한 것이므로 설문 조사에서 제외하고, 확률과 통계 과목에 대한 성격과 목표, 내용체계, 교수·학습 방법에 대한 지식을 설문조사하였다. 그 결과 <표 IV-16>과 같이 제 7차 수학과 교육과정의 확률과 통계 과목의 성격과 목표, 내용체계, 교수·학습 방법에 대하여 약 50%의 교사가 어느 정도 알고 있다고 응답하였다. 이것은 절반 정도의 교사는 교육과정에 대하여 잘 모르고 교재만으로 수업을 하는 것으로 생각할 수 있다. 교사들이 교육과정이라는 전체 숲을 보지 못하고 나무만 보고 수업하게 되면 수학의 위계성과 연결성의 특성을 간과하는 결과를 초래할 수도 있다.

<표 IV-16> 확률과 통계 교육과정에 대한 지식

확률과 통계 영역	많이 안다	조금 안다	별로 모른다	거의 모른다	무응답
성격과 목표	11.1	44.5	33.3	3.7	11.1
내용 체계	18.5	51.8	22.2	0	7.4
교수·학습 방법	7.4	40.7	29.7	14.8	7.4

(나) 교과서에 대한 지식

제 7차 수학과 교육과정의 수학 I 교과서에서 확률과 통계 영역은 제 6차의 그것과는 달리 그 비중이 약 30% 정도에 달하고 있다. 이에 따라 수능 나형 시험에서도 전체 30문항 중 9~10문항이 확률과 통계 영역에서 출제됨으로서 학교 수업에서 매우 중요한 영역으로 취급되고 있다. 확률과 통계 영역의 교과서 비중에 대한 교사들의 지식을 설문조사한 결과, <표 IV-17>과 같이 비중이 많다(매우 많다 포함)에 약 55% 정도가 응답하였다. 한편, 수학 I의 확률과 통계 단원에서 교과서 내용에 변화가 있다고 생각하는지를 설문조사한 결과, 교과서의 내용에 변화가 거의 없다고 생각하는 교사가 약 75%에 달하고 있는 것으로 나타났다. 교사들은 확률과 통계영역의 비중이 많아진 것은 잘 알고 있지만 내용 변화에 대하여는 실제로 수학 I 교과서의 확률과 통계 단원은 다른 단원보다 내용 변화가 많은데도 불구하고 인지하지 못하고 있다고 할 수 있다.

<표 IV-17> 확률과 통계 단원의 교과서 비중 및 내용 변화

비중 및 내용변화	매우 많다	많다	적당하다	적다	매우 적다	무응답
비중	7.4	48.2	33.3	3.7	0.0	3.7
내용 변화	0	22.2	해당 없음	66.7	3.7	7.4

2. 수학교사의 확률과 통계에 대한 신념

(1) 통계학에 대한 신념

교사의 신념은 교수·학습에 그대로 반영된다. 본 연구에서는 수학교사가 가지고 있는 통계학에 대한 신념을 조사하기 위해서 통계학의 본질과 학교 수학에서의 가치에 대하여 문헌 연구를 바탕으로 <표 IV-18>과 같은 설문문항을 만들었다.

<표 IV-18> 통계의 본질에 대한 신념

통계의 본질	가중 응답수	응답률 (%)
통계학이란 어떤 현상에 대한 관측된 자료를 수집하고 해석함으로써 그 현상 속에 내재하는 불확실성과 변이성을 수학적인 방법으로 분석하는 학문이다.	30	20.9
수학이 연역적 사고에 의한 순수학문이라면 통계학은 귀납적 사고에 의한 응용과학이다.	18	12.6
통계학은 실생활과 여타 학문에서 필요로 하는 자료정리 방법과 의사결정 논리를 제공해주는 도구적 학문이다.	23	16.1
통계학은 기본적으로 응용수학의 한 분야로서 관찰 자료에 적용된 수학적 원리이다.	55	38.5
통계학은 근본적으로 수학과는 다른 자료처리 과학이다.	17	11.9
합계	143	100

먼저 통계학의 본질에 대하여 자신의 의견과 일치하는 내용 3개를 순서대로 선택하도록 한 결과, <표 IV-18>과 같이 교사들은 통계학의 본질을 기본적으로 응용수학의 한 분야로 보고 있으며 수학적인 이론과 방법으로 분석하는 학문으로 생각하고 있다. 통계학은 수리 과학이지만 수학과는 다른 비결정성, 불확실성 등의 특징을 가지고 있고, 통계학의 실체는 연역적, 형식적이 아니라 귀납적, 발견적, 실험적이다. 따라서 교사들은 바람직한 통계교육의 개선을 위해서 통계학의 본질에 대한 인식을 달리해야 할 것이다.

다음으로, 학교 교육에서 확률과 통계의 가치에 대하여 문헌연구를 바탕으로 <표 IV-19>와 같은 설문문항을 만들고 자신의 의견과 일치하는 내용 3개를 순서대로 선택하도록 하였다.

<표 IV-19> 학교수학에서 확률과 통계의 가치에 대한 신념

확률과 통계의 가치	가중 응답수	응답률 (%)
수학의 실용성을 인식하기에 적합하고, 지식 기반 정보화 사회에서 매우 유용한 영역이다.	38	29.0
탐구, 활동 중심의 교수·학습을 하기에 적합한 영역이다.	20	15.3
수학적 사고력, 문제해결력, 논리력 등을 향상시키기에 적합한 영역이다.	27	20.6
대학 입시에 중요한 영역이다.	25	19.1
심미성을 인식하기에 적합한 영역이다.	9	6.9
정신 도야성에 적합한 영역이다.	12	9.1
합계	131	100

<표 IV-19>의 응답 결과를 보면 교사들은 학교 교육에서 확률과 통계의 가장 큰 가치를 실용성에 두고 있고, 다음으로는 수학적 사고력, 문제해결력과 대학 입시에서의 중요성에 두고 있다. Kempthorne(1980)은 학교 통계 교육에서 수학 원리는 하나의 수단이 되어야 하고 내용이 형식을 지배해야 한다고 하였다. 확률과 통계가 비중의 증가로 인해 대학 입시에서 중요성이 커진 것은 수학 원리가 수단이 아니라 목표가 된 것으로 생각할 수 있다.

(2) 확률과 통계의 교수·학습에 대한 교사의 신념

확률과 통계의 교수·학습에 대한 교사의 신념은 확률과 통계 교수·학습 시 적절하다고 생각하는 교수·학습 유형에 대한 신념과 수업기법에 대한 신념으로 나눌 수 있다. 여기서 수업기법이란 교수·학습 방법을 실제 수업상황에서 적용할 때 이루어지는 구체적 수업기술로써 발문기법, ICT 활용기법, 흥미와 동기유발, 교재 재구성 등이 있다. 먼저 교수·학습 유형은 Kuhs와 Ball(1986)이 분류한 4가지 교수·학습 모형에 대하여 자신의 견해에 적합한 2개를 순서대로 선택하도록 하였다. 그 결과, <표 IV-20>에서와 같이 수학교사들은 개념 이해 강조, 학습자 중심 수업의 순으로 선호하였다. 개념 이해를 강조하는 수업은 통계의 본질과 가치를 수학적인 것으로 생각하는 교사의 신념과 관련이 있다.

<표 IV-20> 교수·학습에 대한 교사의 신념

교수·학습 유형	가중 응답수	응답률(%)
학습자 중심	23	30.7
개념이해 강조 내용 중심	29	38.7
수행 강조 내용 중심	16	21.3
교실 중심	7	9.3
합계	75	100

<표 IV-21> 교과서의 재구성에 대한 신념

교과서의 재구성	많이 필요	조금 필요	별로 필요 없음	전혀 필요 없음	무응답
응답률 (%)	14.9	44.4	29.6	3.7	7.4

다음으로, 수업기법 중 교사들이 확률과 통계 단원을 수업하면서 교과서 내용을 그대로 가르쳐도 되는지 아니면 개인차를 고려하여 나름대로 재구성하여 가르쳐야 하는지에 대한 신념을 조사하였다. 응답 결과, <표 IV-21>에서와 같이 교과서의 내용을 조금이라도 재구성하여 가르쳐야 한다고 생각하는 교사가 약 60%로 나타났다.

이것은 약 40%의 교사들이 교과서를 금과옥조처럼 생각하고 있다는 것이고, Ball(1990)에 의하면 이와 같은 교사들은 수학적 지식이 풍부하지 못하다는 것이다.

한편, 제 7차 수학과 교육과정에서는 교수·학습 과정에서 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제 해결력 향상을 위하여 계산기, 컴퓨터 등의 테크놀러지를 활용하도록 적극 권장하고 있고, 이는 Thisted & Velleman(1992)의 제안이기도 하다. 이에 교사들이 확률과 통계의 실제 교수·학습 시에 테크놀러지를 활용하는 것이 필요하다고 생각하는지를 조사하였다.

<표 IV-22> 테크놀러지의 활용

테크놀러지의 활용	많이 필요	조금 필요	별로 필요 없음	전혀 필요 없음	무응답
응답률 (%)	7.4	51.8	33.4	3.7	3.7

<표 IV-22>의 응답결과, 확률과 통계의 교수·학습 시에 테크놀러지를 활용하여 수업을 해야 한다는 신념을 갖고 있는 교사가 60%로 나타났다. 이에 반해 학교 교육 여건은 아직까지 테크놀러지를 활용할 만큼의 충분한 시설이 갖추어지지 않고 있다. 따라서 교사들이 생각하는 바람직한 확률과 통계수업을 위해서는 학교에 컴퓨터 실습실과 통계 소프트웨어를 장치한 교육공학 교실을 마련해야 한다.

3. 수학교사의 확률과 통계 교수·학습의 실제에 대한 면담결과

(1) 확률과 통계의 교수·학습 실제

고등학교의 학교 수업은 대학 입시와 직결되어 있다. 최근 대입 전형에서 수능시험의 수리영역을 필수로 요구하지 않는 대학(특히 인문·사회계열 대학)이 점차 증가함에 따라 고등학교에서 확률과 통계 단원을 포함한 수학 I의 교수·학습이 잘 이루어 지지 않고 있는 실정이다. 또한 심화선택과목인 확률과 통계는 수능시험의 수리 가형의 선택과목이긴 하지만 학생들의 선택비율이 3%에 지나지 않아 심화 선택과목으로서의 기능을 상실하고 있다. 이에 수학 I의 확률과 통계 단원과 확률과 통계 과목의 학습 운영의 실체를 심층 면담하였다.

<발췌문 1>

질문 1: 상당수의 학생들이 수능시험에서 수리 나형을 포기하면서 수학 I의 확률과 통계 단원을 공부하지 않는다고 하는데 이에 대한 실태를 말씀해 주세요.

(1.1) T1: 확률과 통계뿐만 아니라 수학 자체를 포기한 학생이 절반 이상이 된다. 대학 입시에서 수리영역을 포기해도 아무 문제가 안 되므로 어려운 수학을 공부하기 보단 쉬운 과목을 공부하는 학생이 많다.

(1.2) T2 : 요즘에는 수능시험을 치르지 않더라도 대학에 갈 수 있으니 학생들이 전보다 수학 공부를 더욱 기피하고 있는 것 같다. 실제로 인문계의 많은 학생들이 수학을 포기하고 있고, 특히 순열조합을 어려워하다보니 그 뒷부분은 보지도 않는 학생들이 많다.

(1.3) T3: 우리 학교에서 인문 과정의 경우 한 반에

상위권 4~6명 정도만 수리 나형을 보았고 나머지는 모두 수학 공부를 포기하고 그냥 단순 응시만 하였다.

앞의 발췌문 (1.1)~(1.3)에서 알 수 있듯이 인문계열의 상당수 학생들이 대학 입시에서 수학을 포기함으로써 인해 학교 수학 수업이 잘 안 되고 있다. 고등학교 수업은 대학 입시에 절대적인 영향을 받기 때문에 수학 교사의 입장에서도 수학 학습 지도를 못하고 있는 실정이고, 특히 확률과 통계는 어렵고 흥미 없는 영역으로 생각하여 더 많은 학생들이 학습을 포기하고 있다. 그러나 확률과 통계의 비중과 실용성, 그리고 미래 사회에서의 유용성을 강조하여 동기를 유발하고, 흥미 있는 소재로 지도해야 할 것이다.

<발췌문 2>

질문 2: 제 7차 교육과정에서는 심화선택과목으로 확률과 통계 과목이 있는데 이 과목에 대한 교수·학습 운영 실태는 어떤가요?

(2.1) T1: 선택심화과정이 본래 취지대로 운영되지 않고 있다. 입시 때문에 선택과목인 확률과 통계시간에 수능에 나오는 수학 I의 내용만 복습하고 남은 시간에 다시 수학 I을 재탕하고 하고 있다.

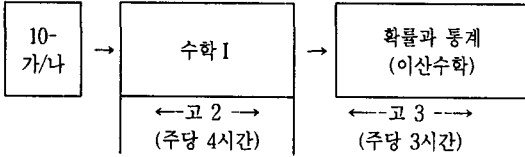
(2.2) T2: 이과반 학생들 중에 확률과 통계를 선택하는 학생이 몇 명 있지만 그 수가 작아 확률과 통계 과목을 개설 할 수 있는 상황이 못 된다.

(2.3) T3: 우리 학교에서는 인문계열에서 확률과 통계를 개설하지만 실제로 수업은 안 한다. 내신 성적을 내야 하기 때문에 수학 I의 확률과 통계 내용을 반복하고, 남은 시간에는 수학 I의 다른 단원을 수업한다.

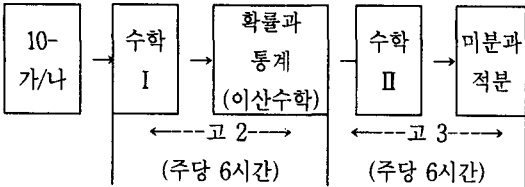
고등학교 학생들이 대학에 진학할 때, 인문·사회계열과 자연계열의 이수 과목은 각각 <표 IV-23>, <표 IV-24>와 같다. 많은 고등학교의 인문계열에서는 확률과 통계 과목을 개설하지만 수능시험의 출제 범위가 아니기 때문에 형식적으로 개설만 할 뿐 실제 수업은 수리 나형에 출제되는 수학 I을 수업하고 있다. 이것은 수능 시험제도가 제 7차 수학교육과정의 체제와 어긋나 발생한 문제로서 시험 대상이 아닌 선택과목이 학교 교육에서 경시되는 것은 당연하다. 이와 같은 점은 차기 교육과정

개편 시의 중요한 고려사항이 되어야 할 것이다.

<표 IV-23> 인문·사회계열 진학 희망자의 이수과목



<표 IV-24> 자연계열 진학 희망자의 이수과목



(2) 확률과 통계의 교수·학습 곤란도에 대한 이유

확률과 통계 영역의 교수·학습 곤란도는 설문조사를 통하여 이미 알아보았지만 교수 시의 어려운 점에 대한 이유와 학생들이 학습 시 어려워하는 이유에 대해서는 면담조사로 미루었다. 본 면담에서는 이에 대한 질문하였다.

<발췌문 3>

질문 3: 확률과 통계의 교수 시의 어려운 점은 무엇이고, 그 이유는 무엇이라고 생각합니까?

- (3.1) T1: 확률과 통계를 가르치면서 스스로 확률과 통계 부분에 대한 지식이 많이 부족하다는 것을 느끼고 있다. 수업 시에는 교과서에 제시된 문제들을 주로 가르치기는 하지만 통계적 추정부분은 잘 몰라서 거의 새롭게 공부하면서 지도하고 있다.
- (3.2) T2: 학생들이 어려워하고 가르치기 힘든 부분은 확률 부분, 순열과 조합 부분인데 교사도 이 부분은 많은 교재준비와 교수 경험이 없으면 가르치기가 어렵다.
- (3.3) T3: 통계적 추정 단원에서 신뢰도라든가 추정 등의 개념을 가르칠 때 나 자신도 그 개념과 공식의 의미나 뜻을 다 파악하고 있다는 느낌이 아닌데 아이들에게 가르치고 있다는 느낌이었다.

확률과 통계 영역의 교수 시 교사들은 순열과 조합, 통계적 추정부분을 가르치기 어려워하였는데, 그 이유는 교사들의 지식 부족에 기인한 것이라고 할 수 있다. 대학 학부 때 배우긴 했지만 이미 다 잊은 상태이고, 그 이후 확률과 통계에 대한 충분한 연수를 받지 못했거나 교재연구가 부족했다고 할 수 있다. 그래서 면담대상 교사들에게 연수를 받는다면 어느 영역의 연수를 받고 싶어 하는지 질문하였다.

<발췌문 4>

질문 4: 교사들 자신이 부족한 부분에 대하여 연수를 받는다면 어느 영역을 연수 받겠는지요?

- (4.1) T1: 7차 교육과정에서 새롭게 신설된 교과과 확률과 통계, 이산수학이다. 학생들이 확률과 통계를 더 많이 선택하므로 확률과 통계를 연수받고 싶다.
- (4.2) T2: 이산수학에 대한 연수는 이미 받은 경험이 있지만 아직 가르치기에 부족한 부분이 많은 것 같아 좀 더 공부하였으면 한다
- (4.3) T3: 가장 부족한 영역이 확률과 통계이다. 7차 교육과정으로 들어서면서 확률과 통계에 새로운 내용이 많이 추가 되었고 다양한 교수 방법이 도입되어 현장에 있는 교사들의 부담감이 커졌다. 그래서 확률과 통계영역을 연수 받고 싶다.

면담대상 교사들은 모두 7차 교육과정에서 새롭게 도입된 이산수학이나 확률과 통계부분에 대한 연수를 원하였다. 교사들은 확률과 통계, 이산수학은 연수나 재교육 기회가 별로 없어 그에 대한 수학적 지식이나 교수법적 지식이 많이 부족하다고 할 수 있다. 따라서 수학교사에게는 정교사 자격 연수 외에도 자기 연찬 등의 교사 재교육 기회를 마련해 주어야 할 필요가 있다.

<발췌문 5>

질문 5: 확률과 통계의 지도 시 학생들이 어려워하는 내용은 무엇이고, 그 이유는 무엇이라고 생각합니까?

- (5.1) T1: 일단 학생들은 확률과 통계 개념을 너무 어려워하고, 다른 단원들과 동떨어져 있다고 생각한다. 사실 말로는 실생활에 유용하게 쓰인다고 가르치지만 구체적으로 어떻게 유용하게 쓰이는지 설명해 줄 수 없다.

(5.2) T2: 학생들이 힘들어하는 부분은 주로 순열과 조합의 계산 부분으로 문제 상황을 파악하기 힘들어 하고, 파악했다 하더라도 어떤 공식을 대입하여 문제를 해결해야 할지 많은 학생들이 어려워한다. 또한 신뢰구간에 대해서 그 의미를 제대로 알고 있는 학생들은 소수에 불과하며 대부분 정해진 공식에 대입하여 문제를 푸는 수준이다.

(5.3) T3: 상당수의 학생들은 수학을 이미 포기하였기 때문에 모든 영역의 수학을 어려워한다. 특히 확률과 통계 영역에 대해서는 수학을 포기하지 않은 학생도 어려워하는데 그 이유는 내용 자체가 어렵고, 공식도 많아 어느 공식을 적용해야 할지 모르기 때문이다.

확률과 통계 학습 시 학생들은 순열과 조합, 통계적 추정 부분을 어려워하는데, 그 이유는 어떤 공식을 적용해야 할지 혼란스럽고 문제 상황이 잘 이해되지 않기 때문인 것으로 나타났다. 이것은 학생들의 노력 부족, 순열과 조합의 난이도와 더불어 교사들의 지식 부족에 기인한 측면도 있다. 특히, 인문계열 학생들 중에 수학 자체를 포기한 학생이 많다는 것은 학교 수학의 근원적 변화를 요구하는 것이다.

(3) 교수·학습에 대한 견해

제 7차 수학과 교육과정의 수학 I에서 확률과 통계 영역은 그 비중이 30% 정도에 이르고, 그 내용도 상당히 변화되었다. 이 변화에 대한 인식은 실문을 통하여 이미 알아보았지만 변화에 대한 교사들의 교재 준비와 교수·학습 방법은 어떻게 달라졌는지 알 수가 없었다. 본 면담에서는 이에 대한 질문을 하였다.

<발췌문 6>

질문 6: 확률과 통계에 대한 교수 시 교재준비는 어떻게 하고, 교과서는 어떻게 얼마나 재구성하는지요?

- (6.1) T1: 교재 준비는 교과서와 교사용지도서를 많이 참고한다. 교과서는 주로 교사용 지도서를 보고 재구성하는 편이나 많이 하지는 않는다.
- (6.2) T2: 교재준비는 교과서를 보고 문제는 참고서에서 많이 뽑는 편이다. 교과서는 재구성하지 않지만 보충문제는 제시한다.

(6.3) T3: 확률과 통계는 7차 교육과정에서 그 비중이 커져 다른 영역보다 교재 준비를 많이 하고 있다. 교재준비는 참고서와 문제집에 의존한다.

확률과 통계에 대한 교사들의 교재 준비는 비중 변화에 따라 그 준비 시간이 길어진 것 이외에는 특별히 변한 것은 없다고 할 수 있다. 이것은 확률과 통계에서 변화된 내용이 수능의 출제 경향의 변화까지는 초래하지 않았기 때문인 것으로 풀이된다. 교사들은 확률과 통계에 대한 교재 연구를 주로 교사용 지도서와 참고서에 의존하고 있으나 교과서를 많이 재구성하지는 않는 것으로 나타났다. 그러나 고등학교 교육과정에 의거한 교재로는 통계적 사고에 대한 이론적 배경 지식을 충분히 파악하기가 어려우므로 깊이 있는 교재 연구를 위해서는 고등학교 교육과정을 넘어 선 대학 교재로 연구하는 것이 권장된다.

<발췌문 7>

질문 7: 제 6차에서 제 7차로 교육과정이 변화되면서 교수·학습 방법에 특별히 달라진 점이 있다면 무엇입니까?

- (7.1) T1: 특별한 점은 없다. 다만 교재에서 실생활 예제들이 증가하였기 때문에 실생활 문제를 더 다루고 있다. 테크놀러지의 활용은 계산기, 컴퓨터 등을 사용할 수 없어서 말로 대충 설명하고 넘어가는 편이다.
- (7.2) T2: 학생들이 선택하는 심화선택과목에 따라 수준별 이동수업을 하고 있다.
- (7.3) T3: 인문계열의 많은 학생들이 수학을 포기하고 더욱이 확률과 통계는 더 많은 학생들이 포기하기 때문에 가끔적 포기를 하지 않도록 동기와 흥미 유발에 중점을 두고 지도한다.

확률과 통계 영역의 교수·학습 방법에서 교사들은 실생활 상황과 동기유발을 강조하고 있고, 선택과목에 따라 수준별 이동수업을 하고 있다. 그리고 테크놀러지의 활용이 필요하다고 하지만 실제 수업으로 까지는 이루어지지 않고 있다. 이로부터 교사들은 학생들이 확률과 통계 내용을 어려워한다는 것을 인식하고 있지만 실제로 교수방법을 바꾸었다고 볼 수는 없다.

(4) 수학 I의 확률과 통계 영역과 확률과 통계 과목의 교과서에 대한 의견

제 7차 수학과 교육과정에 따른 수학 I 교과서와 확률과 통계 교과서의 구성에 대하여 교사들의 의견을 조사하였다.

<발췌문 8>

질문 8: 확률과 통계 영역의 수학 I 교과서와 확률과 통계 교과서의 구성이 학생들의 흥미 유발과 개념 이해에 적합하다고 생각하나요?

- (8.1) T1: 공부를 잘하는 학생들에게는 흥미를 유발할 수 있으나 못하는 학생들에게는 결코 흥미 유발이나 개념 이해가 안 된다.
- (8.2) T2: 실생활과 관련된 문제가 너무 적고 개념과 공식위주의 내용인 것 같다.
- (8.3) T3: 확률과 통계 부분의 교과서 있는 예제들은 계산기나 컴퓨터가 갖춰져야 할 수 있는 것이 가끔 있다. 그러나 현실은 기자재를 사용하기가 어려우므로 좀 더 학교 현실을 고려한 교재 구성이 되었으면 한다.

위의 발췌문 (8.1)~(8.2)에서 보면 현행 교과서가 학생들의 흥미유발과 동기유발에 미흡함을 알 수 있다. 이것은 현행 교과서가 주사위 문제, 주머니 문제 등 너무 정형적이고 인위적인 문제들로 구성되어 있기 때문이다. 우정호(2000)는 우리나라의 통계교육이 실패한 원인을 통계의 실재를 가르치기보다 통계수학을 가르치기 때문이라고 하였다. 따라서 교과서는 학생들로 하여금 자연적 흥미를 이끌어 낼 수 있는 실생활의 상황 문제를 제시하는 것으로 구성되어야 한다. 한편, 확률과 통계는 테크놀러지의 활용이 가장 적합한 영역이지만 학교 현장의 실정은 이를 뒷받침하지 못하고 있다. 따라서 테크놀로지의 활용도 교육 실정을 고려한 수준에서 제시해야 할 것이다.

V. 결론 및 제언

수학교육의 방향을 개선하기 위해서 개정된 수학과 교육과정이 아무리 좋은 철학과 정신을 가지고 있다 하여도 수학교사의 지식과 신념이 뒷받침 되지 않으면 학교 현장에서 구현될 수 없다. 교사의 지식과 신념은 교육 행위에 직접적인 영향을 주고, 학습자는 교사의 교육

행위에 예민하게 반응한다.

이에 본 연구는 현직 고등학교 수학교사의 확률과 통계에 대한 수학적 지식과 신념을 분석하였다. 고등학교 수학교사 27명의 설문조사와 3명의 면담조사 결과, 확률과 통계에 대한 교사의 수학적 지식은 다음과 같다.

첫째, 확률과 통계의 수학적 내용 지식에 대하여 교사들은 제 7차 고등학교 수학과 교육과정의 확률과 통계 영역에서 탐색적 자료 분석 방법, 밀도도수에 의한 확률 밀도함수의 도입, 표본 비율의 분포와 신뢰구간추정 등과 같이 새로 추가되거나 바뀐 내용에 대한 지식은 대체적으로 부족한 것으로 나타났다. 이것은 확률과 통계 영역에 대한 교사의 교수 경험이 적거나 교재연구가 부족하다는 것을 반영한다. 내용 지식이 부족한 교사는 교수 시에 자신감이 결여되고 문제 해결능력이 저하되므로 수학교사들은 확률과 통계 내용에 대한 이론적 배경 지식을 높이기 위해서 스스로 자기 연수, 워크샵 참석, 교재 연구 등을 지속적으로 해야 할 것이다.

둘째, 확률과 통계 교수 학습에 대한 지식에 대하여 교사들은 교수 전략, 교재 재구성 방법, 동기유발 방법, 테크놀러지 활용 방법 면에서 지식이 풍부하지 않은 것으로 나타났다. 특히, 수학교과서의 단원 중에서 교사들이 가르치기에 자신 없는 단원과 교사가 생각하기에 학생들이 어려워하는 단원은 거의 일치하며 그 중의 하나가 확률과 통계이다. 따라서 확률과 통계 교수·학습 시에 교사가 학습자 중심의 효과적인 지도를 위해서는 내용적 지식의 강화뿐만 아니라 교수·학습 전략도 습득해야 할 것이다.

셋째, 많은 수학교사들이 확률과 통계 단원을 수업하면서 테크놀러지를 활용하거나 교과서를 재구성해야 한다고 생각하지만 실제로는 교육여건이 뒷받침이 안 되어 못하고 있고, 교과서 의존도가 심해 재구성을 안 하는 것으로 나타났다. 이것 또한 교사가 확률과 통계 영역에 대하여 교수·학습 지식이 부족함을 지지하는 결과이다.

한편, 확률과 통계에 대한 교사의 수학적 신념은 다음과 같다.

첫째, 많은 고등학교 수학교사들이 확률과 통계의 본질을 기본적으로 응용수학의 한 분야로 보고 있고, 확률과 통계의 가치를 실용적인 것으로 생각하고 있다.

둘째, 수학교사들은 확률과 통계의 교수·학습 방법

으로 개념 이해 강조, 학습자 중심의 수업을 해야 한다고 생각하고 있다. 이것은 많은 교사들이 확률과 통계를 수학의 일부분으로 생각하고 있기 때문에 수업 시에 개념 이해를 우선시 하는 경향이 있는 것으로 풀이된다.

셋째, 수학교사들은 확률과 통계의 교수·학습에서 테크놀러지의 활용이 필요하다는 신념을 갖고 있지만 학교 교육이 대학입시 위주여서 실제 수업에서는 실행할 수 없었다. 따라서 테크놀러지의 활용도 교육 현장을 고려한 수준에서 제시해야 할 것이다.

본 연구의 결과로부터 고등학교 수학과 확률과 통계 영역에서 교사의 수학적 지식을 강화하고 신념과 인식을 변화시키기 위해서는 교사 재교육의 차원에서 수학교육적 지식과 수학교수법적 지식을 제고할 수 있는 교재 개발이 필요하다. 교사 양성기관과 연수기관에서는 수학교사를 위한 확률과 통계 지도 실체에 대한 경험과 역사적, 문화적, 철학적, 인식론적 관점 및 다른 과학과의 관련성 등 확률과 통계에 대한 메타 지식적 연수 교재의 개발에 힘써야 할 것이다. 한편, 수학교사의 교수·학습 방법과 교수 활동은 수학적 지식과 신념뿐만 아니라 다양한 환경 요인이 복합적으로 작용하여 반영된다. 따라서 학생들에게 좋은 수학 수업을 제공하기 위해서는 교사요인에 대한 종합적이며, 정의적, 인지적 측면에서 설명력이 강한 변인들에 대한 후속 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 수학과 교육과정. 서울: 대한교과서.
- 김미월 (2001). 고등학교 수학교사의 수학 및 교수-학습에 대한 신념과 교수 실체의 관계 연구. 한국교원대학교 박사학위논문.
- 김원경·김용대 (2002). 교사의 수학적 지식에 대한 연구: 함수개념과 관련하여. 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 41(1), pp.101-108.
- 김용대 (2002). 교사의 수학적 관념에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 41(1), pp.35-44.
- 박성선 (2003). 수학교사의 전문성 신장을 위한 논의. 교과교육공동연구 학술세미나, pp.231-246. 한국교원대학교 부설 교과교육공동연구소.
- 박영희 (2002). 연속확률변수 개념의 직관적 이해에 관한 고찰, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 4(4), pp. 677-688.
- 박한식 (2001). 수학과 교원을 위한 수학, 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 40(1), pp.112-117.
- 방정숙 (2002). 수학교사의 교수방법에 영향을 미치는 요소에 관한 소고. 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 41(3), pp.257-271.
- 우정호 (2000). 통계교육의 개선방향 탐색, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 2(1), pp.1-27.
- 이지현·이정연·최영기 (2005). 순열 조합 문장계의 문제 변인과 오류분석, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 7(2), pp.123-137.
- 신현용·이종욱 (2004). 수학교사의 지식과 수업 실제와의 관계, 한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 43(3), pp.257-274.
- 한범수·한경수·안정용 (2004). 구성주의 학습반식을 활용한 통계 교수학습 모형 개발, 한국통계학회 프로시딩, pp.259-263.
- Ball, D. L. (1988). Research on teacher learning: Studying how teachers' knowledge changes. *Action in Teacher Education*, 10(2), pp.17-24.
- _____ (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education, *The elementary School Journal*, 93(4), pp.373-397.
- Borko, D. C., & Putnam, R. (1996). Learning to teach, In R. C. Calfee & D. Berliner (Eds.), *Handbook of Educational Psychology* pp.673-708, NY: Macmillan.
- Cobb, G. (1992). Teaching statistics, In L.A. Steen (Ed.), *Heeding the call for change: Suggestions for curricular action* pp.3-43, The Mathematical Association of America.
- Fisher, R. A. (1925). *Statistical Methods for Research Workers*. Edinburgh: Oliver & Boyd.
- Dossey, J. A. (1992). The nature of mathematics: It's role and it's influence. In D.A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pp.39-48 New York: Macmillan Publishing Company.

- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact, In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pp.147-164, New York: Macmillan.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*, Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Gelman, A. & Nolan, D.(2002). *Teaching Statistics a bag of tricks*, London : Oxford University Press.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*, New York: Teacher's College Press, Teachers College of Columbia University.
- Grouws, D. A. (1994). Critical issues in problem solving instruction in mathematics, In D. Zhang, T. Sawada, & J. P. Becker (Eds.), *Proceedings of the China-Japan-U.S. seminar on mathematical education*.
- Kemphorne, O. (1980). The teaching of statistics : Content versus form. *The American Statistician*, 34(1), pp.17-21.
- Kennedy, M. M., Ball, D. L., & McDiarmid, G. W. (1993). *A study package for examining and tracking changes in teachers' knowledge*, East Lansing: Michigan State University, National Center for Research on Teacher Education.
- Kuhs, T. M., & Ball, L. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, National Center for Research on Teacher Education.
- Leinhardt, G. & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge, *Journal of Educational Psychology*, 77(3), pp.247-271.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standard for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nickson, M. (1992). The culture of the Mathematics classroom: An unknown quantity? In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pp.101-114, New York: Macmillan.
- Peterman, F. P. (1993). Stiff development and the process of changing: A teacher's emerging constructivist beliefs about learning and teaching. In K. Tobin(Eds.), *The practice of constructivism in science education* pp.227-245, Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Raymond, A. M.(1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education* 28(5), pp.550-576.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15(2), pp.4-14.
- Steel, R. G., & Torrie, J. H. (1960). *Principles and procedures of statistics*, New York : McGraw-Hill.
- Steffe, L. P.(1990). On the knowledge of mathematics teachers, In R. B. Davis, C.A. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics* pp.167-184, Journal for Research in Mathematics Education Monographs, 4.
- Stigler, S. M. (1986). *The history of statistics*, Cambridge, Massachusetts: The Belknap press of Harvard university press.
- Thisted, R. A. & Velleman, P. F. (1992). Computer and modern statistics, In D.C. Hoaglin & D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics* pp.41-53, The Mathematical Association of America.
- Thompson, A. G. (1984). The relationship of teacher's conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, pp.105-127.

Mathematics teachers' knowledge and belief on the high school probability and statistics

Won Kyung Kim

Korea National University of Education, Chongwon, Chungbuk, 363-791, Korea
wonkim@knue.ac.kr

So Young Moon

Jungheung High School, Buchon, Kyungki, 439-830, Korea
bawibee@hanmail.net

Ji Young Byun

Korea National University of Education, Chongwon, Chungbuk, 363-791, Korea
jyoung@hanmail.net

This work aims to investigate mathematics teachers' knowledge and belief on the high school probability and statistics.

For this aim, two research questions are established as follows.

(1) How is mathematics teachers' knowledge on the main contents of the high school probability and statistics in the 7th mathematics curriculum?

(2) What is mathematics teachers' belief on the high school probability and statistics?

Survey and interviews were carried out to answer the above research questions. Subjects of the survey were 27 mathematics teachers who were answered to questionnaire. Among them, 3 volunteers were chosen by provinces for in-depth interview.

Research findings in mathematics teacher's knowledge are as follows.

Firstly, mathematics teachers do not have much of mathematical knowledge on the newly added and changed contents of the high school probability and statistics in the 7th mathematics curriculum.

Secondly, mathematics teachers do not change their teaching-learning method for probability and statistics.

Thirdly, many teachers think that the use of technology and reconstruction of the textbooks are required in teaching and learning of the high school probability and statistics. But, they stick on their own way.

Research findings in mathematics teachers' belief are as follows.

Firstly, many mathematics teachers view the nature of statistics as a branch of the applied mathematics and put the value of high school probability and statistics on the practical usefulness.

Secondly, many mathematics teachers think that understanding concepts and improving problem solving ability are the best method of the teaching and learning.

Thirdly, many mathematics teachers think that high school probability and statistics textbooks should cause motivations and interests in order not to give up studying probability and statistics.

It is expected that the above findings can be used to change teachers' teaching and learning methods and to improve teachers training program.

* ZDM Classification : B59

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97B50

* Key Words : teachers' mathematical knowledge, teachers' belief, probability and statistics

<부록> 확률과 통계의 수학적 지식에 대한 설문지

선생님 안녕하십니까?

바쁘신 중에 시간을 내 주셔서 고맙습니다.

본 설문지는 현직 수학 선생님들의 “확률과 통계 단원에 대한 지식과 신념”을 조사하기 위한 것입니다. 설문지는 주관식과 객관식 문항, 그리고 선생님의 견해를 묻는 문항으로 이루어져 있습니다. 다소 작성하기 힘든 부분이 있겠지만 각 문항에 대한 선생님의 솔직한 답변 부탁드립니다. 본 설문지는 익명으로 처리되며 조사의 결과는 연구의 목적 이외에 어떤 용도로도 사용하지 않을 것을 약속드립니다. 감사합니다.

I. 선생님에 관한 정보입니다. 다음 해당란에 표 해 주십시오.

1. 선생님의 성별은 어떻게 되십니까?

① 남

② 여

2. 선생님의 교직 경력은 어떻게 되십니까?

① 4년 이하 ② 5~9년 ③ 10년~14년 ④ 15년~19년 ⑤ 20년 이상

3. 선생님의 연령은 어떻게 되십니까?

① 20대 ② 30대 ③ 40대 ④ 50대 이상

4. 선생님께서는 현재 고등학교 몇 학년을 주로 담당하고 있습니까?

① 1학년 ② 2학년 ③ 3학년

II. 확률과 통계의 지식에 관련된 문항입니다.

1. 대표값

(1) 산술평균, 중앙값, 최빈값의 정의를 차례로 써 주십시오.

(2) 다음 중 산술평균의 단점을 모두 골라주십시오. 또, 중앙값, 최빈값의 단점을 모두 골라 주십시오.

① 극단값에 영향을 크게 받는다.

② 극단값에 영향을 별로 받지 않는다.

③ 양적 자료에만 그 값이 존재한다.

④ 질적 자료에도 그 값이 존재한다.

⑤ 단 하나의 값만 존재한다.

⑥ 여러 개의 값이 존재할 수도 있다.

⑦ 계산이 간단하다.

⑧ 자료의 중심 위치를 잘 못 측정할 수도 있다.

2. 탐색적 자료 분석

(1) 다음 중 탐색적 자료 분석에서 사용하는 것을 모두 골라 주십시오.

① 상자그림 ② 도수분포표 ③ 평균 ④ 중앙값 ⑤ 최빈값 ⑥ 도수분포다각형
 ⑦ 줄기와 잎 그림 ⑧ 자료의 재 표현 ⑨ 히스토그램 ⑩ 분산 ⑪ 사분위수 범위
 ⑫ 평균편차 ⑬ 왜도 ⑭ 첨도

3. 산포도

- 1) 범위, 분산, 표준편차의 정의를 차례로 써 주십시오.
- 2) 다음 중 범위의 장단점을 모두 골라주십시오. 또 분산의 장단점을 모두 골라 주십시오.

① 극단값에 영향을 크게 받는다.	② 극단값에 영향을 별로 받지 않는다.
③ 양적 자료에 그 값이 존재한다.	④ 질적 자료에 그 값이 존재한다.
⑤ 단 하나의 값만 존재한다.	⑥ 여러 개의 값이 존재할 수도 있다.
⑦ 계산이 간단하다.	⑧ 자료의 퍼짐을 잘못 측정할 수도 있다.

4. 확률밀도함수의 도입 방법

다음 중 적분을 이용하지 않고 확률밀도함수를 도입하는 방법은 무엇인지 골라주십시오.

- ① 자료의 크기가 클수록 도수분포다각형이 확률밀도곡선에 가까워진다.
- ② 자료의 크기가 클수록 상대도수분포다각형이 확률밀도곡선에 가까워진다.
- ③ 자료의 크기가 클수록 밀도도수($\frac{\text{상대도수}}{\text{계급의 폭}}$)분포다각형이 확률밀도곡선에 가까워진다.
- ④ 자료의 크기가 클수록 상대도수의 히스토그램이 확률밀도곡선에 가까워진다.
- ⑤ 자료의 크기가 클수록 밀도도수의 히스토그램이 확률밀도곡선에 가까워진다.

5. 이항분포의 정규분포근사에서 근사조건

확률변수 X 가 이항분포 $B(n,p)$ 를 따를 때, n 이 크면 X 는 정규분포 $N(np, npq)$ 를 따르므로 확률 $P(a \leq X \leq b)$ 의 근사값은 다음과 같이 구할 수 있습니다.

$$P(a \leq X \leq b) \approx P\left(\frac{a - np}{\sqrt{npq}} \leq Z \leq \frac{b - np}{\sqrt{npq}}\right) \quad (\text{단, } Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}})$$

이 근사값은 n 이 충분히 클 때 유효한데 여기서 충분히 큰 n 의 조건은 다음 중 어느 것인지 골라주십시오.

- | | |
|--|------------------------|
| ① $n > 20$ (이항분포표는 $n \leq 20$ 까지만 확률이 계산되어 있다.) | ③ $np > 5, n(1-p) > 5$ |
| ② $n > 30$ | ⑤ $np(1-p) > 10$ |
| ④ $np > 10, n(1-p) > 10$ | |

6. 표본분산의 정의 차이

모집단에서 임의 추출한 크기 n 인 표본을 X_1, X_2, \dots, X_n 이라고 할 때, 수학 10-가 교과서와 확률과 통계 교과서에서의 표본분산의 정의는 각각 다음과 같습니다.

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

이 때, S_1^2 은 다음 중 어느 성질을 만족하지 않는지를 골라주십시오.

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ① 불편성 | ② 유효성 | ③ 일치성 | ④ 충분성 | ⑤ 통일성 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

7. 표본비율의 정의와 그 분포

(1) 모비율이 p 인 이항모집단에서 크기 n 인 표본 X_1, X_2, \dots, X_n 을 추출하였을 때, 표본비율 \hat{P} 의 정의를 써 주십시오.

(2) 다음 중 표본비율 \hat{P} 의 분포에 알맞은 것을 모두 골라주십시오.

- ① \hat{P} 은 이항분포 $B(n, p)$ 를 따른다.
- ② $n\hat{P}$ 은 이항분포 $B(n, p)$ 를 따른다.
- ③ \hat{P} 은 n 이 클 때, 정규분포 $N(p, \frac{pq}{n})$ (단, $q=1-p$)을 따른다.
- ④ \hat{P} 은 n 이 클 때, 정규분포 $N(p, pq)$ (단, $q=1-p$)을 따른다.
- ⑤ $n\hat{P}$ 은 n 이 클 때, 정규분포 $N(p, npq)$ (단, $q=1-p$)을 따른다.

8. 모비율의 구간추정

다음 중 모비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간에 알맞은 것을 모두 골라주십시오.

- ① 모비율에 대한 신뢰구간은 모집단의 분포가 정규분포를 가정한다.
- ② 모비율에 대한 신뢰구간은 모집단의 분포가 이항분포($n=1$)를 가정한다.
- ③ 모비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 근사 신뢰구간은 $[\hat{p}-1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p}+1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}]$
- ④ 모비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 근사 신뢰구간은 $[\hat{p}-1.96\sqrt{n\hat{p}\hat{q}}, \hat{p}+1.96\sqrt{n\hat{p}\hat{q}}]$
- ⑤ 모비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 근사 신뢰구간은 $[\hat{p}-1.96\sqrt{\hat{p}\hat{q}}, \hat{p}+1.96\sqrt{\hat{p}\hat{q}}]$

III. 확률과 통계의 교수·학습에 관련된 문항입니다.

1. 선생님은 확률과 통계 교수 시 다양한 교수 전략을 사용하는 방법을 알고 있습니까?

- ① 많이 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

2. 선생님은 확률과 통계 교수 시 학생들의 수준에 알맞게 교수 내용을 재구성하는 방법을 알고 있습니까?

- ① 많이 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

3. 선생님은 확률과 통계 교수 시 동기유발 하는 방법을 알고 있습니까?

- ① 잘 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

4. 선생님은 확률과 통계 교수 시 테크놀러지 활용 방법을 안다고 생각하십니까?

- ① 잘 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

5-1. 선생님이 가르치기에 자신이 없는 수학 단원을 아래 보기 중에서 5개를 골라 자신이 없는 순서대로 나열해 주십시오.

5-2. 선생님이 생각하기에 학생들이 어려워하는 수학 단원을 아래 보기 중에서 5개를 골라 자연스러운 순서대로

나열해 주십시오.

- ①수와 연산 ②식과 그 연산 ③방정식과 부등식 ④도형의 방정식
- ⑤부등식의 영역 ⑥함수 ⑦삼각함수 ⑧지수와 로그
- ⑨행렬 ⑩수열 ⑪수열의 극한 ⑫지수함수와 로그함수
- ⑬확률 ⑭통계 ⑮함수의 극한과 연속성 ⑯미분법
- ⑰적분법 ⑱이차곡선과 공간도형 ⑲벡터

6-1. 선생님이 가르치기에 자신이 없는 확률과 통계 내용을 아래 보기 중에서 3개를 골라 자신이 없는 순서대로 나열해 주십시오

6-2. 선생님이 생각하기에 학생들이 어려워 하는 확률과 통계 내용을 아래 보기 중에서 3개를 골라 자신이 없는 순서대로 나열해 주십시오

- ①경우의 수 ②순열과 조합 ③확률의 뜻 ④확률의 계산
- ⑤조건부 확률 ⑥확률분포 ⑦이항분포 ⑧정규분포
- ⑨모집단과 표본 ⑩통계적 추정

7-1. 선생님은 학생들이 확률과 통계 단원을 다른 단원보다 많이 이해하고 있다고 생각하십니까?

- ① 매우 높다 ② 높은 편이다 ③ 비슷하다 ④ 낮은 편이다 ⑤ 매우 낮다

7-2. 학생들의 이해도가 낮다면 그 이유는 무엇이라고 생각하는지 다음 보기 중에서 3개를 골라 우선순위로 나열해 주십시오

- ① 개념, 원리 등이 이해하기 어렵다.
- ② 적용하는 방법이 어렵다.
- ③ 내용이 지루하고 흥미가 없다.
- ④ 공식과 법칙 등 학습 내용이 너무 많다.
- ⑤ 지금 까지 배웠던 내용과 많이 다르다.

8-1. 선생님은 제 7차 수학과 교육과정 중에서 확률과 통계과목의 성격과 목표에 대하여 잘 알고 있습니까?

- ① 잘 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

8-2. 선생님은 제 7차 수학과 교육과정 중에서 확률과 통계과목의 내용체계에 대하여 잘 알고 있습니까?

- ① 잘 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

8-3. 선생님은 제 7차 수학과 교육과정 중에서 확률과 통계과목의 교수·학습 방법에 대하여 잘 알고 있습니까?

- ① 잘 알고 있다. ② 조금 알고 있다. ③ 별로 모른다 ④ 전혀 모른다.

9-1. 선생님은 제 7차 수학과 교육과정에서 수학 I의 확률과 통계 단원의 교과서 비중이 얼마나 된다고 생각하십니까?

- ① 매우 많다 ② 많은 편이다 ③ 보통이다 ④ 적다 ⑤ 매우 적다

9-2. 선생님은 제 7차 수학과 교육과정에서 수학 I의 확률과 통계 단원의 내용 변화가 얼마나 된다고 생각하십니까?

- ① 매우 많다 ② 많은 편이다 ③ 적다 ④ 매우 적다

IV. 확률과 통계의 신념에 관련된 문항입니다.

1. 통계의 본질이 무엇이라고 생각하는지를 다음 보기 중에서 3개를 골라 우선순위 별로 나열해 주십시오.

- ① 통계학이란 어떤 현상에 대한 관측된 자료를 수집하고 해석함으로써 그 현상 속에 내재하는 불확실성과 변이성을 수학적 방법으로 분석하는 학문이다.
 ② 학이 연역적 사고에 의한 순수학문이라면 통계학은 귀납적 사고에 의한 응용과학이다.
 ③ 통계학은 실생활과 여타 학문에서 필요로 하는 자료정리 방법과 의사결정 논리를 제공해주는 도구적 학문이다.
 ④ 통계학은 기본적으로 응용수학의 한 분야로서 관찰 자료에 적용된 수학적 원리이다.
 ⑤ 통계학은 근본적으로 수학과는 다른 자료처리 과학이다.

2. 확률과 통계가 학교 수학에서 어떤 가치가 있다고 생각하는지를 다음 보기 중에서 3개를 골라 우선순위 별로 나열해 주십시오.

- ① 수학의 실용성을 인식하기에 적합하고, 지식 기반 정보화 사회에서 매우 유용한 영역이다.
 ② 탐구, 활동 중심의 교수·학습을 하기에 적합한 영역이다.
 ③ 수학적 사고력, 문제해결력, 논리력 등을 향상시키기에 적합한 영역이다.
 ④ 대학 입시에 중요한 영역이다.
 ⑤ 심미성을 인식하기에 적합한 영역이다.
 ⑥ 정신 도야성에 적합한 영역이다.

3. 확률과 통계 수업 시 특별히 강조해야 하는 수업 기법이 있다면 무엇인지를 다음 보기 중에서 2개를 골라 우선 순위 별로 나열해 주십시오.

- ① 학습자 중심 ② 개념 이해 중심 ③ 수행 과제 중심 ④ 교실 활동 중심

4. 확률과 통계의 실제 수업 시 교과서를 재구성해서 사용한다고 생각하십니까?

- ① 많이 필요하다 ② 조금 필요하다 ③ 별로 필요 없다 ④ 전혀 필요 없다

5. 확률과 통계의 실제 교수·학습 시에 컴퓨터 및 계산기 등의 테크놀러지를 활용하는 것이 필요하다고 생각하십니까?

- ① 많이 필요하다 ② 조금 필요하다 ③ 별로 필요 없다 ④ 전혀 필요 없다