韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2006. 11. 제 45권, 제 4호, 459-479.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
November. 2006, Vol. 45, No. 4, 459-479.

학생중심 초등수학 교실문화의 구현과 난제

방 정 숙 (한국교원대학교)

I. 시작하는 말

현행 수학과 교육과정은 교사중심의 수학교실문화를 학생중심의 수학교실문화로 바꿔나가려는 의지를 반영하고 있고 이러한 경향은 차기 수학과 교육과정에 대한 논의에서도 지속적으로 강조되고 있다. 여기서 '교사중심'은 교사의 설명과 아이디어가 수학 수업의 핵심이 되는 반면에, '학생중심'은 기본적으로 학생들의 참여와 토론이 수업의 주된 요소가 되는 것을 뜻한다. 예를 들어, 학생중심 수업을 지향하는 교사는 수학적인 논리 및 증거에 기초하여 학생들이 문제를 풀고 그 해결 방법에 대해서 논의할 수 있는 학습 공동체를 만들어 나가도록 기대된다.

하지만 구체적으로, 어떤 양상이 학생중심의 수학교실문화를 결정하는 것인지, 또는 이를 구현하는 과정에 대한 연구나 논의는 상대적으로 매우 미흡한 실정이다. 예를 들어, 우리나라의 주요 수학교육학 최근 논문 444편을 정리하고 있는 박교식(2005)을 참조해보면, 실제 수학교수관행에 관한 면밀한 분석을 다룬 논문은 채 10편을 넘지 않는다. 이와 같은 연구의 부족은 현장 교사들이 모둠별 활동, 조작 활동, 게임 활동, 공학적 도구 활용 등 외형적인 수업 개선 측면에서는 성공적이나, 실제 엄밀한 의미에서의 수업 재구성이나 수학교육에서 궁극적으로 지향하는 본질적인 목적을 고려하지는 못한다는 지적(나귀수 · 최승현, 2003; 최승현 · 황혜정, 2004)과 무관하지 않다.

이와 같은 연구 배경을 바탕으로 본 논문은 1년간의 연구 기간 동안 학생중심 초등수학 교실문화를 구현해 나가는 과정을 상세하게 분석하는 것을 주요 목적으로 한다. 수학교실문화에 관한 일반적인 연구 경향은 수학교육자가 직접 현장 교사의 역할을 하면서 개혁과 관련된 아이디어를 적용해 보는 방법(예, Ball, 1993), 교사개발 전문프로그램에 참여한 후의 교사 변화를 분석하기 위해서 일종의 후속 연구로써 수학 수업을 단기적으로 관찰하는 경향(예, Fennema & Nelson, 1997), 또는 현장 교사와 긴밀한 관계를 유지하면서 그 교사가 수학 교수법을 변화시켜 나갈 수 있도록 수업 준비에서부터 평가단계에 이르기까지 연구팀이 자세한 도움을 주는 경향(예, Cobb & Bauersfeld, 1995) 등으로 분석해 볼 수 있다.

본 연구는 추상적일 수 있는 학생중심의 교육과정을 구체적으로 초등학교 수학수업에 적용해 보는 과정을 분석하고, 그 과정 속에서 자연스럽게 현장교사가 겪게 되는 도전과 이에 따른 시사점을 탐구해 보는데 연구 목적을 두었기 때문에, 현장교사가 직접 가르치는 수업을 관찰하고 분석하였다. 또한 기존 연구에서처럼 특정한 교사개발 전문프로그램을 기획하고 이에 대한 효과를 검증하기 위해서 부분적으로 수업관찰을 하거나, 상세한 수업과정에 이르기까지 외부 연구자가 직접적으로 개입하기보다는 교사 고유의 수학적 가치와 아이디어를 근간으로 나름대로 교실문화를 바꿔나가는 사례를 심층적으로 분석하는데 초점을 둔다.

II. 이론적 배경

1. 수학교실문화에 대한 이해

수학교육학에서 수학교실문화에 대한 관심과 이에 대한 연구는 비교적 최근의 일이나 점차 부각되고 있는 주제 중의 하나이다(김남균, 2001; 박경미, 2003). 수학

* 2006년 7월 투고, 2006년 9월 심사 완료
* ZDM 분류 : D42
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 수학교실문화, 학생중심, 사회수학적 규범

<표 1> 수학교실문화의 분석을 위한 체계

사회적 관점	심리적 관점
사회적 규범(classroom social norms)	자신 및 타인의 역할, 학교 활동의 전반적인 본질에 관한 신념
사회수학적 규범(sociomathematical norms)	수학적 신념이나 가치
수학적 관행 (classroom mathematical practices)	수학적 개념과 활동

교실문화에 대한 이해 및 분석은 수년간의 교실 프로젝트를 기반으로 하여 현재 수학교육동향의 이론적 토대라고 할 수 있는 구성주의적 관점과 사회문화적 관점을 실용적으로 조정한 Paul Cobb과 그의 동료들의 연구를 기초로 한다(예, Cobb & Yackel, 1996). 이들은 수학 학습을 개인의 능동적인 구성 과정과 문화화(enculturation)과정으로 간주하고 서로 다른 두 가지 이론을 교실 수준에서 어떻게 연계하여 분석할 수 있는지 논의한다. 구체적으로, <표 1>에서와 같이 사회적인 관점으로부터는 수학교실문화의 세 가지 주요개념으로서 교실의 사회적 규범, 사회수학적 규범, 수학적 관행을 제안한다. 이 세 가지 요소는 교사와 학생들이 수학 활동 및 토론에 적극적으로 참여하는 과정 속에서 계속적으로 협상되고 재정의되는 사회적 과정을 통해 형성되는 것으로 전제된다. 한편, 심리적인 관점으로부터는 앞의 세 요소에 각각 대응되게 자신 및 타인의 역할과 학교 활동의 전반적인 본질에 관한 신념, 수학적 신념이나 가치, 수학적 개념과 활동을 제안한다.

여기서 특히 사회적 관점의 세 가지 요소는 본 연구에서 분석의 핵심적인 요소로 활용하게 되는 것으로써, 그동안 미국, 독일, 네덜란드의 수학교육자들이 수학의 교수·학습 과정과 관련하여 최근 빈번히 논의하는 주제이다(예, Bowers, Cobb, & McClain, 1999; Cobb & Bauersfeld, 1995). 본 연구는 이와 같은 요소를 우리나라의 수학교실문화를 분석하는 데 이용함으로써, 그 학문적 활용 정도를 실험적으로 탐색한 것이다.

2. 사회적 규범과 사회수학적 규범[1)]

사회적 규범은 수업의 참여 구조를 구성하는 특색으로써, 교실 활동의 일반적인 패턴, 교사나 학생의 기대, 의무, 역할 등을 그 예로 들 수 있겠다. 이에 반해 사회수학적 규범은 "학생들의 수학 활동에 독특한, 전체수업 토론의 규범적인 양상"(Cobb & Yackel, 1996, p. 178), 또는 보다 포괄적으로 "수학적인 활동과 담화에 관한 기준"(Cobb, 1999, p. 9)으로 정의된다. 즉, 사회적 규범은 어느 교과에나 적용 가능한 일반적인 개념인데 반해, 사회수학적 규범은 특별히 수학적인 설명과 정당화에 관련된 규범이라고 할 수 있다.

학생중심의 수학교실문화에서 형성될 수 있는 일반적인 사회적 규범의 예는 학생들이 자기 자신의 문제해결 방법을 창안하여 발표하고 정당화하는 것이다. 좀 더 특수한 상황을 예로 들자면, 전체 토론에 참여하는 학생들이 이전에 발표된 해결 방법과는 "다른" 아이디어를 제시할 것이라는 기대도 포함될 수 있다. 하지만, 하나의 해결 방법을 다른 해결 방법과 비교하여 볼 때, 무엇이 "수학적으로 다른" 해결 방법을 만드는 지를 이해하는 것은 사회수학적 규범과 관련된다. 유사하게, 무엇이 한 교실 공동체내에서 수학적으로 받아들여질 수 있는 설명인지에 대한 이해, 또는 수학적으로 정당화할 수 있는, 쉬운, 분명한, 효과적인, 또는 세련된 설명인지에 대한 이해는 사회수학적 규범의 예이다(Bowers et al., 1999).

사회수학적 규범은 수학적 가치나 신념에 관한 개개

1) 이에 대한 자세한 이론적 논의는 다른 논문들에서 상대적으로 자세히 다루었으므로(예, 김남균, 2001; 방정숙, 2001) 본 논문에서는 교실문화 분석을 위한 구성요소로서 간단하게 정리하는 것으로 대신한다.

인의 이해 또는 좀더 광범위하게 수학적 성향과 반사적으로 관련된 것으로 강조되어 왔다. 특별히, Yackel과 Cobb(1996)은 학생들이 교실 활동에 참여하면서 어떻게 수학에서 지적 자율성(intellectual autonomy)을 발달시키는지 설명하는데 있어서 사회수학적 규범을 중요한 개념으로 부각시켰다. 사회수학적 규범에 관한 개념은 초기에 탐구 수학 수업을 구현하려는 초등학교 교실을 대상으로 한 프로젝트로부터 비롯된 반면에, 후속 연구에서는 수학적 내용 수준과 학년 수준을 뛰어 넘어 광범위하게 적용되었다. 구체적으로 수와 연산, 대수, 측정, 자료 분석, 미적분, 미분 방정식 등의 다양한 내용을 대상으로 연구되었고, 학년 수준 역시 초・중등학교 및 대학 수업까지 다양했다(예, Bowers et al., 1999; Cobb, 1999; Rasmussen & King, 1998; Stephan, 1998).

이러한 연구 경향의 확대를 고려해볼 때, 사회수학적 규범이라는 개념은 수학의 교수・학습, 특히 탐구 중심의 수업이나 수학교육개혁에 기초한 학생중심 수업을 분석하는데 유용하다는 것을 알 수 있다. 또한 학생들의 수학적 성향, 자율성, 그리고 점차적으로 세련된 수학적 지식 획득이 가능함을 제시하는 이전의 연구 결과를 고려해 볼 때, 교사가 사회수학적 규범에 분명하게 관심을 기울임으로써, 수학교실문화를 변화시켜 나가는데 역동적인 역할을 할 수 있다는 것을 알 수 있다.

3. 사회수학적 규범과 수학적 관행

사회수학적 규범과 수학적 관행은 특별하게 수학과 관련된 것으로 수학교육자의 입장에서 보면 사회적 규범에 비해서 더 중요한 구성요소이다. 사회수학적 규범은 수학적 활동과 학습에 관련된 대화 양상을 위한 일반적인 기준과 관련되며 특별히 수학적 내용 또는 주제에 제한받지 않는다(Cobb, 1999). 예를 들어, 무엇이 수학적으로 명료한 설명인가에 관한 기준은 초등학교 수준의 단순한 계산 문제에도 적용될 수 있고, 상대적으로 복잡한 수학적 아이디어에 대해서 토의할 때에도 적용될 수 있겠다. 이와 대조적으로, 수학적 관행은 학생들의 발달을 위한 즉각적이고 직접적인 상황을 구성해 주는 것으로써, 특정한 수학적 아이디어를 토론하는 과정에서 형성되는 추론하는 방법, 토론하는 방법, 기호화하는 방법 등을 다루며, 결과적으로 주로 교실 공동체에서 형성된 특정한 수학적 아이디어에 관한 집단적인 학습(collective learning)을 기술하는데 활용된다(Bowers et al., 1999; Cobb, 1999; Stephan, 1998).

사회수학적 규범에 관한 사전 연구를 살펴보면, 사회적 규범과 함께 학생들의 수학적 발달 정도를 분석하기 위한 일종의 무대 또는 배경으로써 비교적 간단하게 기술되는 경향이 있다. 하지만, 이런 연구 결과를 보다 면밀히 분석해 보면, 기존의 제한된 활용은 개념 자체의 문제라기보다는 그 개념이 실제 개발되는 발달과정으로부터 기인된 것임을 알 수 있다. 즉, 이전 연구에서는 탐구 중심의 수학교실이라는 사회적 환경 속에 내재되어 있는 학생들의 개념적 이해를 설명하려고 노력하였고, 연구자가 교수 설계자로서 교실 공동체의 집단적인 수학학습을 분석하는데 주요 관심을 두었기 때문에, 수학 토론을 위한 기준으로서의 사회수학적 규범은 학생들의 공동적인 학습 과정을 상세하게 분석하기 위한 전제 조건으로써만 비교적 간단하게 기술된 것이다(방정숙, 2001).

이와 같은 문헌 분석을 바탕으로, 본 연구에서는 앞서 언급된 세 가지 요소를 모두 활용하기는 하지만 연구목적상 사회수학적 규범에 가장 많은 비중을 두고 분석한다. 이는 학생들의 수학학습기회는 교실 공동체에서 형성된 일반적인 사회적 규범에서 비롯되는 것이 아니라 사회수학적 규범과 밀접하게 관련되어 있다는 선행연구 결과를 바탕으로 한 것이다. 또한 특정한 수학적 개념이나 아이디어에 국한하지 않고, 어느 수학수업에서든지 학생중심의 교실문화를 구현하는 과정에서 발생할 수 있는 쟁점을 논의하기 위해서이다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구방법 개관

본 연구는 일정비교분석(constant comparative analysis)에 기초하여 근거 있는 이론을 찾는 방법론(grounded theory methodology)을 이용한, 탐구적・질적・비교 사례 연구를 활용하였다(Strauss & Corbin, 1998). 본 연구에서 사례 연구를 사용한 근거는 세 가지로 정리해 볼 수 있다. 첫째, 사례 연구는 관찰하려고 하

는 현상과 그 현상이 내재된 상황간의 경계가 분명하지 않을 때 특히 유용한 방법론이기 때문이다(Yin, 2002). 학생중심 또는 교사중심이라는 말은 일반적으로 그 개념을 정의할 수 있는 반면에, 그 구체적인 의미는 해당 교실이라는 독특한 상황 속에서 찾을 수 있다. 둘째, 사례 연구는 연구자가 결과보다는 과정에 관심을 두고 있을 때 적합한 방법론이기 때문이다(Merriam, 1998). 본 연구는 초등학교에서 어떻게 학생중심 수학교실문화가 형성되는지 그 과정을 분석하는 데에 초점을 두었다. 셋째, 사례 연구는 해당 연구가 많지 않은 교육학분야에 있어서 기초적인 정보를 찾아내는데 적절하기 때문이다(Merriam, 1998). 수학교실문화에 관한 연구는 최근의 관심사이므로, 본 연구는 수학교육개혁의 아이디어를 교실현장에 적용하는 것과 관련된 기초적이면서도 중요한 정보를 제공해 줄 수 있기 때문에 사례 연구를 선택하였다.

한편, 본 연구에서 탐구적 사례 연구를 선택한 근거는 질문에 명백한 대답을 찾기보다는 새로운 문제점을 찾아내는 데 그 주요 목적을 두었기 때문이다(Yin, 2003). 본 연구는 그 특성상 상대적으로 적은 수의 교사들이 참여하고, 이들에 의한 수학교실문화의 변화를 탐색하기 때문에 연구 결과를 일반화하는데 어려움이 따를 수 있다. 하지만 이와 같은 탐구적 사례연구는 광범위한 후속연구를 촉진할 수 있도록 이론적인 통찰과 경험적인 논점을 만들어 내기에 적절한 방법론으로 잘 인식되기에(Yin, 2002), 연구방법으로 선택하였다.

2. 자료수집 및 분석

학생중심의 수학교실문화를 구현하고 있는 것으로 추천되는 초등학교 교사, 또는 자신의 수학 수업을 통해서 학생중심의 교수법을 적용하는데 관심을 가지고 있는 교사 15명을 중심으로 수학 교수·학습에 관한 간단한 면담과 받아내림이 있는 두 자리 수의 뺄셈, 학생의 오류가 있는 곱셈 문제에 대한 교사의 반응, 분수의 나눗셈에 관한 문장제 문제, 평면도형의 둘레와 넓이와의 관계를 묻는 상황에 대한 시나리오 작성을 통하여(Ma, 1999) 본 연구목적에 적합한 6명의 교사를 선택하게 되었다.

주어진 연구기간 일정 때문에, 연구 첫 해에는 각 교사가 맡은 2학기의 수학교실문화를 분석하게 되었고 연구 두 번째 해에는 각 교사가 새로 맡은 반의 1학기의 수학교실문화를 분석하게 되어 결과적으로 동일한 교사의 서로 다른 두 반의 교실 문화를 관찰하게 되었다. 이로 인하여, 동일한 교사가 다른 학년의 학생들과 어떻게 수학교실문화를 형성해 나가는지, 그리고 2학기에는 다소 안정된 문화를, 1학기에는 그런 문화를 처음 형성해 나가는 과정을 관찰할 수 있는 독특한 기회를 부여해 주는 장점이 부가적으로 발생했다.

자료 수집은 크게 두 부분으로 수학교실문화를 분석하기 위한 자료와 교사의 학습 및 변화과정을 분석하기 위한 자료로 나누어졌으나, 본 논문과 관련 있는 전자의 경우만 언급한다. 기본적으로 한 달에 2번씩 본 연구에 참여하는 교사들의 수학 수업을 1년간 비디오로 녹화하여 수업의 전 과정에 대한 트랜스크립트(transcript)를 만들어 분석의 기초로 삼았다. 또한 매달 1회씩 참여교사들과 정기적인 토론 모임을 통해 각자의 교실에서 드러나는 쟁점을 논의할 수 있는 기회를 부여하였으며, 이 역시 비디오로 녹화하였다. 한편, 관찰된 모든 수업과 관련된 자료, 예를 들어 학생들의 학습지나 교사 지도안 등도 수집하였다.

수학교실문화 분석은 본 연구의 핵심적인 내용일 뿐만 아니라 방법론상 성급하게 쟁점이나 이론을 개발하기보다는 사례 자체에 대한 충실한 이해에 초점을 두어야 하기 때문에(Stake, 1998), 전반적인 학습 환경, 사회적 규범, 사회수학적 규범 및 수학적 관행으로 나누어 교실문화를 반영하는 대표적인 수업 에피소드를 첨가하면서 교실 각각에 대해서 상세하게 분석하였다. 본 논문에서는 이중 연구 첫해에 6학년을 맡았다가 두 번째 해에 3학년을 맡았던 교사 Y의 사례에 대해서 심층적으로 분석하고 논의한다. 이 교사의 경우는 교직 경력 9년차로 초등수학교육전공으로 석사과정에 재학 중이었는데, 참여 교사들 중 연구 기간 동안 가장 눈에 띄는 교실문화의 변화가 있었기 때문에 사례 연구로서의 가치가 풍부하다. 특히, 이는 초등학교 수준에서 학생중심 수학교실문화를 나름대로 구현하는 과정에서 교사가 자연스럽게 겪는 성공적인 측면과 도전, 그리고 이를 통한 시사점을 논의하려는 본 논문의 취지에 가장 적합하다고 판단되었다.

Ⅳ. 연구결과 및 분석

1. 전반적인 학습 환경

연구 첫 해에 교사 Y가 맡았던 6학년 교실은 전체 11학급으로 편성된 광역시 소재의 깔끔하고 시설이 좋은 신설초등학교에 속해 있었고, 전반적인 교사 평균 연령도 낮은 편이었다. 또한 교장 선생님의 교육적 열의가 남달라 상당히 많은 것을 학생과 학부모의 입장에서 생각해볼 것을 교사들에게 지속적으로 강조하고 있었다. 교사 Y의 6학년 교실에서는 학생 27명(남자 11명, 여자 16명)이 공부하고 있었다. 전반적으로 가정의 경제적 수준이 매우 높고 학생들의 학습에 대한 관심도도 상당히 높은 편이었다. 학생들 대부분 학원에 다니고 있었으며, 수학과 영어 과목에 대해 개인 과외를 하는 학생도 적잖이 있고, 시 학력고사에서 수학과목 반 평균이 80점을 넘는 수준이었다. 학생들 중 수학에 대해서 특별히 뛰어난 재능을 보이는 학생은 없는 반면에, 2명의 남학생은 수학을 매우 어려워하고 수업시간에도 다소 방관적인 태도를 보이며 학력고사 결과 60점 미만의 성적을 얻어 부진아 학습대상자로 선정되었다.

연구 두 번째 해에 교사 Y가 맡았던 교실은 3개의 3학년 교실 중 하나로, 학생 33명(남자 18명, 여자 15명)이 공부하고 있었고, 전반적으로 학부모의 교육 열의가 높아서 수시로 궁금증이나 개선사항 등을 담임과 상의하는 편이었다. 수학과 관련하여 학생들은 수학 시간은 즐거워하나 수학에는 부담을 가지고 있기도 하였다. 예를 들어, 교과서는 쉽다고 하는 데 문제집을 풀면 어렵다고 호소하는 학생들이 종종 있었다. 학생들은 일반적으로 퀴즈를 좋아하며 숫자와 관련된 퀴즈도 부담감 없이 즐기는 편이었다.

교사 Y는 연구 초기의 면담에서 수학을 가르치는 데 있어서 가장 효과적인 방법은 학생 '스스로 깨닫는 것'이라고 답했으나 실제 가르치는 방법에 대해서 질문하자, 학습 내용을 재구성하지는 않고 주로 교과서에 나온 내용을 어렵지 않게 가르치는 데 주력한다고 답했다. 또한 학생들이 수학 학습에 어려움을 가지고 있을 때, 우선 이해할 때까지 반복 설명을 하다가 안 되면 다른 방향으로 생각해볼 수 있는 예나 쉬운 문제를 제시하고 이를 해결하는 과정을 통해서 개념을 이해하도록 돕는다고 했다. 한편, 두 번째 해에는 학생들에게 창의적으로 생각해서 여러 가지 방법으로 주어진 수학 과제를 해결하라고 요청하면서 학기가 끝날 때쯤 수학은 정말 생각이 필요하다는 것을 학생들이 경험을 통해 직접 느끼게 하는 데 초점을 두었다고 답했다. 또한 교사 중심 또는 학생 중심의 수업과 관련해서, 우선 교사 중심의 수업은 학생이나 학부모의 요구에 부합하는 수업이지만 학생들의 사고력 저하, 비적극적인 수업태도, 정형화된 문제풀이에만 익숙한 것이 단점이라고 말했다. 반면에, 학생 중심의 수업은 의사소통 능력 및 사고력 신장을 꾀할 수 있으나, 교사에게 많은 시간과 노력을 들이게 하며 학습목표 성취 여부가 불분명할 수 있다고 평가하였다.

2. 6학년 수학교실문화 분석

가. 사회적 규범의 변화

교사 Y는 연구 초기에 교과서의 활동을 충실히 따르는 전형적인 모습이었으며, 학생들은 매우 차분하게 수업에 참여하고 있었다. 구체적으로 교사 Y는 교과서의 동기유발 자료부터 시작하여 모든 활동을 교과서 순서에 맞춰서 진행하고 정리해 주는 순서로 수업을 이끌었다. 예를 들어, 소수의 나눗셈 단원에서 (소수 한 자리 수) ÷ (소수 한 자리 수)를 알아보는 차시에서, 교사 Y는 교과서의 그림을 활용하여 "전체의 길이가 2.5m인 리본을 0.5m씩 자르면 선물을 몇 개 포장할 수 있을까?"라는 상황을 제시하면서 소수의 나눗셈에 대해서 알아본다는 학습 문제를 제시하였다. 다음으로 교과서의 활동 3가지를 차례로 제시하였다. 즉, 2.5에서 0.5씩 빼는 활동, cm 단위를 mm단위로 바꾸는 활동, 소수를 분수로 고쳐서 계산하는 활동을 제시하였다. 여기서 유의할 것은 학생들이 주어진 상황의 문제를 해결하기 위해서 나름대로 해결 방법을 모색하는 것이 아니라, 교사가 각각의 활동을 소개하고 이에 따라 차례로 학생들이 문제를 풀어보는 방식으로 운영되었다는 점이다. 활동을 마친 후, 교사 Y는 학생들에게 교과서의 익히기 문제를 풀어보게 하고 답을 확인해 본 후, 학습 주제에 맞는 문장제 문제를 제시하여 학생들과 함께 풀어보고 교사가 소수의 나눗셈을 계산하는 방법을 요약하는 것으로 수업을 마쳤다.

교사 Y는 수업 중에 학생들에게 "문제를 해결하기 위해서 어떻게 해야 할까?" 또는 한 학생이 발표한 후에 다른 학생들에게 "누가 더 보충해서 설명해 볼까?", "다른 사람은 어떻게 생각하니? 모두 다 그렇게 생각하니?" 등의 말로 학생들의 참여와 관련한 일반적인 사회적 규범을 형성하려고 노력하고 있었고 드물기는 하지만 학생이 칠판에 나와서 문제를 해결하는 경우도 있었다. 하지만, 후자의 경우라도 학생의 해결방법은 이미 예상된(또는 고정된) 반응이 있는 경우가 대부분이었으며, 해결과정에서 단편적인 부분에 수동적으로 참여하는 정도였다. 전반적으로 학생들의 단순한 답변이나 교사의 상세한 설명으로 맺는 경우가 많이 있었다.

이와 같은 사회적 규범은 연구가 진행되는 동안 점진적이면서도 괄목할만한 변화가 있었다. 첫째, 주어진 문제에 대해서 교사가 해결 방법을 안내하고 학생들이 그대로 따르는 대신에 학생들이 문제해결 방법을 나름대로 찾아내게 안내한다는 점이었다. 이는 교사 Y가 수업의 전반적인 흐름을 바꾼 것과 학습지를 적극적으로 활용하는 데서 반영되었다. 즉, 수업은 일단 전시학습 상기나 동기유발 후 학습문제를 제시한 것으로 시작되고, 교사가 만든 학습지를 중심으로 학생들의 개별 또는 조별 활동이 진행되고 학생들이 전체 학급을 대상으로 자신의 또는 모둠의 풀이방법을 발표하고 이에 대해 교사가 피드백을 주고 마지막으로 교사가 배운 내용을 정리하는 순서로 진행되었다. 또한 학생들이 발표하다가 틀리거나 부족하게 설명하는 경우에도 일단 그 학생에게 적절한 힌트나 방향을 제시하여 다시 발표하게 하여 자신의 생각을 부담 없이 발표하는 분위기를 만들려고 노력하였고, 다른 학생이 발표할 때 자신의 방법과 비교하거나 대조하면서 다른 학생의 발표를 주의해서 듣는 것이 중요함을 강조했다.

여기서 또한 주목할 만한 것은 교사 Y가 교과서를 있는 그대로 사용하는 대신 교과서의 핵심적인 문제를 학습지로 만들었다는 것이다. 교과서에서는 주어진 문제를 해결하기 위해서 각 단계별로 사고의 순서나 방향이 결정되어 있는 반면, 학습지에서는 문제만 제시하고, 이에 대한 접근 방법은 전적으로 학생에게 달려있기 때문에, 학생 스스로 활동을 하면서 답이나 결과를 찾으려고 노력하게 만들었다.

둘째, 여러 가지 해결 방법이나 다양한 표상 양식의 강조가 있었다. 학습지를 통한 학생들의 참여와 활동을 독려하다보니, 자연스럽게 주어진 하나의 문제에 대해서 여러 가지로 해결해 보는 방법을 강조하게 되었다. 특히, 교사는 다양한 해결 방법을 타당한 것으로 인정하고, 학생들에게 다른 학생이 발표할 때마다 자신의 해결방법과 같은지 다른지 비교해 보면서 판단해 보게 하였다. 또한 표상 양식의 다양성도 강조되었다. 예를 들어서, 경우의 수 단원 중 구체적인 상황에서 여러 가지의 경우의 수를 구하는 방법을 알아보는 차시에서 교사는 학습지에 "지난 주 학급에서 열린 컴퓨터 게임 대회에서 소연, 건민, 모화, 승근 네 명 학생이 예선전을 통과했다. 서로 한 번씩 경기를 하여 게임 왕을 뽑으려 한다. 경기 횟수를 알아보아라"라는 문제를 제시했다. 학생들은 이에 대해, 수형도를 이용하기도 하고, 각 학생을 화살표로 서로 이어 나타내기도 하고, 두 학생들끼리 각각 짝을 지어 모두 나타내보기도 하는 등 다양한 표현 방법으로 문제를 해결하였다.

셋째, 학습지를 가지고 개별활동이나 모둠활동을 한 후, 전체 논의시간을 강조하였다. 즉 교사 Y는 학생들의 활동에 근거하여 가르치려고 하는 수학적 개념이나 원리를 소개하려고 노력하였다. 하지만, 학생들이 활동을 통해서 알게 된 것을 자유롭게 발표하는 것보다는 교사가 활동을 통해 의도하려고 하는 내용에 학생들이 초점을 맞추도록 대부분 상세화된 질문을 제기하는 경향이 있었다. 또한 형식화된 수학적 내용을 바탕으로 교과서의 익히기 문제나 익힘책 문제를 통해 학생들이 반드시 공식을 활용하여 계산해 보는 것을 수업에 첨가했다.

한편, 이와 같은 사회적 규범 측면에서의 변화에도 불구하고, 한 학기 내내 변하지 않는 것이 있었는데, 이는 수업의 마지막 부분에서 교사가 학습 내용을 정리하거나 여러 가지 방법 중에서 가장 효율적인 한 가지 방법을 형식화하는 것이었다[2]. 물론 주어진 문제에 대한 여러 가지 해결 방법 중 효율성 측면에서 학생들이 반드시 알아야 하는 풀이 방법이 있을 수 있고, 교사는 교수

---

2) 한 가지 예외적인 경우는 학생들이 구체적인 상황에서 여러 가지 경우의 수를 구하는 방법에 대해서 학습한 차시에서 발생했는데, 이때는 교사 Y의 직접적인 정리 대신에 학생들이 공부하면서 느낀 점을 발표하고 교사는 이를 듣는 것으로 수업을 마친 경우였다.

법상 이를 학생들에게 강조해 줘야 할 필요가 있으나, 자칫 학생들의 입장에서는 궁극적으로 교사가 기대하고 있는, 가장 이상적인 "한 가지" 풀이방법이 있음을 생각하게 할 여지가 있었다. 이는 특히, 학생들이 나름대로 여러 가지 표현양식이나 해결방법을 찾고 고안한 경우에도 교사는 해당 차시 마지막에 형식화된 학습 정리를 대부분 포함시키는 경우에 발생하였다.

나. 사회수학적 규범 및 수학적 관행의 변화

연구 초기에 형성된 수학적 관행은 주어진 과제를 충실하고 수학적으로 정확하게 해결하는 것이었다. 하지만, 학습주제와 관련하여 각각의 활동이나 과제가 수학적으로 어떻게 연계되고 어떤 근거로 그런 순서로 제시되는지에 관한 고려나 암시는 거의 없었다. 예를 들어, 2.5÷0.5의 계산 방법을 알기 위해서 세 가지의 활동을 할 때, 두 번째 활동은 cm를 mm로 바꿔서 계산하는 것이었고, 세 번째 활동은 소수의 나눗셈을 분수의 나눗셈으로 고쳐서 계산하는 것이었다. 여기서 두 번째 활동의 초점은 단위를 바꾸는 작업을 통해서 (소수)÷(소수)를 (자연수)÷(자연수)로 고칠 수 있다는 것을 인식하고, 이를 세 번째 활동에서 소수의 나눗셈을 분수의 나눗셈으로 고쳐 구하는 과정에서 바로 (소수)÷(소수)를 (자연수)÷(자연수)로 고칠 수 있다는 것과 연계되어야 하는 것이다. 하지만, 실제 수업에서는 두 번째 활동 그 자체에만 충실하여 2.5cm=25mm와 0.5cm=5mm를 통해 2.5÷0.5=25÷5=5를 계산하는 것으로 그쳤고, 세 번째 활동에서 특별히 이와 명시적으로 관련짓지 못했다. 결국, 여기서 무엇이 수학적으로 유의미한 것인가와 관련한 사회수학적 규범은 활동 간의 수학적 연계보다는 각각의 주어진 과제를 정확하게 해결하는 것이었다.

이와 같은 초기의 사회수학적 규범 및 수학적 관행은 학기가 진행됨에 따라 여러 가지 다른 양상으로 드러났다. 다음은 이와 관련하여 주된 특징으로 부각된 사회수학적 규범에 대해서 주요 수업 사례를 중심으로 상세하게 분석하고 이런 변화과정에서 교사가 겪은 도전적인 측면을 논의한다.

1) 수학적 다름 또는 차이(mathematical difference)

가장 먼저 눈에 띄는 변화 중의 하나는 문제나 방법간의 수학적 차이에 대한 관심이나 논의였다. 예를 들어, 연비로 비례배분하는 방법을 학습하는 차시에서, 학생들이 주어진 한 문제에 대해서 여러 가지 표상양식을 활용하여 비례배분하는 방법을 발표한 후에 교사 Y는 이전 차시에서 배운 "비를 가지고 비례배분하는 경우"와 "연비를 가지고 비례배분하는 경우"를 비교하게 하면서 이 두 경우의 차이점 또는 유사점을 간단하게나마 생각해 볼 수 있는 기회를 제공했다.

문제간의 수학적 차이에 관해서 보다 분명하게 논의한 사례는 경우의 수 단원에서 순서가 있는 경우의 수를 알아보는 차시에서 일어났다. 교사 Y는 학생들에게 "영대, 형주, 보미 세 사람 가운데 두 명의 대표를 뽑는 경우를 알아보시오"라는 문제를 먼저 제시한 후, "세 사람 중 회장 1명, 부회장 1명을 각각 뽑는 경우를 알아보시오"라는 문제를 추가적으로 제시했다. 교과서에서는 세 사람 중 의견 발표하는 순서를 예로 들어 순서가 있는 경우의 수만 생각해 보게 한 반면, 교사 Y는 순서를 생각하지 않는 경우와 순서를 생각하는 경우를 고려하여 학생들이 대조해 볼 수 있게 학습지를 구성하였다. 다음 <에피소드 1>은 순서를 고려하지 않아도 되는 첫 번째 문제에 대해서 소연은 6가지로, 보미는 3가지로 자신들의 문제해결 방법을 설명한 후에, 교사의 중재로 이 반 학생들이 두 문제의 수학적 차이에 초점을 둔 논의를 하는 경우이다.

<에피소드 1: 세 사람 중 두 명의 대표를 뽑는 경우와 회장과 부회장을 뽑는 경우>

교사: 보미와 소연이가 문제를 푼 거. 문제를 풀었는데 답은 다르게 나왔지? 어디에서 차이가 있었을까? 누가 손들고 얘기해볼까? 윤정이 얘기해볼까?

윤정: 소연이는 중복되는 것을 다 포함했는데 보미는 중복되는 것을 포함하지 않았습니다.

교사: 그래. 소연이는 중복되는 것을 포함을 했어. 소연이가 한 것을 아래에다가 선생님이 비교를 좀 해줘볼게. (실물화상기에 소연이와 보미가 푼 두 가지 경우를 보여준다.) [교사는 소연이의 학습지에서 예를 들어, 형주와 영대가 각각 두 번씩 들어가 있다는 것을 학생들과 함께 확인한다.] 그러면 어떻게 해야 된다고 생각해? 여기서? 다혜가 한 번 얘기해볼까?

다혜: 제 생각으로는 중복되는 것을 다 빼고 하는 것이 좋다고 생각합니다.

교사: 또 다른 친구는? 권민이 이야기해볼까요?

권민: 저는 중복을 하는 것이 옳다고 생각합니다.

교사: 중복을 하는 것이... 왜 그렇게 생각했어요?

권민: 왜냐하면 형주가 회장이 되면 보미는 회장이 될 수 없는 것이기 때문입니다.

교사: 아! 그러면 얘들아! 이 문제를 다시 한 번 읽어보면 어떨까? 이 위에 있는 문제[2명의 대표를 뽑는 문제]를 다시 읽어보고 이 문제(회장과 부회장을 뽑는 문제)랑 한 번 비교를 해보자. 그러면 우리 반 친구 대부분은 이 문제[위에 있는 문제]와 이 문제[밑에 있는 문제]의 답이 같게 나왔으니까 위에 있는 문제랑 아래에 있는 문제가 같다고 생각하겠네?

학생들: 아니요.

교사: 어떻게 생각해? 누가 한 번 이야기 해보자. 혜진이 이야기해볼까요?

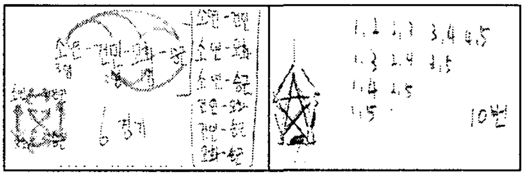
혜진: 두 개는 틀리다고 생각합니다. 첫 번째 문제는 대표를 뽑는 경우이고 두 번째 문제는 회장과 부회장을 뽑는 것이기 때문입니다.

교사: 어. 그래요. 또 다른 친구는? 윤석이!

윤석: 첫 번째 문제는 영대와 형주, 보미 세 사람 가운데 두 명의 대표를 뽑는데, 영대와 형주가 됐을 때가 형주와 영대가 됐을 때랑 같고 두 번째는 영대가 회장이 됐을 때 형주가 부회장이 될 수 있고, 형주가 부회장이 됐을 때 영대가 회장이 될 수 있기 때문에 두 문제는 다릅니다.

위 에피소드에서 보듯이, 두 학생의 서로 다른 답 6가지와 3가지에 대해서 학생들은 처음에 중복이 포함되는지의 여부에 대해서 의견이 달랐다. 교사는 왜 그렇게 생각했는지 물어본 후, 두 문제 자체의 수학적 차이에 초점을 두게 했다. 혜진의 경우는 단순하게 문제에 제시된 문장을 통해 이유를 설명하고, 윤석의 경우는 구체적인 예를 들어, 두 명의 대표를 뽑는 경우와 회장과 부회장을 뽑는 경우가 틀리다는 것을 제시했다. 물론 이러한 논의 후에 한 학생이 다시 중복되는 것을 포함하여 6가지로 답을 해야 한다고 주장하고 회장과 부회장이 다르다는 것을 근거로 제시했지만, 교사가 다시 문제에서 무엇을 물어보는지에 대해서 초점을 맞추게 함으로써, 두 문제를 다시 한번 대조하게 만들었다. 이렇듯 교사 Y는 순서를 생각하는 경우와 생각하지 않는 경우의 수학적 차이를 인식하고 학생들이 이에 대해 생각해 볼 수 있는 기회를 제공하였다. 하지만, 나머지 활동과 익히기 문제에서 모두 교과서에서처럼 순서를 고려하는 경우의 문제만 제시하여 위 에피소드에서 반영한 학생들의 중요한 수학적 사고를 다시 적용해 볼 수 있는 기회를 제공하지는 못하였다.

수학적 차이에 관한 논의는 경우의 수에 대한 다른 차시에서 네 사람이 서로 한 번씩 경기를 하여 게임 왕을 뽑으려고 할 때의 경기의 횟수를 구하는 활동과 다섯 사람인 경우의 경기의 횟수를 구하는 활동에서 다시 한 번 드러났다. 각 경우에 대해서 여러 학생들이 다양한 해결방법을 발표하였는데, 이 중 <그림 1>은 네 사람이 경기를 하는 경우와 다섯 사람이 경기를 하는 경우에 대한 두 학생의 그림을 각각 나타낸 것이다.



<그림 1> 각각 네 사람과 다섯 사람이 경기를 하는 경우에 대한 학생들의 그림

교사는 첫 번째 그림에서 화살표 그림이 뜻하는 것이 무엇인지를 질문하고, 두 번째 그림에서는 별 모양에 대해서 어떤 방법으로 풀었는지 자세하게 설명하게 했다. 이 후, 교사 Y는 전체 학생들에게 두 번째 방법이 기존의 누구의 방법과 비슷한 지 비교해 보게 하였다. 여기서 두 학생들의 표상 방법은 다르지만, 그 저변에 깔려 있는 수학적 아이디어는 동일했다. 어떤 점에서 수학적으로 비슷한지에 대해서 교사나 학생들이 명백하게 논의하지는 않았지만, 두 개의 다른 문제에 대해서 여러 가지 해결 방법 중에 수학적으로 동일한 방법을 찾아보게 하는 것은 수학적 차이에 관한 사회수학적 규범을 형성해 나가는 것을 일면 반영하고 있는 것이다.

2) 수학적 쉬움(mathematical easiness)

교사 Y의 6학년 교실에서 무엇이 수학적으로 쉬운가와 관련한 사회수학적 규범에 관한 논의는 수업 중 여러 차례에 걸쳐서 나타났다. 예를 들어서, 4.5÷0.5를 계산하

는 데 있어서 45÷5로 고쳐서 소수의 나눗셈을 자연수의 나눗셈으로 고쳐서 계산하는 것이 보다 쉽다는 규범이 잘 형성되어 있었다. 또 다른 예로, 학생들이 비례배분의 방법을 이용하여 여러 가지 문제를 해결하는 활동에서도 드러났다. 예를 들어, 교사는 교과서의 익히기 문제로 제시된 "120L의 휘발유를 가, 나, 다 자동차에 8:12:4로 비례배분하여 넣어주려고 한다. 각각 몇 L씩 넣어주어야 하는가?"를 학생들에게 풀어보게 한 후, 문제를 조금 쉽게 할 수 있는 방법이 있음을 암시했고, 한 학생이 가장 간단한 자연수의 비로 주어진 연비를 나타내 주는 방법을 제안했다. 그런 다음 교사 Y는 학생들의 발표를 들었다.

<에피소드 2: 수학적 쉬움에 대한 의미>

건민: 우선 전체가 120이기 때문에, 분모를 8과 12대 4를 더한 다음에, 그 다음에 8을 쓰고, 분모와 전체를 약분한 다음에, 거기다가 곱하면 답이 나오고... [이런 방식으로, 건민이 발표 한 후, 교사는 답으로 나온 40, 60, 20 각각에 L를 써야 함을 강조한다.]

교사: 그런데 건민이가 한 거 하고 내가 한 거하고 다르다 하는 사람 있으면 손 좀 들어봐. 성균이가 한 거 가지고 나와서 발표해볼까? 잘 보세요. 너희들도 잘 봐봐. 어떤 점이 다른가.

성균: 저는 건민이와 한 방법은 똑같은데, 하나 다른 것이 있다면은 연비를 8 대 12 대 4를 가장 간단한 자연수의 비인 2 대3 대 1로 고쳐서 했습니다.

교사: 그래요. 그랬더니 계산을 할 때, 얘들아 봐봐. 이걸 그대로 쓰면, 이걸[학습지의 8:12:4를 가리키며] 다 더하면 얼마야?

학생들: 24.

교사: 봐봐. 그러면 '가'를 구한다고 해볼 때 전체 120 곱하기 24분의 뭐가 되는 거야? (학생들 8이라고 답한다.) 8이 되는 거잖아. 이렇게 계산하는 거하고, 성균이처럼 이렇게 약분을 해서 120 곱하기 이 걸[2:3:1을 가리키며] 다 더하면 얼마야?

학생들: 6

교사: 6 분의 2하는 거하고, 계산하는 거하고 어떻게 계산하는 게 더 간편할 거 같아? 어떤 거 일거 같아? 누가 이야기해볼까? 저기 기열이.

기열: 약분을 해서 하는 게 더...

교사: 약분을 해서 하는 게 더 간단하게 했지?

위 에피소드에서 반영되듯이, 교사는 주어진 문제에 대해서 학생들이 가장 간단한 자연수의 비로 고쳐서 본 문제를 해결할 것을 기대했었다. 하지만, 교사의 의도와는 다르게 건민이는 주어진 연비를 약분하지 않고 그대로 계산했다. 이에 대해, 교사가 다른 방법으로 풀은 학생에게 발표할 기회를 제공하다 보니, 연비를 가장 간단한 자연수의 비로 고쳐서 계산한 성균이 발표하게 되었다. 여기서 성균이나 교사나 말하는 "다른" 점은 수학적 원리는 동일하지만, 계산의 편리성 측면에서 차이가 있음을 반영하고 있다. 이는 다시 교사의 피드백으로 인하여 수학적으로 쉽다라는 것은 계산이 간편하다는 것과 밀접하게 연계된다.

3) 변화의 난제1: 학생들의 활동 강조와 수학적으로 강력하지 못한 논의

교사 Y는 학생들의 활동을 강조하고 이에 기초하여 논의하는 것을 점차 본 교실의 사회적 규범으로 형성하여 갔으나, 그 내용이 수학적으로 강력한 것은 아니었다. 예를 들어, 원과 원기둥 단원의 문제해결 차시에서 가로가 12cm이고 세로가 6cm인 직사각형을 이용하여 회전체를 만들었을 때, 어느 쪽의 겉넓이가 더 큰지 그리고 부피가 더 큰 쪽이 어느 것인지 탐색해 보게 하였다. 교과서에서는 가로와 세로를 각각 축으로 한 회전체의 그림이 제시되고, 이에 대한 겉넓이와 부피를 구하여 비교하도록 제시되어 있었으나, 교사 Y는 학생들에게 학습지를 만들어 주어진 직사각형만 제시하고 가로와 세로를 각각 축으로 한 회전체의 겉넓이와 부피를 구별하여 계산한 후 기록하는 칸을 만들어 주었다.

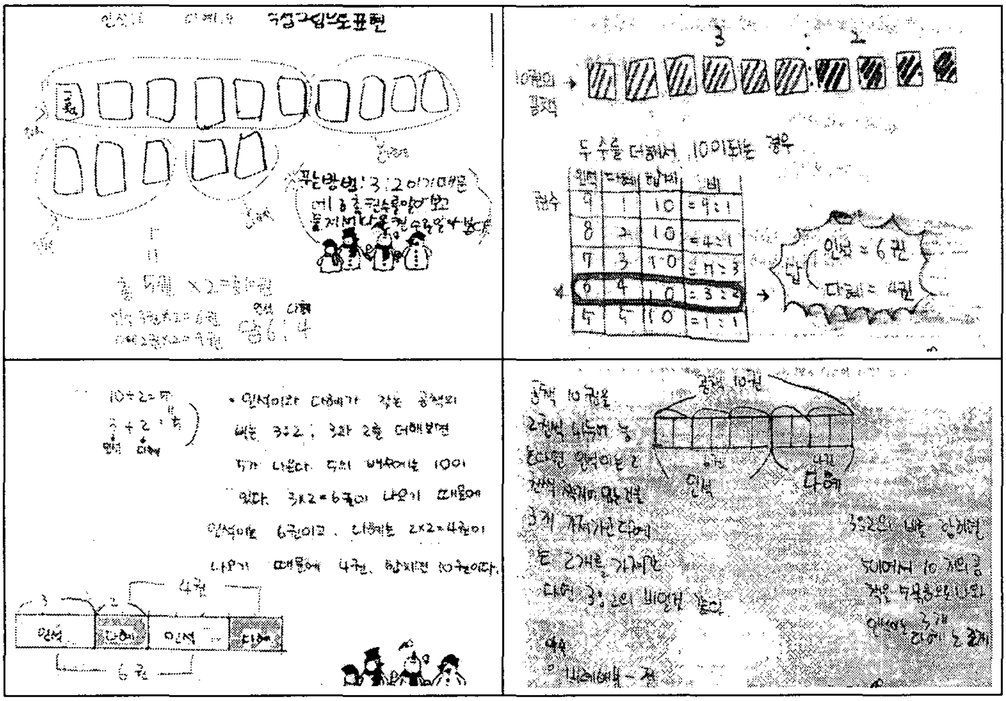
그러나 교사의 예상과는 다르게 학생들은 가로를 축으로 한 회전체의 그림과 세로를 축으로 한 회전체의 그림을 뒤바꿔 그리거나 또는 그림을 그리지 않은 채 회전체의 높이와 밑면의 반지름의 길이를 뒤바꿔 계산한 경우가 많았다. 이에 대해 교사 Y는 전체 논의 시간에 우선 가로와 세로를 각각 축으로 한 회전체의 모양이 어떠할지 설명하게 하였다. 특히, 한 학생이 가로를 축으로 한 회전체와 세로를 축으로 한 회전체를 둘 다 원기둥 모양으로 잘 표현했으나 두 원기둥의 모양에 있어서 확연한 차이가 없이 비슷하게 그려 계산한 경우에 대해서, 회전체의 모양을 그린 후에 계산했기 때문에 가로를 축

으로 한 경우와 세로를 축으로 한 경우에 대한 혼동을 막을 수 있다고 칭찬하였다. 하지만, 실제 학습지 구성상 주어진 직사각형의 크기가 커서 이에 대해 회전체의 모양을 비례적으로 그 크기에 맞춰 그려 볼 수가 없었다. 다시 말하여 회전체의 밑면의 반지름과 높이의 수치를 제대로 표기할 수는 있었으나, 두 회전체의 모양을 대조적으로 그려 그 차이를 생각하면서 계산할 수 있도록 고려되지는 못했던 것이다.

또한, 두 회전체의 겉넓이와 부피에 대한 논의는 각각의 회전체에 대해 단순히 계산한 결과를 비교하는 것으로 끝났다. 즉, 학생들은 주어진 수학적 활동에 활발하게 참여하고 그 결과를 발표하였으나, 실제 문제해결과 관련한 수학적 사고의 깊이는 그다지 강력하지 못했다. 예를 들어, 두 회전체의 겉넓이와 부피를 실제 계산해 보기에 앞서 학생들이 예상하여 어느 회전체의 경우가 겉넓이 또는 부피에서 더 클지 수학적으로 추측해 보고 이를 확인해 보는 활동에 임할 기회를 가지지 못했다. 그 대신에 학생들은 문제해결 차시임에도 불구하고 겉넓이와 부피를 구하는 공식을 그대로 적용하여 정확하게 계산하는 데 열중할 수밖에 없었다. 또한, 주어진 직사각형의 변의 길이 때문에, 겉넓이와 부피 모두 세로를 축으로 한 회전체의 경우가 더 컸음에도 불구하고 이를 수학적인 근거 없이 한 가지 사례에만 기초하여 똑같은 직사각형을 가지고 회전하면 세로를 축으로 해서 회전시켰을 때가 겉넓이와 부피가 모두 더 크다고 일반화하는 오류를 범하게 되었다.

4) 변화의 난제2: 다양한 해결 방법의 강조와 교사의 의도된 방법

학기말쯤 되자, 주어진 한 문제에 대해 학생들이 다양한 방법으로 접근하고 이에 대한 자신의 사고 과정을 전체 논의시간에 자연스럽게 발표하는 분위기가 형성되었다. <그림 2>는 하나의 예로 비례배분을 알아보는 첫 차시에서 "선생님께 상으로 받은 공책 10권을 인석이와



<그림 2> 주어진 비로 비례배분하는 방법에 대한 학생들의 다양한 해결방법

다혜가 3:2의 비로 나누어 가지려고 한다. 각각 몇 권씩 가져야 하는지 알아보시오"라는 문제에 대해 학생들이 해결한 여러 가지 방법 중의 일부이다. 학생들은 이와 같은 다양한 해결방법에 대해 교실 앞으로 나와서 각자의 그림을 보여주며 자신의 방법을 설명하고 교사 Y는 이를 각각 타당한 것으로 인정하였다.

<에피소드 3>은 위의 마지막 그림과 관련하여 수연이 해결한 방법을 설명하는 것으로 시작하고 있는데, 이는 교사가 의도하고 있었던 비례배분에 대한 수식과 연결할 수 있는 기회를 제공하였다. 그러나 교사 Y는 수연의 방법을 수학적으로 연계하는 대신에, 별도의 방법으로 자신의 방법을 소개하였다.

<에피소드 3: 학생의 발표와 수학적으로 연계되지 않은 교사의 설명>

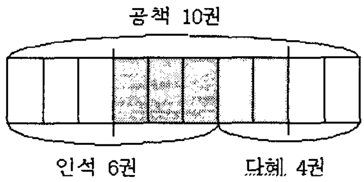
수연: 인석이와 다혜는, ... 비로 나누었는데 인석이는 3, 다혜는 2였습니다. 그래가지고 3대 2를 더해서 5가 되어서, 공책 10권을 다섯 등분을 해서 2권씩 나눠가져서, 인석이는 비가 3이기 때문에 2권씩 3개를 가져서 6권이 되었고, 다혜는 2권씩, 비가 2이기 때문에 2권씩 2개를 가져 4권이 되었습니다.

교사: 자, 잘했어. 애들아 수연이가 한 거 보자. 잘했는데, 선생님이 그냥 이 그림[수연의 그림]에서 설명을 할게. 그러니까 이게 지금 10권이라는 거잖아. 그치? ... 10권인데 어떻게 했어? 지금 인석이 대 다혜의, 공책을 가져야 되는 그 비가 얼마였어?

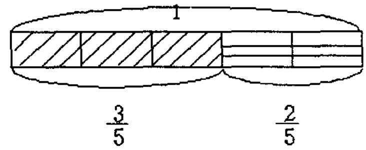
학생들: 3 대 2

교사: 3 대 2. 그래서 수연이 말에 의하면 [앞에서] 세 권 끊고, 그 다음에 여기 [뒤에서] 두 권 끊었다는 거지. 그런데 또 공책이 남아서 어떻게 했어. 한 번 더 있다는 거지요? 그래서 여기 세 권, 두 권해서 인석이 6권, 다혜 4권 이렇게 나왔다는 거지요? [아래 그림 참조] (학생들 맞다고 답변한다.) 맞지요. 그래 그러면 지금 비가 (그림 밑에 판서하며) 3 대 2 잖아. 그러면 애들아 3 대 2면, 인석이가 3이고 그 다음에 다혜가 얼마야?

학생들: 2



인석 다혜
3 : 2



교사: 그러면 봐봐. 전체 몇 개 중에 세 개라는 거야? 전체 몇 개중에 세 개예요? 이 비에서 볼 때 인석이와 다혜가 3 대 2로 가져야 되는데. 전체 몇 개중에, 3의 비율이라는 거야?

학생들: 다섯 개

교사: 이거는? 다혜는?

학생들: 다섯 개

교사: 그래. 그러면 이거를 선생님이 수 막대로 다시 한 번 나타내볼게. (수현이의 그림 밑에 수 막대를 그리며) 그러면 다섯 개가 되게 수 막대로 나눠 볼게. 다섯 개가 되게 수 막대를 나눴어요. 그러면 이 수 막대 하나에 대해서 선생님이 몇 칸으로 나눈 거야?

학생들: 다섯 칸

교사: 그러면 인석이가 가져야 되는 거는? 여기서 차지하는 거는 뭐가 될까?

학생들: 세 칸

교사: (다섯 칸 중 세 칸을 빗금 치며) 세 칸. 그래 인석이는 세 칸, 그 다음에 나머지 다혜는 몇 칸?

학생들: 두 칸

교사: (다섯 칸 중 나머지 두 칸을 빗금 치며) 두 칸. [각각의 빗금 친 부분이 전체의 몇 분의 몇에 해당하는 것인지 학생들에게 질문하여 각각 5분의 3과 5분의 2라고 칠판에 쓴다. 나누어야 할 총 공책의 권수가 10권임을 상기시켜 10 × 3/5 = 6과 10 × 2/5 = 4라고 판서한다.]

위 에피소드에 나타나듯이, 수연의 설명은 교사가 의도하고 있었던, 비례배분하는 간편한 수식방법을 설명하

기에 적합하였다. 즉, 공책 10권을 다섯 등분을 해서 2권씩 나눠 가진다는 아이디어는 전체 10권을 (2개씩 묶어) 5등분 한 것 중의 3이라는 생각과 바로 연계될 수 있었다. 하지만, 교사 Y는 수연의 아이디어를 제대로 활용하지 못하고, 대안적인 방법으로 형식화를 이끌고 있다. 또한 수연의 발표에 대해서 세 권, 두 권, 세 권, 두 권으로 끊어서 알아보았다고 말함으로써 원래 수연이 의도했었던 설명과 다소 차이가 있다. 또한 수연의 설명에 대해서 교사가 해석하여 그린 그림과 수막대를 이용한 그림 사이에도 수학적 일관성을 찾기가 어렵다. 오히려, 수연의 그림에서 2개씩 3권이 있고, 2개씩 2권이 있는 그림에서 2권씩에 해당하는 부분을 강조했다면, 이는 수막대의 그림과 바로 연계되었을 수 있었을 것이다.

이 에피소드와 관련하여 보다 더 유의해서 생각해 보아야 할 사항은 교사가 주어진 문제에 대해서 학생들에게 다양한 해결 방법을 찾도록 하는 목적이다. 물론, 교사가 비례배분하는 간편한 방법을 바로 설명하는 대신에 학생들에게 여러 가지 방법으로 접근해 보게 하고, 이를 전체 논의를 통해 살펴보는 것은 매우 바람직한 수학교실문화에 해당한다. 또한 이런 다양한 해결 방법에 대해서 교사는 수학적으로 타당한 방법으로 여기고 자주 칭찬해 주었다. 하지만, 교사 Y가 궁극적으로 지향하고 있는 것은 그림이나 수막대를 통해서 비례배분의 뜻을 이해한 다음에는 수식화된 방법을 학생들이 배워야 한다는 것이다. 실제, 위의 사례에서 <그림 2>와 관련하여 처음 3명의 학생들이 발표했을 때는 그 방법을 간단하게 확인하는 정도에 지나지 않았으나, 수연의 경우에는 이를 단계별로 알고리즘을 설명하는 도구로 사용하였다. 그리고 다음 활동에서는 유사한 문제를 제시하여 앞에서 배운 알고리즘을 적용하여 문제를 해결하는 방식을 강조하였다는 점에서 교사 Y가 학생들의 다양한 반응에서 기대하고 있는 것은 학생들이 수학적으로 다양한 풀이 방법을 경험하는 것 자체에 대한 강조라기보다는 교사가 의도하고 있는 방법을 소개하기 위한 토대를 삼는 데 보다 초점이 있었다고 해석할 수 있겠다.

3. 3학년 수학교실문화 분석

가. 사회적 규범

1학기 동안은 학생들과 일반적인 사회적 규범을 협상해 나가는 모습이 다소 많이 반영되었다. 기존의 6학년 교실에서는 특별히 학생들의 적절한 교실행동이나 주의집중을 요하는 규범을 정하지 않아도 학생들이 수업에 활동적으로 참여하였던 반면에, 이번에는 3학년 교실이기 때문에, 교사가 학생들의 행동을 적절히 통제하는 규범을 설정하고 이를 적용해 나가는 데 노력하였다.

이전의 6학년 교실에서와 비슷한 사회적 규범이 형성된 측면은 세 가지로 정리해볼 수 있다. 첫째, 학습지를 통한 학생 활동을 강조하였다. 즉, 교과서의 문제는 그대로 사용하거나 아니면 약간만 변형한 형태로 제시하되, 교과서에서처럼 생각할 단계나 문제를 상세하게 제시하는 대신에 문제 자체만 제시하고 나머지는 학생들이 생각하면서 문제를 해결하거나 주어진 과제를 완수하도록 유도하였다.

둘째, 학생들의 활동을 기초로 하여 전체 논의를 이끌어 나갔다. 교사 Y는 학생들이 생각한 바를 설명하는 것과 관련하여 사회적 규범을 형성하는 데 핵심적인 역할을 담당하였다. 예를 들어, 답이 틀렸더라도 일단 해당 학생에게 어떤 방법으로 해결했는지 설명할 수 있는 기회를 제공하고, 한 학생이 발표하다가 제대로 끝맺지 못하는 경우에도 다른 학생으로 하여금 보충해서 설명하게 하고, 원래 발표하던 학생이 창피함을 느끼지 않도록 정서적인 측면을 고려하는 피드백을 제공해 주었다. 또한 교사 Y는 한 학생이 발표한 것을 다른 학생에게 다시 설명해보도록 요구함으로써, 저학년임에도 불구하고 학생들끼리의 의사소통도 강조하였다.

셋째, 다양한 문제해결 방법을 강조하였다. 교사 Y는 학생들이 주어진 문제에 대해서 각자 또는 모둠별로 풀어보고 전체 학급에 발표하는 형태로 수업을 이끌어갔기 때문에, 한 문제에 대해서 여러 가지 다양한 풀이방법이 있다는 것을 강조하였다. 이는 특히 문제해결과 관련한

차시에서 많이 강조되었으며, 풀이방법 뿐만 아니라 주어진 과제에 대한 접근 방법 측면에서도 다양한 사고가 촉진되었다.

한편, 이전의 6학년 교실과 비교해볼 때, 3학년 교실에서만 특징적으로 드러난 사회적 규범 측면도 있었다. 첫째, 동기유발을 고려하였다. 예를 들어, 교사 Y는 생활에서 알아보기를 재미있게 도입한다거나 단원의 첫 차시에서 교과서의 단원 도입 삽화를 이용하여 학생들에게 그림을 설명해 보게도 하고 이를 수학 시간에 무엇을 배울 것인가와 연관하여 예측해 보게도 했다. 또한 해당하는 학습 주제에 잘 부합되는 실생활 예를 들어 학습내용에 관한 학생들의 호기심을 자극하기도 했다. 예를 들어, 엄마가 네모난 카스테라 빵을 두 형제에게 나누어 주는 상황을 설명하면서 이와 유사한 경험을 학생들이 발표하게 하고 각각의 상황에서 공평하게 나눠먹을 수 있는 방법을 생각해 보게 함으로써, "똑같이 나눈다"라는 등분할 분수의 기본 의미와 잘 연계되게 하였다.

둘째, 재미있는 놀이 차시를 통한 학생들의 수학적 성향 계발을 추구하였다. 각 단원의 재미있는 놀이 차시에 대해서 교사 Y가 '왜 재미있는 놀이를 할까?'라고 질문하자, 학생들은 "수학에 대한 지식을 쌓기 위해서", "재미있는 놀이로 수학을 배우면 재미있고 즐겁게 수학을 배울 수 있으니까", "맨날 수학책으로만 공부하면 지루하니까", "놀이를 하면서 배울 수 있으니까" 등으로 이유를 설명했다. 전반적으로 학생들은 수학 활동에 매우 적극적으로 참여하고 있었다. 재미있는 놀이 차시는 대개 게임형식으로 승자를 가려내고 교사 Y는 대개 게임을 통해서 발견한 것을 질문했기 때문에, 처음에 몇몇 학생들은 발견에 대한 부담감과 학습내용에 상관없이 게임에서 졌을 때의 기분을 말하면서 재미없다고 말하는 학생도 간혹 있었지만, 이런 경우는 예외적인 경우이고 대개는 게임을 통해서 알게 된 내용이나 게임 자체에 대한 흥미를 드러내서 긍정적인 수학적 성향의 일면을 드러내기도 했다.

셋째, 정리 단계에서 보다 다양한 수업 방법을 활용하였다. 이전의 6학년 교실과 다르게 수업을 마칠 때의 정리 시간에 교사 Y가 일방적으로 학습 내용을 정리하기보다는 제시한 연습 문제의 답과 해결 방법을 확인하거나 학생들 스스로 수업을 통하여 알게 된 점이나 느낀 점을 발표하게 하기도 하고, 직접 수업 내용에 대해서 정리도 해 보게 하였다. 예를 들어, 분수 단원에서 구체물과 반구체물을 크기가 같은 여러 개의 조각으로 나누는 수업에 대해 학생들에게 무엇을 공부했는지 발표하게 하였다. 학생들은 "똑같이 나누어 보는 공부를 했습니다", "사과와 색종이를 이용해서 똑같이 나누었습니다", "잘라봐서 분수를 재미있게 공부해 보았습니다", "색종이와 사과를 반으로, 반의 반으로 나누어 보았습니다"와 같이 수업 활동 자체나 내용과 관련하여 핵심적인 사항들을 정리하였다. 한편, 학생들의 학습 정리가 조금 부족하거나 보충이 필요한 경우는 교사 Y가 적절한 피드백을 줌으로써 학생들이 중심이 되어 수업을 정리하긴 하지만, 수학적으로 중요한 내용을 놓치지 않으려 했다.

나. 사회수학적 규범과 수학적 관행

1) 수학적 다름 또는 차이

사회적 규범 측면에서 기술했듯이, 교사 Y는 주어진 한 문제에 대해서 여러 가지 해결방법이나 표현방법을 강조했기 때문에, 이런 다양한 방법 간의 수학적 차이에 대해서 학생들이 간접적으로 생각해볼 기회가 있었다. 그런 기회가 가장 분명하게 드러난 것은 학생들이 분수 단원에서 전체와 부분의 관계를 알아보는 차시에서 일어났다. 학생들은 학습지에 출력된, 가로 3칸 세로 2칸으로 구성된 직사각형에 대해서 전체를 6으로 나눈 것 중의 4개를 색칠하라는 문제를 풀었다. 교사는 <에피소드 4>에서 보는 바와 같이, 몇몇 학생들을 전체 학급에서 발표하도록 하였다.

<에피소드 4: 물리적 차이를 넘어선 수학적인 동일성 찾기>

교사: 자기가 한 거 친구들 앞에서 보여줄 사람? 지훈이 한 번 나와볼까? 지훈이가 한 것과 내가 한 것 어떤가 비교해 보도록 합시다. (지훈이가 앞으로 나와 자신의 학습지를 실물화상기 위에 올려놓는다. 지훈은 주어진 직사각형에서 가로 2칸 세로 2칸 하여 정사각형 모양으로 색칠했다.) 어때요? 맞았어요? (학생들이 예라고 답변한다.) 색칠했을 때 모양이 달라요하는 친구 없어? 소희 한 번 나와볼까? 소희가 한 거랑 같이 보자. 소희는 이렇게 색칠했어. (소희가 앞으로 나와 학습지를 보여주는데, 가로 3칸 세로 1칸으로 기역자 모양으로 색칠했다.) 어때요 얘들

아? 지훈이는 이렇게 4개로 나누어보고 소희는 이렇게 4개로 나누어 봤어. 둘이 틀리니까 답이 서로 틀린 걸까?

학생들: (큰 소리로)아니요!

교사: 누가 이야기해 볼까? 주현이.

주현: 네모로 4개로 나눈 것이나[지훈의 것] 기역으로 나눈 것이나[소희의 것] 4개는 같습니다.

교사: 승준이 할 말 있어요?

승준: 4개를 똑같이 모양은 달라도 똑같이 나눈 수가 같으니까 같다고 말할 수 있습니다.

교사: 그래. 색칠한 부분의 개수가 같으니까 같다고 말할 수 있겠어요. 성현이.

성현: 색칠한 모양이 달라도 수가 같으니까 같다고 할 수 있습니다.

교사: 그래. 색칠한 모양이 달라도 수가 같으니까. 그러면 봐봐. 선생님은 이렇게 했어. 선생님이 한 거 봐봐. 선생님은 재미있게 할려고. 전체를 6개로 나눈 것 중의 4개를 이런 식으로 색칠했어. (지훈과 소희의 것과는 또 다른 방법으로 중간에 하나씩 건너뛰면서 색칠했다.) 그렇지만 이거랑 소희가 한 거랑 지훈이가 한 거랑 똑같은 거라고.

위 에피소드에서 교사는 먼저 "색칠했을 때 '모양이 달라요'하는 친구 없어?"라고 질문을 하고 더구나 자신의 사례를 미리 준비함으로써, 학생들이 주어진 직사각형의 6칸 중 4칸을 다르게, 즉 모양을 다르게 한 경우를 고려하게 하였다. 여기서 사회수학적 관점과 관련하여 중요한 것은 물리적인 차이(즉, 6칸 중 어느 4칸을 칠했느냐)를 넘어서서 수학적인 차이(즉, 위치나 모양과 관계없이 똑같이 나눠진 전체 6칸 중 4칸이라는 것)를 생각해 볼 의도를 가지고 있었다는 점이다. 또한 보다 구체적으로 두 학생의 발표 후에 "둘이 틀리니까 답이 서로 틀린 걸까?"라고 모든 학생에게 질문하고 그 이유를 물어봄으로써 본 수업과 관련하여 어디에 학생들이 초점을 맞춰야 할지를 분명하게 했다. 또한 학생들은 색칠한 부분의 개수가 동일하기 때문에, 색칠하는 방법 또는 위치는 다를 수 있으나, 수학적인 의미 자체는 동일함을 강조했다.

2) 수학적 타당성과 간편성

교사 Y의 3학년 교실에서 무엇이 수학적으로 타당한 해결방법으로 받아들여지는가와 관련한 사회수학적 규범은 수업 중 특히 (두 자리 수) x (한 자리 수)를 배우는 과정에서 여러 차례 나타났다. 예를 들어, 교사가 학생들에게 주머니 필통에 연필이 13자루씩 들어가는 데 주머니 필통 2개에는 연필을 모두 몇 자루를 넣을 수 있는지 알아보는 활동을 각자 풀어보게 한 후, 전체 논의시간에 수모형으로 13 곱하기 2의 계산을 알아보기 위해서 수모형을 어떻게 놓으면 좋을지 질문하였다. 이에 학생들은 십 모형 1개, 낱개모형 3개, 다시 낱개모형 2개(즉, 13과 2를 각각 배열)를 놓았다[3]. 이에 교사는 13x2의 의미를 질문하였고, 학생들은 십 모형 1개, 낱개모형 3개, 십 모형 1개, 낱개모형 3개를 잇따라 배열하게 되었고, 이를 토대로 교사는 <에피소드 5>에서 보는 바와 같이 수모형과 곱셈식과의 연계를 꾀하려고 노력하였다.

<에피소드 5: 13×2에 대한 덧셈식과 곱셈식>

교사: 여기보세요. 13 곱하기 2가 의미하는 거는 재민이 말대로 뭐야? 13 더하기 13이잖아, 그러니까 13의 수모형을 어떻게 했어요? 어떻게, 몇 묶음으로 놨어?

학생들 : 두 묶음

교사: 그래 두 묶음으로 놨어. 그러면 선생님이 여기서 질문을 하나 할께요. [교사와 학생들은 질의응답을 통하여 낱개모형은 3개씩 2개이므로 전체 6개이고, 이를 곱셈식으로 나타내면 3×2=6임을 배운다.] 그럼 이번에는 ... 십 모형은 모두 몇 개인가? 누가 한 번 이야기해볼까? 호경이 이야기해볼까?

호경: 십 모형은 두 개입니다.

교사: 그래요 (칠판에 '십 모형 2개'라고 판서한다.) 지

3) 교과서에서는 수모형으로 13×2를 어떻게 계산해야 하는지 알아보는 활동에서 "13의 수 모형 두 묶음을 놓으시오"라고 안내하고 있다. 이러한 안내가 없는 상황에서 학생들은 13×2에 해당하는 방법대로 수모형을 배열하지 못하고 있다는 점은 교수법적으로 고려해 볼 필요가 있는 것 같다. 교과서에서 당연하게 제시하고 있는 첫 번째 조작 단계에서부터 학생들 스스로 사고할 기회가 필요하다는 것이다. 특히 본 교실의 학생들이 이미 수모형으로 문제를 해결한 후에도 이와 같은 어려움을 겪는다는 것을 볼 때, 가법(덧셈)적으로 전개되는 수모형 조작과 승법(곱셈)적으로 전개되는 알고리즘간의 명확한 연계가 필요하다.

금 뭐라고 그랬냐면 십 모형 두 개라고 그랬어. 그러면 이걸 곱셈식으로 나타내면 어떻게 될까? 범준이 나와서 한 번 써줄래요? (범준은 10×2=20이라고 칠판에 쓴다.) (쓰고 들어가려는 범준이를 붙잡고) 그런데 잠깐만 봐봐. 십 모형이 지금 20개가 있어요? 십 모형은 두 개 있는데? 누가 나와서 고쳐줄 사람? 다혜가 나와서 한 번 해봐. (범준이는 들어가고 다혜가 나온다.) 어디서 어떻게 해줘야 될까? (다혜는 수식에서 10을 1로 고친다.) 옳지, 잘했어. 자 봐봐. 십 모형이 몇 개가 있어?

학생들: 2개.

교사: 2개. 그래서 1 곱하기 2해서 2가 되는 거야. 그러면 얘들아 봐봐, ... 우리가 지금 이렇게 따로따로 했는데, ... 이런 과정을 거쳤으니까, 13 곱하기 2는 얼마일까? 누가 해볼까? 승환이?

승환: 26입니다.

교사: 왜 26이라고 생각을 하나요?

승환: 13에서 십 자리끼리 더하면 20이고, 일의 자리끼리 더하면 6이기 때문입니다.

교사: 그래 잘했어. 지금 승환이가 말한 거는 덧셈식으로 말을 했죠? 잘했는데, 곱셈식으로 한 번 말을 해볼까? 왜 26이 되나? .. 어 찬혁이.

찬혁: 낱개모형 3 곱하기 2는 6이고, 또 십 모형 1 곱하기 2이기 때문에 26이 나옵니다.

13×2의 의미는 13+13이라는 것을 학생들에게 상기시킴으로써, 교사는 수모형으로 13×2를 제대로 나타내도록 도와주었다. 그 다음 수모형 조작 활동과 곱셈식을 연결하기 위해서 낱개모형에 대한 곱셈식과 십 모형에 대한 곱셈식을 써 보도록 하였다. 낱개모형에 대한 곱셈식은 큰 어려움 없이 학생들이 제대로 쓸 수 있었으나, 십 모형에 대한 곱셈식은 교사의 의도였던 1×2=2 대신에 10×2=20이라고 제시되었다. 물론 수모형에서 그 의미를 해석해 보면, 십 모형이 2개 있다는 것은 낱개 10개씩 2개가 있다고 볼 수도 있다. 하지만 교사는 10×2=20에 대한 개념적 설명이나, 조작 활동과 관련하여 1×2=2와 10×2=20의 수학적 차이를 설명하는 대신에 십 모형은 2개 있다는 것을 강조하는 것으로 그쳤다[4].

한편, 분명히 위의 활동에서 왜 13×2=26인지 설명할 때 곱셈식을 이용하여 발표할 것이 예상되었고 활동과도 직접적으로 연결되지만, 수학적으로 타당한 덧셈식으로 발표해도 교실에서 인정했음을 주의해서 볼 필요가 있다. 이와 비슷하게, 학생들이 곱셈에 관한 익히기 문제를 해결할 때, 교사가 명백하게 곱셈을 이용하여 주어진 문제를 해결하라고 요청했음에도 불구하고, 한 학생이 42×2=?에 대해서 "40 더하기 40은 80입니다. 나머지 2와 2를 더하면 4이기 때문에 84가 나왔습니다"라고 발표했을 때, 이는 덧셈식으로 문제를 푼 것이지만 타당한 것으로 받아들이고 추가적으로 곱셈식을 이용하여 문제를 해결하지 않고 다음 문제로 넘어갔다. 즉, 무엇이 수학적으로 받아들여질만한 것인가와 관련한 사회수학적 규범은 문제에서 의도한 방법대로(이 경우 곱셈식) 해결한 것뿐만 아니라 수학적으로 타당한 방법으로(이 경우 덧셈식) 해결한 경우도 인정하였다[5].

한편, 이와 대조적으로 수학적 간편성 측면에서 덧셈식 대신에 곱셈식을 명백하게 강조하며 구별한 경우도 있었다. 예를 들어, 학생들은 "3학년은 4반까지 있습니다. 각 반의 남학생은 20명씩입니다. 3학년 남학생은 모두 몇 명인지 알아보시오"라는 문제에 대해서 한 학생이 20을 네 번 더해서 80이 되었다고 발표하자, 교사는 "지금 우리가 조금 쉽게 하려고 곱셈을 배우는데, 일부러 막 덧셈을 할 필요는 없을 것 같은데... 덧셈이 더 쉬워요? 그럼 예를 들어서 158 곱하기 6 같은 경우는 곱셈으로 안하고 158 더하기 158 더하기 158 더하기 158 더하기 158 더하기 158 이렇게 할 거야?"라고 반문하였다. 이와 대조적으로, 곱셈식으로 해결한 학생에 대해서는 상세한 피드백을 제공하고 계산 절차를 확인해 줌으로써, 덧셈식 설명을 수학적으로 맞는 것으로 인정하면서도 곱셈식을 간접적으로 강조하였다. 요컨대, 교사는 수학적으로 타당한 학생들의 여러 가지 대답을 인정해 주

4) 이는 위 에피소드 후반부에서 13×2에 대한 조작활동 후에도 학생이 다시 덧셈식으로 자신의 생각을 발표하는 것과 무관하지 않아 보인다. 또한 동일한 문제를 곱셈의 세로식으로 나타내어 계산할 때, 십의 자리의 곱셈에서 10×2=20이라고 쓰는 것이 아니라 1×2=2라는 것과 연계했더라면 수모형 조작활동과 곱셈의 계산원리가 보다 일관되게 연계되었을 것이다.

5) 물론 여기에 학생들이 형식화된 계산원리에만 치중하여 정답을 찾는 대신에 곱셈 단원의 앞 차시이기 때문에 동수누가로써의 곱셈의 의미를 파악하는 데 교사가 초점을 두고 있다는 점도 관련이 있다.

면서도 특히 해당 학습주제와 관련하여 강조할 내용을 이런 방법으로 강조해 나갔다. 실제, 학생들은 위의 사례 이후에 여러 가지 곱셈 활용에 관한 문제에서 곱셈식으로만 답을 구하거나 또는 덧셈식으로 나타낸 후에도 반드시 곱셈식으로 다시 나타내는 경향이 있었다.

3) 수학적 정확성

본 교실에서 수학적 정확성과 관련된 규범은 나눗셈식을 읽는 방법과 똑같이 나누는 방법을 논의하는 과정에서 각각 일어났다. 예를 들어, 학생들은 바둑돌 21개를 3개씩 묶어 놓고 모두 몇 묶음인지를 알아보는 활동을 하는데, 대부분 구체적 조작활동 없이 3×7=21이라는 곱셈식을 이용하여 답을 찾아냈다. 이에 교사는 나눗셈 기호를 이용하여 나타내보도록 요청했고, 한 학생이 21÷3=7이라고 칠판에 제시했다. 이 식에 대해 한 학생이 "21 나누기 3은 7묶음입니다"라고 읽자, 교사는 7이 뜻하는 것이 정확히 묶음인지 개수인지 상자인지 모른다는 이유로 다르게 읽는 방법을 물어보았다. 다른 학생이 다시 나눗셈식의 원래 의미를 생각하여 "21에서요, 3개씩 묶으면 답은 7묶음"이라고 발표했고 학생들은 결국 "21 나누기 3은 7입니다"로 읽게 되었다. 이에 교사는 학습지의 약속하기를 통해 "21 나누기 3은 7이 된다"고 강조하였다.

여기서 논의할 내용은 절차적으로는 나눗셈식을 읽는 방법과 관련되지만, 개념적으로는 등호의 의미와 관련된다. 즉, "21 나누기 3은 7이다" 또는 "21 나누기 3은 7이 된다"라고 읽는 것은 학생들에게 등호의 개념과 관련해 볼 때 잘못된 개념을 불러일으키기가 쉽다. 21을 3으로 나누면 그 결과가 7이라는 것으로 등호의 의미가 양변의 값이 같다는 본래 수학적인 의미로서가 아니라 좌측의 연산을 수행한 결과를 뜻하는 것이 될 수 있다. 특히 여기서는 학생들이 구체적 조작물을 가지고 21을 3으로 나누지 않았기 때문에, 굳이 결과적으로 읽을 필요가 없었으며, 수업지도안에도 "21 나누기 3은 7과 같습니다"라고 읽도록 준비했음에도 불구하고 실제 수업에서는 결과적으로만 가르쳐 주게 되었다. 이는 동일 차시의 익히기 문제나 뒤의 다른 나눗셈 차시에서도 유사한 방법으로 유지되었다.

한편, 똑같이 나누는 활동에서 수학적 정확성과 관련된 규범은 다음과 같은 방법으로 나타났다. 분수 단원의 첫 차시에서 교사 Y는 학생들이 사과와 색종이를 각각 반과 반의 반으로 직접 똑같이 나누어보도록 수업을 계획하였다. 동기유발 측면에서 학생들에게 생활에서 나누어 먹어야 하는 상황에 대해서 말하게 하자, 한 학생이 동생과 함께 에이스 과자 한 봉지를 똑같이 나누어 먹어야 하는 경우를 발표했다. 교사 Y가 어떻게 하면 에이스 과자를 똑같이 나누어 먹을 수 있는지 질문하자, 학생들은 나눗셈과 연관하여 이산량을 똑같이 나누는 방법을 제시했다(예를 들어, 전체 과자 수를 2로 나눈다든가, '나 하나, 동생 하나' 이번 방법으로 계속하여 나누는 것). 즉, 학생들은 등분할 의미로써의 분수에 대해서 학습하는 데, 에이스 과자를 예로 든 학생의 공헌으로 인해서 교과서 해당 차시에서는 다루지 않는 이산량의 등분할에 대해서 나눗셈의 의미나 분배의 개념과 연결하여 학습하는 계기가 되었다.

이에 교사는 연속량인 사과를 1개 가진 상황을 대조적으로 제시하면서 이 역시 똑같이 나누는 방법에 대해서 생각해보게 하고 실제 반으로 잘라보게 하였다. 학생들은 잘라진 두 쪽의 사과를 서로 맞대어 봄으로써 정말 똑같이 반으로 잘라졌는지 확인했다. 특정한 학생의 경우 두 사과의 크기가 다르다는 것을 지적했고 마찬가지로 주어진 사과를 다시 또 반으로 자른 경우(즉, 반의 반으로 나눈 경우), 학생들은 네 쪽의 사과가 고르지 못하여 똑같다고 할 수 없다고 말했다. 이에 교사는 사과와 같은 연속량인 물체에 대해서 등분할이 불가능하다거나 어렵다는 것을 인정하기보다는 똑같이 자르지 못했기 때문이라고 설명했다. 그리고 반구체물인 색종이를 접어 자른 다음 서로 포개어 보고 비교하게 하여 똑같이 둘로 또는 넷으로 나누어졌음을 강조하였다. 여기서 사과와 같은 연속량은 정확하게 반으로 나눌 수 없으며, 무엇보다 수학적으로 엄밀한 의미에서 완벽하게 좌우로 대칭이 될 수 없기 때문에 정확하게 반으로 나눌 수는 없다. 즉, 얼마나 정확하게 자르느냐가 수학적인 의미로 "똑같이 반으로 나눈다"는 것을 결정하는 것은 아니다. 따라서 생활에서 분수를 맛볼 수 있는 소재로 흔히 쓰이는 사과와 같은 연속량의 경우, 물체의 특징을 고려하여 반으로 자를 때의 정확성에 지나치게 의존할 것이 아니라, 똑같이 나눈다는 개념을 간접적으로만 경험하면 충분할 것으로 판단된다.

4) 활동에 기초한 수학적 논의

교사 Y는 학생들의 참여를 강조하면서 이를 통해 수학을 경험해 보게 하는 데 주력했고 이를 통해 때로 수학적인 논의를 이끌었다. 예를 들어, 덧셈과 뺄셈 단원의 재미있는 놀이 차시에서 학생들은 숫자카드 3개를 뽑아서 이것으로 가장 큰 수와 가장 작은 수를 만들고 두 수의 차를 구하여 차가 작은 사람이 이기고 친구의 스티커를 가져오는 활동을 하였다. 이 게임을 통해 뺄셈을 연습하는 것뿐만 아니라 계산 결과를 분석하는 기회로 삼았다. 교사 Y는 먼저 숫자카드 3장을 뽑았을 때 계산하지 않고 누가 이겼는지 알 수 있는 방법에 대해서 질문했으나, 처음에 학생들은 자신과 짝의 특정한 사례를 가지고 실제 받아내림을 이용하여 계산하는 방법을 상세히 설명하려고 하였다. 교사 Y가 또 게임을 통해서 발견한 것을 발표하게 하자, ,<에피소드 6>에서 보는 바와 같이 상옥은 구체적인 사례를 이용하기는 하되, 이를 일반화하여 발표함으로써 교사와 학생들이 하나의 규칙을 논의하는 매개체가 되었다.

<에피소드 6: 학생의 발표에 기초한 수학적 논의>

상옥: 9랑 4랑 1이 나왔고, 짝꿍은 5랑 2랑 1이 나왔으면요. 가장 큰 수가 941이고 짝꿍은 가장 큰 수가 521인데 게임을 하다 보니까 가장 큰 수가 나오면은 지고 숫자가 가장 컸을 때 작은 수가 나오면은 크게 나온다는 것을 알았어요.

교사: 잘했어요. 잘했어. 봐봐. 상옥이는 지금 뭐라고 그랬어? 가장 큰 수[9]가 나오고 그 다음에 또 짝꿍은 별로 이거[9]보다는 크지 않은 수가 나오고, 그 다음에 또? 이것[1]도 문제가 있을 것 같다 선생님은 ... 그지요? 만약에 여기가[세번째 수가] 8이 나왔다고 쳐봐. 그럼 큰 수가 나와도 여기가 8이면 어? 아니다, 아니다. 여기가 8이면 예를 들어서 984. 이렇게 한 번 해보자. 6이라고 해 보자. 그러면 가장 큰 수는 964고 가장 작은 수는 469잖아. 그러면 이 차이는 얼마가 나? 9하고 4는 얼마 차이가 나?

학생들: 5

교사: 어. 5가 나고 얘는 한 번 볼까? 가장 큰 수는 521이고 가장 작은 수 125잖아. 이 숫자 차이는 얼마가 나?

학생들: 4

교사: 그러니까 여기에서 경기에서 이기려면 어떻게 뽑아야 될까? 가장 큰 수하고 가장 작은 수를 뺏을 때 그 차가 어떻게 돼야 될까? 누가 이야기해볼까? 그래. 성인이가 이야기해볼까?

성인: 작아야 돼요.

교사: 조금 더 정리를 해서 말해 줘 볼까? 게임에서 이기려면? 민석이!

민석: 게임에서 이기려면요. 되도록 1자리를 뽑으면 안돼요. 왜냐면요. 가장 작은 수를 뽑을 때 가장 큰 수에서 백 자리가 9면요. 나중에 1이 백이 된다면 그래서 1을 뺀 차가 너무 높으니까 지게 돼요.

교사: 맞아요. 너무 잘 했어. 그래요 한 가지 발견은 바로 그거야. 한 가지 발견은 가장 큰 수하고 가장 작은 수가 차이가 많이 나면 안 된다는 거야. 차이가 거의 없어야지 이긴다는 거야.

위 에피소드에서 상옥의 발표는 가장 큰 수가 나오면 진다는 것과, 숫자가 큰 것과 작은 것이 나오면 그 차가 커서 게임에 진다는 것이었다. 교사는 일단 상옥의 발표를 칭찬해 주면서, 첫 번째 주장에 대해서 반례를 제시하려고 하였다. 즉, 뽑은 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차이를 고려하여 일반화를 한, 두 번째 주장은 수학적으로 타당하지만, 가장 큰 수 하나만 생각하여 일반화하는 데는 오류가 있기 때문이다. 하지만, 교사의 이러한 노력은 그다지 성공적이지 못하였다[6]. 한편 교사는 초점을 가장 큰 수하고 가장 작은 수에 동시에 두어 "뺐을 때 그 차가 어떻게 돼야 할까?"로 질문함으로써 상옥의 두 번째 주장에 대한 타당성을 함께 논의하도록 이끌었다. 하지만, 민석의 경우와 같이 학생들은 여전히 극단적인 수, 예를 들어, 9나 1과 같은 수에 대해서 일반화하는 데 다소 분명하지 않은 점이 있었다. 이에 교사는 극단적인 한 수에 치중하지 않고, 다시 가장 큰 수와 가장

6) 교사의 피드백에서 처음에 1 대신에 8을 제시한 것은 처음에 숫자 9와 같이 큰 수가 나왔다 할지라도 다른 수들도 충분히 커서 그 차가 작다면, 예를 들어, 9, 8, 7을 뽑은 경우이면 "가장 큰 수가 나오면 진다"는 성급한 일반화의 오류를 지적할 수 있었다. 하지만, 교사는 여기서 또 다른 정해진 수 4를 보고 1대신에 8을 뽑는 방법이 의도한 설명과 거리가 멀다는 것을 알게 되었다. 즉, 중간에 어떤 수가 오던지 가장 큰 수와 작은 수는 9와 4이므로 그 차는 5가 되고, 또 다른 쌍의 주어진 수 5, 2, 1에서는 가장 큰 수와 작은 수의 차가 4가 되어서 역시 가장 큰 수 9가 나오면 진다는 상옥의 주장을 암묵적으로 뒷받침하는 형태가 되었다.

작은 수의 차이에 대해서 학생들이 주의를 기울이게 함으로써 수학적으로 타당한 발견을 하도록 이끌었다.

그 다음 교사 Y는 다시 학생들이 이 게임을 통해서 발견한 것이 있는지 발표하게 하였다. 수업지도안이나 교사의 설명에 따르면, 교사가 의도하고 있었던 것은 두 수의 차에서 십의 자리 수가 항상 9라는 사실이었다. 학생들은 교사의 발문을 통해서 이 사실을 발견하고 자신들의 논의를 통해 그 이유를 설명할 수 있었다. 교사가 두 수의 차에서 십의 자리에 주목하지 않고, 학습지의 숫자를 보고 발견한 점을 질문하자 학생들은 가운데 숫자는 항상 동일하고, 처음과 세 번째 숫자는 순서만 바뀌어 있다는 규칙을 쉽게 찾을 수 있었다. 또한 교사의 안내 없이도 "받아내림이 두 개씩 있다"는 한 학생의 발견에 기초하여 학생들은 가운데 숫자가 왜 9로 동일한지에 대해서도 그 이유를 확실히 인식할 수 있었다. 이와 같은 측면에서 교사 Y의 3학년 교실에서는 주어진 수학 활동에 기초하여 수학적으로 사고하고 표현하며 의사소통하는 관행이 자연스럽게 형성된 것으로 해석된다.

V. 맺는 말

지금까지 본 논문은 자신의 교수법을 변화시키려고 부단히 노력하는 한 교사의 사례를 중심으로 1년간의 연구 기간을 통하여 학생중심의 초등 수학 교실 문화를 형성하는 과정을 상세하게 분석하였다. 여기서는 이러한 분석을 토대로 간단히 시사점을 논의해보고자 한다. 첫째, 수학교실문화를 변화시키는 데 있어서 성공적으로 구현된 측면에서 얻을 수 있는 시사점을 생각해볼 수 있다. 교사 Y의 경우, 연구 초기의 교과서 중심과 교사 위주의 수업 전개 방법이 연구기간 동안 눈에 띄게 변하였다. 학생 스스로의 문제해결 탐구, 다양한 문제해결 방법의 강조, 활동에 기초한 전체 논의시간의 활용 등이 대표적인 변화였다. 더구나 이런 바람직한 변화 양상이 일반적인 사회적 규범 수준에 그치지 않고, 무엇이 수학적으로 다른 것인지, 쉬운 것인지, 타당한 것인지, 정확한 것인지 등에 관한 사회수학적 규범으로까지 확장되었다는 점은 주목해볼만하다.

또한 연구 첫 해의 긍정적인 변화가 상이한 학년 및 학생들을 대상으로도 일관된 패턴으로 유지되었다는 점은 이러한 변화가 일회적이지 않고 교사 자신의 수학 교수법으로 정착되어 가고 있음을 간접적으로 시사한다. 이런 측면에서 학생중심 초등수학 교실문화를 구현하는데 있어서 교사의 역동적인 역할에 대해서 새삼 생각해 볼 필요가 있다. 강조하건대, 교사 Y의 경우, 선행 연구와는 다르게 특정한 전문성 개발 프로그램에 참여한 것도 아니고 상세한 수업과정에 대해 별도의 안내도 받지 않은 상황에서 수학 교수·학습에 관한 교사 자신의 아이디어를 근간으로 바람직한 교실문화를 형성해 나갔다. 이와 같은 측면에서, 수학교실문화는 분명히 교사와 학생들의 지속적인 사회적 상호작용 및 협상 과정을 통해 반사적으로 형성되는 것임에도 불구하고(예, Cobb & Bauersfeld, 1995), 그런 과정에서 교사의 보다 적극적인 역할이 강조될 필요가 있겠다.

둘째, 교사 Y의 성공적인 측면과 관련하여 교수법 변화의 원인에 대해서 생각해볼 수 있다. 연구방법 및 절차에서 기술했듯이 본 연구는 수학교실문화를 분석하기 위한 부분과 교사의 교수법 변화 과정을 분석하기 위한 부분으로 구성되었다[7]. 교사 Y의 경우 일차적으로 보다 나은 수학 교수법을 구현하고자 하는 지속적인 의지와 노력이 있었다는 것이 중요하다. 하지만 이외에 월별 모임에서 자신의 수업은 물론 다른 동료 교사의 수업을 보고 이에 대해 논의한 것이 상당한 촉매가 되었다고 면담과정에서 밝혔다. 우선 정기적으로 자신의 수학 수업을 녹화하여 함께 관찰하고 분석해 본 경험을 통해 수업에서 개선해나가야 할 점을 구체적으로 알게 되었고, 이를 다음번의 수학 수업에 조금이나마 적용해 볼 수 있는 계기를 만들었다. 또한 무엇보다 동일한 학년을 담당했던 다른 참여 교사의 수업을 보고 똑같은 학습 주제에 대해서 자신과 다른 방법으로 수업했을 때 학생들의 반응이 구체적으로 어떠했는지 비교 및 대조해 보면서 논의할 시간을 가진 것이 도움이 되었다고 말했다.

이와 같은 측면에서, 학생중심 수학교실문화를 구현하는 과정에서 구체적인 수학 수업에 대한 분석, 특히 정기적인 수업 논의 모임을 통한 교사들 간의 탐구공동

7) 후자의 경우는 1년 연구 기간에 걸친 여러 차례의 면담과 설문지, 그리고 월별 토론 모임을 통한 자료 수집 및 분석을 토대로 하였는데, 이를 상세하게 분석하는 것은 본 소논문의 직접적인 목적도 아니고, 지면의 한계로 인하여 구체적으로 기술하지는 않았다.

체 형성의 중요성에 대해서 생각해볼 수 있다. 최근에 교사 학습을 논의함에 있어서 개별적인 교사 학습 및 교수법 변화에 초점을 두는 대신에 학교나 지역구청, 또는 교사 연구모임 등을 중심으로 한 공동체 내에서의 교사 학습이 부각되고 있음을 고려해볼 때, 교사들을 중심으로 한 공동체의 성격 및 본질 등에 대한 후속 연구가 필요하다.

셋째, 학생중심 수학교실문화를 형성해 나가는 과정에서 교사가 자연스럽게 겪은 어려움 측면에서 얻을 수 있는 시사점을 생각해볼 수 있다. 교사 Y의 경우 앞에서 언급한 것처럼 여러 가지 긍정적인 변화가 있었음에도 불구하고 예를 들어, 학생들의 활동에 기초하여 어떻게 수학적으로 강력한 논의를 이끌 수 있는지, 그리고 학생들의 다양한 문제해결 방법을 어떻게 다루고 이를 가르치고자 의도한 특정한 방법과 어떻게 연계시킬 수 있는지 등의 측면에서 어려움을 겪기도 하였다. 수학적 담화의 질과 학생들의 수학 학습 기회의 정도는 이런 측면과 보다 밀접한 관계를 가진다는 점을 고려해볼 때, 교사 Y가 겪었던 난제는 결코 간과해서는 안 될 부분이다. 특히 교사 Y의 경우처럼 자신의 수학교실문화를 바꿔보려고 부단히 노력하는 헌신적인 교사에게서조차 교수·학습의 사회적인 참여 양상의 변화와 이를 통한 학생들의 수학적 사고 증진을 연계하기가 쉽지 않다는 점을 주목해야 한다. 이러한 어려움의 원인은 교실문화에 대한 상세분석이나 교사 Y의 면담을 통한 자기반성을 고려해볼 때, 교재 연구 또는 교수법적 내용 지식의 부족, 교육과정의 구체적인 교실 현장 적용에 대한 이해 부족, 교과서 재구성의 의미와 목적에 대한 막연한 이해, 수학적으로 강력한 담화를 이끄는 데 있어서의 교사의 역할 정립 부족 등을 유추해볼 수 있다.

이에 학생중심 수학교실문화를 제대로 구현하기 위해서는 피상적인 교수법 강조나 새로운 교수·학습 전략을 추가하는 것을 뛰어넘어 구체적인 수업 사례를 중심으로 교사가 반성적으로 사고하고 이와 관련하여 여러 가지 대안을 탐색하며 실제 수업을 통해 경험해볼 수 있도록 보다 적극적인 지원 및 연구가 필요하다. 예를 들어, 학생들의 다양한 아이디어에 대해서 칭찬과 격려하는 것 외에 어떤 방법으로 교사가 대처해야 수학적으로 강력한 교실문화를 형성할 수 있을지, 교과서에서처럼 풀이 과정에 대한 구체적인 안내가 없는 상황에서 학생들이 어려움을 겪을 때, 교사는 어떤 종류의 도움을 주어야 주어진 과제의 본질은 손상하지 않으면서 의도했던 수학적 사고를 촉진할 수 있는지, 교사가 중요하다고 생각하는 아이디어를 학생들이 찾아내지 못할 때 어떻게 이를 소개해야 하는지, 그리고 학생들의 개념적 발달을 촉진하면서 동시에 수학적으로 효율적인 절차를 가르치는 것 간에 어떻게 균형을 맞추어야 하는지 등에 관한 보다 면밀한 분석이 필요하다.

마지막으로, 수학교실문화를 분석하기 위한 요소 중 사회수학적 규범 및 수학적 관행의 위치를 재조명할 필요가 있다. 우선 선행 연구에서 밝혀진 다양한 사회수학적 규범 중에 본 연구에서는 수업 시간에 다룬 다양한 문제, 문제해결 방법, 표현양식 간에 무엇이 수학적으로 다른 것인지 또는 동일한 것인지에 대한 논의가 공통적으로 빈번히 일어났다는 점을 고려해볼 때, 학생중심의 수학교실문화를 구현하는 과정에서 발달과정상 다른 사회수학적 규범에 비해 수학적 다름 또는 차이에 관한 규범이 먼저 형성되는 것인지에 대해 경험적으로 연구해볼 가치가 있겠다.

또한 선행연구결과 우리나라 초등 수학 교수·학습 방법의 실제와 관련하여 가장 미흡한 것으로 분석된 점은 "외형적인 충실함에 치중하는 경향"인데(나귀수 외, 2003, p. 289), 이를 벗어나서 해당 방법을 통해 의도하는 본질이 무엇인지를 구체적으로 분석하려 할 때, 사회수학적 규범 및 수학적 관행을 분석 요소로 활용할 수 있을 것이다. 실제 본 논문은 이들 요소를 중점적으로 활용하여 교사가 수학시간에 학생들의 다양한 사회적 참여 양상을 바탕으로 학생들로 하여금 긍정적인 수학적 성향을 개발하도록 북돋워 주고 수학적 개념이나 원리에 대한 이해를 증진시키는지의 여부를 분석할 수 있다는 점을 교실 현장에 기초한 실험적인 근거를 바탕으로 제시한 것이라고 볼 수 있다.

참 고 문 헌

김남균 (2001). 수학 교실 문화에 관한 소고, 한국수학교육학회 시리즈 C <초등수학교육>, 5(2), pp.163-172.
나귀수 · 최승현 (2003). 초등학교 수학교육 실제의 이해:

교수·학습 방법을 중심으로, 학교수학, **5(3)**, pp.275-295.

박교식 (2005). 한국수학교육학 논문해제(III), 서울: 경문사.

박경미 (2003). 중등 수학교육 연구의 경향 분석: <수학교육>과 <JRME>에 수록된 논문 비교를 중심으로. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, **42(2)**, pp.219-228.

방정숙 (2001). 사회수학적 규범과 수학교실문화. 한국수학교육학회 시리즈 D <수학교육학연구>, **11(2)**, pp.273-289.

최승현·황혜정 (2004). 제7차 수학과 교육과정 운영에 관한 실태 분석 연구, 학교수학, **6(2)**, pp.213-233.

Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics, *The Elementary School Journal*, **93(4)**, pp.373-398.

Bowers, J.; Cobb, P. & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction*, **17(1)**, pp.25-64.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, **1(1)**, pp.5-43.

Cobb, P. & Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, **31(3/4)**, pp.175-190.

Fennema, E., & Nelson, B. S. (Eds.). (1997). *Mathematics teachers in transition.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Rasmussen, C. L., & King, K. D. (1998). Sociomathematical norms and student autonomy in calculus II honors students. In Berenson, S. B., Dawkins, K. R., Blanton, M., Coulombe, W. N., Kolb, J., & Norwood, K., & Stiff, L. (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* pp.131-135, Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Stake, R. E. (1998). Case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquiry* pp.86-109, Thousand Oaks, CA: SAGE.

Stephan, M. (1998). *Supporting the development of one first-grade classroom's conceptions of measurement: Analyzing students' learning in social context.* Unpublished doctoral dissertation, Vandebilt University, Nashville, TN.

Strauss, A., & Corbin, J. (1998). Grounded theory methodology: An overview. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquiry* pp.158-183, Thousand Oaks, CA: Sage.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* **27(4)**, pp.458-477.

Yin, R. K. (2003). *Applications of case study research* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Yin, R. K. (2002). *Case study research: Design and methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Successes and Difficulties in Transforming Elementary Mathematics Classrooms to Student-Centered Instruction

Pang, JeongSuk
Korea National University of Education, Chungbuk 363-791, Korea
jeongsuk@knue.ac.kr

There has been an increasing concern of whether a real instructional change happens in a way to promote students' mathematical development. Against this background, this paper dealt with successes and difficulties an elementary school teacher went through as she moved on to student-centered instruction. The analysis drew on classroom observations for one year to illustrate how the teacher and students established social norms, sociomathematical norms, and classroom mathematical practices that could emphasize mathematical sense-making and justification of ideas. Close analysis showed many gradual but dramatic changes in terms of mathematics classroom culture. This led to consider possibly subtle but crucial issues with regard to implementing student-centered instruction.

* ZDM classification : D42
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : mathematics classroom microculture, student-centered instruction, sociomathematical norms