

구조재료

시간영역에서 유한요소법을 이용한 지진시의 지반응답해석

Site Response Analysis in Time Domain Using Finite Element

류희룡*, † · 이재영** · 박영택*

You, Hee-Yong · Lee, Jae-Young · Park, Young-Tack

Abstract

The finite element method is a practical tool to compute the response of the irregularly layered soil deposit to the base-rock motions. The method is useful not only in estimating the interaction between the structure and the surrounding soil as a whole and the local behavior of the contacting area in detail, but also in predicting the resulting behavior of the superstructure affected by such soil-structure interactions. However, the computation of finite element analysis is marched in the time domain (TD), while the site response analysis has been carried out mostly in the frequency domain (FD) with equivalent linear analysis. This study is intended to compare the results of the TD and FD analysis with focus on the peak response accelerations and the predominant frequencies, and thus to evaluate the applicability and the validity of the finite element analysis in the site response analysis. The comparison shows that one can obtain the results very close to that of FD analysis, from the finite element analysis by including sufficiently large width of foundation in the model and further by applying partial mode superposition. The finite element analysis turned out to be well agreeing with FD analysis in their computed results of the peak acceleration and the acceleration response spectra, especially at the surface layer.

Keywords : Site response analysis, Time domain analysis, Finite element method, Soil-structure interaction

I. 서 론

1971년 San Fernando 지진, 1989년 Loma Prieta 지진, 1995년 Kobe 지진, 1999년 ChiChi 지진 등의 강진피해를 배경으로 그 피해의 규모과

함께 새로운 지진에 대처하기 위하여 현대적 의미의 내진설계가 발전해 왔다. 광범위한 내진설계의 기준은 설계지진동의 단계와 지진동의 종류, 구조물의 중요도, 내진성능, 입지조건 등 종합적으로 고려해야 할 부분이 설계인자별로 점차 세분화되었다.^{1), 4), 17)}

설계방법 또한 가속도 응답스펙트럼으로 변형 성능을 조사하는 하중기반 설계법에서, 구조물에 생기는 변위를 시작점으로 하는 변위기반 설계법으로 이동되고 있는 추세이다.¹⁵⁾ 건설 구조물의 내진설

* 전북대학교 대학원 생물자원시스템공학부

** 전북대학교 농업생명과학대학 생물자원시스템공학부

† Corresponding author. Tel.: +82-63-270-4329

Fax: +82-63-270-2517

E-mail address: baradori@chonbuk.ac.kr

계는 교통시설 및 국가기반시설의 안전한 이용과 유지를 위하여 매우 중요한 의미를 가진다. 구조물의 내진설계에 있어서 가장 기본적으로 고려해야 할 항목은 적절한 설계지진동을 결정하는 것과 구조물의 응답특성에 영향을 끼치는 인자들을 고려하는 것이다. 지진하중 상태에서 구조물의 응답특성에 영향을 주는 공간적 요인 중에는, 지반의 비균질성이나 파동의 도착지점에 따른 비간섭효과(in-coherence effect), 이격 지점에서의 상이한 도착 시간에 따른 파동통과효과(wave-passage effect), 지중에서의 기하학적 확산 및 에너지 손실에 의하여 거리에 따라 파동의 진폭이 점차적으로 감소하는 소산효과(attenuation effect), 지반조건 및 상태의 변화에 의해 기반암 파동이 각 도달지점으로 상승전파 되면서 그 진폭 및 진동수 성분이 변화하는 지반응답특성(site-response effect) 등이 있다.¹⁴⁾ 여기서 지반응답특성은 설계응답스펙트럼 및 구조물에 대한 설계지진하중 등을 결정하는 과정에서 매우 중요한 인자이다. 지반응답의 평가를 위해 보편적으로 사용되는 방법은 1차원 등가선형해석¹⁵⁾이며 2차원 및 3차원 상에서의 지반-구조물 상호작용 해석^{10),11)}에도 적용 된다. 이는 진동수의존해석이며 그 특성상 등가선형해석에 의해 비선형성을 표현해야 하는 제한이 있고 지층이 등방성 균질체이면서 수평으로 무한하며, 상향 수직으로 전파되는 전단파(SH)에 의해 지반응답이 지배된다는 가정을 하게 된다. 이는 곧 불규칙한 지층이나 여타. 파동 그리고 비선형성을 완전하게 고려하지 못한다는 한계사항을 나타낸다. 이러한 제한사항을 극복하기 위해서 유한요소법을 사용하여 해석하는 방법이 제안되었다.¹⁶⁾ 이에 유한요소법을 사용한 방법들^{10),11),18),19)}이 지속적으로 제안되고 지반의 비선형성을 고려하기 위해서 연구^{3),7)}가 진행되고 있다. 그러나 이들 방법에도 진동수영역 해석이 가지는 제한사항을 극복하지 못하거나 해석절차가 매우 복잡하다는 단점이 있다. 한편 오오사카¹³⁾는 구조시스템의 지진동에 대한 실용적인 응답계산은 운

동방정식의 직접적분법을 이용하는 것이 능률적이라고 하였다. 따라서 기반암으로부터 전달되는 입력파에 대한 지반응답특성을 고려함과 동시에 지반과 구조물의 상호작용을 고려하여 현실적이고 합리적인 구조물의 동적 거동특성을 파악하기 위해서는 모든 과정을 시간영역에서 유한요소해석을 이용하는 방법을 생각할 수 있다. 이에 이 연구에서는 유한요소법을 이용한 시간영역의 선형해석에서 지반감쇠를 고려하여 동적지반응답특성을 고찰하고 그 해석결과의 적절성을 평가하고자 한다.

II. 부지응답해석

1. 대상지반 및 입력가속도

해석에 이용된 대상은 사질 및 점토층 등 총 네 개의 지층으로 구성된 지반이다. 해석결과의 비교를 위하여 임의의 지층으로 구성하였으며, 시간영역 및 진동수영역의 해석 방법에 따른 영향을 고려하기 위하여 각 층별 깊이를 3 m로 하고 기반암을 포함한 총 지반 깊이를 20 m로 하여 그 응답 결과를 비교하였다. 진동수영역 해석은 1차원 해석으로 수직전단파(SH) 의해 오직 수평 방향의 변위만을 발생시키며, 파의 반사 및 간섭 현상을 배제하기 위하여 각 지층은 수평으로 무한하다는 가정을 두고 있다. 시간영역의 유한요소해석에서는 모델링 지반의 내측 요소와 외측 요소 간의 간섭 현상과 경계면의 간섭현상을 최대한 배제하고 지반의 수평 방향 무한 조건을 충족시키기 위하여 지반 폭을 충분히 넓게 모델링하는 방법을 사용하였다. 이에 그 지반 폭을 각각 30 m, 60 m, 90 m로 설정하고 각각의 해석 결과를 비교하였다. 기반암을 시작으로 가장 아래층은 비교적 견고한 2개 층의 사질지반이며 그 위로 점토층 및 사질지반으로 구성되어 있다. 지반 물성정보는 Table 1에 나타내었고, 깊이에 따른 전단파 속도 및 지반모델에 대한 응답가속도 추출점(R 01~R 04)을 도시하였다(Fig. 1).

Table 1 Material properties of each soil layer

Soil layer \ Property	Height of layer (m)	Unit weight (kN/m ³)	Shear modulus (MPa)	Young's modulus (MPa)	Shear velocity (m/s)	Poisson's ratio (v)
Layer 1 : Sand	3	19.6	167.7	436.02	289.7	0.30
Layer 2 : Clay	3	19.6	224.9	584.74	335.5	0.38
Layer 3 : Sand	3	20.4	378.9	985.14	426.8	0.30
Layer 4 : Sand	3	20.4	494.9	1286.74	487.8	0.30
Layer 5 : Rock	infinite	22.0	33,308.0	8,660.08	3,853.2	0.20

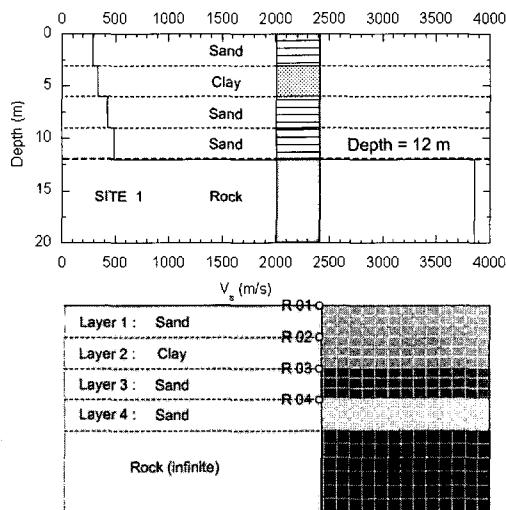
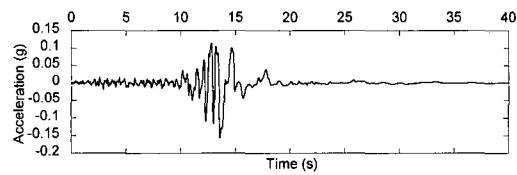
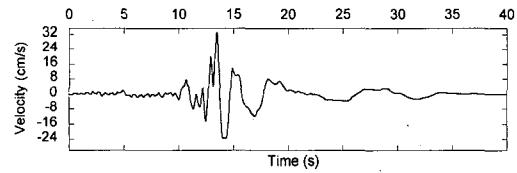


Fig. 1 Local soil profile and Numerical model

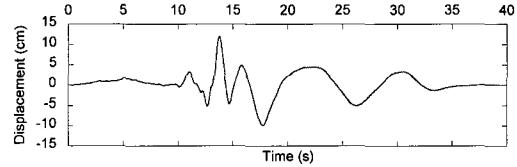
입력하중으로 1989년 Loma Prieta 지진의 Treasure Island(EW성분)에서 측정된 지진파를 사용하였으며 기반암 모델의 각 유한요소에 외력의 형태로 입력하였다. 입력가속도(PGA=0.156g)의 시간이력과 함께 적분을 통한 속도·변위 시간이력 및 Fourier 성분을 Fig. 2에 나타내었다. 지속시간 40초의 입력파이며, 0.4~0.7 Hz 및 1.4~1.6 Hz 구간이 지배적 진동수성분으로 나타나고 있으며 0.4~4 Hz 구간에 전반적으로 지배성분이 분포되어 있는 것으로 나타났다.



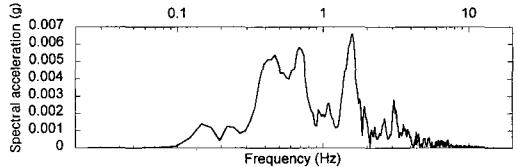
(a) Acceleration time history



(b) Velocity time history



(c) Displacement time history



(d) Fourier amplitude spectra

Fig. 2 Input motions & Fourier amplitude spectra

2. 부지특성주기의 평가

입력가속도의 구성성분과 지반조건과의 상관관계를 미리 알아보기 위하여 해석지반의 고유주기를 계산하였다. 각 지층의 고유주기 및 지반전체의 값은 Table 2에 나타내었다. 지반의 고유주기를 평가하기 위하여 식 (1)⁸⁾이 사용되었으며 지반전체에 대한 고유주기는 0.13 s로 입력가속도의 주요 지배성분과는 차이를 보이고 있다. 즉, 입력파의 지배주기(Fig. 2-d) 대역인 0.25~2.5 s 와 차이를 보이고 있으므로 이론식에 의한 평가결과에서는 입력가속도와 대상지반과의 공진 영향은 크지 않을 것으로 평가되었다.

$$T_G = \sum_{i=1}^n \frac{4H_i}{V_{Si}} \quad \dots \quad (1)$$

여기서, T_G 는 고유주기, H_i 는 각 층의 깊이, V_{Si} 는 각층의 전단파속도이다.

Table 2 Natural period of ground

Layer Natural period	Layer 1	Layer 2	Layer 3	Layer 4	Site
Natural period (s)	0.04	0.04	0.03	0.02	0.13

3. 진동수영역 및 시간영역 해석

진동수영역(Frequency Domain, FD)의 부지응답해석을 수행하기 위하여 일반적으로 사용되고 있는 1차원 등가선형해석¹⁵⁾이 사용되어졌으며, 유한요소법을 이용한 해석 프로그램인 VisualFEA⁹⁾를 이용하여 시간영역(Time Domain, TD) 해석을 수행하였다. 입력 물성정보는 Table 1 및 Fig. 1과 같고 유한요소해석의 조건은 2차원 평면 문제에서 지반의 바선형성을 고려하지 않았으며 각 지층에 대하여 감쇠특성을 1%의 Rayleigh 감쇠계수로 부여하였다. 기반암에 해당하는 최하부의 유한요소에

입력가속도를 입력하였으며 각 층의 수평경계는 양 방향 무한대의 조건에 상응하기 위하여 부여하지 않았다. 유한요소해석은 식 (2)의 운동방정식에 대한 수치적 해법^{2),4),5)}으로 구해지며 각 시간단계에 대하여 Newmark- β 법¹²⁾을 이용하여 풀이하였다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = - \{M\}\{I\}\ddot{u}_g \quad \dots \quad (2)$$

여기서, $[M]$ 은 질량행렬, $[C]$ 는 감쇠행렬, $[K]$ 는 강성행렬, $\{\ddot{u}\}$ 는 상대가속도 벡터, $\{\dot{u}\}$ 는 상대속도 벡터, $\{u\}$ 는 상대변위 벡터, \ddot{u}_g 는 입력가속도이며 $\{I\}$ 는 단위벡터이다.

또한 모드해석(modal analysis)을 통하여 모델의 고유모드 및 그 기여율을 분석하고 10개의 고유모드를 추출하여 모드중첩법(mode superposition method)^{2),4),5)}을 통해 지반의 응답결과를 도출하였다.

III. 해석결과 및 고찰

1. 해석방법에 따른 응답특성

Fig. 3은 시간영역과 진동수영역 해석의 지반응답가속도 결과를 나타낸 그림이다. 시간영역의 유한요소해석에서는 모델링된 지반요소의 간섭현상과 경계면의 간섭현상을 최대한 배제하고 지반의 수평무한조건을 적용시키기 위하여 지반 폭을 충분히 넓게 모델링하는 방법을 사용하였다. 이에 그 해석 지반 폭을 30 m, 60 m, 90 m의 순으로 증가시키면서 계산된 응답결과를 비교하였다. Fig. 3에 보인 바와 같이 해석지반 폭이 증가하면서 시간영역 해석에서 직접적분법을 이용하여 해석한 최대응답가속도가 진동수영역 해석결과와 매우 근접하고 있으며, 지반 폭이 증가함에 따라 최대응답은 비슷한 수치를 유지하고 있다. 또한 모드중첩법을 통하여 고주파 성분을 제외시키면서 그 최대 응답에는 영

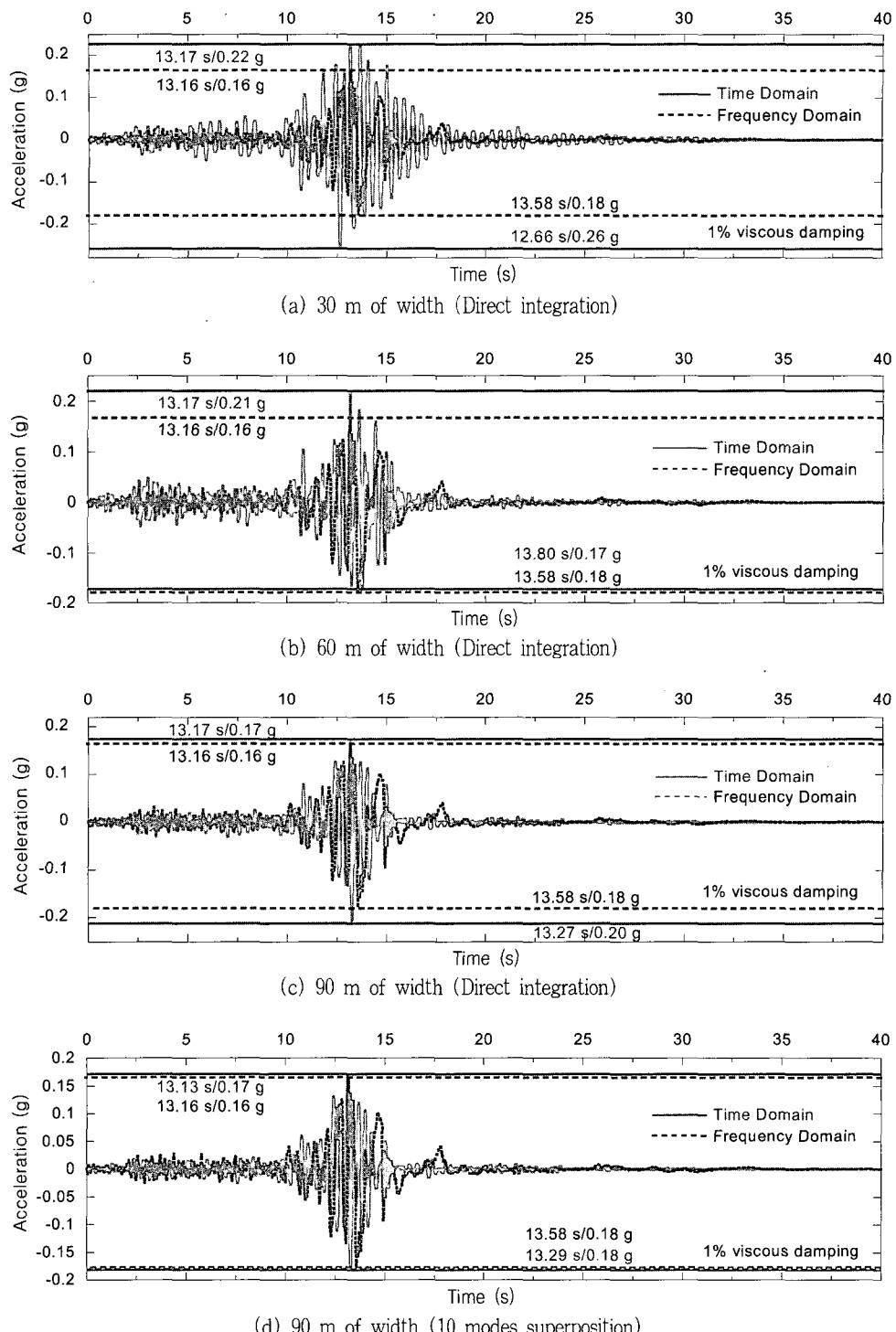


Fig. 3 Response acceleration of Time Domain (TD) and Frequency Domain (FD) analysis at the layer 1

향을 끼치지 않는 결과를 얻을 수 있었다. 시간영역 해석방법에서 지반의 수평무한상태 조건을 해석에 적용하는 과정이 결과적으로 진동수영역의 수평무한상태 가정과 매우 근접하게 부합됨으로써 상호 응답해석결과의 편차가 감소되는 것으로 판단된다. 즉, 시간영역해석에서 지반 폭을 충분히 크게 하면 그 응답결과가 합리적으로 도출됨을 확인할 수 있었다. Table 3에서는 시간영역과 진동수영역해석 결과의 최대 응답가속도 및 그 응답시간점을 보였다. 시간영역의 30 m, 60 m, 90 m 지반 폭의 직접적분법 해석결과의 경우 진동수영역 해석결과와의 편차가 각각 0.08 g에서 0.03 g, 0.02 g로 감소하고 있으며, 주파수영역 해석결과와 90 m지반에 대한 모드중첩법(MSM) 해석결과의 응답최대치는 각각 0.18 g로 일치하고 있다. 지반 폭이 가장 작은 30 m 폭의 모델의 경우 지반 폭이 큰 다른 모델에 비하여 그 편차가 큰 것을 확인할 수 있다. 즉, 해석모델의 지반 폭을 60 m, 90 m로 증가시키면서 계산한 결과, 시간영역해석과 진동수영역해석의 응답가속도의 편차가 매우 작아지고 있다. 또한 90 m 모델의 경우 10개 모드들을 이용한 해석 결과의 최대응답가속도가 진동수영역 해석결과의 최대응답가속도와 일치되는 것을 확인할 수 있다. 진동수영역해석결과와 시간영역해석결과의 응답시간점 및 응답가속도는 미소한 차이를 가지고 있다. 진동수영역해석은 1차원 등가선형이론 및 수직전단파(SH)에 의한 응력과 전달이론에 근거한다. 이에 대해 시간영역해석은 2차원 평면변형률 해석에서

수평·수직방향 및 회전에 대한 영향과 함께 대상지반의 고유모드의 영향이 적용된다. 따라서 1차원 진동수영역해석과 2차원 시간영역해석결과는 그 해석 방법적 특성에서 차이가 발생하는 것으로 판단된다. 응답결과에 대한 진동수성분특성을 살펴보기 위하여 FFT(Fast Fourier Transform)를 실행하였다. Fig. 4(a) 및 Fig. 4(b)는 각각 모델 지반 폭을 30 m 및 60 m로 하여 해석한 결과이다. 지반 폭 30 m의 경우 2~3 Hz 및 7~10 Hz 구간이 상이한 것을 확인할 수 있고, 60 m의 경우 2~4 Hz 구간이 다소 상이한 것을 확인 할 수 있다. 이에 대해 Fig. 4(c, d)는 지반 폭 90 m에 대한 직접적분법 및 모드중첩법에 의한 해석결과이며 응답진동수 성분과 진폭에 있어 그 차이가 매우 감소하고 있는 것을 확인할 수 있다. 최대 응답가속도와 마찬가지로 지반 폭이 증가함으로써 스펙트럼 성분 및 진폭에서 시간영역 및 진동수영역의 두 가지 해석이 유사한 결과를 내고 있음을 확인 할 수 있다. 이는 모델의 지반 폭이 증가하면서 지반운동을 대체적으로 지배하는 진동수 모드가 증가하고 그러한 고유모드들이 해석에 적절하게 적용된 결과로 판단된다. Fig. 4(d)는 해석지반에 대하여 기여율이 높은 고유모드 10개를 추출하여 해석한 결과이다. Table 4에 보인바와 같이 지반 폭 90 m의 경우 제10차 모드의 고유진동수가 4.9 Hz를 나타내고 있으며 이보다 큰 진동수 성분의 영향은 Fig. 4(d)에 보이는 바와 같이 해석결과에 적용되지 않고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 5에는 해석에 적용된

Table 3 Peak response time instants and accelerations at the instant on the top of each model

Width of model		30 m		60 m		90 m		90 m (MSM*)	
Analysis type		TD	FD	TD	FD	TD	FD	TD	FD
Time instants / Responses									
Time instant of the peak acceleration (s)		12.66	13.58	13.17	13.58	13.27	13.58	13.29	13.58
Peak acceleration at the time instant (g)		0.26	0.18	0.21	0.18	0.20	0.18	0.18	0.18

MSM*: mode superposition method, 10 modes were included

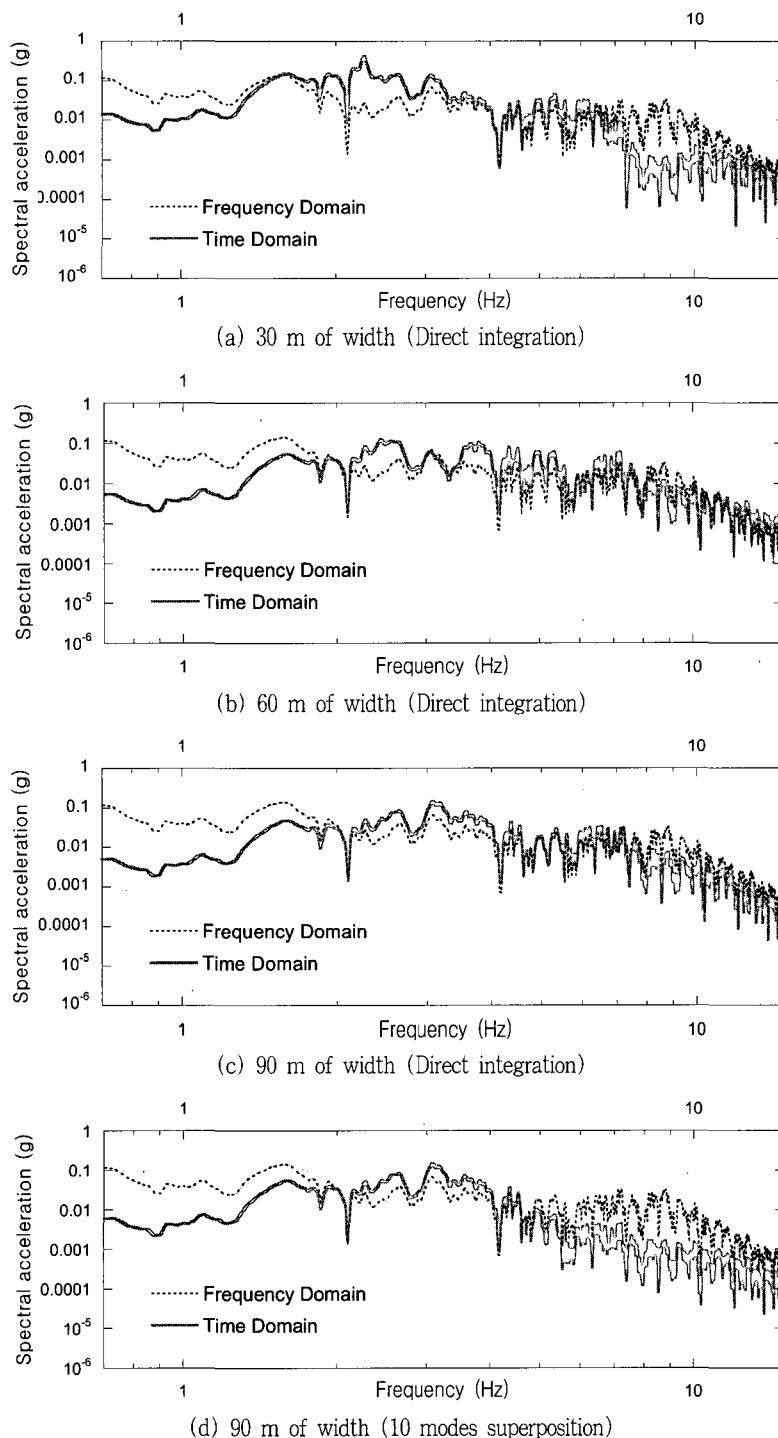


Fig. 4 Fourier amplitude spectra of response acceleration at the layer 1

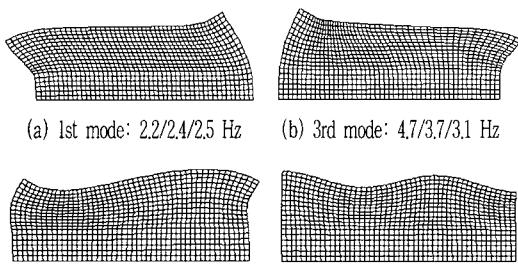


Fig. 5 The Mode shapes and its natural frequencies for 30m/60m/90m of width

고유모드형상 및 고유진동수를 보였으며, Fig. 6에는 모드기여율을 그래프로 나타내었다(기여율이 '0'에 가까운 모드는 제외). 입력가속도 진동수성분과 각 해석결과의 연관성을 고찰하기 위하여 진동수영역해석의 응답과 90 m지반 폭에 대한 직접적분법 및 모드중첩법의 응답을 입력과의 FFT결과와 함께 Fig. 7에 나타내었다. 대상지반 고유모드(Table 4, Fig. 5)와 연관되어 2 Hz 이상 구간에서 해석결과들이 매우 근접하고 있으며 응답가속도 진동수 성분 또한 입력가속도의 성분과 밀접한 연관성을 보이는 것으로 나타났다. 한편 Fig. 8에 보인바와 같이 시간영역해석과 진동수영역해석의 최대전단변형률에 있어서는 Layer 3, 4에서 근접한 값을 보이고 있고 Layer 2에서는 다소 차이가 발생하고 있다. Layer 1은 전단변형률이 '0'이므로 제외하였다. 최대전단변형률의 차이는 등가선형해석과 선형해석 사이의 해석결과 차이에서 오는 현상으로 생각할

수 있으며, 지반의 비선형성을 고려할 경우 이에 대한 영향을 더욱 세밀하게 고려할 필요성이 있는 것으로 판단된다.

2. 고유모드 제어에 따른 응답결과

앞 절에서는 모드중첩법을 통하여 진동수영역 해석의 최대응답가속도와의 편차를 크게 감소시키고 유효한 응답을 얻을 수 있음을 보였다. 이 절에서는 지반 폭의 변화에 대한 모드형상 및 고유진동수의 변화에 대해서 기술하였다. 지반에 대한 모드해석 결과, 지반의 각 폭에 대한 고유모드 중 모드기여율이 가장 높은 1차 모드의 고유진동수는 지반 폭 30 m, 60 m, 90 m, 180 m(180 m폭에 대해서는 고유치해석만 수행하고 최저진동수모드만 참고함)에서 각각 2.2 Hz, 2.4 Hz, 2.5 Hz, 2.5 Hz로 대표적인 고유주기는 모두 유사하게 나타났다. 지반 폭에 따른 모드별 고유진동수는 Table 4에 보였으며 1차 모드를 제외한 모드형상에 대해서 지반 폭이 증가할수록 각 모드에 대한 고유진동수가 점차 작아지고 있으며 해석에서 고진동수영역이 필요하다면 그에 따라 더 많은 수의 고유모드가 포함되어야 할 것으로 판단된다. Fig. 5에는 해석에 적용된 고유모드형상 및 지반 폭의 변화에 따른 고유진동수를 보였으며, Fig. 6에는 모드기여율을 그래프로 나타내었다. 응답은 직접적분법 및 진동수영역 해석과 매우 근접하게 계산되었고, 모드의 종류

Table 4 Frequencies of each mode shape for analyzed models with various widths

Mode shape \ Width of model	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th
Frequency for 30 m of width (Hz)	2.2	3.3	4.7*	4.7	5.3	5.3	6.3*	6.4	6.7*	7.9
Frequency for 60 m of width (Hz)	2.4	2.7	3.7	4.6	4.8	4.8	4.9*	5.0*	5.4	5.4
Frequency for 90 m of width (Hz)	2.5	2.5	3.1	3.8	4.4*	4.8	4.8*	4.8	4.9	4.9

*: The mode shape for this frequency is different from others within the same order.

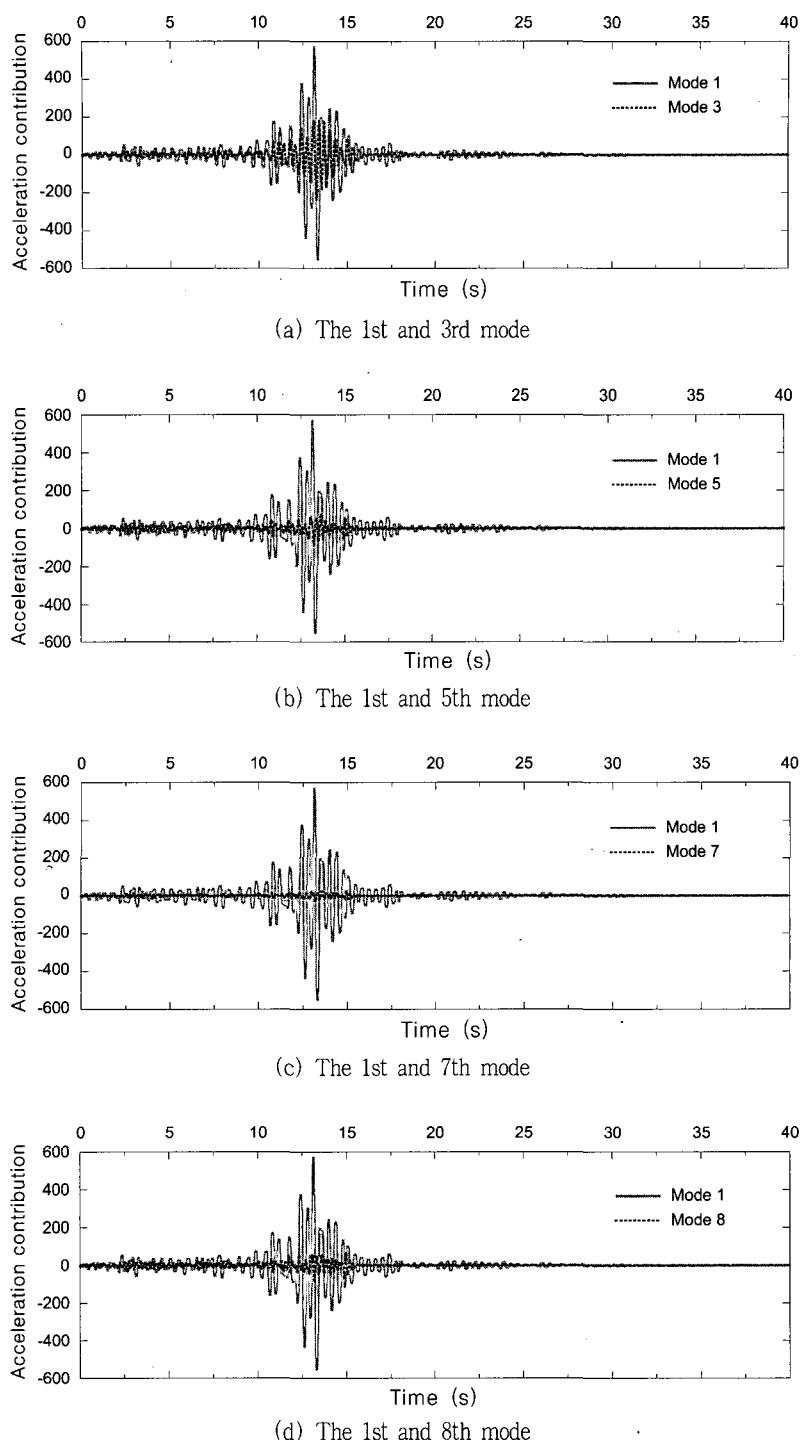


Fig. 6 Modal contribution factor

및 개수에 따라 각 층 및 관심지역의 응답에 미치는 영향이 적지 않을 것으로 사료된다. 해석지반에 대하여 관심진동수 성분을 선택하여 고진동영역 및 불필요한 모드를 생략하여 효과적이고 합리적인 지반응답을 얻을 수 있는 방법으로 판단된다.

IV. 요약 및 결론

이 연구에서는 유한요소법을 사용하여 시간영역에서 지진 하중에 대한 지반응답해석을 수행하였다. 해석지반의 수평무한조건에 부합하는 유효한 해석방법을 찾기 위하여 그 지반 폭을 변화시키면서 해석을 수행하였다. 직접적분법을 이용하여 지진파에 대한 지반의 동적응답을 얻었으며, 모드중첩법을 수행하여 해석지반에 대해서 고유모드의 기여율을 고려한 해석결과를 얻고 그 유효성을 확인하였다. 시간영역해석에서 얻은 응답가속도 및 진

동수성분의 변화와 증폭결과를 이와 해석조건이 유사한 진동수영역에서의 등가선형해석과 비교, 분석하면서 시간영역해석의 타당성을 확인하였다. 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 지반의 수평방향으로의 무한성 조건을 고려하기 위하여 해석모델의 지반 폭을 지반 깊이의 1.5, 3, 4.5배로 증가시키면서 시간영역에서 유한요소해석을 수행하였다. 직접적분법을 이용하여 얻은 최대응답가속도는 지반 폭이 30 m, 60 m, 90 m로 증가함에 따라 그 가정의 적절성이 부합되는 진동수영역 해석결과와의 편차가 0.08 g에서 0.03 g, 0.02 g로 감소되어 시간영역 유한요소해석의 효율성을 확인 할 수 있었다. 응답가속도의 스펙트럼에 있어서도 합리적인 결과를 얻을 수 있었다.

2. 대상지반의 모드형상을 고려하기 위하여 고유치해석을 수행하였으며, 모드중첩법을 이용하여 지반응답을 얻었다. 기여율이 높은 10개의 고유모드

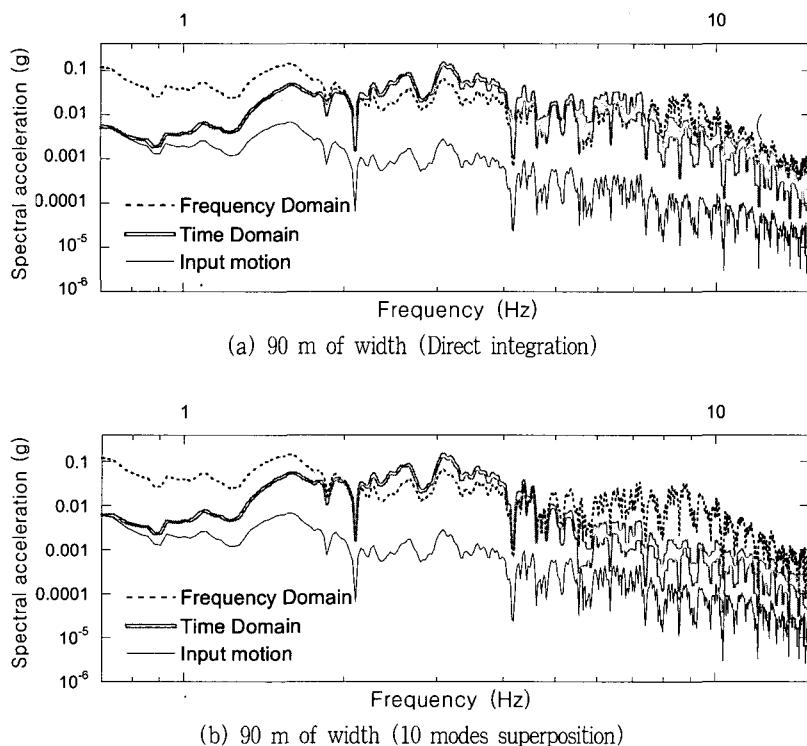


Fig. 7 Fourier amplitude spectra of response acceleration at the layer 1 & input motion

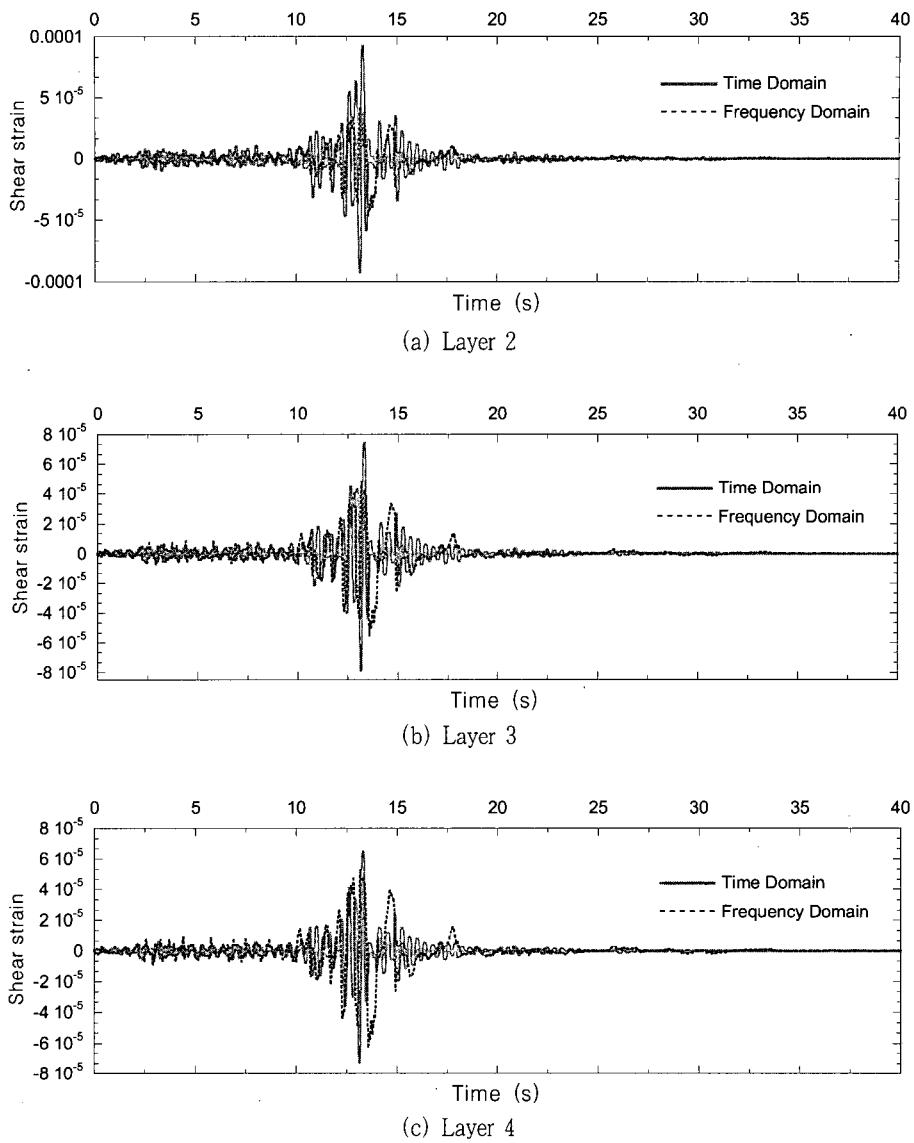


Fig. 8 Time history of shear strain at each layer

가 추출되어 모드중첩법에 의해 구해진 최대응답가속도는 진동수영역 해석결과와 편차가 없는 상호부합되는 결과를 내었다. 응답가속도의 스펙트럼 결과는, 적용된 10개 모드 이후의 고주파영역을 제외하고 매우 근접한 결과를 나타냈다. 따라서 모드중첩법은 해석지반에 대하여 관심진동수 성분을 선택하거나 불필요한 모드를 생략하여 유효한 지반응

답을 얻는데 효율적인 방법으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

이 연구에서는 지반의 수평무한상태의 조건 및 고유모드의 기여율에 따른 지배모드를 적용하여 시간영역에서 유한요소해석을 수행하였다. 고찰 결과 진동수영역 해석의 제한성을 극복할 수 있는 방법으로써 유효하고 합리적으로 지진시의 지반응답을

얻을 수 있음을 확인하였다. 또한 이 방법을 지반과 구조물을 함께 고려하는 지반-구조물 상호작용해석에도 유효하게 적용할 수 있을 것으로 사료된다.

이 논문은 한국학술진흥재단에서 지원한 해외공동연구과제 수행결과의 일부입니다.

References

1. AASHTO, 1996, Standard Specifications for Highway Bridges, 16th ed.,
2. Bathe, K. J., 1996, Finite Element Procedures, Prentice Hall.
3. Borja, R. I., Chao, H. Y., Montans, F. J., and Lin, C. H., 1999, Nonlinear ground response at Lotung LSST site, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 125(3): 187–197.
4. Chopra, A. K., 2001, Dynamics of Structures—Theory and applications to earthquake engineering, Prentice Hall.
5. Cook, R. D., Malkus, D. S., and Plesha, M. E., 1989, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, John Wiley & Sons..
6. Eurocode 8 “Part 2”, 1994.
7. Hashash, Y. M. A., and Park, D. H., 2002, Viscous damping formulation and high frequency motion propagation in non-linear site response analysis, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 22: 611–624.
8. Keshishian, P. G., 2001, Analysis of Interconnected Systems Accounting for Spatial Variability of Ground Motions and Soil-Structure Interaction, *PhD Thesis*, University of California, Berkeley.
9. Kramer, S. L., 1996, Geotechnical earthquake engineering, Prentice-Hall International series in civil engineering and engineering mechanics, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
10. Lee, J. Y. 2000, VisualFEA –Finite Element Analysis Software– User's Manual(version 2.24), Intuition Software.
11. Lysmer, J., Ukada, T., Tsai, C.-F., and Seed, H. B., 1975, FLUSH – A computer program for approximate 3-D analysis of soil–structure interaction problems, *Report No. EERC 75-30*, University of California, Berkeley.
12. Lysmer, J., Raissi, M., Tajirian, F., Vahdani, S., and Ostadian, F. 1981, SASSI – A system for analysis of soil–structure interaction, *Report No. EERC 81-02*, University of California, Berkeley.
13. Newmark, N. M., 1959, A method of computation for structural dynamics, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85 (EM3): 67–94.
14. Oosaki, Y. H., 1994, Introduction to spectral analysis of earthquakes, Kajima publishing.
15. Priestley, M. J. N., Seible, F., Calvi, and G. M. 1996, Seismic Design and Retrofit of Bridges, John Wiley & Sons, Inc.
16. Schnabel, P. B., Lysmer, J., and Seed, H. B., 1972, SHAKE – A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC 72-12, University of California, Berkeley.
17. Specification for Highway Bridge • Part V: Seismic Design, 2002, Japan.
18. Wolf, J. P., “Soil–structure interaction analysis in time domain,” Prentice-Hall, 1988
19. Wolf, J. P., and Song, C. M., “Finite-element modelling of unbounded media,” John Wiley & Sons, 1996