

# 힘의 방향성을 고려한 전자기 커플러의 위상 최적화

## Topology Optimization of an Electromagnetic Coupler Considering Force Direction

양승진\*, 유정훈†

Seungjin Yang and Jeonghoon Yoo

### Abstract

The machine locking system is an important device for the safety of persons using the machine. In this study, a locking system using electromagnetic fields is proposed to decrease the defects and the cost for repairing and maintenance of the existing locking system using structural mechanism. We analyze the electromagnetic locking system and calculate the generated force considering direction by the finite element method. Also, we set up two design domains for the topology optimization; first domain is optimized to reduce the volume and the other is optimized to maximize the generated force keeping the volume, especially. The optimal design is obtained by integration of the two optimized results. An improved design is obtained by the optimal topology and it is confirmed by comparison with the initial locking system.

**Key Words :** Topology Optimization(위상최적화), Electromagnetic fields(전자기장), Sensitivity Analysis(민감도 해석), Finite Element Method(유한요소법), Density Method(밀도법)

### 1. 서 론

기계 잠금 장치(Machine locking system)는 움직이는 두 기계가 특정조건을 만족시켰을 때 두 기계를 연결해서 같이 움직일 수 있도록 고정시켜 주는 역할을 하는 장치이다. 이는 두가지 이상의 동작을 하는 제어를 필요로 하는 기계에 광범위하게 사용되고 있다. 특히 놀이 동산의 놀이 기구나 엘리베이터 같이 사람을 대상으로 한 기계에서는 이용자의 안전과 직접적으로 관련되는 매우 중요한 요소이다.

현재 이 시스템은 기계적 메커니즘을 이용한 장치로 되어 있어 기계를 설치할 때 오차가 작은 매우 정확한 설치를 요구한다. 또한 설치 후에도 정기적인 유지 보수가 필요하며 이를 위하여 상당한 인력과 비용을 요구하고 있다. 이러한 손실을 획기적으로 줄이기 위해 전자기(Electro magnetic, EM)를 이용한 커플러(Coupler) 시스템을 구성하였다.

일반적으로 전자기장을 이용한 기기는 자석, 코어 및 코일 등으로 이루어져있고, 이 요소들을 적절히 배치하는 것은 기기의 성능에 매우 큰 영향을 미친다. 일반적으로 이러한 구성요소의 적절한 배치를 설계하는 것은 문제의 성격에 따라 치수(Size), 형상(Shape), 위상(Topology) 등을 최적화하는 문제로 정식화 할 수 있다[1].

위상최적화(Topology optimization)는 주어진 설계영역을 이산화하여 이산된 각 요소의 밀도 또는 기타 특성을 설계 변수로 하고 목적함수와 제한조건에 따른 각 요소의 유무를 판정하여 최종적인 설계위상을 도출하는 방법이다[2-4]. 위상최적화의 방법으로는 Bendsoe등에 의해 제안된 균질화법(Homogenization design method, HDM)과 SIMP (solid isotropic material with penalization) 또는 OMD(Optimal material distribution)으로 불리기도 하는 밀도법(Density method)이 널리 사용된다[2-4].

밀도법은 설계영역을 유한개의 요소로 구분하고, 각 요소는 등방성(Isotropic) 재료라고 간주하여 각 방향으로의 물성치를 같게 만든다. 이는 설계 변수를 각 요소당 한 개로 제한함으로써 계산 과정을 매우 용이하게 할 수 있다[5].

\* 연세대학교 정보저장기기 연구센터

† 연세대학교 정보저장기기 연구센터

E-mail : yooih@yonsei.ac.kr, TEL : (02)2123-2859

논문접수일(2006년 11월 10일)

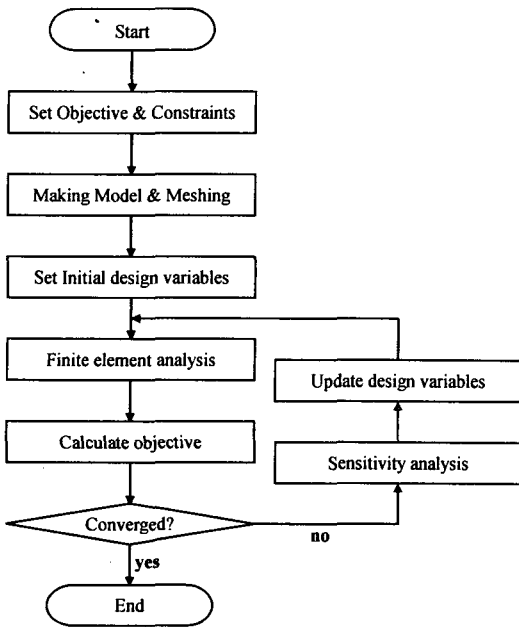


Fig. 1 Optimization process

본 연구에서는 해석 프로그램인 ANSYS 를 이용해서 구조물을 해석하고, 그 결과값을 밀도법에 적용시켜 특정 방향의 힘을 최대화시키는 자기장 내의 구조물의 최적위상을 찾아내고자 하였다. 최적화된 위상으로부터 새로운 설계안을 도출하고 이를 해석하여 성능의 향상 여부를 확인해 보고자 하였다.

## 2. Topology Optimization

위상최적설계는 주어진 설계영역을 이산화하고 이산화된 각 요소의 밀도 또는 기타 특성을 설계 변수로 하여 목적함수와 제한조건에 따른 각 요소의 유무를 판정하여 최종적인 설계위상을 도출하는 방법이다 [6-8].

최적 설계를 하기 위해서는 우선 연고자 하는 설계변수, 설계의 목적을 정량화하여 표현하는 목적함수, 시스템이 만족시켜야 하는 제약조건을 나타내는 구속조건식, 주어진 조건 하에서 시스템의 상태를 나타내는 상대방정식을 포함하는 최적설계 문제를 정의한다. 정의된 문제를 해석하고 설계변수의 미소변화에 따라 목적함수가 어떻게 변하는가를 나타내는 설계민감도를 도출한 뒤, 이를 설계가 개선되는 방향으로 반복적으로 설계 변수를 변화시켜 가장 좋은 설계변수를 찾는 방법을 제시한다.

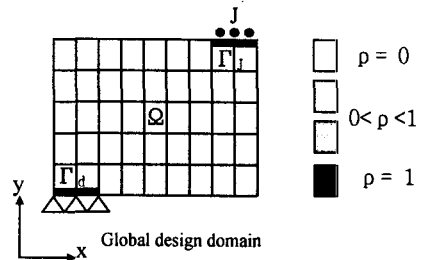


Fig. 2 Concept of the topology optimization

위상최적설계는 일반적으로 부피나 질량을 유지하면서 발생하는 힘이나 에너지 등을 증가시키는 방법과 발생하는 힘이나 에너지를 유지시키며 부피나 질량을 줄이는 방법으로 나눌 수 있다. Fig. 1 은 밀도법을 이용하여 최적 설계를 하는 과정을 나타낸다.

### 2.1 밀도법 (Density Method)

위상최적설계의 방법으로 본 연구에서 이용하는 밀도법은 각 요소 당 밀도 하나만을 설계 변수로 갖는다. Fig. 2 는 밀도법을 사용할 경우의 자기장 내 구조물의 위상최적설계 개념을 나타내고 있다. 설계영역  $\Omega$ 의 경계영역  $\Gamma_j$  에  $J$ 의 전류밀도가 가해지며  $\Gamma_d$ 에는 Neumann 이나 Dirichlet 경계조건이 적용된다. 설계영역  $\Omega$ 는 그림에서 보여지는 것처럼 유한개의 유한요소로 이산화되며 각각의 요소는 밀도  $\rho$ 를 설계 변수로 갖는다. 설계 변수인 밀도  $\rho$ 는 0 에서 1 사이의 값을 가지며, 0 은 재료가 없음을, 1 은 재료로 구성되어 있음을 의미한다. 전자기장에서의 자기투과율(Magnetic permeability)은 다음의 식을 이용해 계산된다.

$$\mu = \rho^p \mu_r \mu_0 \quad (1)$$

여기서  $\mu_0, \mu_r$ 은 각각 자유공간에서의 자기투과율과 상대자기투과율(Relative permeability)을 나타내며  $p$ 는 벌칙변수(Penalization parameter)를 의미한다. 명확한 위상최적화의 결과를 얻기 위해서  $p$ 의 값은 일반적으로 2~4로 설정한다[3].

### 2.2 문제의 정식화

위상최적화의 문제는 주로 에너지의 항으로 표현되는 목적함수와 최대부피의 설정 등의 제한조건으로 구성된다. 설계 영역내의 자기에너지의 값은 재료의 포화현상을 고려하여 다음의 식으로 구한다[9,10].

$$W_m = \frac{1}{2} \int \int_0^p \frac{1}{\mu(B)} B dB dv = \frac{1}{2} \int B^T \frac{1}{\mu(B)} B dv \quad (2)$$

위에서  $\mu(B)$  는 포화현상을 고려하여 자속밀도 (Magnetic flux density)의 함수로 표현된 자기투과도이다. 실제 자기투과율은 포화 상태에서 자속밀도에 따라 변하지만, 선형 상태에서는 설계변수인 밀도에만 영향을 받는 함수라 가정할 수 있으므로, 식 (2)를 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$W_m = \frac{1}{2} \int B^T \frac{1}{\rho^p \mu_r \mu_0} B dv \quad (3)$$

또한 자기에너지가 에너지의 손실없이 기계에 작용한 힘을 발생시키는 에너지로 변환했다면, 에너지 보존에 의해 다음의 식이 성립한다[10].

$$dW_{magnet} + dW_{mechanic} = -\frac{\partial W_{magnet}}{\partial x} \delta x + F \delta x = 0$$

$$F = -\frac{\partial W_{magnetic}}{\partial x} \quad (4)$$

자기장내 구조물의 최적화를 위하여 설계의 목적함수를 구조물의 특정 위치에서의 에너지를 최대화하는 것으로 규정하고 설계영역의 부피제한 조건을 고려하면 최적화 문제는 다음과 같이 구성된다.

$$\max_{\rho} W_m$$

$$\text{subject to } \sum_{e=1}^N v_e \geq V, 0 < \rho_{\min} \leq \rho \leq 1 \quad (5)$$

또한 목적함수를 특정 위치에서의 힘을 최대화 하는 것으로 규정했을 경우의 목적함수와 제한 조건의 정식화는 다음과 구성된다.

$$\max_{\rho} F = -\frac{\partial W}{\partial x}$$

$$\text{subject to } \sum_{e=1}^N v_e \geq V, 0 < \rho_{\min} \leq \rho \leq 1 \quad (6)$$

여기서  $V$  는 총 부피 제한을,  $\rho_{\min}$  는 최소한의 밀도를 나타낸다. 참고로 0 보다는 큰 최소한의 밀도  $\rho_{\min}$  는 민감도 해석의 과정에서 특이성(Singularity)을 피하기 위해 요구된다.

### 3. Sensitivity Analysis

최적설계의 과정에서 설계변수의 값은 계속적으로 변화하므로 목적함수의 값도 변하게 된다. 본 연구에서 사용한 순차적 선형계획법(Sequential linear programming)으로 최적의 설계 변수를 효과적으로 찾기 위해서는 설계변수의 변화량에 따른 목적함수와 제한조건의 변화량을 나타내는 민감도 계산이 필수적이다[11].

최적화 할 모델이 주어졌을 때 이를 해석하기 위하여 유한요소법을 적용하면 다음과 같은 행렬식으로 표현되는 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$KA = Q \quad (7)$$

여기서  $K$  는 시스템 행렬,  $A$  는 각 절점에서의 상태변수,  $Q$  는 구동벡터를 나타낸다.

민감도, 즉 설계변수에 대한 목적함수의 변화율은 수학적으로 전미분(Total derivative)의 형태로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d(\text{objective function})}{d(\text{design variable})} = \frac{dW}{d\rho} \text{ or } \frac{dF}{d\rho} \quad (8)$$

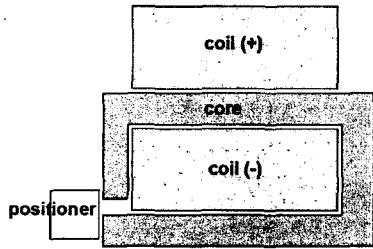
윗 식에서  $W$  는 에너지,  $F$  는 힘을 나타내고,  $\rho$  는 설계변수인 밀도를 나타낸다. 에너지를 목적함수로 한 최적화와 힘을 목적함수로 한 최적화에서 각각의 민감도는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{dW}{d\rho} = -P \frac{1}{\rho^{p+1} \mu_r \mu_0} \int B^T B dv \quad (9)$$

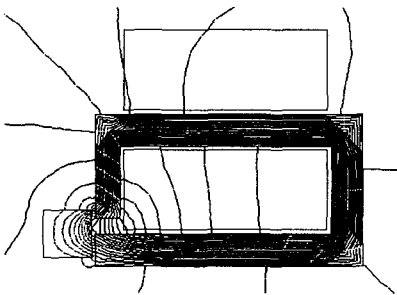
$$\frac{dF}{d\rho} = \frac{d}{d\rho} \left( \frac{dW}{dx} \right) \quad (10)$$

에너지는 설계변수인 밀도  $\rho$  의 함수이므로 에너지가 목적함수인 식 (9)는 쉽게 구할 수 있다. 그러나, 에너지는 방향  $x$  의 함수가 아니기 때문에 힘을 목적함수로 한 식 (10)의 계산은 용이하지 않다. 그러므로 식 (10)을 다음의 식으로 설정하여 민감도를 구한다.

$$\frac{dF}{d\rho} = \frac{F(\rho_{\max}) - F(\rho_{\min})}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \quad (11)$$



(a)



(b)

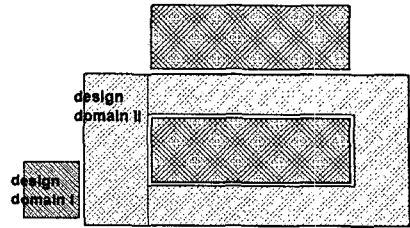
**Fig. 3** Initial model of the EM coupler  
(a) cross sectional view  
(b) vector potential plot

#### 4. 위상최적화의 적용

##### 4.1 적용대상 및 결과

에너지의 최대화를 목적으로 한 문제의 민감도 식 (9)와 힘의 최대화를 목적으로 한 문제에서 가정한 민감도 식 (11)을 기반으로 한 위상최적화를 Fig. 3의 모델에 적용한다. Fig. 3(a)는 이 모델의 단면을 나타낸 것이다. 코어(Core) 위단에 코일(Coil)이 감겨있는 모습으로, 2.75A의 전류가 흐르는 도선이 500회 감겨있고, 코어와 포지셔너(Positioner)의 상대 자기투과도는 2000H/m이다. 즉 coil에 전류가 흐르면, core 주변에 자기장이 형성되어 코어와 포지셔너 사이에 서로를 끌어당기는 힘이 발생하게 되는 구조이다. Fig. 3(b)는 유한요소 해석의 결과로 자기력선이 분포하는 모양을 나타낸 것으로 본 연구에서는 ANSYS ver.10.0을 전자기 해석에 사용하였다.

본 연구에서는 설계 영역을 두 가지 경우로 나누어 최적화를 수행하였다. 첫번째 경우는 Fig. 4에 보여지는 것처럼 설계영역을 포지셔너로 설정하여 코어와 코일은 변화시키지 않고 포지셔너의 부피를 초기 모델의 0.3배와 0.6배로 감소시키며 포지셔너에 작용하는 에너지 또는 힘이 최대가 되는 형상을 찾아내고자 한다.

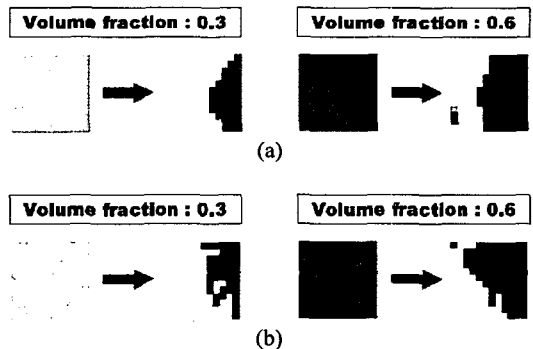


**Fig 4.** Design domain for the optimal design

두 번째 경우는 설계영역을 코어의 왼쪽 단과 그 사이의 공기간극(Air-gap)까지로 설정한다. 제한 조건은 코어의 부피를 유지시키며 포지셔너와 코일을 변화시키지 않는 것이고, 목적함수는 설계영역 II에 발생하는 에너지 또는 힘을 최대화하는 것으로 설정한다. 또한 초기 모델과 같은 부피를 유지하고자 설계영역을 기존 모델보다 증가시켰다.

본 연구에서는 포지셔너를 에너지와 힘에 대해 각각 최적화하고, 코어 또한 에너지와 힘에 대해 각각 최적화한다. 설계영역 I인 포지셔너를 에너지를 최대화하는 최적화를 수행한 결과는 Fig. 5(a)와 같다. 또한 포지셔너를 힘을 최대화하는 최적화를 수행한 결과는 Fig. 5(b)와 같다. 두 경우의 결과는 확연히 다른 최적화된 위상을 나타낸다.

설계영역 II인 코어와 그 사이의 공기 간극까지를 에너지를 최대화하는 최적화를 수행한 결과는 Fig. 6(a), Fig. 6(b)와 같다. Fig. 6(b)는 요소의 크기를 Fig. 6(a)의 1/4 크기로 한 경우이다. 힘을 최대화하는 최적화를 수행한 결과는 Fig. 6(c)와 같으며 요소의 크기는 Fig. 6(a)와 같다. 목적함수의 차이뿐 아니라 요소 크기의 변화에 따라서도 다른 결과를 나타내고 있다.



**Fig. 5** Optimization results of design domain I  
(a) for the energy maximization  
(b) for the force maximization

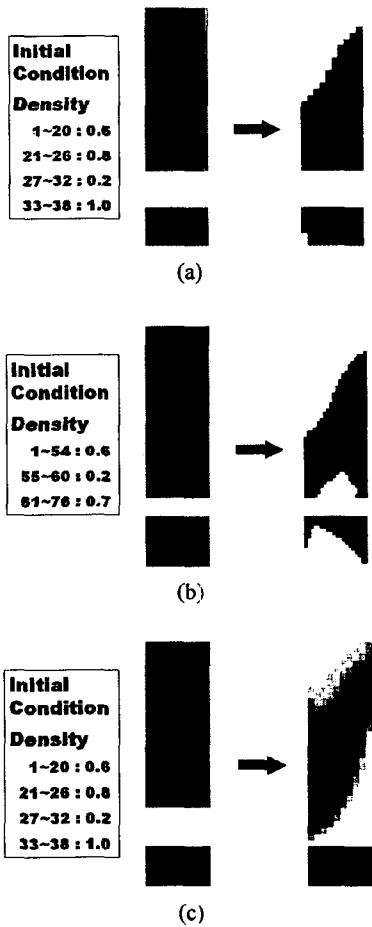


Fig. 6 Optimization results of design domain II  
 (a) maximizing energy with large mesh  
 (b) maximizing energy with small mesh  
 (c) maximizing force with large mesh

Table 1 Optimization results of design domain I

maximize energy		maximize force	
vol. fraction	decrease of force(%)	vol. fraction	decrease of force(%)
0.3	1.22	0.3	0.82
0.6	0.21	0.6	0.045

Table 2 Optimization results of design domain II

objective	maximizing energy		maximizing force
	large	small	large
force	11.9% (decrease)	7.9% (increase)	26.8% (increase)

#### 4.2 최적화 결과의 검토

최적화된 설계영역 I을 시뮬레이션하여 해석한 결과와 초기 모델을 해석한 결과와의 차이를 Table 1에 비교하였다. 설계영역 I은 부피를 처음의 0.3배 또는 0.6배로 감소시키며 최적화를 수행하였기 때문에, 초기 모델보다 목적함수인 힘은 감소하였다. 그러나 Table 1에 나타난 바와 같이 포지셔너의 감소한 부피는 70%, 40%임에도 발생한 힘의 감소는 거의 발생하지 않음을 알 수 있다. 또한 에너지를 최대화한 최적화와 힘을 최대화한 최적화를 비교하면, 힘을 최대화한 최적화가 더 좋은 결과를 보임을 알 수 있다.

설계영역 II를 최적화한 결과와 초기 모델과의 차이는 Table 2에 비교하였다. 설계영역 II는 초기 모델과 같은 부피를 유지하기 위해 체적 제한 조건을 설계 영역의 60%로 설정하여 성능을 향상시키는 최적화를 수행하였다. 그러므로 설계영역 I의 최적화에서는 힘이 감소하였지만, 설계영역 II의 최적화에서는 힘이 증가하였다. Table 2를 보면 알 수 있듯이, 에너지를 최대화한 최적화 중 요소 크기가 큰 경우에는 11.9% 힘이 감소하였고, 요소 크기가 작은 경우에는 7.9% 힘이 증가하였다. 또한, 힘을 최대화한 최적화에서는 26.8% 힘이 증가하였다. 설계영역 I에서와 마찬가지로 에너지를 최대화한 최적화에서보다 힘을 최대화한 최적화에서 더 큰 힘이 발생하였다.

일반적으로 민감도를 이용한 위상최적설계는 최적화 과정중에 민감도의 계산 결과에 따라 설계변수를 갱신해가며 지역해(Local optimum)를 찾으므로, 초기 조건을 설정해주는 방식에 따라 최종 형상이 다르게 나온다. 본 연구의 설계영역 II의 에너지 최대화를 목적함수로 갖는 최적화에서는 초기값의 설정에 따라 최종 형상의 결과값이 매우 다를 수 있다. 에너지를 최대화한 최적화는 요소 크기를 다르게 하여 최적화하였으며 그 결과 최종 형상과 발생한 힘에서 큰 차이를 보이고 있다.

#### 4.3 최종형상

설계영역 I과 설계영역 II의 결과를 종합하여 최종형상을 선정하였다. 설계영역 II는 힘을 최대화한 최적화가 가장 좋은 결과를 보였으므로 그 결과를 최종형상으로 선정하였다. 설계영역 I의 경우도 볼륨 제한 조건이 0.3, 0.6 인 두 경우 모두 힘을 최대화한 최적화를 최적 형상으로 선정하였다. Fig. 7은 최적화된 형상을 보여 주고 있으며,

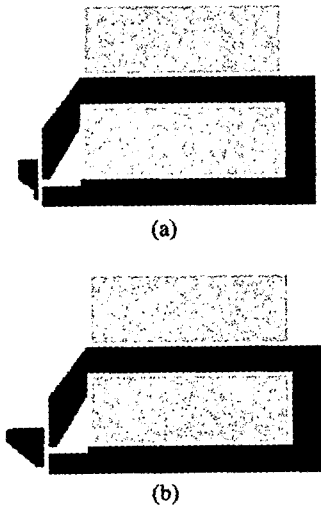


Fig. 7 Final design for  
 (a) with 0.3 volume fraction of design domain I  
 (b) with 0.6 volume fraction of design domain I

Table 3 Result of the final design

volume fraction	0.3	0.6
force increase (%)	24.8	26.2

최종 형상에서 발생하는 힘이 초기 형상에 비해 개선된 정도를 Table 3에 비교하였다.

### 5. 결론

본 연구에서는 전자기 커플러의 설계에서 특정 방향의 힘을 최대화하기 위하여 밀도법을 이용한 위상최적화를 수행하였다.

전자기 해석은 상용 패키지를 사용하였고, 설계변수에 대한 목적함수의 민감도를 계산하여 그 결과에 따라 설계 변수인 각 요소의 밀도를 개선하는 방법으로 위상최적화를 수행하였다.

기존의 연구에서 사용된 에너지를 최대화하는 목적함수를 이용한 최적화와 본 연구에서 시도된 힘을 최대화하는 목적함수에 의한 최적화의 결과를 비교해 본 결과 커플러에 발생하는 구동력을 향상시키기 위해서는 힘을 최대화하는 목적함수를 이용한 최적화의 결과가 더 좋은 결과를 나타냄을 확인할 수 있다.

### 참고문헌

- [1] S. H. Cho, Y. Y. Kim, J. Yoo, 2004, "Topology Design Optimization of a Magnetic System Consisting of Permanent Magnets and Yokes and its Application to the Bias Magnet System of a Magnetostrictive Sensor", Trans. KSME. A, Vol.28, No.11, pp.1703-1710.
- [2] M. P. Bendsøe and N. Kikuchi, 1988, "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, pp.197-224.
- [3] M. P. Bendsøe and O. Sigmund, 1999, "Material Interpolation Schemes in Topology Optimization", Archives of Applied Mechanics, Vol.69, pp.635-654.
- [4] D. N. Dick, and D. A. Lowther, 1996, "Automated Design of Magnetic Devices by Optimizing Material Distribution", IEEE Trans. on Magn., Vol.32, No.3, pp.1188-1193.
- [5] J. Byun, S. Hahn, I. Park, 1999, "Topology Optimization of Electrical Devices Using the Mutual Energy and Sensitivity", IEEE Trans. on Magn., Vol. 35, No.5, pp.3718-3720.
- [6] J. Yoo, 2004, "A Study on the Topology Optimization in Magnetic Fields", Trans. KSME. A, Vol.28, No.4, pp. 370-377.
- [7] O. Sigmund, 2001, "A 99 line topology optimization code written in Matlab", Struct. Multidisc. Optim., Vol.21, pp.120-127.
- [8] R. J. Yang, 1997, "Multidiscipline Topology Optimization", Comp. Struct., Vol.63, No.6, pp.1205-1212.
- [9] J. Yoo, N. Kikuchi, J. L. Volakis, 2000, "Structural optimization in magnetic devices by the homogenization design method", IEEE Trans. on Magn., Vol.36, No.3, pp.574-580.
- [10] J. Yoo, H. J. Soh, 2005, "An optimal design of magnetic actuators using topology optimization and the response surface method", Microsyst. Tech. Vol.11, pp.1252-1261.
- [11] E. J. Haug, K. K. Choi, V. Komkov, 1986, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, New York.