

# 비선형 관측기를 이용한 무인잠수정의 유체동역학 계수 추정

김준영\*

\*제주대학교 해양과학대학

## Estimation of Hydrodynamic Coefficients for an AUV Using Nonlinear Observers

JOON-YOUNG KIM\*

\*College of Ocean Sciences, Cheju National University, Jeju, Korea

**KEY WORDS:** Autonomous underwater vehicle (AUV) 무인잠수정, Hydrodynamic coefficient 유체동역학 계수, Nonlinear observer 비선형 관측기, Extended kalman filter 비선형 칼만 필터, Sliding mode observer 슬라이딩 모드 관측기, Sliding mode control 슬라이딩 모드 제어

**ABSTRACT:** Hydrodynamic coefficients strongly affect the dynamic performance of an AUV. Thus, it is important to know the true values of these coefficients, in order to accurately simulate the AUV's dynamic performance. Although these coefficients are generally obtained experimentally, such as through the PMM test, the measured values are not completely reliable because of experimental difficulties and errors. Another approach, by which these coefficients can be obtained, is the observer method, in which a model-based estimation algorithm estimates the coefficients. In this paper, the hydrodynamic coefficients are estimated using two nonlinear observers: a sliding mode observer and an extended Kalman filter. Their performances are evaluated in Matlab simulations, by comparing the estimated coefficients obtained from the two observer methods, with the experimental values as determined from the PMM test. A sliding mode controller is constructed for the diving and steering maneuver by using the estimated coefficients. It is demonstrated that the controller, applied with the estimated values, maintains the desired depth and path with sufficient accuracy.

### 1. 서 론

최근 해양산업의 발전과 더불어 자율 주행하는 무인잠수정 (Autonomous underwater vehicle, AUV)의 필요성과 기술개발이 더욱 증대되고 있는 추세이다 (Wernli, 2002). 이러한 자율주행 무인잠수정을 설계하기 위해서는 우선 수학적 모델을 이용하여 조종성능이나 제어성능을 해석하는 과정이 필요하다. 6자유도 운동방정식을 갖는 대부분의 무인잠수정의 수학적 모델은 상당수의 유체동역학 계수 (Hydrodynamic coefficient)에 의한 힘과 모멘트로 모델링 되어 있다. 그러므로 성능해석을 위한 시뮬레이션에서는 이러한 유체동역학 계수의 정확한 값을 아는 것이 매우 중요하다.

유체동역학 계수는 부가질량계수, 선형 감쇠계수 및 비선형 감쇠계수 등의 3가지로 구분되며 특히, 선형 감쇠계수는 무인잠수정의 조종성능에 가장 큰 영향을 미친다고 알려져 있다 (Sen, 2000). 이러한 계수들은 모형시험이나 수치계산 또는 경험식 등을 사용하여 계산하고 있으며, 그 중에서 모형시험 (PMM test)을 통해 계산된 값이 가장 타당한 것으로 인정되고 있다. 그러나 이 방법도 실험상의 어려움이나 계측장비의 오차 등으로 실제 값과 차이가 발생하게 된다.

이를 개선하기 위해서 모델식에 근거한 추정 알고리즘을 이용하여 이러한 계수들을 추정하는 관측기 (Observer)를 사용할 수 있는데, 그중에서 대표적인 방법이 칼만 필터 (Kalman filter)이다. 실제로 칼만 필터를 이용하여 선박의 조종계수와 파라미터를 추정한 연구가 있었고 (김찬기, 1996; 윤현규, 2003; Hwang, 1980), 관측기를 이용하여 제어기 설계에 이용한 연구도 발표되었다 (Antonelli et al., 2000; McGookin, 2001). 이렇게 추정된 계수는 무인잠수정의 조종성능을 해석하기 위한 수학적 모델뿐만 아니라 무인잠수정의 자율주행을 위한 제어기 모델로도 사용된다.

최근 제어기술의 개발로 무인잠수정의 위치와 자세를 성공적으로 제어하는 연구 결과들이 발표되고 있으며, 대표적인 경우가 슬라이딩 모드 제어기이다 (서주노와 서영태, 1992; Healey and Lienard, 1993; Lee et al., 1999). 슬라이딩 모드 제어기는 모델링 오차 및 외란에 대한 강인성을 갖는 장점이 있어 기존에 가장 많이 사용되고 있는 PID 제어기와 더불어 무인잠수정의 제어에 잘 적용될 수 있다.

본 논문에서는 무인잠수정의 조종성능에 큰 영향을 미치는 선형 감쇠계수 중에서 민감도가 높은 17개의 계수를 슬라이딩 모드 관측기 (Sliding mode observer, SMO)와 비선형 칼만 필터 (Extended kalman filter, EKF)를 사용하여 추정하였으며, 추정된 계수는 실제 실험을 통해 구한 계수 값과 비교하였다. 또한, 추정된 계수를 제어기 설계에 적용하여 수심제

교신저자 김준영: 제주시 제주대로 66번지

064-754-3485 jkim@cheju.ac.kr

어와 방향제어를 수행하였다. 실제로 무인잠수정의 조종성능에는 비선형적인 요소가 많이 포함되어 있기 때문에 모델링 오차, 파라미터의 불확실성 및 외란에 강인한 슬라이딩 모드 제어를 적용하였다.

본 논문의 구성은 2장에서 유체동역학 계수를 추정하기 위한 2가지 비선형 관측기에 대하여 설명하였고, 3장에서는 추정결과를 나타내고 성능을 비교하였다. 4장에서 추정된 계수를 이용한 슬라이딩 모드 제어를 설계하였고, 마지막 5장에서 결론을 내렸다.

## 2. 유체동역학 계수의 추정

무인잠수정의 동적 성능에 가장 큰 영향을 미치는 유체동역학 계수는 선형 감쇠계수이며, 이를 민감도가 큰 순서의 성분별로 분류하면 다음과 같고, 총 17개로 구성되어 있다.

- 1) 종동요운동 (Pitch)에 관련된 계수 -  $M_q, M_{\dot{a}_s}, M_w$
- 2) 선수동요운동 (Yaw)에 관련된 계수 -  $N_r, N_{\dot{a}_r}, N_v, N_p$
- 3) 상하동요운동 (Heave)에 관련된 계수 -  $Z_{\dot{a}_s}, Z_q, Z_w$
- 4) 좌우동요운동 (Sway)에 관련된 계수 -  $Y_{\dot{a}_r}, Y_r, Y_v, Y_p$
- 5) 횡동요운동 (Roll)에 관련된 계수 -  $K_p, K_r, K_\phi$

본 논문에서는 비선형 관측기를 이용한 계수추정 방식을 Fig. 1과 같이 구성하여 17개의 선형 감쇠계수를 추정하고자 한다. Fig. 1에서 Nonlinear observer 블록은 슬라이딩 모드 관측기와 비선형 칼만 필터를 나타내며, 무인잠수정의 6자유도 운동방정식을 토대로 하여 설계되었다. 무인잠수정이 운동함으로써 측정된 센서의 입/출력 신호를 이용하여 비선형 관측기가 선형 감쇠계수를 추정한다. AUV 블록과 Sensor 블록은 실제 플랜트를 나타내며, 본 논문에서는 미국의 해군대학원 (Naval Postgraduate School, NPS)의 AUV II를 6자유도 비선형 모델로 사용하고 있다. 이 AUV 블록의 선형 감쇠계수의 값을 실제 값으로 가정하고 관측기를 통하여 추정된 값을 비교하고자 한다. 관측기는 모델식에 근거한 추정 알고리즘을 사용하기 때문에 비선형 관측기를 설계하기 위해서는 AUV의 6자유도 비선형 운동방정식이 반드시 필요하게 된다. 전개된 비선형

운동방정식을 상태공간 모델 (State-space form)로 변환하고 여기에 선형 감쇠계수를 상태변수 (State variable)로 대체하면 비선형 관측기 모델을 얻을 수 있다. 6자유도 비선형 운동방정식은 다음과 같고, 좌표계는 Fig. 2와 같다 (Healey and Lienard, 1993).

$$\begin{aligned}
 m[\dot{u} - vr + wq - x_G(\dot{q}^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X \\
 m[\dot{v} + ur - wp + x_G(pq + \dot{r}) - y_G(p^2 + r^2) + z_G(qr - \dot{p})] &= Y \\
 m[\dot{w} - uq + vp + x_G(pr - \dot{q}) + y_G(qr + \dot{p}) - z_G(p^2 + \dot{q}^2)] &= Z \\
 I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr + I_{xy}(pr - \dot{q}) - I_{yz}(\dot{q}^2 - r^2) - I_{xz}(pq + \dot{r}) \\
 + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} + ur - wp)] &= K \quad (1) \\
 I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr - I_{xy}(qr + \dot{p}) + I_{yz}(pq - \dot{r}) + I_{xz}(p^2 - r^2) \\
 - m[x_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{u} - vr + wq)] &= M \\
 I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - I_{xy}(p^2 - \dot{q}^2) - I_{yz}(pr + \dot{q}) + I_{xz}(qr - \dot{p}) \\
 + m[x_G(\dot{v} + ur - wp) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] &= N
 \end{aligned}$$

여기서  $u, v, w$ 와  $p, q, r$ 은  $x, y, z$ 축에 대한 병진운동의 속도 및 회전운동의 각속도를 나타낸다.  $x_G, y_G, z_G$ 는 무게중심의 위치,  $m$ 은 질량 그리고  $I_x, I_y, I_z$ 는  $x, y, z$ 축에 대한 관성모멘트를 나타낸다.

식 (1)에서 우변에 있는  $X, Y, Z, K, M, N$ 은 각각  $x, y, z$ 축에 대한 외력과 모멘트를 나타내며,  $\tau = [X \ Y \ Z \ K \ M \ N]^T$ 라고 정의하고 외력과 모멘트의 성분을 분리해 보면 다음과 같다.

$$\tau = \tau_R + \tau_D + \tau_T + \tau_S \quad (2)$$

여기서  $\tau_R$ 은 부가질량에 의해 발생하는 힘과 모멘트를 나타내고,  $\tau_D$ 는 유체동역학적 감쇠력에 의해 발생하는 힘과 모멘트이다.  $\tau_T$ 는 추진과 저항에 관한 힘과 모멘트를 나타내고,  $\tau_S$ 는 중량과 부력 등 유체정역학적 힘과 모멘트를 나타낸다. 이와 같은 힘과 모멘트는 전통적으로 유체동역학 계수를 이용한 모델 식으로 표현하고 있으며, 자세한 표현은 Fossen (1994)에 나타나 있으므로 본 논문에서는 생략하였다.

선형 감쇠계수를 추정하는 관측기를 설계하기 위해 식 (1)을 상태공간 모델식으로 변환하면 다음과 같다.

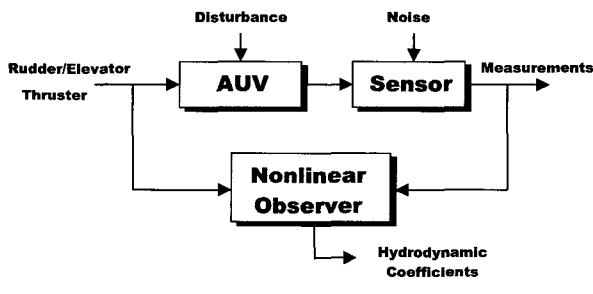


Fig. 1 Configuration of the estimate system

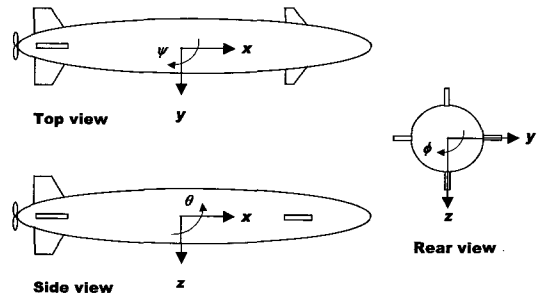


Fig. 2 Coordinate system

$$[M] \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_e + X_m \\ Y_e + Y_m \\ Z_e + Z_m \\ K_e + K_m \\ M_e + M_m \\ N_e + N_m \\ p + q\sin\phi\tan\theta + r\cos\phi\tan\theta \\ q\cos\phi - r\sin\phi \\ (q\sin\phi + r\cos\phi)\sec\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서  $\phi, \theta, \psi$ 는  $x, y, z$  축에 대한 회전각을 나타내며,  $M$ 은 부가질량이 포함된 관성행렬 그리고 상태변수  $\xi$ 는 추정할 선형 감쇠계수를 나타낸다.  $X_e, Y_e, Z_e, K_e, M_e, N_e$ 는 부가질량 성분을 제외한 외력과 모멘트를 나타내며,  $X_m, Y_m, Z_m, K_m, M_m, N_m$ 은 식 (1)의 좌변에서 이항된 관성력과 관성모멘트의 성분을 나타낸다. 식 (3)은 식 (1)을 상태공간 모델로 재구성한 것이며 자세한 설명은 Appendix에 나타내었다. 결과적으로, 비선형 관측기는 식 (1)의 비선형 운동방정식을 상태공간 모델 식으로 변환하고 여기에 선형 감쇠계수를 상태변수로 대체한 식 (3)에 근거하여 설계하게 된다.

관측기를 사용하여 계수를 추정하기에 앞서, 시스템의 입/출력에 따른 상태변수의 추정 가능성을 검사하는 가검출성(Observability) 해석을 수행하여야 한다. 본 논문에서 추정하려는 선형 감쇠계수는 시스템의 상태변수가 아닌, 시스템의 파라미터를 상태변수로 대체한 것이기 때문에 가검출성이 성립하지 않게 된다. 또한, 무인잠수정의 운동은 여러운동이 복합적으로 혼합된 연성운동을 일으키고 있으며 이러한 연성운동을 분리할 수 있는 운동방정식이 없기 때문에 유체동역학 계수를 추정하는 일은 상당히 많은 어려움을 내포하고 있다.

본 논문에서는 무인잠수정의 해상시험 측정자료가 아닌 NPS의 AUV II의 시뮬레이션 입/출력 자료를 사용하였으며, 관측기 모델의 설계 시에도 플랜트의 비선형 운동방정식을 그대로 사용하였으므로 실제 상황에서 발생하는 어려운 문제들을 단순화하였다.

## 2.1 슬라이딩 모드 관측기 (SMO)

슬라이딩 모드 관측기는 슬라이딩 평면의 개념 (Slotine et al., 1987)을 근본으로 하여 설계되었으며 플랜트 모델의 불확실성의 범위에 따라 이득값을 설정할 수 있다. SMO는 파라미터의 불확실성이나 외란에 강인하다고 잘 알려져 있으며, 비선형 시스템에 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있다. 일반적으로 비선형 시스템이 다음과 같다고 가정하면,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $x \in R^n, y \in R^m, C \in R^{m \times n}$ 이다. 슬라이딩 평면  $s$ 를 오차

$\tilde{y}$ 로 정의하면 다음과 같고

$$s = \tilde{y} = \hat{y} - y = C(\hat{x} - x) \quad (5)$$

아래와 같이 Lyapunov 안정성을 만족시킬 때 슬라이딩 평면은 0으로 수렴한다.

$$s\dot{s} = \tilde{y}\dot{\tilde{y}} < 0 \quad (6)$$

식 (6)을 슬라이딩 조건이라고 하며, 만약 식 (6)이 만족되면 슬라이딩 평면  $s = 0$ 이 보장된다. 즉 오차  $\tilde{y}$ 는 0으로 수렴하게 된다는 것을 의미한다. 슬라이딩 조건을 만족하기 위한 SMO는 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, t) - L \tanh(\tilde{y}/\Phi) \quad (7)$$

여기서  $L$ 은 비선형 이득행렬이며  $\tanh(\tilde{y}/\Phi)$ 는 스위칭 항목을 나타낸다.  $\Phi$ 는 경계층 영역이며 진동과 잡음을 제거하는 저주파 필터의 역할을 한다. 식 (4)와 식 (7)로부터 오차관측식은 다음과 같이 성립된다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \dot{\hat{x}} - \dot{x} \\ &= f(\hat{x}, t) - f(x, t) - L \tanh(\tilde{y}/\Phi) \\ &= \Delta f(\tilde{x}, t) - L \tanh(\tilde{y}/\Phi) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $f(\hat{x}, t)$ 는 모델링 된 플랜트이며,  $\Delta f(\tilde{x}, t)$ 는 모델의 복잡성과 오차의 크기에 의존한다. 식 (8)을 이용하여 슬라이딩 조건은 다음과 같다.

$$\tilde{y}\dot{\tilde{y}} = \tilde{y}C\dot{\tilde{x}} = \tilde{y}C(\Delta f - L \tanh(\tilde{y}/\Phi)) < 0 \quad (9)$$

식 (9)을 만족하기 위하여  $\Delta f$ 의 범위가 주어지며, 비선형 이득값  $L$ 은 다음과 같다.

$$L_i > |\Delta f_i(\tilde{x}, t)|, \quad (i = 1 \sim p) \quad (10)$$

여기서  $L_i$ 는  $p$ 개의 요소를 갖는 비선형 이득값이다. 또한 슬라이딩 평면이 0으로 수렴하고 있을 때 스위칭 항목은 식 (9)로부터 다음과 같다.

$$\tanh(\tilde{y}/\Phi) \approx (CL)^{-1}C\Delta f \quad (11)$$

식 (11)로부터 식 (8)은 다음과 같이 전개된다.

$$\dot{\tilde{x}} \approx [I - L(CL)^{-1}C]\Delta f \quad (12)$$

즉, 식 (12)는  $\dot{\hat{x}} = \alpha \tilde{x}$  형태의 방정식이며 오차  $\tilde{x}$ 이 0으로 수렴하려면 비선형 이득행렬  $L$ 은  $\alpha$ 가 음의 고유값을 갖는 범위에서 결정되어야 한다.

유체동역학 계수를 추정하기 위하여 식 (7)의 SMO는 식 (3)의 관측기 모델을 이용하여 설계할 수 있다. 상태변수  $x = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \psi \ M_q \ M_{ds} \ M_{kw} \ N_r \ N_{dr} \ N_b \ N_p \ Z_{ds} \ Z_q \ Z_w \ Y_{dr} \ Y_r \ Y_v \ Y_p \ K_p \ K_r \ K_\psi]^T$ 이며 출력변수는 측정값에 따라 2가지로 선택할 수 있다. 속도 측정값을 사용할 때  $y = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ 이고, 가속도 측정값을 사용할 때  $y = [a_x \ a_y \ a_z \ p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ 이다.

### 2.2 비선형 칼만 필터 (EKF)

비선형 칼만 필터는 비선형 모델에 플랜트 섭동이나 센서 잡음이 포함된 확률적인 시스템에서 최적으로 상태변수를 추정하는 방법이며, 특히 미지의 입력변수나 파라미터 등을 추정하고자 할 때는 이를 상태변수로 변환하여 추정하는 방법이다 (Ray, 1995). 미지의 파라미터  $\xi$ 가 포함된 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, \xi_k, k) + w_k \\ y_k &= h(x_k, \xi_k, k) + v_k \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $x \in R^n$ ,  $y \in R^m$ ,  $\xi \in R^{m \times m}$ 이다. 미지의 파라미터를 추정하기 위하여 상태변수  $x$ 에 미지의 파라미터  $\xi$ 가 추가된다. 따라서 식 (13)은 상태공간 모델로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^* &= \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \xi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_k, \xi_k, k) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_k \\ \eta_k \end{bmatrix} \\ y_k &= h(\hat{x}_k^*, k) + v_k \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $w \in R^n$ ,  $\eta \in R^p$ ,  $v \in R^m$ ,  $x^* \in R^{n+m}$ 이다. 이산시간 EKF의 계산과정을 요약하면 다음과 같다.

시간에 따른 갱신 :

$$\hat{x}_{k+1}^*(-) = f(\hat{x}_k^*(+), k) \quad (15)$$

$$P_{k+1}(-) = F_k^* P_k(+) F_k^{*T} + Q_k \quad (16)$$

측정치에 따른 갱신 :

$$K_k = P_k(-) H_k^{*T} [H_k^* P_k(-) H_k^{*T} + R_k]^{-1} \quad (17)$$

$$\hat{x}_k^*(+) = \hat{x}_k^*(-) + K_k [y_k - h(\hat{x}_k^*(-), k)] \quad (18)$$

$$P_k(+) = [I - K_k H_k^*] P_k(-) \quad (19)$$

여기서  $F_k^* = \left. \frac{\partial f(x^*, k)}{\partial x^*} \right|_{x^* = \hat{x}_k^*(+)}$ ,  $H_k^* = \left. \frac{\partial h(x^*, k)}{\partial x^*} \right|_{x^* = \hat{x}_k^*(-)}$ 이다.

$P$ 는 오차 상호분산이고,  $Q$ 는 플랜트 잡음 상호분산이며,  $R$ 은 센서잡음 상호분산이다. 이득행렬  $K$ 는 식 (17)의 Riccati 방정식으로부터 구해지고, 선서잡음 상호분산  $R$ 은 오차의 Lyapunov 함수를 만족시키면서 결정하는 방법 (Boutayeb et al., 1997)을 사용하였다. 또한, 오차 상호분산  $P$ 와 플랜트 잡음 상호분산  $Q$ 는 상태변수의 스케일링을 통해 시스템 행렬의 수치적 오차를 덜 민감하게 하는 방법 (김준영과 허건수, 2000)을 사용하였다.

유체동역학 계수를 추정하기 위하여 식 (3)의 관측기 모델을 이용하여 위에서 전개된 EKF를 설계하였다. 17개의 선형 감쇠계수는  $\xi$ 로 표현되며 식 (15)에서 식 (19)의 과정을 통해 추정된다. 상태변수와 출력변수는 SMO와 동일하다.

### 3. 계수추정 결과

무인잠수정의 수평 또는 수직 운동에 연관된 선형 감쇠계수를 추정하기 위해 실제 플랜트로 사용하는 NPS의 AUV II를 수평과 수직운동이 결합된 운동으로 시뮬레이션을 수행하고, 이때의 입/출력 정보를 관측기의 입력자료로 보내게 된다. Healey and Lienard (1993)에서 제공한 선형 감쇠계수가 실제 값이 되며 추정된 값과 비교하였다.

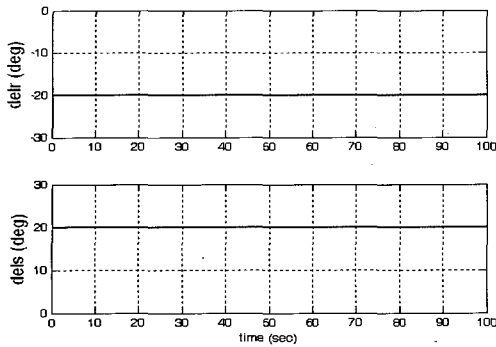
SMO와 EKF는 측정값에 따라 2가지 형태로 설계되었다. 첫 번째, SMO I과 EKF I는 속도 측정값을 사용했을 경우이며  $y = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ 이다. 두 번째, SMO II와 EKF II는 가속도 측정값을 사용했을 경우이며  $y = [a_x \ a_y \ a_z \ p \ q \ r \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ 이다. 실제로 속도 측정값은 가속도 측정값보다 추정하기 어려운 단점이 있다. SMO I이나 EKF I은 DVL (Doppler velocity log) 또는 IMU (Inertial measurement unit)를 사용하여 속도 측정값을 얻을 수 있고, SMO II와 EKF II는 가속도계 (Accelerometer)나 자이로스코프 (Gyroscope)를 사용하여 가속도 측정값을 얻을 수 있다 (이판목 등, 1997).

무인잠수정의 운동이 다양하게 움직일수록 추정값의 정확도는 높아지므로 아래와 같이 두가지 형태의 운동 시나리오에 따라 실제 플랜트를 운동시켰다.

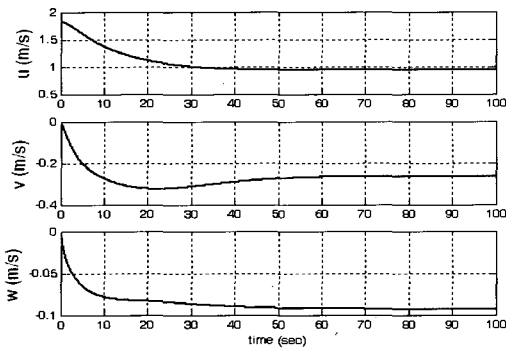
1) SMO I과 EKF I을 위해 무인잠수정은 나선운동 (Spiral motion)을 하며, 초기속도 1.8m/s로 주행하고 처음부터 승강타와 방향타를 20°로 맞추었다.

2) SMO II와 EKF II를 위해 무인잠수정은 수평과 수직으로 지그재그운동 (Zigzag motion)을 하며 초기속도 1.8m/s이며 승강타와 방향타는 20초 간격으로 20°에서 -20°으로 움직인다.

Fig. 3과 Fig. 4는 두가지 운동 시나리오에 대한 운동변수의 변화를 나타내었다. 각각의 경우에 대해 방향타각/승강타각 그리고 병진운동 속도를 나타내었다. 실제 플랜트로 사용하고 있는 NPS의 AUV II의 외력과 모멘트는 약 100여개의 유체동

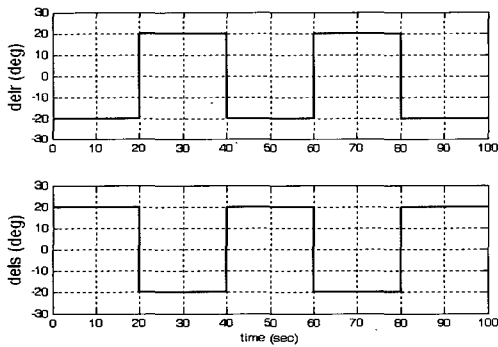


(a) Steering and elevator angles

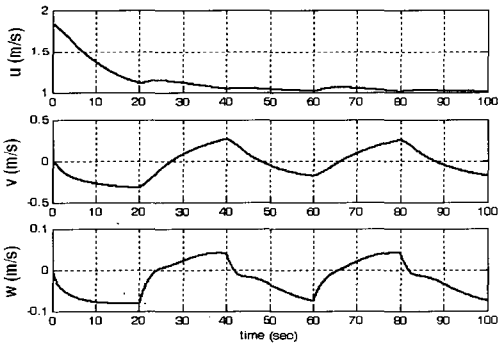


(b) Surge, sway and heave velocities

Fig. 3 Inputs and outputs of spiral motion



(a) Steering and elevator angles



(b) Surge, sway and heave velocities

Fig. 4 Inputs and outputs of zigzag motion

역학 계수로 자세하게 모델링 되어 있으며, 따라서 실제 플랜트의 운동을 잘 묘사해 주고 있다.

Fig 5에서 Fig. 9까지는 4가지 관측기 SMO I, EKF I, SMO II, EKF II의 추정 결과를 나타내고 있으며, Table 1에서 추정값의 정상상태 오차를 나타내었다. SMO I은 몇몇 계수들을 정확하게 추정하였으나  $N_p$ ,  $Y_{dr}$ ,  $Y_r$ 가 10% 정도의 오차를 포함하고 있고  $Y_p$ 는 오차가 상당히 컸다. SMO II는 전반적으로 추정성능이 좋지 않았고 특히,  $N_p$ ,  $Y_p$ ,  $K_r$ 은 오차가 매우 컸다. EKF I은  $N_p$ ,  $Y_p$ 가 10% 이내의 정상상태 오차를 포함하는 것을 제외하면 모든 계수를 정확히 추정하였고, EKF II는  $Y_r$ ,  $Y_p$ 가 10% 이내의 오차를 포함하였고  $N_p$ 가 다소 큰 오차를 포함했으나 나머지는 우수한 성능을 나타내었다.

전반적으로 추정성능을 평가하면 EKF가 SMO보다 좋은 추정결과를 나타내었고, Table 1에서 보인 오차의 평균값으로 비교할 때, EKF I이 EKF II보다 정확하게 계수를 추정하였다. SMO는 외란이나 파라미터의 불확실성에 강인한 특성이 있으나, 정상상태 오차가 크고 과도상태에서는 진동하는 단점이 있다. 시뮬레이션 결과에서 볼 때, EKF는 몇몇 계수를 제외하고는 선형 감쇠계수를 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있고, 비록 비선형 관측기는 전통적으로 시뮬레이션 용도로 사용되어 왔지만 EKF I, EKF II의 경우 모두 계수추정을 위한 PMM 실험 대신 사용할 수 있는 가능성을 볼 수 있었다.

본 논문에서는 무인잠수정의 해상시험 측정자료가 아닌 시뮬레이션 자료를 사용하고 있고, 관측기 모델도 플랜트 모델과 동일한 모델을 사용하였기 때문에 선형 감쇠계수가 어느 정도 정확하게 추정됨을 볼 수가 있다. 그러나 측정 자료를 사용한 경우의 연구 결과들을 보면, 여러 개의 계수들이 동시

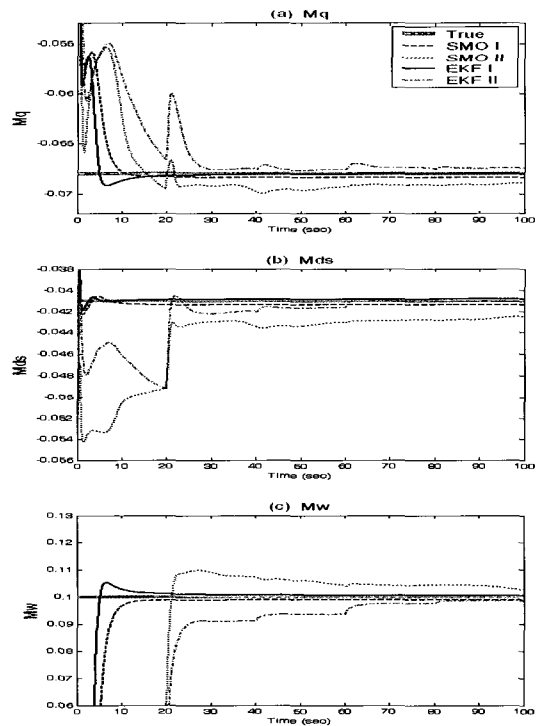


Fig. 5 Pitch coefficients; (a)  $M_q$ , (b)  $M_{ds}$ , (c)  $M_w$

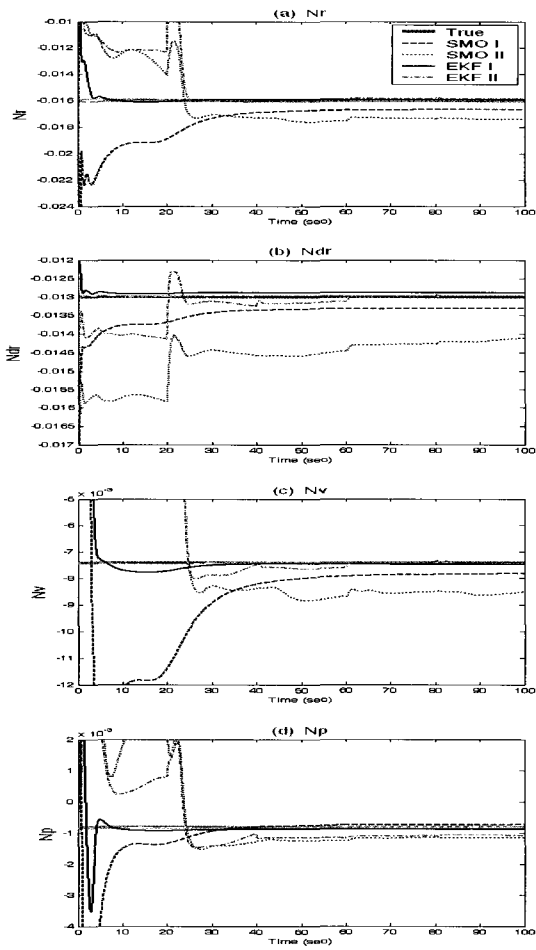


Fig. 6 Yaw coefficients; (a)  $N_r$ , (b)  $N_{dr}$ , (c)  $N_v$ , (d)  $N_p$

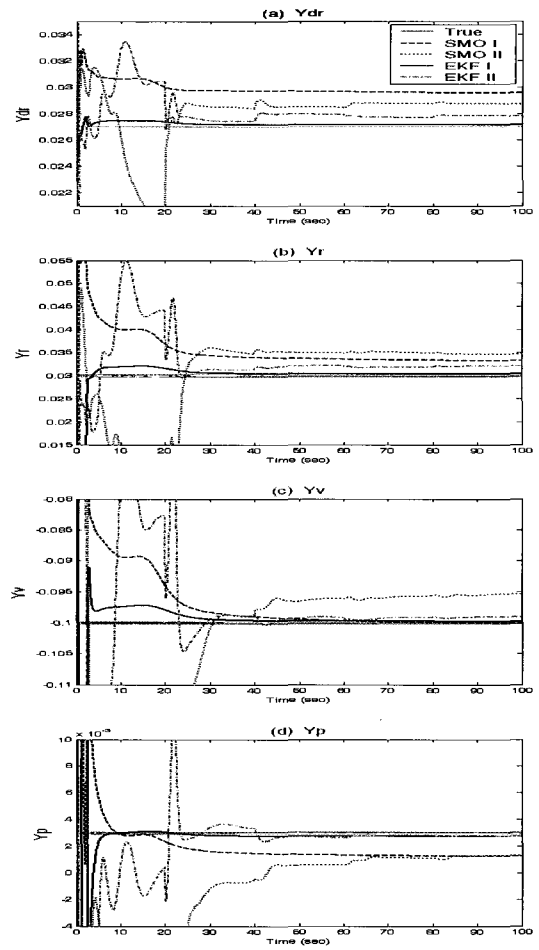


Fig. 8 Sway coefficients; (a)  $Y_{dr}$ , (b)  $Y_r$ , (c)  $Y_v$ , (d)  $Y_p$

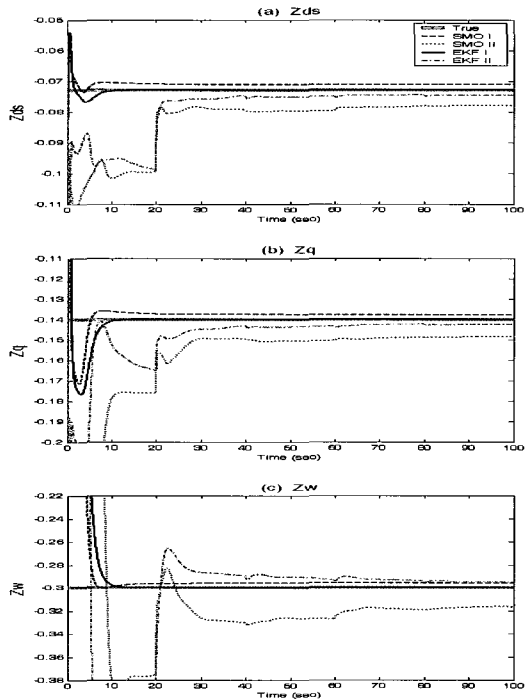


Fig. 7 Heave coefficients; (a)  $Z_{ds}$ , (b)  $Z_q$ , (c)  $Z_w$

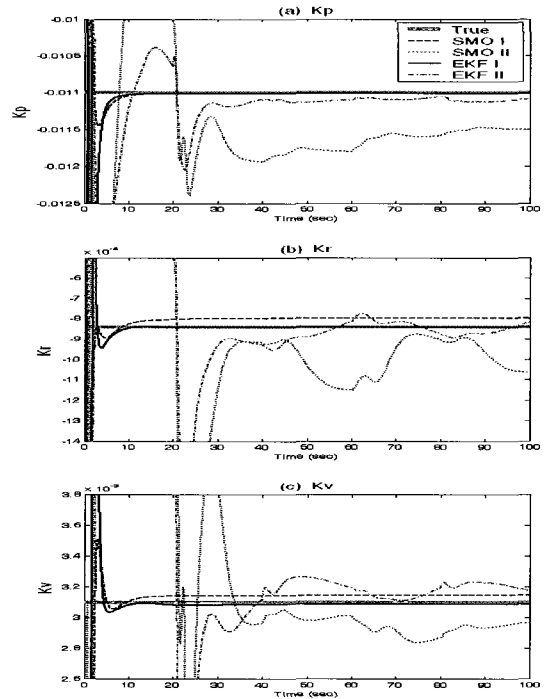
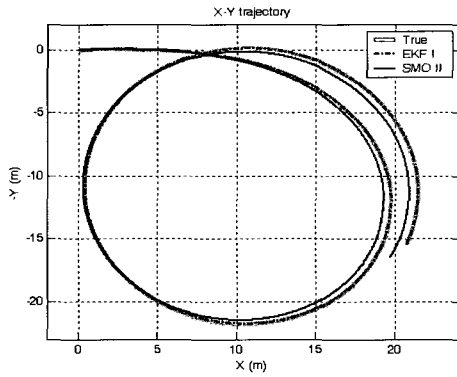


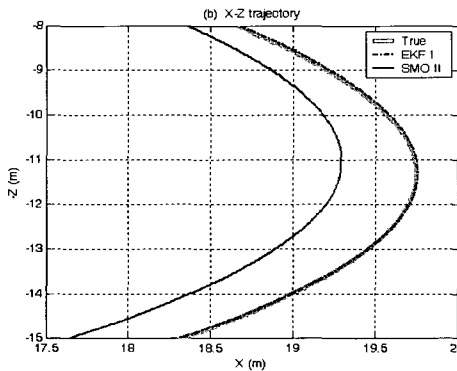
Fig. 9 Roll coefficients; (a)  $K_p$ , (b)  $K_r$ , (c)  $K_v$

**Table 1** Steady-state error (%)

	SMO I	SMO II	EKF I	EKF II
$M_q$	0.63	1.36	0.05	0.74
$M_{ds}$	0.98	3.60	0.39	0.39
$M_w$	1.04	2.61	0.65	1.46
$N_r$	4.07	8.55	0.57	1.01
$N_{dr}$	2.36	8.52	0.89	0.23
$N_v$	5.66	15.04	0.82	0.24
$N_p$	12.31	37.51	6.17	27.74
$Z_{ds}$	2.52	6.81	0.07	2.17
$Z_q$	1.65	6.12	0.05	1.78
$Z_w$	1.46	5.50	0.03	1.65
$Y_{dr}$	9.48	6.33	0.58	3.04
$Y_r$	10.88	15.72	1.55	7.07
$Y_v$	0.12	4.61	0.25	0.88
$Y_p$	58.12	56.61	7.60	7.20
$K_p$	0.09	4.54	0.14	0.78
$K_r$	5.28	26.76	0.01	2.61
$K_v$	1.64	4.14	0.38	2.45
Average	6.95	12.60	1.18	3.61



(a) X-Y trajectory



(b) X-Z trajectory

**Fig. 10** Comparison of trajectories

에 실제 계수 값에서 편향되어 추정되는 동시표류현상 (Simultaneous drift phenomenon)이 나타나 참값에 수렴하지 못함을 보여주고 있다 (김찬기, 1996; 윤현규, 2003; Hwang, 1980). 본 논문에서는 우선, 계수추정 시 관측기의 적용 가능성을 살펴보고 그 결과를 토대로 추후 무인잠수정의 해상시험 자료를 이용한 계수추정 문제를 심도있게 다루고자 한다.

Fig. 10은 추정오차가 가장 적은 EKF I과 추정오차가 가장 큰 SMO II에서 추정한 계수들을 사용하여 나선운동 할 때의 궤적을 비교한 것이다. Fig. 10(a)는 X-Y 평면에서의 궤적을 나타낸 것이고, Fig. 10(b)는 X-Z 평면에서의 궤적을 확대해서 그린 것이다. EKF I은 추정계수 값이 평균적으로 1.18%의 오차를 갖고 있으나 궤적을 그려보면 실제 궤적과 거의 일치하였으며, SMO II는 추정계수 값이 평균적으로 12.60%의 오차를 포함하고 있으며 궤적을 그려보면 평면 투영거리로 약 1m 정도의 오차를 나타내고 있다.

#### 4. 제어기 설계

무인잠수정의 동적거동은 비선형적인 요소와 연성운동이 발생하기 때문에 자세 또는 위치를 제어하기가 어려운 시스템이다. 최근 제어기술의 개발로 무인잠수정을 성공적으로 제어하는 연구결과들이 발표되고 있으며, 그 대표적인 경우가 슬라이딩 모드 제어기이다 (서주노와 서영태, 1992; Healey and Lienard, 1993; Lee et al., 1999).

본 논문에서는 시스템의 파라미터 불확실성을 갖는 무인잠수정을 제어하기 위하여 슬라이딩 모드 제어기를 적용하고자 한다. 특히, 슬라이딩 모드 제어기를 설계할 때 앞장에서 추정된 유체동역학 계수를 제어기 모델에서 사용한다. 추정된 계수를 제어기 설계에 적용하여 원하는 수심을 추종하는 수심제어와 원하는 방향을 추종하는 방향제어를 수행하고자 한다.

##### 4.1 수심제어

제어기 설계를 위한 수직평면의 선형화된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (I_y - \frac{\rho}{2} L^5 \hat{M}_q) \dot{q} &= (\frac{\rho}{2} L^4 u \hat{M}_q) q - (z_G - z_B) W \theta + (\frac{\rho}{2} L^3 u^2 \hat{M}_{\delta_s}) \delta_s \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{Z} &= -u \theta \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에서 선형 감쇠계수  $\hat{M}_q$ 와  $\hat{M}_{\delta_s}$ 는 EKF I에서 추정된 값을 사용하며 수심제어를 위한 제어기 모델은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9929 & -0.0662 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.8320 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2074 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s \quad (21)$$

극점을 [ 0 -0.25 -0.26 ]에 위치시켰을 때 슬라이딩 평면은 다음과 같고

$$s_s = 28.18\tilde{q} + 14.37\tilde{\theta} - \tilde{Z} \quad (22)$$

수심제어 법칙은 다음과 같이 설계되었다.

$$\delta_s = 2.3531q + 0.0062\theta - 0.1698\dot{Z}_{com} + 2.3 \tanh(s_s/4) \quad (23)$$

식 (23)의 수심제어 법칙을 적용하기 위하여 무인잠수정은 중동요각속도 ( $q$ ), 중동요각 ( $\theta$ ) 및 상하동요변위 ( $Z$ )의 측정을 위한 센서가 필요하다.

### 4.2 방향제어

제어기 설계를 위한 수평평면의 선형화된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (m - \frac{\rho}{2}L^3Y_v)\dot{v} - (\frac{\rho}{2}L^4Y_r)\dot{r} &= (\frac{\rho}{2}L^2u\hat{Y}_v)v + (\frac{\rho}{2}L^3u\hat{Y}_r - mu)r \\ &\quad + (\frac{\rho}{2}L^2u^2\hat{Y}_{\delta_r})\delta_r \\ - (\frac{\rho}{2}L^4N_v)\dot{v} + (I_z - \frac{\rho}{2}L^5N_r)\dot{r} &= (\frac{\rho}{2}L^3u\hat{N}_v)v + (\frac{\rho}{2}L^4u\hat{N}_r)r \\ &\quad + (\frac{\rho}{2}L^3u^2\hat{N}_{\delta_r})\delta_r \end{aligned} \quad (24)$$

$$\dot{\psi} = r$$

식 (24)에서 선형 감쇠계수  $\hat{Y}_v, \hat{Y}_r, \hat{Y}_{\delta_r}, \hat{N}_v, \hat{N}_r, \hat{N}_{\delta_r}$ 은 EKF I에서 추정된 값을 사용하며 방향제어를 위한 제어기 모델은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2697 & -0.6161 & 0 \\ -0.0549 & -0.5658 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1296 \\ -0.1539 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (25)$$

극점을 [ 0 -0.41 -0.42 ]에 위치시켰을 때 슬라이딩 평면은 다음과 같고

$$s_r = 0.15\tilde{v} + 1.65\tilde{r} + \tilde{\psi} \quad (26)$$

방향제어 규칙은 다음과 같다.

$$\delta_r = 0.5260v + 0.1621r + 4.3465\dot{\psi}_{com} + 1.5 \tanh(s_r/0.05) \quad (27)$$

식 (27)의 방향제어 법칙을 적용하기 위하여 무인잠수정은 좌우동요속도 ( $v$ ), 선수동요각속도 ( $r$ ) 및 선수동요각 ( $\psi$ )의 측정을 위한 센서가 필요하다.

### 4.3 시뮬레이션 결과

설계된 제어기의 성능을 해석하기 위하여 수심제어와 방향

제어의 시뮬레이션을 수행하였다. 제어기 설계 시에는 수심제어와 방향제어를 독립적으로 수행했으나, 실제 무인잠수정의 운동 시에는 연성된 운동 때문에 수심제어 시에도 방향각이 변할 수 있고, 방향제어 시에도 수심이 변화된다. 따라서 제어기 설계 시에는 두 가지 운동을 독립적으로 고려하나 실제 적용 시에는 두가지 제어기를 함께 사용하여야 한다. 시뮬레이션 프로그램은 Matlab 6.0의 Simulink 4.0을 이용하여 개발하였고 Fig. 11과 같다. 그림에서 Input, Dynamics, Integration 블록은 AUV 모델을 나타내며 실제 플랜트 역할을 하고 있다. 실제 플랜트로서 모든 입력과 출력의 데이터는 NPS의 AUV II의 자료를 사용하였고 6자유도 비선형 운동방정식으로 전개되어 있다. Navigation controller 블록은 수심제어와 방향제어를 위한 식 (23)과 식 (27)의 슬라이딩 모드 제어기를 나타낸다.

실제 값에 가까운 EKF I의 추정된 계수를 사용한 제어기 성능과 정상상태 오차를 포함하는 SMO II의 추정된 계수를 사용한 제어기 성능을 시뮬레이션을 통해 비교하였다. 4장에서 전개한 슬라이딩 모드 제어기는 EKF I에서 추정된 값을 사용하였고, SMO II에서 추정된 값을 사용한 제어기는 제어기 모델과 슬라이딩 평면의 값이 변동되었고 제어규칙에는 변화가 없다.

Fig. 12는 수심제어의 결과를 보여주고 있으며, 목표수심과 추종된 수심, 승강타의 각도, 피치각, 수평방향 변위를 나타내고 있다. 목표수심은 50초 동안 1m 깊이이며, 그 후 다시 초기 수심으로 돌아오는 것이다. 두가지 방법 모두 목표수심에 도달하기까지 약 20초 정도의 시간이 걸리며 그 이후 원하는 수심을 정확히 추종함을 볼 수 있었고 횡방향으로의 변위도 거의 발생하지 않고 있다. 제어기의 성능은 EKF I의 계수를 사용했을 경우와 SMO II의 계수를 사용했을 경우가 거의 동일한 성능을 나타내었다. 이것은 SMO II의 계수를 사용한 제어기는 계수가 12.60%의 정상상태 오차가 포함되었음에도 매우 훌륭한 추종성능을 갖는다고 볼 수 있다.

Fig. 13은 방향제어의 결과를 보여주고 있고, 목표궤적과 추종된 궤적, 방향타의 각도, 요우각, 수직방향 변위를 나타낸다. 목표궤적을 추종하기 위하여 우선 목표 방향각을 설정하는 주시선 (Line of sight)을 설정하고 그 다음으로 설계된 방

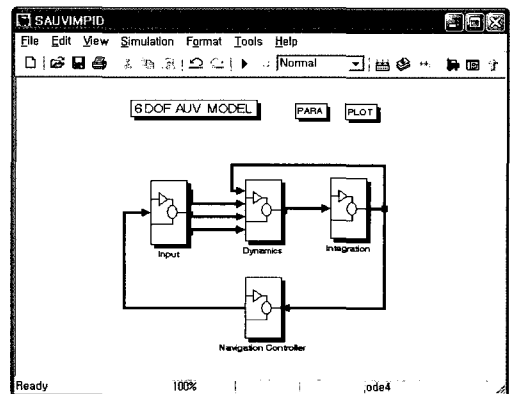


Fig. 11 SIMULINK model for control simulation



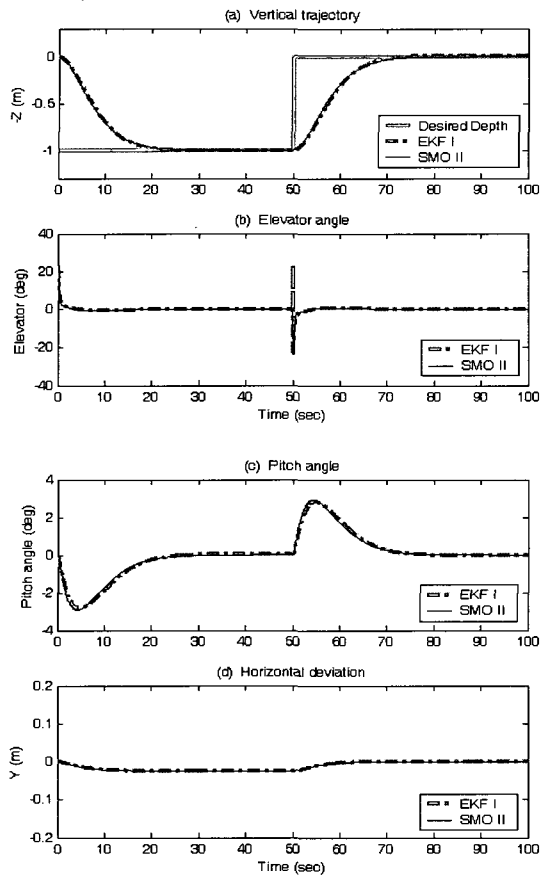


Fig. 12 Simulation results of depth control

항제어기가 목표 방향각을 추종하게 된다. 목표궤적은 50초 동안 1m 좌측 변위이며 그 후 다시 초기위치로 돌아오는 것이다. 그림에서 보면 EKF I의 제어기와 SMO II의 제어기의 성능이 거의 유사하나 Fig. 13(b)에서 SMO II의 제어기가 더 큰 방향타 각을 사용하고 있다. 이는 파라미터 오차를 포함하고 있기 때문에 더 큰 제어행동을 취한 것이 된다. 즉, SMO II의 제어기는 추정된 계수가 정상상태 오차를 포함하고 있음에도 목표궤적을 잘 추종함을 나타낸다. 이러한 결과는 슬라이딩 모드 제어기가 파라미터의 불확실성에도 강인성을 갖는다는 것을 나타낸다.

## 5. 결 론

무인잠수정의 조종성능과 제어성능을 해석하기 위해서는 유체동역학 계수의 정확한 값을 아는 것이 중요하며, 이를 위해 SMO 및 EKF와 같은 비선형 관측기를 사용하여 선형 감쇠계수를 추정하였다. 시뮬레이션 결과, 비선형 관측기가 선형 감쇠계수를 잘 추정할 수 있음을 알 수 있었다. 특히, EKF가 SMO보다 더욱 우수한 추정 성능을 보였고, 속도 측정치를 사용하는 EKF I는 가장 우수한 추정 성능을 보였으며, 가속도 측정치를 사용하는 EKF II는 몇몇 계수가 약간의 정상상태 오차를 포

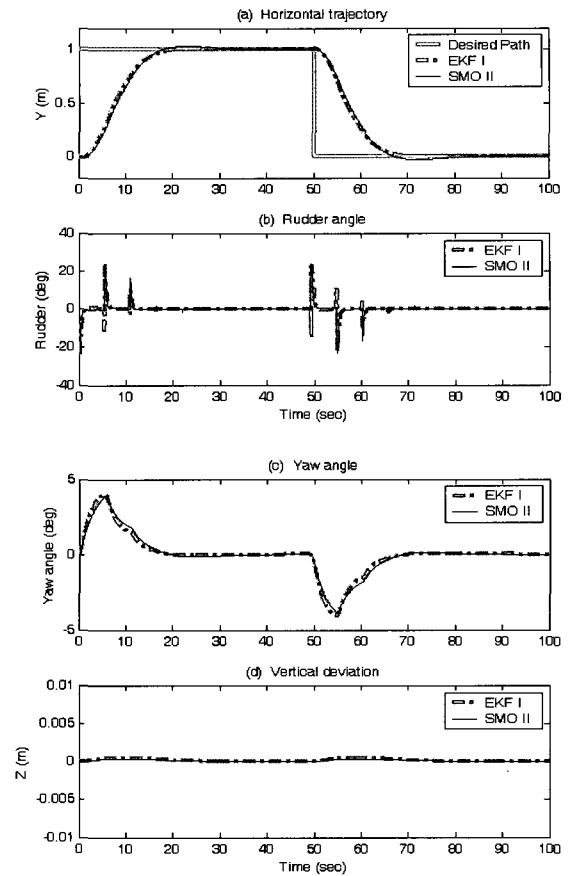


Fig. 13 Simulation results of heading control

합했지만 상당히 정확히 계수들을 추정하였다. 이는 EKF II가 저렴한 가격의 가속도 센서를 사용하기 때문에 실제로 적용하기가 쉽고 계수 추정을 위한 PMM 실험을 대체하는 수단으로 사용될 수 있는 가능성을 보이고 있다. 그러나 본 논문에서는 무인잠수정의 비선형 운동방정식의 시뮬레이션 결과를 토대로 계수를 추정된 결과이므로 모든 선형 감쇠계수가 잘 추정되고 있으나 실제로는 해상실험 자료를 토대로 계수추정을 하게 되는데, 이때에는 무인잠수정의 복잡한 연성운동으로 인해 계수 추정에 어려움이 예상되며, 추후 논문에 이러한 문제를 심도있게 다루고자 한다.

또한, 추정된 계수를 이용하여 수심제어와 방향제어를 위한 슬라이딩모드 제어기를 설계하였다. 제어기 설계 시 유체동역학 계수가 필요하게 되는데, 이때 추정된 계수를 사용하게 된다. 시뮬레이션 결과, 정확한 값을 갖는 EKF I 방법과 정상상태 오차를 포함하는 SMO II 방법 모두 실제 값을 갖는 제어시스템과 거의 유사하게 목표수심과 목표궤적을 잘 추종(Tracking) 하였다. 즉, 슬라이딩 모드 제어기가 파라미터 불확실성에 매우 강인하다는 것을 보이고 있다. 따라서 제어기 설계시 관측기를 사용하여 계수를 추정할 수 있고, 이 계수들을 이용한 제어시스템으로 무인잠수정의 안정된 제어가 가능함을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2003년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임. (KRF-2003-214-D00149)

참 고 문 헌

김준영, 허진수 (2000). "SKFMEC를 이용한 차량의 타이어 횡력 감지시스템 개발", 대한기계학회논문집A, 제24권, 제7호, pp 1871-1877.  
 김찬기 (1996). 계수식별법에 의한 물수체의 조종계수 추정, 공학박사학위논문, 서울대학교.  
 서주노, 서영태 (1992). "비선형 무인잠수정을 위한 슬라이딩 모드 조종기 설계 및 실험적 고찰", 한국해양공학회지, 제6권, 제4호, pp 11-18.  
 윤현규 (2003). 모델링 전 추정기법을 이용한 선박의 동유체력 미계수 추정, 공학박사학위논문, 서울대학교.  
 이판목, 전봉환, 이종식, 오준호, 김도현 (1997). "AUV의 운동 계측을 위한 스트랩-다운형 관성계측장치 (IMU)의 개발", 한국해양공학회지, 제11권, 제1호, pp 96-105.  
 Antonelli, G., Caccavale, F., Chiaverini, S. and Villani, L. (2000). "Tracking Control for Underwater Vehicle-Manipulator Systems with Velocity Estimation", IEEE J. of Oceanic Eng., Vol 25, No 3, pp 399-413.  
 Boutayeb, M., Rafaralahy, H. and Darouach, M. (1997). "Convergence Analysis of the Extended Kalman Filter Used as an Observer for Nonlinear Deterministic Discrete-Time Systems", IEEE Trans. on Autom. Control,

Vol 42, No 4, pp 581-586.  
 Fossen, T.I. (1994). Guidance and Control of Ocean Vehicles, John Wiley & Sons.  
 Healey, A.J. and Lienard, D. (1993). "Multivariable Sliding Mode Control for Autonomous Diving and Steering of Unmanned Underwater Vehicles", IEEE J. of Oceanic Eng., Vol. 18, No. 3. pp 327-339.  
 Hwang, W.Y. (1980). Application of System Identification to Ship Maneuvering, MIT Ph.D. Thesis.  
 Lee, P.M., Hong, S.W., Lim, Y.K., Lee, C.M., Jeon, B.H. and Park, J.W. (1999). "Discrete-Time Quasi-Sliding Mode Control of an Autonomous Underwater Vehicle", IEEE J. of Oceanic Eng., Vol 24, No 3, pp 388-395.  
 McGoekin, E.W. (2001). "Reconfigurable Sliding Mode Control for Submarine Manoeuvring", Proc. Oceans 2001, pp 1775-1782.  
 Ray, L.R. (1995). "Stochastic Decision and Control Parameters for IVHS", ASME IMECE Advanced Automotive Technologies, pp 114-118.  
 Sen, D. (2000). "A Study on Sensitivity of Maneuverability Performance on the Hydrodynamic Coefficients for Submerged Bodies", J. of Ship Research, Vol 44, No 3, pp 186-196.  
 Slotine, J.J.E., Hedrick, J.K. and Misawa, E.A. (1987). "On Sliding Observers for Nonlinear Systems", ASME J. of Dynamics, Measurement, and Control, Vol 109, pp 245-252.  
 Wernli, R.L. (2002). "AUVs - A Technology Whose Time Has Come", Proc. Conf. UT'02 OES/IEEE, pp 309-314.

Appendix

$$M = \begin{bmatrix} m - \frac{\rho}{2} L^3 X_u & 0 & 0 & 0 & mz_G & 0 & \vdots \\ 0 & m - \frac{\rho}{2} L^3 Y_v & 0 & -mz_G - \frac{\rho}{2} L^4 Y_p & 0 & -\frac{\rho}{2} L^4 Y_r & \vdots \\ 0 & 0 & m - \frac{\rho}{2} L^3 Z_w & 0 & -\frac{\rho}{2} L^4 Z_q & 0 & \vdots \\ 0 & -mz_G - \frac{\rho}{2} L^4 K_v & 0 & I_x - \frac{\rho}{2} L^4 K_p & -I_{xy} & -I_{xz} - \frac{\rho}{2} L^4 K_r & \vdots \\ mz_G & 0 & -\frac{\rho}{2} L^4 M_w & -I_{xy} & I_y - \frac{\rho}{2} L^4 M_q & -I_{yz} & \vdots \\ 0 & -\frac{\rho}{2} L^4 N_v & 0 & -I_{xz} - \frac{\rho}{2} L^4 N_p & -I_{yz} & I_z - \frac{\rho}{2} L^4 N_r & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & 0_{20 \times 6} & & & \vdots \\ & & & & & & I_{20 \times 20} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
X_e &= \frac{\rho}{2} L^4 [X_{pp} p^2 + X_{qq} q^2 + X_{rr} r^2 + X_{pr} pr] + \frac{\rho}{2} L^3 [X_{wq} wq + X_{vp} vp + X_{vr} vr + X_{q\delta} uq \delta_s + X_{r\delta} ur \delta_r] \\
&\quad + \frac{\rho}{2} L^2 [X_{vv} v^2 + X_{ww} w^2 + X_{v\delta} uv \delta_r + X_{w\delta} uw \delta_s + u^2 (X_{\delta\delta} \delta_s^2 + X_{\delta r} \delta_r^2)] \\
&\quad - (W - B) \sin \theta + \frac{\rho}{2} L^3 X_{q\delta n} uq \delta_s \varepsilon(n) + \frac{\rho}{2} L^2 [X_{\delta\delta n} u^2 \delta_s^2] \varepsilon(n) + \frac{\rho}{2} L^2 u^2 X_{prop} \\
Y_e &= \frac{\rho}{2} L^4 [Y_{pq} pq + Y_{qr} qr] + \frac{\rho}{2} L^3 [Y_p up + Y_r ur + Y_{vq} vq + Y_{wp} wp + Y_{wr} wr] \\
&\quad + \frac{\rho}{2} L^2 [Y_v uv + Y_{vw} vw + Y_{\delta} u^2 \delta_r] + (W - B) \cos \theta \sin \phi \\
Z_e &= \frac{\rho}{2} L^4 [Z_{pp} p^2 + Z_{pr} pr + Z_{rr} r^2] + \frac{\rho}{2} L^3 [Z_q uq + Z_{vp} vp + Z_{vr} vr] + \frac{\rho}{2} L^2 [Z_w uw + Z_{vv} v^2 + Z_{\delta} u^2 \delta_s] \\
&\quad + (W - B) \cos \theta \cos \phi + \frac{\rho}{2} L^3 Z_{qn} uq \varepsilon(n) + \frac{\rho}{2} L^2 [Z_{wn} uw + Z_{\delta n} u^2 \delta_s] \varepsilon(n) \\
K_e &= \frac{\rho}{2} L^5 [K_{pq} pq + K_{qr} qr] + \frac{\rho}{2} L^4 [K_p up + K_r ur + K_{vq} vq + K_{wp} wp + K_{wr} wr] + \frac{\rho}{2} L^3 [K_v uv + K_{vw} vw] \\
&\quad + (y_G W - y_B B) \cos \theta \cos \phi - (z_G W - z_B B) \cos \theta \sin \phi + \frac{\rho}{2} L^4 K_{pn} up \varepsilon(n) + \frac{\rho}{2} L^3 u^3 K_{prop} \\
M_e &= \frac{\rho}{2} L^5 [M_{pp} p^2 + M_{pr} pr + M_{rr} r^2] + \frac{\rho}{2} L^4 [M_q uq + M_{vp} vp + M_{vr} vr] + \frac{\rho}{2} L^3 [M_w uw + M_{vv} v^2 + M_{\delta} u^2 \delta_s] \\
&\quad - (x_G W - x_B B) \cos \theta \cos \phi - (z_G W - z_B B) \sin \theta + \frac{\rho}{2} L^4 M_{qn} uq \varepsilon(n) + \frac{\rho}{2} L^3 [M_{wn} uw + M_{\delta n} u^2 \delta_s] \varepsilon(n) \\
N_e &= \frac{\rho}{2} L^5 [N_{pq} pq + N_{qr} qr] + \frac{\rho}{2} L^4 [N_p up + N_r ur + N_{vq} vq + N_{wp} wp + N_{wr} wr] + \frac{\rho}{2} L^3 [N_v uv + N_{vw} vw + N_{\delta} u^2 \delta_r] \\
&\quad + (x_G W - x_B B) \cos \theta \sin \phi + (y_G W - y_B B) \sin \theta + \frac{\rho}{2} L^3 u^2 N_{prop}
\end{aligned}$$

$$X_m = m[vr - wq - z_G pr]$$

$$Y_m = -m[ur - wp + z_G qr]$$

$$Z_m = m[uq - vp + z_G (p^2 + q^2)]$$

$$K_m = -(I_z - I_y)qr - I_{xy}pr + I_{yz}(q^2 - r^2) + I_{xz}pq + m[z_G(ur - wp)]$$

$$M_m = -(I_x - I_z)pr + I_{xy}qr - I_{yz}pq - I_{xz}(p^2 - r^2) - m[z_G(wq - vr)]$$

$$N_m = -(I_y - I_x)pq + I_{xy}(p^2 - q^2) + I_{yz}pr - I_{xz}qr$$

2006년 5월 9일 원고 접수

2006년 11월 7일 최종 수정본 채택