The Korean Communications in Statistics
Vol. 13 No. 3, 2006, pp.651-656

Extension of PM Model with Random Maintenance Quality

Ki Mun Jung[1)]

Abstract

Wu and Clements-Croome (2005) investigate the optimization problem of PM policies for situations where the quality of PM is a random variable with a certain probability distribution. However, they assume that the cost of preventive maintenance is constant, not depending on the quality of PM. Thus, this paper considers a periodic PM model when PM cost depends on the quality of PM activity. The optimal PM policy are presented for the extended PM model and the numerical examples are presented for illustrative purpose.

Keywords : Preventive maintenance; PM quality; expected cost rate.

1. 서론

수리가 가능한 시스템(repairable system)에 대한 예방보전(Preventive maintenance; PM)이란 사용자가 시스템을 원하는 수준으로 유지 또는 향상시키기 위하여 시스템에 고장이 발생하기 전에 취하는 일련의 활동으로써 수리(repair), 점검(inspection), 교체(replacement) 등의 활동이 포함된다. 이러한 예방보전과 관련된 연구에 있어서 중요한 관심 사항 중 하나가 시스템에 취해지는 예방보전 활동의 수준을 어떻게 표현 또는 가정하여 모형화를 하는 것이 현실에 근접한 모형이 되겠는가를 고려하는 것이다. 대표적으로 Nakagawa (1986, 1988)는 FR 예방보전모형(Failure rate PM model)을 제안하였고, Canfield (1986)와 Malik (1979)은 AR 예방보전모형(Age reduction PM model)을 제안하였다. 그리고 Lin, Zuo와 Yam (2000)은 이 두 모형을 혼합한 형태의 HB 예방보전모형(Hybrid PM model)을 제안하였다.

이러한 세 종류의 예방보전모형에서는 예방보전 활동에 대한 효과 또는 수준을 표현하기 위해서 인자(factor)를 사용했는데, 이것이 모두 고정된 상수로 가정되어 사용되었다. 따라서 고정된 상수가 아닌 좀 더 현실적인 가정이 필요한데 Wu와 Clements-Croome (2005)는 예방보전의 수준을 표현하는 인자가 어떤 임의의 확률분포를 갖는 확률변수라고 가정한 예방보전모형을 제안하였다.

그러나 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형은 예방보전의 수준은 상수

---

1) Assistant Professor, Department of Informational Statistics, Kyungsung University, Busan 608-736, Korea.
E-mail : kmjung@ks.ac.kr

가 아닌 확률변수로 고려하였으나, 예방보전의 비용은 예방보전의 수준과는 무관한 고정된 상수로 가정하였다. 따라서, 이 또한 예방보전의 수준에 의존하는 형태를 취하는 것이 좀 더 현실적이고 일반적이며 일관된 표현이라고 할 수 있다.

따라서, 본 논문에서는 예방보전의 비용을 예방보전의 효과에 의존한다고 가정하여 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형을 확장하고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형과 확장된 Wu와 Clements-Croome의 모형에 대하여 살펴본다. 그리고 3장에서는 확장된 예방보전모형에 대하여 단위시간당 기대비용(expected cost rate per unit time)을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 예방보전 정책을 결정하는 방법에 대하여 설명하고자 한다. 4장에서는 수치적 예를 통하여 확장된 예방보전모형과 최적의 예방보전 정책에 대하여 설명하고자 한다.

2. 모형

2.1 Wu와 Clements-Croome의 모형

이 절에서는 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형에 대하여 기본가정을 토대로 살펴보고자 한다. Wu와 Clements-Croome (2005)는 다음과 같은 6개의 기본 가정이 모형에 포함되도록 하였다. 특히, 세 번째 가정을 통해서 기존의 연구를 좀 더 일반적인 형태로 확장하였다.

<u>가정 (A)</u>

i) PM은 kx, $k=1,2,\cdots,N$,에서 주기적으로 이루어지며, x는 PM의 주기이고, N은 PM의 횟수이다. 그리고 N번째 PM주기에서는 시스템이 새 것으로 교체된다.

ii) $h(t)$는 PM이 이루어지지 않을 때의 고장률함수로써 순증가함수이다.

iii) k번째 PM이 이루어진 이후의 시스템의 고장률함수는 $h_k(t)=\theta^{k-1}h(t)$, $t\in(0,x)$, 이 되고 θ는 예방보전의 수준을 표현하는 인자로써 누적분포함수 $F(\theta)$를 갖는 확률변수이다. 단, $\theta\geq 1$이다.

iv) 연속되는 예방보전 주기 사이에서 고장이 발생되면 최소수리(minimal repair)를 수행한다.

v) PM과 최소수리, 그리고 교체를 위한 시간은 고려하지 않는다.

vi) 최소수리비용은 c_m, 예방보전비용은 c_p 그리고 교체비용은 c_r이다.

위와 같은 모형에 대해서 Wu와 Clements-Croome (2005)은 단위시간당 기대비용이 다음과 같이 구해짐을 보였으며, 이 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 N^*와 x^*을 찾는 알고리즘에 대해서 설명하였다.

$$C_{WC}(x,N)=\frac{1}{Nx}\left\{c_m\sum_{k=1}^{N}\int_0^x\left(\int_1^\infty \theta dF(\theta)\right)^{k-1}h(t)dt+(N-1)c_p+c_r\right\}. \tag{2.1}$$

2.2 확장된 Wu와 Clements-Croome의 모형

앞에서 설명한 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형은 예방보전의 수준을 상수가 아닌 확률변수로 고려하였으나, 예방보전의 비용은 예방보전의 수준과는 무관한 고정된 상수 c_p로 가정하였다. 그러나 이 또한 예방보전의 수준에 의존하는 형태를 취하는 것이 좀 더 현실적이고 일반적이며 일관성이 있는 표현이라고 할 수 있다. 따라서 예방보전의 비용을 예방보전의 효과에 의존하는 확장된 Wu와 Clements-Croome의 예방보전모형을 설정하기 위해서 다음과 같이 가정한다.

가정 (B)

i) 가정 (A)의 i), ii), iii), iv), v)와 동일하게 가정한다.

ii) 최소수리비용은 c_m이고 교체비용은 c_r이다. 그리고 예방보전비용은 예방보전의 수준을 나타내는 확률변수 θ에 의존한다. 단, θ의 누적분포함수는 $F(\theta)$이고, $\theta \geq 1$이다.

3. 단위시간당 기대비용과 최적의 예방보전 정책

앞의 2장에서 설명한 확장된 Wu와 Clements-Croome의 모형에 대하여 단위시간당 기대비용을 구하고 이를 최소화하는 최적의 예방보전 주기 x^*와 횟수 N^*을 찾는 방법에 대하여 살펴보자.

3.1 단위시간당 기대비용

확장된 예방보전모형에 대한 단위시간당 기대비용은 Wu와 Clements-Croome (2005)의 결과를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C_{EWC}(x,N) = \frac{1}{Nx}\left\{c_m \sum_{k=1}^{N} \int_0^x \left(\int_1^\infty \theta dF(\theta)\right)^{k-1} h(t)dt + (N-1)c_p(\mu_\theta) + c_r\right\}, \tag{3.1}$$

여기서, $c_p(\mu_\theta)$는 예방보전비용으로써 예방보전의 수준을 비용에 반영하기 위해서 μ_θ의 감소함수라고 가정한다. 단, $\mu_\theta = \int_1^\infty \theta dF(\theta)$이다. 예를 들어 Park과 Jung (2002)에서와 같이 다음과 같은 형태의 예방보전비용을 고려할 수 있을 것이다.

$$c_p(\mu_\theta) = c_0 + c_1(\mu_\theta)^{-1} \tag{3.2}$$

또는

$$c_p(\mu_\theta) = c_0 + c_1 \exp\{-\mu_\theta\}. \tag{3.3}$$

만약, 식 (3.2)와 같은 형태의 예방보전비용을 고려한다면 식 (3.1)의 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$C_{EWC}(x,N) = \frac{1}{Nx}\left\{c_m \sum_{k=1}^{N} \int_0^x \left(\int_1^\infty \theta dF(\theta)\right)^{k-1} h(t)dt + (N-1)\left(c_0 + c_1\left(\int_1^\infty \theta dF(\theta)\right)^{-1}\right) + c_r\right\}. \tag{3.4}$$

위의 식 (3.4)에서 $c_1 = 0$이면 Wu와 Clements-Croome (2005)의 모형에 대한 단위시간당 기대비용인 식 (2.1)과 동일해 짐을 알 수 있다.

3.2 최적의 예방보전 정책

확장된 예방보전모형에 대한 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 예방보전주기 x^*와 횟수 N^*를 찾는 방법은 Nakagawa (1988) 또는 Wu와 Clements-Croome (2005)의 결과를 이용하면 된다. 즉, 다음의 식 (3.5)와 (3.6)을 동시에 만족하는 x와 N을 찾으면 이것이 최적의 예방보전 주기와 횟수가 된다.

$$\int_0^x \left\{(N-1)h_N(t) - \sum_{k=1}^{N-1} h_k(t)\right\}dt < \frac{c_r - c_p(\mu_\theta)}{c_m} \le \int_0^x \left\{Nh_{N+1}(t) - \sum_{k=1}^{N} h_k(t)\right\}dt \quad (3.5)$$

$$\sum_{k=1}^{N-1}\left\{xh_k(x) - \int_0^x h_k(t)dt\right\} = \frac{(N-1)c_p(\mu_\theta) + c_r}{c_m} \quad (3.6)$$

4. 수치적 예

본 논문에서 고려된 예방보전모형에 대한 최적의 보전정책을 설명하기 위해서 시스템의 고장시간 T가 척도모수(scale parameter)가 1인 와이블분포(Weibull distribution)를 한다고 가정하자. 즉, 가정된 시스템의 고장률함수는 $h(t) = \beta t^{\beta-1}$이 된다. 그리고 예방보전의 수준인 θ는 Wu와 Clements-Croome (2005)의 논문에서와 동일하게 다음과 같은 분포함수를 갖는 균등분포(uniform distribution)를 한다고 가정하자.

$$F(\theta) = \begin{cases} \dfrac{\theta}{u-1}, & 1 \le \theta \le u \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

그리고, 식 (3.2)의 예방보전비용을 고려한다면 구하고자 하는 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 된다.

$$C_{EWC}(x, N) = \frac{1}{Nx}\left\{c_m x^\beta \sum_{k=1}^{N} \gamma_k + (N-1)\left(c_0 + c_1\left(\frac{1+u}{2}\right)^{-1}\right) + c_r\right\}, \quad (4.1)$$

여기서 $\gamma_k = \left(\dfrac{1+u}{2}\right)^{k-1}$이다.

이때, 식 (4.1)을 최소화하는 최적의 예방보전 주기와 횟수는 다음의 식 (4.2)와 (4.3)을 동시에 만족하는 값이 된다.

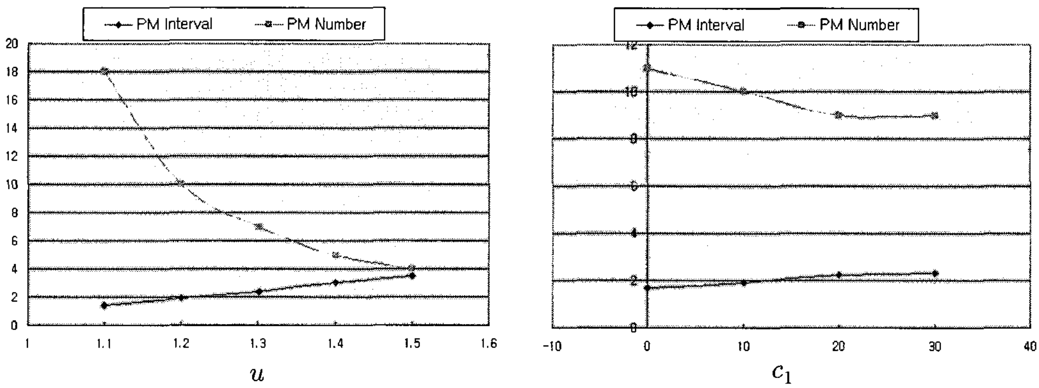
$$(N-1)x^\beta \gamma_N - x^\beta \sum_{k=1}^{N-1} \gamma_k < \frac{c_r - \left(c_0 + c_1\left(\frac{1+u}{2}\right)^{-1}\right)}{c_m} \le Nx^\beta \gamma_{N+1} - x^\beta \sum_{k=1}^{N} \gamma_k \quad (4.2)$$

$$x = \left\{\frac{(N-1)c_p(\mu_\theta) + c_r}{c_m(\beta-1)\sum_{k=1}^{N} \gamma_k}\right\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (4.3)$$

<표 1>은 u와 c의 변화에 따른 최적의 예방보전 주기와 횟수 그리고 그때의 단위시간당 기대비용을 보여주고 있다. 그리고, <그림 1>은 $c_1 = 10$일 때 u의 변화에 따른 최적의 예방보전 주기 x^*와 횟수 N^*의 변화와 $u = 1.2$일 때 c_1의 변화에 따른 x^*와 N^*의 변화를 보여주고 있다. <표 1>과 <그림 1>로부터 c_1값이 고정되어 있을 때 u가 증가하면 N^*는 감소하고, x^*는 증가하며, u값이 고정되어 있을 때 c_1이 증가하면 N^*는 감소하고, x^*는 증가함을 알 수 있다.

<표 1> u와 c_1의 변화에 따른 최적의 예방보전 정책과 단위시간당 기대비용

c_1	u	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0	x^*	1.1148	1.6697	2.2987	2.4583	2.7675
	N^*	21	11	7	6	5
	$C_{EWC}(x^*,N^*)$	116.190	146.645	166.721	181.699	193.485
10	x^*	1.4167	1.9251	2.3725	3.0028	3.5000
	N^*	18	10	7	5	4
	$C_{EWC}(x^*,N^*)$	123.278	151.101	169.913	184.243	195.618
20	x^*	1.6788	2.2033	2.4449	3.0627	3.5509
	N^*	16	9	7	5	4
	$C_{EWC}(x^*,N^*)$	129.131	155.117	173.007	186.441	197.320
30	x^*	1.8734	2.2891	2.8706	3.1220	3.6014
	N^*	15	9	6	5	4
	$C_{EWC}(x^*,N^*)$	134.181	158.715	175.795	188.597	198.998



<그림 1> u와 c_1의 변화에 따른 최적의 예방보전 주기 및 횟수의 변화

5. 결론

Wu와 Clements-Croome (2005)는 예방보전의 수준을 고정된 상수가 아닌 어떤 임의의 확률분포를 갖는 확률변수라고 가정하여 새로운 예방보전모형을 제안하였다. 그러나 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형은 예방보전의 수준은 상수가 아닌 확률변수로 고려하였으나, 예방보전의 비용은 예방보전의 수준과는 무관한 고정된 상수로 가정하였다. 따라서, 본 논문에서는 예방보전의 비용도 예방보전의 효과에 의존한다고 가정하여 Wu와 Clements-Croome (2005)의 예방보전모형을 확장하였다. 이러한 확장된 예방보전모형에 대하여 단위시간당 기대비용을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 예방보전 정책을 결정하는 방법에 대하여 수치적 예를 통하여 자세히 살펴보았다.

참고문헌

[1] Canfield, R.V. (1986). Cost optimization of periodic preventive maintenance. *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 35, 78-81.

[2] Lin, D., Zuo, M.J. and Yam, R.C.M. (2000). General sequential imperfect preventive maintenance models. *International Journal of Reliability. Quality and Safety Engineering*, Vol. 7, 253-266.

[3] Malik, M.A.K. (1979). Reliable preventive maintenance scheduling. *AIIE Transactions*, Vol. 11, 221-228.

[4] Nakagawa, T. (1986). Periodic and sequential preventive maintenance policies. *Journal of Applied Probability*, Vol. 23, 536-542.

[5] Nakagawa, T. (1988). Sequential imperfect preventive maintenance policies. *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 37, 295-298.

[6] Wu, S. and Clements-Croome, D. (2005). Preventive maintenance models with random maintenance quality. *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 90, 99-105.

[Received September 2006, Accepted November 2006]