

## 원형 셀을 이용한 Lohmann형 컴퓨터 형성 홀로그램에 관한 연구

서춘수<sup>†</sup> · 정만호

청주대학교 레이저 광정보공학과  
 ㉔ 360-764 충북 청주시 상당구 내덕동 36

(2006년 8월 29일 받음, 2006년 11월 24일 수정본 받음)

일반적으로 Lohmann형 이진 홀로그램에서 홀로그램의 진폭과 위상을 표현할 때 사각 셀이 이용된다. 본 논문에서는 기존의 사각 셀 대신에 원형 셀을 이용하여 진폭과 위상을 표현하는 방법을 시도하였으며, 기존의 사각 셀과 본 논문에서 사용한 원형 셀을 이용하여 구현된 컴퓨터 형성 홀로그램(CGH)의 특성을 비교하기 위하여 컴퓨터 실험과 광학적 실험 데이터를 토대로 재생된 결과를 비교 분석하였다. 실험 결과 원형 셀을 여러 픽셀로 나눌 경우 보다 뚜렷한 재생상을 얻을 수 있었으며, 원형 셀이 사각 셀 보다 균일할 재생상을 얻는 측면에서는 다소 차이가 있었으나 재생시에 원형 셀이 사각 셀 보다 더욱 밝은 재생상을 얻을 수 있었다.

주제어 : CGH, Lohmann-type binary hologram, Rectangular cell, Circular cell.

### I. 서 론

오늘날 기술의 빠른 발달로 인하여 인터넷의 보급과 인구 증가에 따른 정보의 보안은 점점 더 중요시 되고 있다. 정보의 보안이 중요한 문제로 대두됨과 동시에 그 이면에는 정보의 위변조 및 도용 등이 늘어나는데 이를 방지하기 위해 개인 신분증, 현관문 또는 자동차, 제품 고유의 마크 등에 홀로그램<sup>[1-2]</sup>을 많이 사용하는데 특히 컴퓨터 형성 홀로그램(CGH)<sup>[3-5]</sup>이 많이 사용되고 있는 추세이다.

CGH는 코딩하는 방법에 따라 cell-oriented CGH<sup>[6,7]</sup>과 point-oriented CGH<sup>[6,8]</sup>, fringe-oriented CGH<sup>[9]</sup> 등이 있다. 진폭과 위상에 대한 복소수치 데이터를 정의된 크기와 위치의 직사각형들로 변환하는 방법이 cell-oriented CGH이며 이진화된 데이터를 사각형들로 변환하여 정해진 배열 내에 위치시키는 방법을 point-oriented CGH라 한다. fringe-oriented CGH는 변환된 이진 데이터에 대응되는 무늬를 표현하는 것이다.

본 논문에서는 cell-oriented 코딩 방식인 Lohmann형 이진 홀로그램에 대해 논의하고, 일반적으로 이진 홀로그램에 사용되는 사각 셀<sup>[6,10,11,12]</sup> 대신 원형 셀<sup>[13]</sup>을 사용하였을 때 어떤 결과가 나오는지 비교, 분석하였다. 본 논문에서는 또한 사각 셀과 원형 셀 방식에 의한 이진 홀로그램을 코딩한후 기존의 사각 셀과 본 논문에서 시도한 원형 셀을 이용하여 구현된 CGH의 특성을 비교하기 위하여 컴퓨터 실험과 광학적 실험 데이터를 토대로 재생된 결과를 비교-분석하였다.

### III. 사각 셀을 이용한 Lohmann형 이진 홀로그램

일반적인 Lohmann형 이진 홀로그램의 기본 이론을 전개하고 이를 바탕으로 사각 셀과 원형 셀의 수식의 차이점을 후반부에 기술하기로 한다. 그림 1은 이진 홀로그램의 제작

과 재생도를 나타내고 있다. 그림 1(a)은 물체  $O(x, y)$ 에 대한 홀로그램  $H(x_0, y_0)$ 을 제작하는 과정으로 홀로그램면에 물체 파의 복소진폭과 기준파인 기울어진 평면파  $\exp(i2\pi x_i x_0)$ 가 함께 입사되고 있다. 여기서  $x_0, y_0$ 는 각각  $x_0 = \frac{x}{\lambda f}$ ,  $y_0 = \frac{y}{\lambda f}$ 의 값을 가지며 이는 홀로그램면에서의 공간주파수를 의미한다. 물체면과 홀로그램면 사이에 위치한 렌즈  $L_1$ 은 기울어진 평면파를 만드는데 사용된다. 그림 1(b)는 제작된 홀로그램에 재생파인 기울어지지 않은 평면파를 입사시켜 물체의 재생 영상  $O(x', y')$ 을 얻는 과정을 나타내고 있다. 여기서 두 번째 렌즈  $L_2$ 는 복소진폭의 2차원 후리에 변환인  $O(x', y')$ 을 만든다.

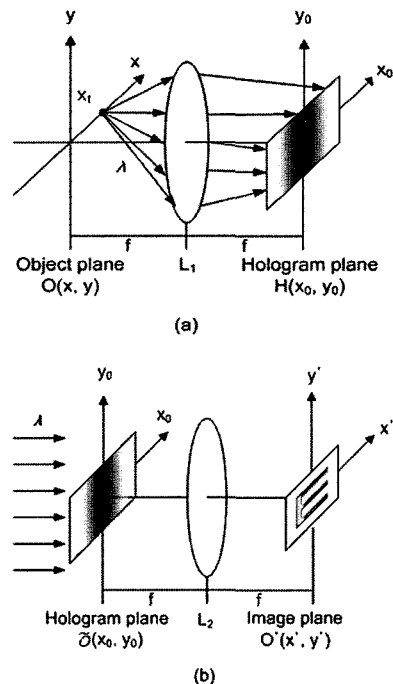


그림 1. 이진 홀로그램의 제작 및 재생 장치도.

<sup>†</sup> E-mail: manho@cju.ac.kr

$$O'(x', y') = \int \int \tilde{O}(x_0, y_0) \exp(-i2\pi(x'x_0 + y'y_0)) dx_0 dy_0 \quad (1)$$

여기서 복소진폭  $\tilde{O}(x_0, y_0)$ 는 기울어지지 않은 평면파가 이진 홀로그램  $H(x_0, y_0)$ 에 입사된 값으로 이진 함수  $H(x_0, y_0)$ 와  $\tilde{O}(x_0, y_0)$ 는 식(2)의 관계 식으로 표현된다.

$$\tilde{O}(x_0, y_0) = const H(x_0, y_0) \cdot \exp(i2\pi x_i x_0) \quad (2)$$

재생시에 홀로그램  $H(x_0, y_0)$ 로부터 회절되어 나오는 복소진폭을  $h(x', y')$ 이라 하면 상면에서는 재생영상  $O'(x', y')$ 로 표현된다. 따라서  $h(x', y')$ 는 식(3)에서와 같이  $O'(x', y')$ 에 비례한다. 홀로그램면에서의 실제 진폭은 계산상의 진폭과 같지 않고 비례하는 관계를 갖기 때문에 *const* 라는 상수로 표시된다.

$$h(x', y') = const O'(x', y') \quad (3)$$

사각 셀의 구조를 갖는 Lohmann형 이진 홀로그램의 경우  $h(x', y')$ 는 식(4)와 같이 표현된다.

$$h(x', y') = rect\left(\frac{x'}{\Delta x'}\right) rect\left(\frac{y'}{\Delta y'}\right) \times \int \int H(x_0, y_0) \exp(i2\pi(x'x_0 + x_i x_0 + y'y_0)) dx_0 dy_0 \quad (4)$$

$$rect(z) = \begin{cases} 1 & \text{for } |z| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

그림 2에 사각 셀의 구조 및 진폭과 위상을 표현하는 방식을 나타내었다. 그림 2에서 크기가  $\Delta x_0 \times \Delta y_0$ 인 정사각형 영역을 셀이라 부르며 각각의 표본화된 점이라 할 수 있다.  $\tilde{O}(x_0, y_0)$ 는 격자 각각의 점들에서 일련의 복소변수인  $\tilde{O}(\frac{m}{\Delta x}, \frac{n}{\Delta y})$ 의 조합으로 설명될 수 있으므로 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\tilde{O}(x_0, y_0) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \tilde{O}(\frac{m}{\Delta x}, \frac{n}{\Delta y}) \text{sinc}(x_0 \Delta x - m) \text{sinc}(y_0 \Delta y - n) \quad (6)$$

결국 홀로그램면에서 계산된 복소진폭은 물체파의 이산 후리에 변환이 되고 이것을 다시 후리에 변환하면 본래의 상이 얻어지게 된다. 이렇게 하여 기록된 Lohmann형 이진 홀로그램을 그림 3에 표시하였다. 이 홀로그램은 64×64입력 영상에서 한 개의 셀을 8×8픽셀로 하여 얻어진 진폭과 위상을 기록한 것이다.

### III. 원형 셀을 이용한 Lohmann형 이진 홀로그램

원형 셀을 이용한 Lohmann형 이진 홀로그램의 경우에는 원형 셀의 크기로 복소진폭의 절대값을 결정하고 원형 셀의

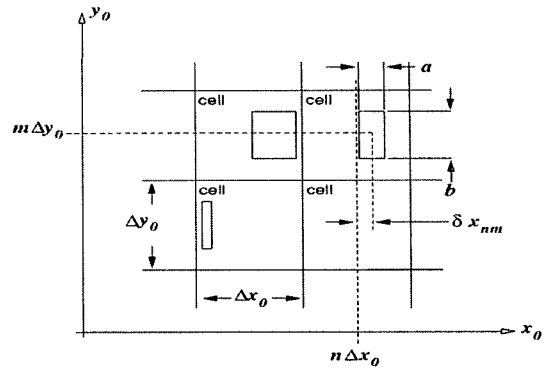


그림 2. Lohmann형 이진 홀로그램의 사각 셀의 진폭과 위상 표현 방식.

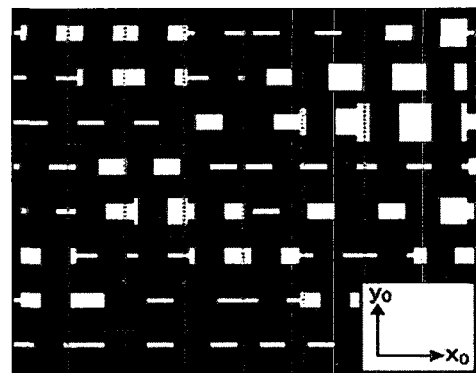


그림 3. 8개의 셀을 각각 8×8의 균등한 픽셀로 나누어 진폭과 위상을 기록한 Lohmann형 이진 홀로그램.

위치 이동으로 위상을 나타낸다. 원형 셀을 적용하기 위해 식(4)에 표현된 것과 같이 사각 셀 영역의 유한 크기를 갖도록 하는 조건을 식(7)과 식(8)에서 처럼 원형의 유한 크기를 갖도록 영역만 제한하면 된다.<sup>[13]</sup>

$$h(x', y') = \text{cirde}(x', y') \times \int \int H(x_0, y_0) \exp(i2\pi(x'x_0 + x_i x_0 + y'y_0)) dx_0 dy_0 \quad (7)$$

$$\text{cirde}(x', y') = \begin{cases} 1 & \text{for } x'^2 + y'^2 \leq r^2 \\ 0 & \text{for otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

다시 말해 사각 셀을 반경이  $r$  인 원형 셀로 대체만 하면 된다. 이 고찰은 파면에 접하는 각 점이 새롭게 발산하는 점 광원이 된다는 호이겐스 프레넬 원리와 일치한다. 그림 4과 같이 원형 셀의 진폭은 원형 셀의 반경  $r$  로 표시하였으며 위상은 셀의 중심으로부터의 위치  $\delta x_{mn}$ 으로 표시하였다.

따라서 원형 셀 홀로그램면 상의 홀로그램  $H(x_0, y_0)$ 을 진폭과 위상 성분으로 나타내면 식(9)와 같이 된다.

$$H(x_0, y_0) = A(x_0, y_0) e^{i\phi(x_0, y_0)} \quad (9)$$

진폭 스펙트럼을 통해 보면 식(9)의  $A(x_0, y_0) = A_{mn}$ 이 되며, 이때  $m = 1, 2, \dots, M$ 이며  $n = 1, 2, \dots, N$ 이다. 진폭의 최대 값을

$A_{max}$  라 하면 원형 셀의 반경  $r$  은 식(10)을 사용하여 구할 수 있다. 이때  $\Delta x_{0A}$ 는 그림 4에 나타난  $\Delta x_0$ 의 진폭 성분이다.

$$r = \frac{A_{min}}{A_{max}} \Delta x_{0A} \quad (10)$$

이와 마찬가지로 위상 스펙트럼을 통해 보면 식(9)의  $\Phi(x_0, y_0) = \Phi_{mn}$ 이 되며, 이때  $m = 1, 2, \dots, M$ 이며  $n = 1, 2, \dots, N$ 이다. 위상의 최대값은  $2\pi$ 이므로 원형 셀의 위치  $\delta x_{mn}$ 은 식(11)을 사용하여 구할 수 있다. 이때  $\Delta x_{0\phi}$ 는 그림 4에 나타난  $\Delta x_0$ 의 위상 성분이다.

$$\delta x_{mn} = \frac{\Phi_{mn}}{2\pi} \Delta x_{0\phi} \quad (11)$$

식(10)과 (11)에 나타난 값  $\Delta x_{0A}$ 은 원형 셀의 면적을 그릴 때 사용된 점의 최대 갯수이며,  $\Delta x_{0\phi}$ 는 최대 위상 값을 갖는 홀로그램의 셀을 표현하는데 필요한 점의 개수이다. 본 연구에서는 이들의 값을 각각 15와 10으로 하였다.

#### IV. 제작 실험 및 결과

그림 5는 컴퓨터 모의실험에 사용되었던 입력 영상으로 컴퓨터를 사용하여 직접 제작한 것이다. 모의실험에 사용된 입

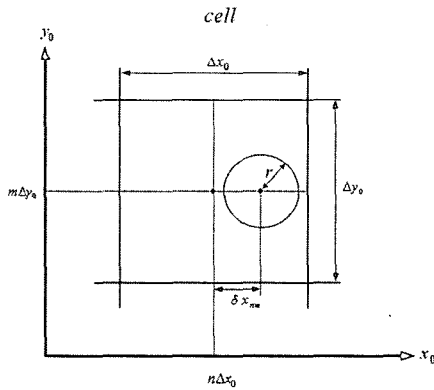


그림 4. Lohmann형 이진 홀로그램의 원형 셀의 진폭과 위상 표현 방식.

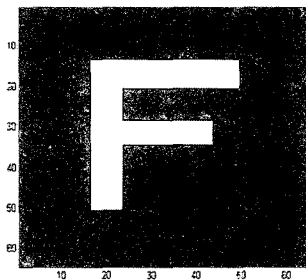


그림 5. 컴퓨터 실험을 위한 64\*64 픽셀의 1BPP(bit per pixel) 입력 영상 F.

력 영상은 모두 64×64 픽셀의 1BPP(bit per pixel) 영상이기 때문에 선명한 이미지를 얻기 위해 컴퓨터의 한 픽셀을 검은 색과 흰색으로 표현하였다.

제작된 Lohmann형 이진 홀로그램을 SLM(spatial light modulator)에 입력하여 재생하기 위한 장치도를 그림 6에 나타내었다.

그림 7은 한 셀을 4×4 픽셀로 나눈 것으로 사각 셀과 원형 셀에 대한 홀로그램의 재생상을 보여주고 있으며, 그림 8는 각각의 사각 셀과 원형 셀에 대한 재생상의 3차원 세기 분포를 표현하고 있다. 또한 그림 9은 사각 셀과 원형 셀로 만든 홀로그램을 SLM에 입력한 후 레이저를 사용하여 재생한 결과이다.

그림 10, 11, 12는 한 셀을 8×8 픽셀로 나누어 컴퓨터로 재생한 상과 3차원 세기 분포, 그리고 레이저로 재생한 상을

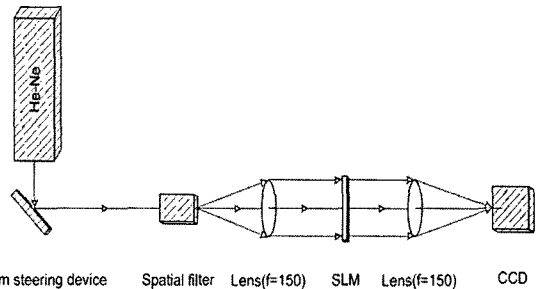
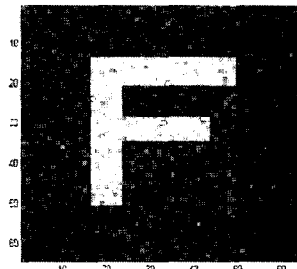
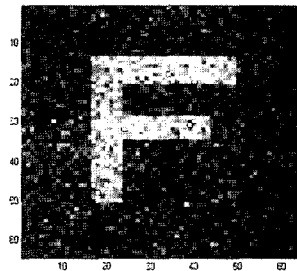


그림 6. Binary detour phase holograms을 재생하기 위한 실험 장치도



(a) Rectangular cell



(b) Circular cell

그림 7. 입력 영상 F의 컴퓨터 재생 결과, 1 cell=4\*4 pixel.

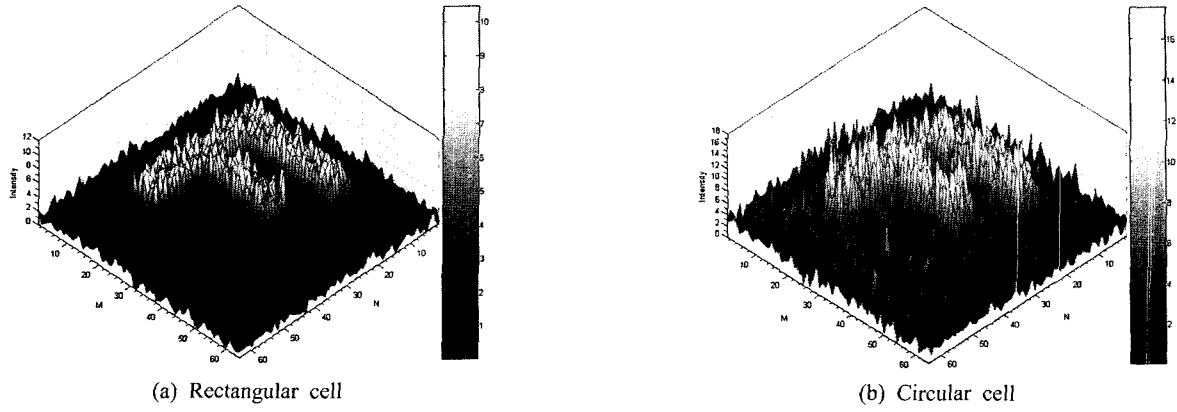


그림 8. 입력 영상 F의 3차원 광세기 분포도, 1 cell=4\*4 pixel.



그림 9. 입력 영상 F의 광학적인 재생 결과, 1 cell=4\*4 pixel.

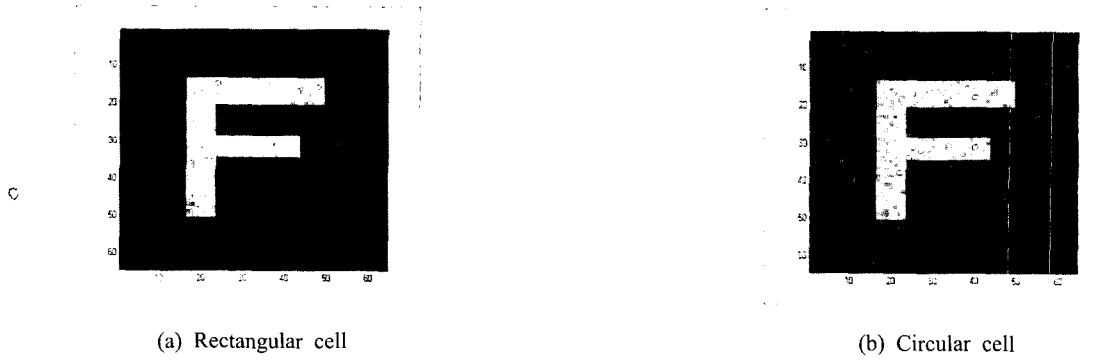


그림 10. 입력 영상 F의 컴퓨터 재생 결과, 1 cell=8\*8 pixel.

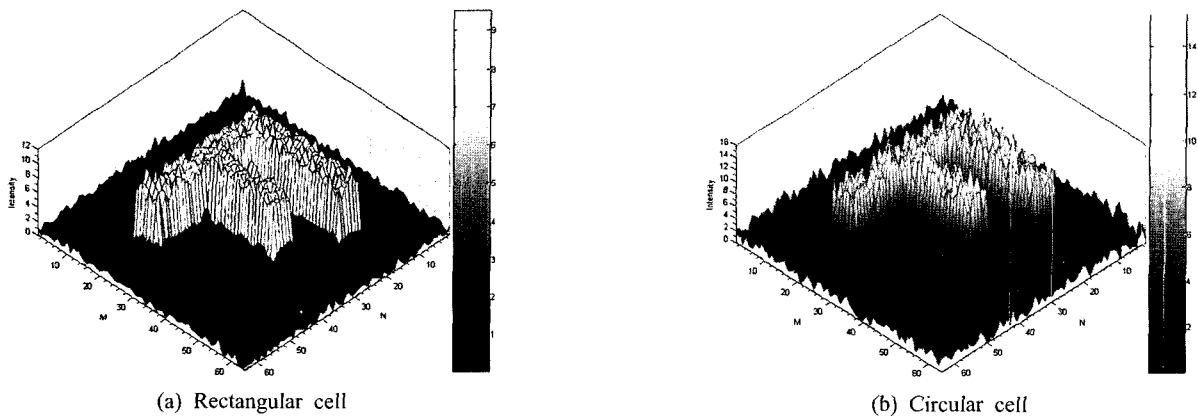


그림 11. 입력 영상 F의 3차원 광세기 분포도, 1 cell=8\*8 pixel.



그림 12. 입력 영상 F의 광학적인 재생 결과, 1 cell=8\*8 pixel.



그림 13. 입력 영상 F의 컴퓨터 재생 결과, 1 cell=16\*16 pixel.

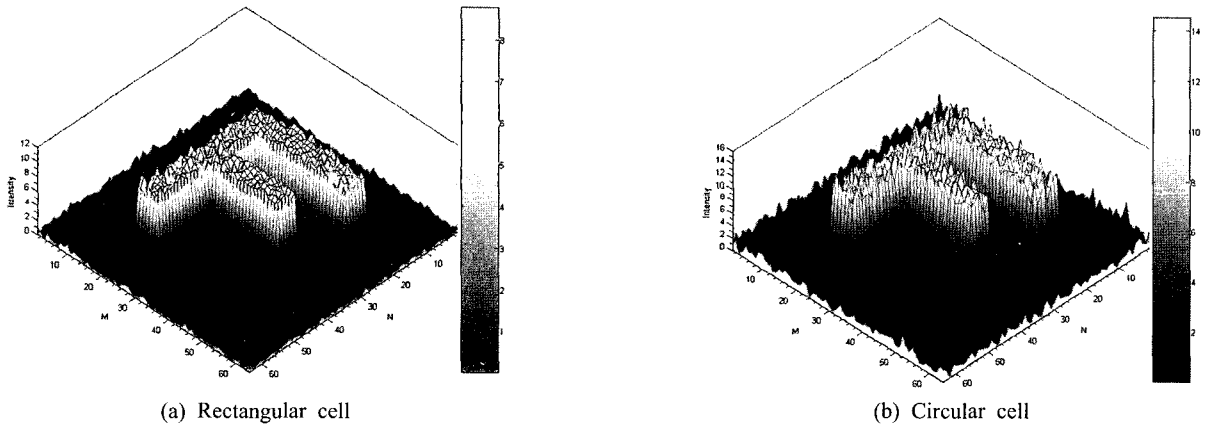


그림 14. 입력 영상 F의 3차원 광세기 분포도, 1 cell=16\*16 pixel.

보여주고 있다.

그림 13, 14은 한 셀을 16×16 픽셀로 나눈 64×64 픽셀의 영상에 대해 컴퓨터로 재생한 상과 3차원 세기 분포를 보여주고 있다. 이들 그림을 분석한 결과 한 셀을 16×16 픽셀로 나눈 64×64 픽셀의 영상에 대해서는 레이저로 재생된 상을 볼 수가 없었으며 이는 SLM에 입력할 수 있는 영상의 최대 크기는 800×600 픽셀로 한정되기 때문이라고 판단된다.

본 논문에서 모의실험에 사용되는 입력 영상은 64×64 픽셀의 IBPP 영상을 사용하였으며 하나의 셀은 4×4, 8×8 및 16×16의 픽셀로 나누어 물체의 진폭과 위상을 각각 기록하였다. 사각 셀의 경우 크기를 결정할 때 한 셀의 반을 쪽으로 설정하고 물체파의 진폭으로 세로 높이까지 표현하였으며 위상을 사용하여 셀의 중심에서 사각 셀의 좌우 움직임을 나타내었다. 원형 셀의 경우에는 한 원의 반지름은 항상 일정하므로 물체파의 진폭을 사용하여 원의 넓이를 표현하였고 위상을 사용하여 셀의 중심에서 원형 셀의 좌우 움직임을

나타내었다. 후리에 변환된 물체의 진폭이 중앙에 집중되는 것을 막기 위하여 임의 위상을 물체에 곱해주어 밝은 재생상을 얻었다.

이상의 실험 결과를 전체적으로 분석해 볼때, 사각 셀과 원형 셀을 사용하여 컴퓨터로 코딩한 홀로그램을 재생할 경우 한 셀을 여러 픽셀로 나눌수록 전체적으로 재생되는 상의 밝기가 균일해졌음을 알 수 있다. 또한 한 셀을 적은 픽셀로 나누어 재생한 상과 여러 픽셀로 나누어 재생한 상의 3차원 세기 분포를 비교해 보면 광 세기축의 값이 크게 나왔는데 이것은 소수의 진폭만이 들쭉날쭉하게 커지기 때문이다. 즉, 한 셀을 여러 픽셀로 나누어 재생한 상을 보면 상의 최대 세기는 작지만 전체적인 세기가 균일해져 재생되는 상의 밝기가 더 균일하게 나온 것이다. 또한 위상으로 셀의 위치를 표현할 때 셀의 위치 이동범위가 확대되어 픽셀의 미세한 부분까지 포함함으로써 더 정확한 재생상을 얻을 수 있었다.

사각 셀과 원형 셀을 사용하여 컴퓨터로 코딩한 홀로그램

의 재생상을 비교해 보면 사각 셀의 경우 원형셀에 비하여 다소 향상된 균일한 재생상을 얻을 수 있었다. 이와 같이 사각셀이 원형셀 보다 균일도가 높게 나온 이유는 픽셀 영역을 포함하는 사각 셀이 원형셀 보다 정확하게 해당 픽셀을 포함하기 때문이며 이는 컴퓨터 픽셀을 확대해 보면 확인할 수 있다. 반면에 원형 셀의 경우에는 사각셀에 비하여 재생상의 세기면에 있어서는 보다 더 큰 값을 얻었다. 이와 같이 원형 셀이 사각셀 보다 재생상의 밝기가 높게 나온 이유는 원형 셀은 사각셀 보다 전체적으로 픽셀을 더 많이 포함하기 때문인 것으로 판단된다. 밝은 재생상을 얻기 위하여 물체에 임의의 위상을 곱해주었는데 이 과정에서 글자부분 이외의 부분까지 임의의 위상이 곱해져 재생 시 글자 이외의 부분에게까지 잡음이 생기게 되었다.

## V. 결 론

본 논문에서는 Lohmann형 이진 홀로그램을 만들기 위해 기존의 사각셀 대신에 원형셀을 사용하였다. 원형셀의 특성을 분석하기 위하여 기존의 사각 셀과 원형 셀을 사용한 이진 홀로그램을 제작하였으며 컴퓨터 모의실험과 광학실험을 통하여 이들의 결과를 비교 분석하였다. 실험 결과 한 셀을 여러 픽셀로 나누면 보다 뚜렷한 재생상을 얻게 되고 사각 셀을 사용할 경우 균일한 재생상을 얻을 수 있으며 원형 셀을 사용할 경우에는 더 밝은 재생상을 얻을 수 있었다. 사각 셀이 원형셀 보다 균일도가 높게 나온 이유는 픽셀 영역을 포함하는 사각 셀이 원형셀 보다 정확하게 해당 픽셀을 포함하기 때문이며 반면에 원형셀이 사각셀 보다 재생상의 밝기가 높게 나온 이유는 원형셀의 경우 사각셀 보다 전체적으로 픽셀을 더 많이 포함하기 때문인 것으로 판단된다. 실험적인 결과를 토대로 사각 셀과 원형 셀의 장점을 CGH에 적용하면 더 나은 홀로그램을 만들 수 있을 것이다. 또한 이진 영상만이 아닌 256 그레이 영상, 더 나아가 자연색 영상을 사용하여 실생활에 응용될 수 있는 CGH에 대한 연구가 지속적으로 진행되어야 할 것이다.

## 참고문헌

- [1] D. Gabor, "A New Microscopic Principle", *Nature*, Vol. 161, pp. 777, (1948).
- [2] E. N. Leith and J. Upatnieks, "Reconstructed Wavefronts and Communication Theory", *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 52, pp. 1123, (1962).
- [3] J. W. Cooley and J. W. Tukey, "An Algorithm for Machine Calculation of Complex Fourier Series", *Math. Comp.*, Vol. 19, pp. 297-301, (1965).
- [4] F. Xu, J. E. Ford and Y. Fainman, "Polarization-Selective Computer Generated Holograms: Design, Fabrication, and Application", *App. Opt.*, Vol. 34, pp. 256-266, (1995).
- [5] O. Bryngdahl, F. Wyrowski, *Progress in Optics XXVIII*.
- [6] B.R. Brown, A. W. Lohmann, *IBM J. Res Develop*, Vol. 13, pp. 160-168, (1969).
- [7] Frank. Wyrowski, Olof. Bryngdahl, *Opt. Soc. Am. A*, Vol. 6, No. 8, pp. 1171-1174, (1989).
- [8] T. Naughton, M. Klima and J. Rott, "Improved Joint Transform Correlator Performance through Spectral Domain Thresholding".
- [9] E.O. Brigham, "The Fast Fourier Transform", *Prentice Hall*, pp. 91-146, (1974).
- [10] P. Hariharan, "Optical Holography: Principles, techniques, and applications", *Cambridge University Press*, Second Edition, (1996).
- [11] B. R. Brown and A. W. Lohmann, *Appl. Opt.*, Vol. 5, pp. 967, (1966).
- [12] A. W. Lohmann and D. P. Paris, *Appl. Opt.*, Vol. 6, pp. 1739, (1967).
- [13] Constantin Danculescu, "Fresnel and Fraunhofer Holograms Generated by Computer Using Circular Binary Mask Techniques", *Bucharest University*, (1997).
- [14] A. W. Lohmann and D. P. Paris, "Binary Fraunhofer Holograms Generated by Computer", *Appl. Opt.*, Vol. 6(10), pp. 1739-1748, (1967).
- [15] D. Hauk and A. Lohmann, *Optik* 15, pp. 275, (1958).
- [16] C. A. Taylor and H. Lipson, "Optical Transforms", (1964).

## A Study on Lohmann Type Computer Generated Holograms Using a Circular Cell

Choon Su Seo<sup>†</sup> and Man Ho Jeong

Department of Laser and Optical Information Engineering, Chongju University, Chongju 360-764, KOREA

<sup>†</sup>E-mail: manho@cju.ac.kr

(Received August 29, 2006, Revised manuscript November 24, 2006)

In general, the Lohmann-type binary hologram represents its amplitude and phase by using the rectangular cell. In this paper, we adapt a circular cell to represent the amplitude and phase of holograms. In order to compare the characteristics of the circular cell with the rectangular one, we analyzed the results based on the computer simulations and various optical experiments. The results show that a clearer reconstructed image can be obtained by dividing one cell into many pixels. In the case of a uniform reconstructed image, the rectangular cell is better than the circular cell. However, as for the brightness of the reconstructed image, the circular cell is better than the rectangular one.