

## 자동차 클러치 디아이어프램 스프링 하중 특성 및 민감도 해석

이 병 수<sup>\*1)</sup>

계명대학교 기계자동차공학부<sup>1)</sup>

## Load Characteristics and Sensitivity Analysis for an Automotive Clutch Diaphragm Spring

Byoungsoo Lee<sup>\*1)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Mechanical and Automotive Engineering, Keimyung University, Daegu 704-701, Korea

(Received 19 March 2005 / Accepted 14. October 2005)

**Abstract :** An analytical solution for deflection-load characteristics of a conical disk spring used especially in the automotive manual transmission clutch applications is proposed in order to take into account the effects of friction and large deformation. The conical disk spring, or the diaphragm spring, has a hinge support, an application point of release load at the tip of the fingers and an application point of clamp load near but inside the outer perimeter of the conical disk spring. The friction coefficient is assumed to be a constant regardless of the speed of deflection and the magnitude of loads. Comparison with experimental shows a good agreement with the analytical prediction. Also, the sensitivity of the clamp load due to variations in the geometrical parameters of the conical disk spring is calculated and discussed.

**Key words :** Automotive clutch(자동차 클러치), Diaphragm spring(다이아프램 스프링), Cone spring(원추형 스프링), Friction(마찰), Deflection-load curve(변위-하중 곡선), Hysteresis(이력), Sensitivity analysis(민감도해석)

### 1. 서 론

원추형 판스프링(conical disk spring)의 응용 분야는 매우 넓다. 그 한 예로 자동차용 수동 변속기의 동력 전달 및 차단용 클러치가 있다. 자동차용 클러치는 클러치 디스크, 클러치 커버, 압력판, 플라이휠, 릴리즈 베어링 그리고 원추형 판스프링의 일종인 디아이어프램 스프링으로 이루어져 있다. 디아이어프램 스프링은 원추형 스프링의 안쪽에 흙을 낸 형태를 취하고 있으며 그 기하학적 형태를 변화시켜 여러 특성의 스프링을 제작할 수 있다(Fig. 1 참조).

클러치용 디아이어프램 스프링의 대표적인 특성 중 변위-하중 특성이 있다. 원추형 판스프링의 변위-하

중에 대한 많은 이론적 해석 결과가 보고 되었지만 Almen과 Laszlo<sup>1)</sup>의 연구 결과가 가장 성공적이다. Almen과 Laszlo는 원추형 판스프링의 변위-하중의 이론적인 상관 관계를 얻었고 현재까지 원추형 판스프링의 표준으로 사용되고 있다. Curti와 Montanini<sup>2)</sup>는 디아이어프램 스프링과 접촉하는 상대재와의 마찰을 고려한 변위-하중 특성의 이론적 해석 결과를 발표하였다. 이들의 연구 결과로 변위-하중 곡선의 이력현상이 마찰 때문임을 알 수 있다. 하지만 변형이 원점과 통과하지 않는 소변형인 경우를 다루고 있어서 대변형일 경우 그 결과가 부정확한 결과를 제시한다는 문제가 있다. 실제로 디아이어프램 스프링의 원뿔모양이 변형을 일으켜 뒤집어지는 대변형을 일으킨다.

\*To whom correspondence should be addressed.  
blee@kmu.ac.kr

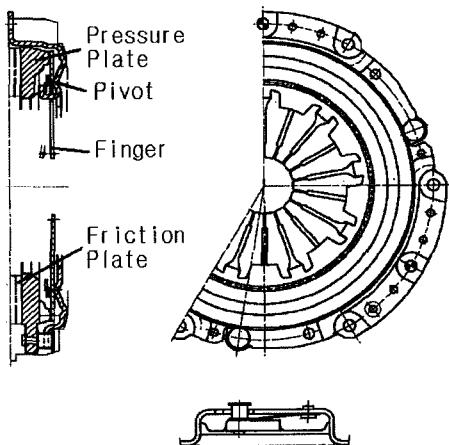


Fig. 1 Mechanism of a clutch used with manual transmissions

앞에서 설명한 연구 결과는 모두 해석적인 것이고 원추형 부분의 변형은 없다는 Timoshenko의 가설에 바탕을 두고 있다. 이러한 이론적인 변형 관계식을 보완하기 위해 유한 요소법을 이용하는 결과도 제시되었다. Lee 등<sup>3)</sup>은 유한 요소법을 이용하여 디아프램 스프링의 하중 특성, 원주 응력 특성, 평거부위의 변위를 수치적으로 구하였다. Doman 등<sup>4)</sup>은 샷피닝에 의한 내부 응력이 디아프램 스프링의 변위-하중 특성에 미치는 연구를 수행하였다. 자동차용 수동 클러치 제작사는 수명 및 특성 개선을 위하여 디아프램 스프링의 샷피닝(shot peening) 처리를 일반적으로 실시한다.

수동변속기용 클러치에 사용되는 디아프램 스프링에는 지지점(pivot)이 있는데 앞에서 언급한 모든 연구는 하중을 가할 때 스프링의 가장자리에 하중을 가하는 조건에서 해석 및 실험을 수행하였다. 이런 조건은 자동차 수동 변속기용 클러치에 사용되는 디아프램 스프링의 일반적인 동작 조건과는 다르다. 자동차 수동 변속기용 클러치의 특성을 이해하기 위해서는 실제 동작 상황과 같은 조건으로 연구를 수행할 필요가 있다.

본 연구에서는 자동차 수동 변속기용 클러치의 디아프램 스프링을 대상으로 하여 변위와 릴리즈 하중, 클램핑 하중과의 관계를 이론적으로 해석하고 실측치와 비교하여 유용성과 정확성을 확인하였다. 대상 디아프램 스프링은 지지점이 원추형 판 스프링 부위의 안쪽 부근에 있고, 릴리즈 하중은 평

거의 끝 부근에, 그리고 클램핑 하중은 원추 부분의 바깥쪽 가장자리 부근에 있으며(Fig. 1 참조), 하중이 작용하는 접촉 부위에서의 마찰도 고려한다. 또한 릴리즈 하중이 작용하는 평거 끝 부분이 원점 평면을 통과하는 대변형을 일으킨다. 이론식이 완성되고 검증된 후에는 디아프램 스프링의 기하학적 설계 파라미터의 하중에 대한 민감도 해석을 수행하여 클러치용 디아프램 스프링 설계 시 치수 공차 및 크기 결정에 필요한 기초 연구를 수행하였다.

## 2. 변위-하중 특성 이론식

이론식을 유도함에 있어서 원추형 판스프링 부분의 변형은 없다는 티모센코의 가설을 수용한다. 그러므로 원추형 판스프링은 Fig. 2와 3에서처럼 지지점(pivot)을 중심으로 회전 운동하며 단면은 회전 변형에도 불구하고 변화가 없다. 반경 방향 응력이 접선 방향 응력과 비교하여 적으므로 무시하고<sup>1)</sup> 하중 접촉 부위의 마찰계수를 하중과 변형 속도와 관계 없는 상수로 가정한다. 이론식의 유도는 다음과 같은 방법으로 수행한다.

지지점에서의 마찰에 의한 우력을 작아서 무시할 수 있다고 가정하며, 하중이 가해지는 릴리즈 베어링 부위와 클러치 디스크 압력판 부위에서 마찰력에 의한 우력이 발생한다. 그리고 대변형에 의한 마찰력의 부호 변경을 고려하였다. 또한 외력에 의한 우력, 원추형 판스프링의 반경 방향 변형에 의한 우

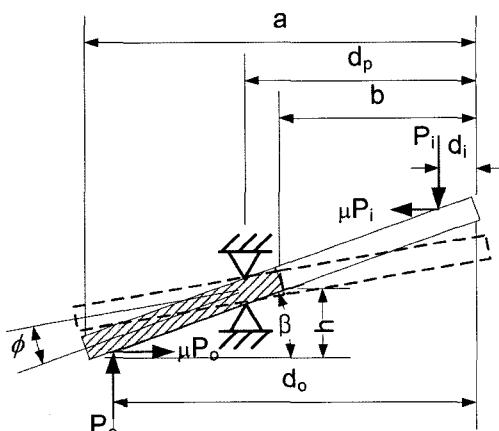


Fig. 2 Schematic of a diaphragm spring in deformation around fixed support or pivot

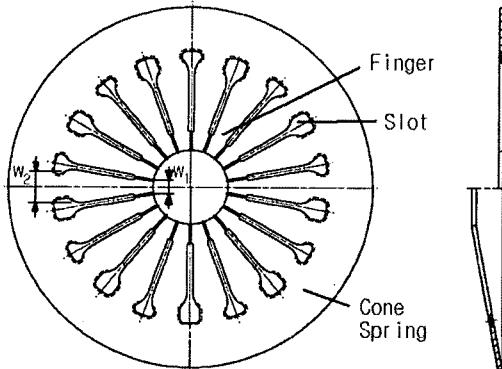


Fig. 3 Diaphragm spring plane view(pivot is located at the circumference around slot)

력 및 곡률 변화에 의한 우력을 계산하고 우력 평형 방정식을 세운다. 릴리즈 베어링 부위의 변위는 원추형 판스프링의 회전에 기인한 변위, 빙거 부분을 단순 지지보로 가정하여 얻은 처짐을 합하여 구한다.

## 2.1. 디어프램 스프링 모멘트 평형식

우선 마찰력에 의한 우력을 구하였다. 우력을 계산할 때 횡방향의 미소 부분에 대한 우력을 얻는다. 그리고 판스프링이 원점을 통과하면 마찰력의 방향이 바뀌므로 방향을 고려하여 절대값을 취하였다. 마찰력은 릴리즈 베어링과 압력판 부위에서 발생하며 그 우력은 각각 다음과 같다.

$$dM_i^* = \pm \frac{\mu P_i}{2\pi d_i} d_i d\theta \left[ |(d_p - d_i) \tan(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \cos(\beta - \phi) \right] \quad (1-1)$$

$$dM_o^* = \pm \frac{\mu P_o}{2\pi d_o} d_o d\theta \left[ |(d_o - d_p) \tan(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \cos(\beta - \phi) \right] \quad (1-2)$$

식 앞의 부호는 로딩/loading)과 언로딩(unloading) 조건에 해당하며 마찰력에 의한 우력은 변형이 작다는 가정을 할 경우  $\cos(\beta - \phi) \approx 1$  및  $\tan(\beta - \phi) \approx \beta - \phi$  관계를 적용하여 다음과 같이 간략하게 쓸 수 있다.

$$dM_i^* = \pm \frac{\mu P_i}{2\pi} d\theta \left[ |(d_p - d_i)(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \right] \quad (2-1)$$

$$dM_o^* = \pm \frac{\mu P_o}{2\pi} d\theta \left[ |(d_o - d_p)(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \right] \quad (2-2)$$

릴리즈 하중 및 클램핑 하중에 의한 우력은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dM_i &= \frac{P_i}{2\pi d_i} d_i d\theta \left[ d_p - d_i - \frac{t}{2} \sin(\beta - \phi) \right] \\ &\approx \frac{P_i}{2\pi} d\theta (d_p - d_i) \end{aligned} \quad (3-1)$$

$$\begin{aligned} dM_o &= \frac{P_o}{2\pi d_o} d_o d\theta \left[ d_o - d_p - \frac{t}{2} \sin(\beta - \phi) \right] \\ &\approx \frac{P_o}{2\pi} d\theta (d_o - d_p) \end{aligned} \quad (3-2)$$

또한 원추형 판스프링의 반경 방향 변형과 곡률 변화에 의한 우력은 다음과 같다.<sup>1,2)</sup>

$$\begin{aligned} dM &= Et d\theta \phi (\beta - \phi) \left( \beta - \frac{\phi}{2} \right) \\ &\quad \left[ \frac{1}{2} (a^2 - b^2) - \frac{(a^2 - b^2)}{\ln a - \ln b} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$dM' = \frac{Et^3 \phi d\theta}{12} \ln \frac{a}{b} \quad (5)$$

앞에서 얻은 기본적인 우력들이 외력에 의한 우력과 평형상태를 이루므로 다음과 같은 평형 방정식을 유도할 수 있다.

$$dM_i + dM_o = dM_i^* + dM_o^* + dM + dM' \quad (6)$$

식을 정리하여 다음과 같이 지지점이 있으며, 하중이 가해지는 부분에서 마찰에 의한 우력이 발생하는 원추형 판스프링의 평형 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{P_i}{2\pi} (d_p - d_i) + \frac{P_o}{2\pi} (d_o - d_p) &= \\ Et \phi (\beta - \phi) \left( \beta - \frac{\phi}{2} \right) \left[ \frac{1}{2} (a^2 - b^2) \right. \\ \left. - \frac{(a^2 - b^2)}{\ln a - \ln b} \right] + \frac{Et^3 \phi}{12} \ln \frac{a}{b} \\ + \sigma \frac{\mu P_i}{2\pi} \left[ |(d_p - d_i)(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \right] \\ + \sigma \frac{\mu P_o}{2\pi} \left[ |(d_o - d_p)(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \text{하중을 가할 때} \\ -1 & \text{하중을 제거할 때} \end{cases}$$

## 2.2 평거 및 압력판 접촉점의 처짐

릴리즈 하중  $P_i$ 에 의한 다이어프램 스프링의 평거 끝 부분의 변위는 다음의 세 변위를 합한 것과 같다. 첫째는 닫힌 원추형 스프링의 각변위에 의한 것으로  $\delta_1 = \phi(d_p - b)$ 이다. 두 번째는 원추형 스프링 부분의 각변위에 의한 평거 부분의 변위로  $\delta_2 = \phi(b - d_i)$ . 세 번째는 릴리즈 하중에 의한 평거의 처짐  $\delta_3$ 이며, 세 변위를 더하여 릴리즈 하중에 의한 평거와 릴리즈 베어링의 접촉부위의 변위  $\delta$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \delta_i &= \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \\ &= \phi(d_p - d_i) \\ &+ \frac{4(1-\nu^2)}{E} K(\lambda) \frac{(b-d_i)}{t^3} \frac{P_i}{nw_2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} K(\nu) &= \frac{3}{2} \frac{1}{1-\lambda} \\ &\left[ 3 - \frac{2}{1-\lambda} \left( 1 + \frac{\lambda^2}{1-\lambda} \ln \lambda \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

그리고  $\nu$ =프와송비,  $E$ =영율,  $n$ =평거 갯수,  $\lambda = w_1/w_2$ 이며 평거의 끝 부분의 폭과 뿌리 부분의 폭의 비이다.

압력판 접촉부의 클램핑 하중  $P_o$ 에 의한 압력판과의 접촉부위 변위  $\delta_o$ 는 원추형 부분의 변형은 없다는 Timoshenko의 가설과 오직 원추형 스프링의 각변위에 기인한다고 가정하여 다음과 같이 구한다.

$$\delta_o = \phi(d_o - d_p) \quad (10)$$

## 2.3 클램핑 하중

클램핑 하중은 클러치의 다이어프램 스프링이 압력판에 작용하는 힘이다. 릴리즈 하중이 없을 경우의 클램핑 하중은 모멘트 평형식인 식 (7)에서 릴리즈 하중을 영으로 놓아 구할 수 있다. 즉,  $P_i = 0$ 으로 놓고  $P_o$ 에 대해 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} P_o &= \frac{Et\phi(\beta-\phi)(\beta-\frac{\phi}{2}) \left[ \frac{1}{2}(a^2-b^2) \right.}{2\pi \left. - \frac{(a-b)^2}{\ln a - \ln b} \right] + \frac{Et^3\phi}{12} \ln \frac{a}{b}} \quad (11) \end{aligned}$$

또한 Fig. 4에서처럼 압력판이 다이어프램 스프링에 접촉할 때를 기준으로 압력판의 변위를  $s_o$ 라 하면

$$s_o = (d_o - d_p)\phi \quad (12)$$

이미 클램핑 하중을 다이어프램 스프링의 각변위  $\phi$  혹은 압력판의 변위  $s_o$ 의 함수로 쓸 수 있다.

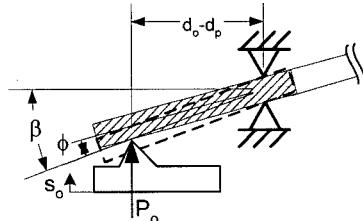


Fig. 4 Pressure plate displacement  $s_o$  and angle  $\phi$

## 2.4 클램핑, 릴리즈 하중(마찰판 쿠션고려)

본 장에서는 마찰판의 쿠션을 고려한 클램핑 하중과 릴리즈 하중 식을 유도한다. 클러치 디스크의 마찰판은 플라이휠과 압력판 사이에서 마찰하며 동력을 전달한다. 운전자가 패달을 놓아 압력판이 클러치 디스크를 눌러 플라이휠과 접촉하게 되는데 이때의 충격을 흡수하기 위해 축방향 탄성을 부여하였다. 쿠션이 압축하여 마찰 표면에 압력을 가하는데 클러치 디스크의 압축량  $x$ 는 (Fig. 5 참조)

$$x = s - s_o = s - (d_o - d_p)\phi \quad (13)$$

이며 축 방향 누름하중은

$$P_o = \begin{cases} P_p(x) & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (14)$$

이다. 여기서  $P_p(x)$ 는 클러치 디스크의 쿠션에 의한 누름 하중으로 압축 변위  $x$  혹은 식 (13)에 의한  $\phi$ 의 비선형 함수이다.

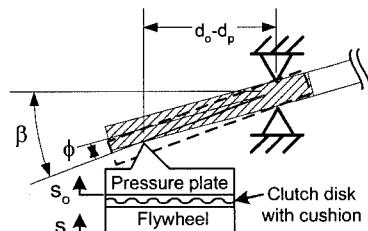


Fig. 5 Pressure plate and clutch disk with cushion

주어진  $x$  혹은  $\phi$ 에 대한 클램핑 하중  $P_o$ 가 결정되면 릴리즈 하중  $P_i$ 를 구하는 식은 모멘트 평형식인 식(7)을  $P_i$ 에 대해 정리하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_i = \frac{P_o \left[ \sigma \mu \left\{ |(d_o - d_p)(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \right\} - (d_o - d_p) \right]}{d_p - d_i - \sigma \mu \left\{ |(d_p - d_i)(\beta - \phi)| + \frac{t}{2} \right\}} \quad (15)$$

### 3. 실험과 검증

앞 장에서 구한 클램핑 하중과 변위, 릴리즈 하중과 변위 이론식의 정확성을 검증하기 위해서 실험을 수행하였다. 시험 방법은 다음과 같다. 양산되는 클러치를 택하여 압력판을 장착하면서 압력판의 축 방향 변위와 그에 따른 클램핑 하중을 측정하였다. 이는 쿠션이 없는 클러치 디스크를 사용하고 플라스틱을 변위시키는 것과 같다. 채택된 클러치는 현대자동차의 베르나에 채용되는 클러치로 모델번호는 LC-15S/D이며 그 사양은 Table 1과 같다.

Table 1 Parameter values for LC-15S/D clutch

파라미터	값
$E$	$2 \times 10^{11}$
$\nu, \mu$	0.3, 0.2
$a, b$	$98 \times 10^{-3}, 73.1 \times 10^{-3}$
$t$	0.00225
$\beta$	10.9°
$d_o, d_i$	$93.75 \times 10^{-3}, 24 \times 10^{-3}$
$d_p, d_c$	$75 \times 10^{-3}, 24 \times 10^{-3}$
$w_1, w_2$	$7.3 \times 10^{-3}, 14.5 \times 10^{-3}$
$n$	18

실측한 변위-클램핑 하중 특성 곡선은 Fig. 6에 주어졌다. 수평축은 압력판의 상대변위 값이고 수직 축은 압력판에 가해지는 다이어프램 스프링의 클램핑 하중이다. 그래프에서 볼 수 있듯이 하중 특성은 매우 비선형적이며 하중을 가하거나 제거할 때 마찰에 의한 이력 특성을 보인다. 곡선의 윗부분은 하중을 가할 때, 아래 부분은 하중을 제거할 때에 해당한다.

이론식의 정확성을 검증하기 위해 이론식에 의한 예측 결과를 측정치와 비교하였다. 측정치 중에서 변위에 대해서는 압력판이 다이어프램 스프링과 접

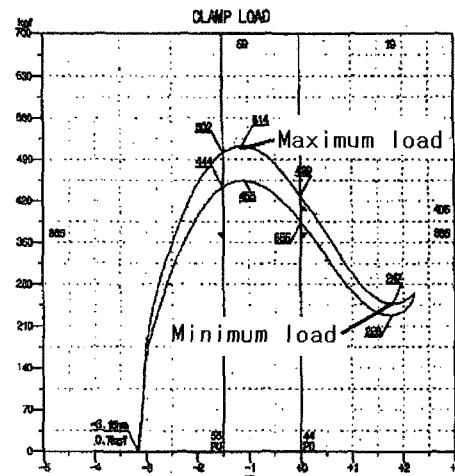


Fig. 6 Clamping load and pressure plate travel

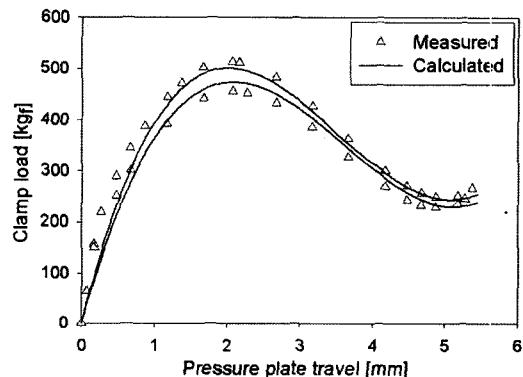


Fig. 7 Clamping load characteristics

축하는 위치를 영으로 하여 변환하였다. 다이어프램의 각변위  $\phi$ 를 선정하면 식(11)로  $P_o$ 를, 식(10) 혹은 (12)로는 압력판의 변위를 구한다. 여러 가지의  $\phi$ 에 대해 계산을 반복하여 Fig. 7의 그래프를 얻는다.

실측치와 계산 값의 비교 그래프인 Fig. 7을 살펴보면 이론값이 실측치에 매우 근사하다는 것을 알 수 있다. 참고로 릴리즈 하중은, 다이어프램의 각변위  $\phi$ 를 선정하면, 앞에서 구한  $P_o$ 값을 식(15)에 대입하여 구하고 릴리즈 베어링의 변위는 식(8)과 (9)에 의해 구할 수 있다.

### 4. 민감도해석

본 장에서는 Fig. 6에서 표시한 클램핑 하중의 최대값(maximum load)과 최소값(minimum load)에 대

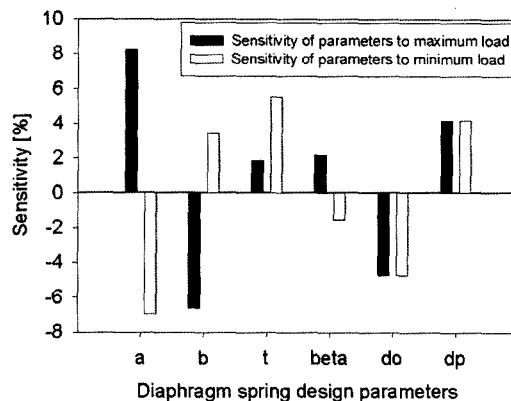


Fig. 8 Sensitivity of chosen parameters to maximum and minimum values of clamping load

한 클러치 기하학적 치수 등의 파라미터에 대한 민감도 해석을 수행하였다. 클램핑 하중의 최대값 및 최소값은 클러치의 동력 전달 특성뿐만 아니라 운전자의 클러치 작동과 관련된 패달 담력에 영향을 미치는 중요한 설계 인자이다.

민감도 해석은 대표적인 설계 파라미터의 공칭 값을 기준으로 이를 미소 변화시킨 후 클램핑 하중의 변동률을 얻는 방법으로 수행하였다. 선택한 파라미터는  $a$ ,  $b$ ,  $t$ ,  $\beta$ ,  $d_o$ ,  $d_p$ 이며 파라미터에 대한 클램핑 하중의 최대값과 최소값의 민감도를 계산하였고 그 결과는 Fig. 8에 있다.

파라미터  $a$ 는 다이어프램 스프링의 최외곽 원의 반지름으로 클러치의 크기를 결정한다. 파라미터  $a$ 의 크기를 크게 하면 클램핑 하중의 최대값은 민감하게 증가하지만 역시 최소값 역시 크게 감소한다는 것을 알 수 있다. 운전자는 하중의 최대값이 클 때 피로감을 많이 느끼게 되며, 최소값이 어느 한도 이상 작아지면 클러치 작동 성능을 저하시킨다. 그러므로 민감도의 특성이 상반되는 다른 파라미터를, 예를 들면  $b$ 를, 변경하여 최대값 혹은 최소값을 조절할 수 있다. 이 뿐만 아니라 두께  $t$ 는 최대값에 대한 민감도가  $a$ ,  $b$ , 혹은  $d_o$ 보다 상대적으로 작으므로 설계 시 더 큰 공차를 부여할 수 있다.

## 5. 결 론

원추형 판 스프링의 특수한 응용 분야인 수동 변속기용 클러치에 사용되는 다이어프램 스프링의 변

위-하중 특성 이론식을 유도하였다. 대상 다이어프램 스프링은 원추형 스프링 내부에 지지점이 있고, 릴리즈 하중은 평거 끝 부근에, 클램핑 하중은 원추 스프링 부분의 바깥 가장자리 부분에 가해진다. 원추형 판스프링은 변형이 없다는 티모센코의 가설을 수용하였고 변형이 원추형 판스프링의 원점 평면을 통과하므로 마찰에 의한 모멘트 식 유도 시 방향의 변동을 고려하였다. 마찰 계수는 접촉 하중, 변형 속도와 무관한 상수로 가정하였다. 모멘트 평형 방정식을 완성하고 클램핑 하중과 변위, 릴리즈 하중과 변위 식을 구하였다.

유도한 이론식의 신뢰성을 검증하기 위해서 현대 자동차의 베르나 차종에 채택된 클러치를 대상으로 계산 결과와 실측값을 비교하였다. 대상 클러치의 클램핑 하중과 변위 측정값과 이론식에 의한 계산 결과는 만족스럽게 일치하였다. 또한 클러치의 대표적 치수에 대한 클램핑 하중의 최대값과 최소값의 민감도 해석을 수행하였다.

## 후 기

본 연구는 2004년도 계명대학교 비사연구기금으로 이루어졌으며 클러치 특성 시험 및 자료 획득에 도움을 준 (주)VPH에 감사한다.

## References

- 1) J. O. Almen and A. Laszlo, "The Uniform-Section Disk Spring," Transactions of the ASME, Vol.58, pp.305-315, 1936.
- 2) G. Curti and R. Montanini, "On the Influence of Friction in the Calculation of Conical Disk Springs," Journal of Mechanical Design, Vol. 121, pp.622-627, 1999.
- 3) C.-Y. Lee, Y. S. Choi, J.-D. Kwon, W. H. Nam and T.-H. Kim, "Finite Element Analysis and Optimal Design of Automotive Clutch Diaphragm Spring," Transactions of the KSME, Vol.24, No.6, pp.1616-1623, 2000.
- 4) Y. Doman, T. Fujii, K. Okubo and H. He, "Influence of Residual Stress on the Load-Deflection Curve of Diaphragm Springs for Automotive Clutches," JASE Review, Vol.24, pp.197-203, 2003.