

2-수준 요인실험에서 주효과 및 교호작용에 대한 효율적인 분석방법 연구

김상익**

* 건국대학교 상경대학 응용통계학과

A Study on Effective Identification Method for Influential Main Effects and Interactions in the 2-level Factorial Designs

Sang Ik Kim**

* Dept. of Applied Statistics, Konkuk University

Key Words : Main Effects, Interactions, Half Normal Probability Plot, Posterior Probability

Abstract

In this paper, an effective method for identifying influential main effects and interactions in the 2-level factorial designs is suggested by exploiting the resolution V designs developed by Kim(1992). For analysis of such designs, we employ the Bayesian approach for easy and clear identification of influential effects in the half normal probability plot.

1. 서 론

인자의 수가 m 개이고, 각 인자의 수준수가 2인 2-수준 요인배치법은 유의한 인자를 선별하는 스크리닝 계획(screening design)이나 품질공학(quality engineering)의 다구찌 계획(Taguchi design) 등 산업현장의 여러 분야에서 사용되는 실험계획의 주요한 기법중의 하나이다. 그러나 인자의 수인 m 이 커짐에 따라 실험을 수행하여 관측값을 얻는 수준조합, 혹은 처리조합(treatment combination)의 개수도 현실적으로 실험수행이 불가능할 정도로 증가하게 된다. 이러한 경우 인자들 간의 무시할 수 있는 교호작용을 상호교락(confounding)시켜 분석하지 않고, 일부의 처리조합만을 선택하여 실험하는 부분실험법(fractional design)이 사용된다.

부분실험법을 설계하는 경우에는 서로 교락시켜

분석에서 제외하고자 하는 교호작용의 수가 많을수록 실험의 크기인 처리조합의 수는 감소하게 된다. 따라서 부분실험을 설계할 때는 먼저 무시할 수 있는 교호작용에 대한 사전 정보가 필수적이라 할 수 있으며, 이러한 사전정보가 없는 경우에는 설계자의 주관적인 판단에 의해 부분실험을 설계하게 된다.

그러나 Neter, Wasserman, and Kuter(1985)에서 자세하게 검토되고 있듯이, 다른 인자와 유의한 교호작용을 갖고 있는 어떤 인자에 대해 주효과만 분석할 경우 분석결과는 심각하게 왜곡될 수 있다. 특히 다구찌 계획에서 사용되는 부분실험법은 일반적으로 모든 교호작용을 무시하고 인자들의 주 효과만을 분석하는 계획이라 할 수 있다. 따라서 교호작용에 대한 사전정보가 없는 경우에는, 주효과 뿐만 아니라 2-인자 교호작용까지 분석할 수 있는 부분실험법의 설계방법과 그에 대한 분석방법이 중요하게 된다.

그리고 부분실험법을 분류하는 방법으로 Box and Hunter(1961)는 해상도(resolution)의 개념을 사용하였으며, 이러한 분류방법에 의하면 주효과와

† 교신저자 sikim@konkuk.ac.kr

※ 이 논문은 2005년도 건국대학교 학술진흥연구비 지원에 의한 논문임.

2-인자 교호작용까지 분석이 가능한 부분실험법은 resolution V 부분실험법에 해당하게 된다.

2-수준계 resolution V 부분실험법을 설계하는 방법에 대해서는 많은 연구가 진행되었으며, 특히 Kim(1992)은 부분균형배열(partially balanced array)을 이용하여 처리조합의 수가 최소가 되는 설계 방법을 제시하였다. 특히 Kim(1992)에 의해 제시된 resolution V 부분실험법에서는 처리조합의 수가 분석하고자 하는 효과들의 수와 같은 포화실험법(saturated design)이 된다. 따라서 이러한 포화실험법에서는 일부 혹은 모든 처리조합에서 반복 실험을 수행하여 2개 이상의 관측값을 얻지 않는 경우에는, 실험오차에 대한 변동량을 구할 수가 없게 되어 일반적인 분산분석의 방법에 의해서는 분석이 불가능하게 된다. 이렇게 반복 관측값이 없는 경우의 2-수준계 포화실험법에 대한 손쉬운 분석방법으로는 정규확률 플롯이 널리 사용된다.

그러나 정규확률 플롯은 주관적인 판단과 함께 분석결과가 왜곡되는 경우가 많이 있을 수 있다는 단점이 있으며(Lenth, 1989), Daniel(1959)과 Zahn(1975)는 정규확률 플롯대신 절반정규확률 플롯(half-normal probability plot)을 사용할 것을 제안하였다. 그러나 Milliken and Johnson(1989)에서 검토되고 있는 것처럼 절반정규확률 플롯은 정규확률 플롯에 비해 효과적인 방법이 되기는 하지만 정규확률 플롯과 유사하게 그림을 통해 시각적으로 분석하게 되므로 주관적인 판단과 함께 유의적인 효과를 식별하는데 어려움이 따르게 된다.

본 연구에서는 2-수준계 실험에서 최소의 실험횟수로 주효과 및 2-인자 교호작용을 분석하는 효과적인 방법으로 Kim(1992)에 의해 제시된 resolution V 부분실험법을 분석하는 방법으로써, Box and Meyer(1986)에 의해 제시된 베이즈 방법(Bayesian method)을 절반정규확률 플롯에 응용하여 객관적이고도 효율적으로 유의한 주효과와 교호작용을 검출하는 방법을 제시하고자 한다.

2. 부분실험법의 설계와 효과 추정

인자의 수가 m 개이고 각각의 인자가 0과 1로 표현되는 2개의 수준을 갖는 2-수준계 실험에서, 인자 혹은 인자의 주효과를 F_i 로, 그리고 인자 F_i 와 F_j 의 교호작용 효과를 F_{ij} , $i, j=1, 2, \dots, m, i \neq j$ 로

표기하고, \hat{F} 을 효과 F 의 추정량을 나타낸다고 하자. 그리고 각 인자의 수준을 $x_i=0$ 혹은 1로 표기할 때, 처리조합은 (x_1, x_2, \dots, x_m) 으로 나타낼 수 있다.

2-수준계 resolution V 부분실험법에서 분석대상이 되는 효과들은 m 개의 주효과와 $m(m-1)/2$ 개의 2-인자 교호작용 효과들이고, 각 효과들은 모두 자유도가 1이므로, 최소의 처리조합의 수는 $k=1+m+m(m-1)/2$ 개가 된다.

Kim(1992)은 다음과 같은 조건을 만족하는 k 개의 처리조합으로 구성되는 식 (2.1)의 부분실험법 T_1 혹은 T_2 는 resolution V 부분실험법이 됨을 보였다.

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_m) \mid \sum_{i=1}^m x_i = 0, \text{ 또는 } \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=1}^m x_i = m-1, \text{ 또는 } \sum_{i=1}^m x_i = 2 \right\} \\
 T_2 &= \left\{ (x_1, x_2, \dots, x_m) \mid \sum_{i=1}^m x_i = m, \text{ 또는 } \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=1}^m x_i = 1, \text{ 또는 } \sum_{i=1}^m x_i = m-2 \right\} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

예를 들어 인자의 수가 $m=4$ 인 경우, 부분실험법 T_1 은 각 인자들의 수준의 합이 0이 되는 한 개의 처리조합과 수준들의 합이 3이 되는 4개의 처리조합, 그리고 수준들의 합이 2가 되는 6개의 처리조합을 합한 $k=11$ 개의 처리조합으로 구성되며, 처리조합을 열벡터(column vector)로 나타내는 경우 식 (2.2)와 같이 표현할 수 있다. 그리고 부분실험법 T_2 도 유사한 방법으로 설계할 수 있게 된다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

특히 Kim(1994)는 식 (2.1)에 의해 설계되는 resolution V 부분실험법 T_1 과 T_2 에서 주효과 F_i 의 추정량 \hat{F}_i 의 분산인 $Var(\hat{F}_i)$ 들과 교호작용 효과 추정량의 분산 $Var(\hat{F}_{ij})$ 들의 값은 동일하고, 각 추정량들의 공분산들은 추정량들의 분산에 비해 무시할 수 있을 정도로 작은 값을 갖게 되는 통계적 성질이 있음을 규명하였다. 따라서 부분실험법 T_1 과 T_2 는 직교실험법(orthogonal design)과 유사한 특징을 갖게 된다.

부분실험법 T_1 혹은 T_2 의 각 처리조합에서 실험을 수행하여 얻어진 관측값들은 서로 독립이고 분산은 σ^2 으로 동일한 정규분포에 따르며, k 개의 관측값들은 y 로 표기할 때 y 의 기대값 $E(y)$ 에 대한 선형모형을 식 (2.3)과 같게 된다.

$$E(\underline{y}) = X\underline{F} \tag{2.3}$$

식 (2.3)에서 \underline{F} 는 $(k \times 1)$ 열벡터로서 한 개의 전체 모평균 μ , m 개의 주효과 F_i , $m(m-1)/2$ 개의 교호작용효과 F_{ij} 로 구성된다. 그리고 X 는 크기가 $(k \times k)$ 인 계획행렬(design matrix)로서 첫 번째 행은 모든 원소가 1로 구성되며 전체 모평균 μ 에 해당한다. 그리고 주효과 F_i 해당하는 행의 원소들은 인자 F_i 가 0(낮은 수준)인 경우에는 -1, 그리고 1(높은 수준)인 경우에는 +1이 된다. 또한 교호작용 F_{ij} 에 해당하는 열은 주효과 F_i 에 해당하는 열과 F_j 에 해당하는 열에서 각 원소끼리 곱하는 방법으로 얻어진다. 예를 들어 $m=4$ 인 경우 식 (2.2)의 T_1 에 대한 계획행렬 X 와 \underline{F} 는 식 (2.4)와 같다.

그리고 T_1 은 resolution V 부분실험법이므로 식 (2.3)의 계획행렬 X 는 정칙행렬(non-singular matrix)이 되어 \underline{F} 에 대한 최소분산불편추정량은 식 (2.5)와 같이 구해진다.

$$\underline{F}' = (\mu, F_1, F_2, F_3, F_4, F_{12}, F_{13}, F_{14}, F_{23}, F_{24}, F_{34})$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

$$\underline{\hat{F}} = (X'X)^{-1}X'y \tag{2.5}$$

예를 들어 <표 1>에는 식 (2.2)에 주어진 부분실험법 T_1 에서 실험점인 각 처리조합에서 관측값을 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램에 의해 생성된 두 종류의 자료가 예시되어 있다. 그리고 각각의 자료를 이용하여 식 (2.5)에 의해 주효과 및 교호작용효과를 추정한 결과는 <표 2>에 요약되어 있다.

<표 1> 부분실험 T_1 의 모의실험 자료

처리조합	자료 I	자료 II
(0,0,0,0)	8.02	10.89
(0,1,1,1)	6.32	4.37
(1,0,1,1)	7.82	11.33
(1,1,0,1)	19.28	16.81
(1,1,1,0)	6.38	13.71
(0,0,1,1)	7.52	10.39
(0,1,0,1)	9.78	3.07
(0,1,1,0)	5.48	2.29
(1,0,0,1)	16.88	10.31
(1,0,1,0)	9.18	8.53
(1,1,0,0)	15.32	17.41

<표 2> 주효과 및 교호작용 효과의 추정값

추정 효과 자료	\hat{F}_1	\hat{F}_2	\hat{F}_3	\hat{F}_4	\hat{F}_{12}	\hat{F}_{13}	\hat{F}_{14}	\hat{F}_{23}	\hat{F}_{24}	\hat{F}_{34}
자료 I	2.3	-0.4	-2.5	0.5	0.3	-2.0	0.15	-0.60	0.70	-0.63
자료 II	3.34	-0.03	-0.42	0.22	2.95	-0.25	0.33	-0.18	0.15	1.00

3. 플롯을 이용한 분석방법

앞에서 언급한 바와 같이 부분실험법 T_1 은 포화 실험법이 되므로, 각 처리조합에서 한 개의 관측값만이 있는 경우, 실험오차의 변동양을 평가할 수 없게 된다. 이러한 경우 무시할 수 있는 효과들의 변동양을 합쳐서 오차변동양을 평가하여, 일반적인 분산분석법을 수행하는 풀링기법(pooling method)이 사용될 수도 있으나, 풀링기법은 통계적으로 많은 문제점이 있는 것으로 알려져 있다(Milliken and Johnson, 1989). 한편 추정량들이 확률적으로 독립적인 성질을 갖는 포화직교계획의 간편한 분석방법으로 널리 사용되는 기법은 정규확률 플롯이며, Montgomery(1991)를 비롯한 많은 실험계획법 교과서에서 소개되고 있다. 이 방법을 간단히 정리하면 다음과 같다.

전체 모평균에 대한 추정량 $\hat{\mu}$ 을 제외한 $(k-1)$ 개의 효과들의 추정값의 순위(rank)를 R_i 라 할 때, 효과 추정값 \hat{F}_i 은 (표현의 편리상 교호작용 효과의 추정값도 \hat{F}_i 으로 표기한다) $S_i = (R_i - 0.5) / (k-1)$ 표본분위수(sample quantile)가 된다. 그리고 $\Phi(x)$

를 표준정규분포의 누적분포라 할 때, $Q_i = \Phi^{-1}(S_i)$ 는 표준정규분포의 S_i 분위수가 되며, (Q_i, \hat{F}_i) , $i = 1, 2, \dots, k-1$ 을 플롯으로 작성한 그림을 정규확률 플롯이라 한다.

그리고 앞에서 언급한바와 같이 식 (2.1)으로 설계되는 부분실험법 T_1 혹은 T_2 에서는 효과추정량들의 분산값이 동일하고 공분산값들이 무시할 수 있을 정도로 작은 값이 된다. 따라서 관측값이 정규분포에 따른다는 일반적인 가정이 성립하는 경우, 효과추정량들은 서로 확률적으로 독립이고 정규분포에 따르는 확률변수의 성격을 갖게 되므로 정규확률 플롯에 의해 손쉽게 분석이 가능하게 된다.

정규확률 플롯에서 대다수의 점들이 직선의 경향을 보이고 일부 점들이 직선에서 멀리 떨어져 있는 경우, 떨어져 있는 점들에 해당하는 효과들이 유의한 효과로 판단하게 된다. 그러나 정규확률 플롯에 의한 분석은 어떠한 점들이 직선을 이루고 있고, 어떤 점들이 직선에서 떨어져 있는가를 판단할 때 주관적일 수 있다.

특히 추정값의 절대값의 크기가 큰 효과들은 유의한 효과가 될 가능성이 크지만, 정규확률 플롯에서는 이러한 효과들은 플롯에서 직선을 식별할 때, 영향력이 큰 점으로 작용하게 된다. 따라서 이런 점들은 왼쪽 혹은 오른쪽 방향으로 직선을 잡아당기는 역할을 하게 되므로 마치 직선상에 위치하는 점으로 잘못 식별되는 경우가 있게 되며, 이러한 경우의 예가 <그림 1>에 나타나 있다.

<그림 1>은 <표 2>에서 자료 I 을 분석하여 추정된 효과들에 대한 정규확률 플롯을 보여주고 있다. <표 2>에서 알수 있는 바와 같이 주효과 \hat{F}_1 과 \hat{F}_3 그리고 교호작용 효과 \hat{F}_{13} 은 절대값이 크므로 유의한 효과일 가능성이 높지만, <그림 1>에서는 모든 점들, 특히 절대값의 크기가 큰 효과들에 해당하는 점들이 직선위에 있는 것으로 나타나고 따라서 유의하지 않은 것으로 판단하게 된다. 이러한 정규확률 플롯의 단점을 보완한 플롯으로 Danial(1959)은 절반정규확률 플롯을 제시하였다.

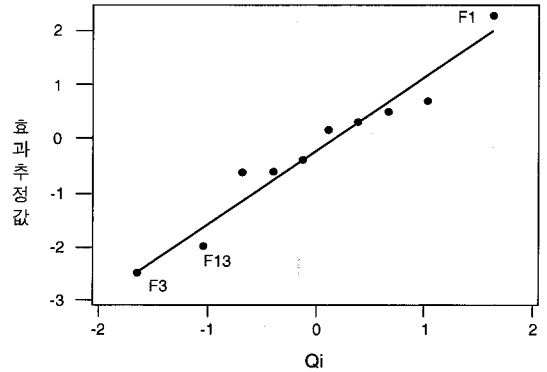
절반정규확률 플롯에서는 효과추정값들의 절대값 $|\hat{F}_i|$ 의 순위(rank)를 R_i^* 라 할때 다음과 같이 Q_i^* , P_i^* , V_i^* 를 구한 후, $(|\hat{F}_i|, V_i^*)$ 을 플롯으로 작성하게 된다. 참고적으로 정규확률 플롯이나 절반정규확률 플롯에서 유의하지 않는 효과들의 점들이 이루고 있

는 직선은 원점을 통과하게 된다.

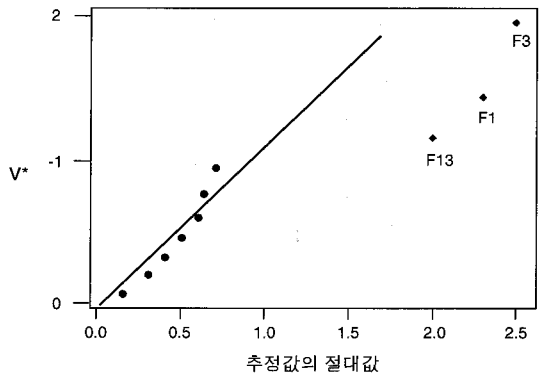
$$Q_i^* = (R_i^* - 0.5) / (k - 1), \quad i = 1, 2, \dots, k - 1$$

$$P_i^* = 0.5(Q_i^* + 1), \quad i = 1, 2, \dots, k - 1$$

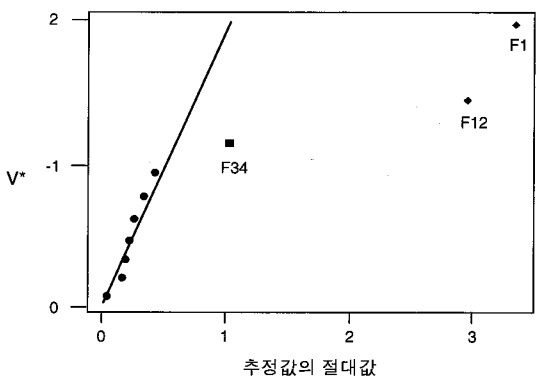
$$V_i^* = \Phi_i^{-1}(P_i^*), \quad i = 1, 2, \dots, k - 1 \tag{3.1}$$



<그림 1> 자료 I의 효과 추정값에 대한 정규확률 플롯



<그림 2> 자료 I의 효과 추정값에 대한 절반정규확률 플롯



<그림 3> 자료 II의 효과 추정값에 대한 절반정규확률 플롯

<표 2>의 자료 I를 분석하여 추정한 효과 추정값들에 대한 절반정규확률 플롯은 <그림 2>에 나타나 있다. 같은 자료에 대한 <그림 1>의 정규확률 플롯과는 달리 절반정규확률 플롯에서는 절대값이 큰 효과들에 해당하는 점들이 대부분이 점들로 구성되어 있는 직선에서 멀리 떨어져 있어서 유의한 효과로 확연히 식별될 수 있다. 따라서 <그림 1>과 비교할 때 절반정규확률 플롯이 보다 효과적인 방법이 됨을 알 수 있다. 그러나 절반정규확률 플롯에서도 그림을 보고 시각적인 판단에 의해 분석하게 되므로 유의성(significancy)을 판단하기가 쉽지 않은 점들이 발생할 수 있으며, <그림 3>이 이러한 경우의 플롯을 보여주고 있다.

<그림 3>은 <표 2>의 자료 II를 분석한 효과 추정값들에 대한 절반정규확률 플롯으로서 F_1 과 F_{12} 는 유의적인 효과로 쉽게 식별할 수 있으나 F_{34} 는 유의성을 판단하는데 어려움이 따른다. 따라서 절반정규확률 플롯에서도 각 점들이 유의한지를 객관적으로 평가할 수 있는 방법이 필요하게 되며, 다음 절에서는 식 (2.1)으로 설계되는 부분실험법에서 절반정규확률 플롯을 이용하여 유의한 주효과와 교호작용을 식별하고자 할 때 각 점들의 유의성을 평가하는 방법을 제시하고자 한다.

4. 플롯에서 각 점들의 유의성 평가방법

본 연구에서는 절반정규확률 플롯의 각 점들의 유의성을 평가하는 방법으로 Box and Meyer (1986)가 제시한 베이즈방법을 응용하고자 한다. 먼저 플롯을 작성하고자 하는 효과들 중에서 유의하지 않은 효과들은 평균은 0이고 분산은 σ^2 인 정규분포 $N(0, \sigma^2)$ 에 따르고, 유의한 효과들은 식 (4.1)과 같이 선형관계로 나타낼 수 있다고 하자.

$$F_i = \omega_i + \epsilon_i \tag{4.1}$$

단, $E(\omega_i) = 0, E(\epsilon_i) = 0, Var(\omega_i) = \sigma_\omega^2$

$$Var(\epsilon_i) = \sigma^2, Cov(\omega_i, \epsilon_i) = 0$$

따라서 $Var(F_i) = Var(\omega_i + \epsilon_i) = \sigma_\omega^2 + \sigma^2 = \sigma_F^2$ 가 되어 유의한 효과들은 $N(0, \sigma_F^2)$ 에 따르게 된다. 그리고 식 (2.1)에 의해 설계된 부분실험법의 효과추정

값 \hat{F}_i 들이 유의한 효과가 될 확률이 δ 라고 하면, \hat{F}_i 는 다음과 같은 혼합정규분포에 따르게 된다.

$$f(\hat{F}_i) = \delta(2\pi\sigma_F^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\hat{F}_i^2}{2\sigma_F^2}\right) + (1-\delta)(2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\hat{F}_i^2}{2\sigma^2}\right) \tag{4.2}$$

그리고 $(\sigma_F/\sigma) = u$ 라 하면 $\sigma_F^2 = u^2\sigma^2$ 이 되므로 식 (4.2)은 식 (4.3)과 같이 된다.

$$f(\hat{F}_i) = \delta(2\pi u^2\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\hat{F}_i^2}{2u^2\sigma^2}\right) + (1-\delta)(2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\hat{F}_i^2}{2\sigma^2}\right) \tag{4.3}$$

또한 추정값 \hat{F}_i 들은 서로 독립적인 확률변수라고 할 수 있으므로 σ^2 값이 주어진 경우 \hat{F}_i 들의 결합밀도함수는 식 (4.3)의 곱인 식 (4.4)과 같이 된다.

$$f(\hat{F}_1, \hat{F}_2, \dots, \hat{F}_{m-1} | \sigma^2) = f(\hat{F}_1)f(\hat{F}_2)\dots f(\hat{F}_{m-1}) \tag{4.4}$$

따라서 μ 와 δ 의 값이 결정되고 σ^2 이 주어진 경우 \hat{F}_i 이 유의한 효과가 될 사후확률을 베이즈(Bayes)의 사후확률공식을 이용하면 식 (4.5)과 같이 구해질 수 있다(Box and Meyer, 1986).

$$P(\hat{F}_i | \sigma^2) = \frac{\delta(2\pi u^2\sigma^2)^{-1/2} \exp(-\hat{F}_i^2/2u^2\sigma^2)}{f(\hat{F}_i)} \tag{4.5}$$

그리고 σ^2 의 확률밀도함수는 식 (4.4)에서 \hat{F}_i 값들이 주어진 경우 σ^2 을 확률변수로 취급하여 식 (4.6)과 같이 구해질 수 있다.

$$g(\sigma^2) = \frac{1}{c} f(\hat{F}_1, \hat{F}_2, \dots, \hat{F}_{m-1} | \sigma^2) \tag{4.6}$$

단, c 는 $g(\sigma^2)$ 이 확률밀도함수의 성질을 갖게 하는 상수로서

$$c = \int_0^\infty f(\hat{F}_1, \hat{F}_2, \dots, \hat{F}_{m-1} | \sigma^2) d\sigma^2$$

이다.

따라서 \hat{F}_i 이 유의한 효과가 될 확률은 베이즈 방법에 의해 식 (4.5)에서 σ^2 의 확률밀도함수 식 (4.6)

을 곱한 후 σ^2 에 대하여 적분하는 방법으로 식 (4.7)과 같이 구해진다.

$$P_i = \int_0^{\infty} P(\hat{F}_i | \sigma^2) g(\sigma^2) d\sigma^2 \quad (4.7)$$

그러나 식 (4.7)은 적분하고자 할 때 식 (4.3)의 δ 값과 u^2 의 값이 먼저 결정되어야 한다. 그리고 $u^2 = (\sigma_F^2 / \sigma^2)$ 은 유의한 효과들의 분산과 유의하지 않고 효과들의 분산의 비율을 의미한다. Box and Meyer (1986)는 많은 문헌에서 분석된 자료들을 광범위하게 검토한 결과 u^2 의 값은 일반적으로 2.7에서 18사이의 값을 갖는다는 사실을 규명하여 $u^2 = 10$ 의 값을 사용할 것을 제시하였다. 따라서 본 연구에서도 $u^2 = 10$ 의 값을 사용하고자 한다. 그리고 δ 의 값은 전체 효과들 중 유리한 효과의 비율에 해당하므로 절반정규확률 플롯에서 대략적인 δ 의 값을 추정할 수 있게 된다.

따라서 효과들의 추정값을 절반정규확률 플롯에 대해 분석하고자 할 때, 플롯에서 우선 δ 의 근사적인 값을 추정하고 $u^2 = 10$ 의 값(혹은 10을 전후하여 조금씩 증감하여 사용)을 사용하여 식 (4.7)에 의해 각 점들의 유의할 확률을 계산하여 판단하면 보다 효과적으로 플롯을 분석할 수 있게 된다. 참고적으로 Box and Meyer는 식 (4.7)의 P_i 값이 0.4~0.5 정도이상의 값을 갖는 경우 유리한 확률로 식별할 것을 제안하였다.

5. 적용예제 및 결론

앞에서 고찰한 바와 같이 <그림 3>의 절반정규확률 플롯에서는 유의성을 판단하기가 어려운 점인 F_{34} 가 포함되어 있다. 이러한 경우 F_1 과 F_{12} 의 점을 유의한 점들로 식별되므로 우선 $\delta = 2/10 = 0.2$ 로 추정이 된다. 그리고 $u^2 = 10$ 의 값을 사용하여 <표 2>의 각 효과 추정값들에 해당하는 점들의 유의한 효과가 될 확률을 식 (4.7)에 의해 계산한 결과는 <표 3>에 요약되어져 있다. 본 연구에서 식 (4.7)의 수치적 적분은 컴퓨터패키지 S-plus version 6.1을 사용하여 계산하였다.

<표 3>에서 알 수 있는 바와 같이 F_1 과 F_2 의 유의할 확률 P_i 는 각각 0.968과 0.961로서 값이 크므로 당연히 유의한 효과로 식별될 수 있음을 알 수

있다. 그리고 F_{34} 에 대한 사후확률은 0.493으로 비교적 클 뿐만 아니라 다른 효과들의 사후확률 값에 비해 상대적으로 무척 크므로 교호작용 F_{34} 도 유의한 확률로 식별되어야 함을 알 수 있다. 그러나 <그림 3>의 플롯에만 의존할 경우 F_{34} 은 유의하지 않는 효과로 식별할 가능성이 높아 분석이 잘못 수행될 수도 있음을 알 수 있다.

<표 3> 자료II의 효과 추정값들의 유의할 사후 확률값

효과	F_1	F_2	F_3	F_4	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{23}	F_{24}	F_{34}
효과 추정값	3.34	-0.03	-0.42	0.22	2.95	-0.25	0.33	-0.18	0.15	1.00
사후 확률값	0.968	0.024	0.058	0.030	0.961	0.032	0.041	0.028	0.027	0.493

따라서 주효과 및 2-인자 교호작용효과까지 분석하고자 하는 경우에는, 우선 식 (2.1)에 의해 resolution V 부분실험법 T_1 혹은 T_2 설계하여 실험을 수행하는 것이 실험횟수가 최소가 되어 가장 경제적이고도 손쉬운 방법이라 할 수 있다. 그리고 설계된 부분실험법의 각 처리조합에서 한번의 실험을 수행하여 얻어진 관측값을 사용하여 분석하고자 하는 경우에는 본 연구에서 제시한 방법에 의해 각 효과들을 추정하고, 추정된 효과들에 대한 절반정규확률 플롯과 함께 각 추정효과들의 유의할 사후확률값을 계산하여 종합적으로 판단하면 효율적으로 분석이 수행될 수 있다.

본 연구에서 제시한 부분실험법의 설계 및 분석 기법은 주효과만 분석하는 다구찌 실험법에서와는 달리, 최소의 실험횟수로 주효과 및 2-인자 교호작용까지 분석하고자 할 때 효과적으로 사용될 수 있을 뿐만 아니라, 산업현장의 여러 분야에서 경제적이고 간편한 기법으로 응용될 수 있을 것이다.

그러나 Daniel(1959)을 비롯한 많은 연구에서도 지적되는 바와 같이, 2-수준계 부분실험법에서 유의적인 효과들이 많은 경우에는 절반정규확률 플롯을 비롯한 플롯에 의한 분석방법에서 비유의한 효과들로 이루어져 있는 직선을 파악하기가 어려운 경우가 있을 수 있다. 따라서 이러한 경우에는 유의한 효과들의 개수와 δ 의 값을 추정하기가 어렵게 된다. 이러한 경우에는 δ 의 값을 다양하게 변화시키면서 사후확률값을 계산하거나, 회귀분석의 단계적

선택방법등 기타 다른 방법에 의해 유의한 효과의 수를 대략적으로나마 파악하는 분석이 선행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Box, G. E. P. and Hunter, J. S.(1961), "The 2^{k-p} Fractional Factorial Design I", *Technometrics*, Vol. 3, pp. 311-351
- [2] Box, G. E. P. and Meyer, R. D.(1986), "An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials", *Technometrics*, Vol. 28, pp. 11-18.
- [3] Daniel, C.(1959), "Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two-Level Experiments", *Technometrics*, Vol. 1, pp. 311-341.
- [4] Length, R. S.(1989), "Quick and Easy Analysis of Unreplicated Factorials", *Technometrics*, Vol. 31, pp. 469-473.
- [5] Milliken, G. A. and Johnson, D. E.(1989), *Analysis of Messy Data*, Vol. 2, Chapman & Hall/CRC, Boca Ratom.
- [6] Montgomery, D. C.(1991), *Design and Analysis of Experiments*, 3rd edition, Wiley, New York.
- [7] Neter, J., W. Wasserman, and Kutner, M. H.(1985), *Applied Linear Statistical Method*, 2nd edition, Richard D. Irwin, Homewood, Illinois.
- [8] Kim, S. I.(1992), "Minimal Balanced 2^t Fractional Factorial Designs of Resolution V and Taguchi Method", *The Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 5, pp. 19-28.
- [9] Kim, S. I.(1994), "Detection of Influential Interaction Effects in Parameter Design", *The Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 7, pp. 201-211.
- [10] Zahn, D. A.(1975), "Modificatons of and Revised Critical Values for the Half-Normal Plot", *Technometrics*, Vol. 17, pp. 189-200.