

가변 샘플링간격 EPC/SPC 결합시스템의 개발

이성재¹ · 서순근^{2*}

¹(주)씨엠씨 6σ 사업부 / ²동아대학교 산업경영공학과

Development of Integrated Variable Sampling Interval Engineering Process Control & Statistical Process Control System

Sung-Jae Lee¹ · Sun-Keun Seo²

¹CMC Co., Suwon, Gyeonggi-do, 443-390

²Department Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University, Busan 604-714

Traditional statistical process control (SPC) applied to discrete part industry in the form of control charts can look for and eliminate assignable causes by process monitoring. On the other hand, engineering process control (EPC) applied to the process industry in the form of feedback control can maintain the process output on the target by continual adjustment of input variable.

This study presents controlling and monitoring rules adopted by variable sampling interval (VSI) to change sampling intervals in a predetermined fashion on the predicted process levels under integrated EPC and SPC systems. Twelve rules classified by EPC schemes(MMSE, constrained PI, bounded or deadband adjustment policy) and type of sampling interval combined with EWMA chart of SPC are proposed under IMA (1,1) disturbance model and zero-order (responsive) dynamic system. Properties of twelve control rules under three patterns of process change (sudden shift, drift and random shift) are evaluated and discussed through simulation and control rules for integrated VSI EPC and SPC systems are recommended.

Keywords: SPC, EPC, Variable Sampling Interval, IMA (1,1) Model, Responsive Dynamic System

1. 서론

전통적으로 이산 제조 산업공정의 관리에 적용되어 발전된 통계적 공정관리(SPC : Statistical Process Control)는 공정을 두 가지 상태로 대별하고 있는데, 공정의 변화가 발생하지 않은 경우의 '관리상태'와 공정에 변화가 발생하여 이상 원인이 존재하는 경우의 '이상상태'로 구별한다. Shewhart, CUSUM, EWMA(Exponentially Weighted Moving Average)관리도 등을 주로 활용하는 기존의SPC기법들은 공정의 변화를 감지한 후, 이상원인의 제거를 통하여 공정의 변동을 감소시키는 것이 그 특징이라 할 수 있다. 또한, SPC기법의 적용시 공정 이상 발생의 유무에 상관없이 일정한 샘플링간격을 적용하는 고정 샘플링 간격(FSI : Fixed Sampling Interval)방식과 공정 상태가 비교

적 좋으면 샘플링간격을 길게 가져가고, 공정에 이상 징후가 있는 것으로 의심이 되면 샘플링간격을 짧게 가져감으로써 잠재적인 공정 이상상태를 파악하여 그 원인을 빠른 시간내 제거하는 가변 샘플링 간격(VSI : Variable Sampling Interval)방식 등으로 구분할 수 있다(Reynolds *et al.*, 1988). 그러나 이러한 SPC기법은 공정 출력인 품질특성치의 측정결과를 통하여 공정 변화 발생 후에 그 원인을 제거하는 것으로 공정 출력을 지속적으로 목표값에 유지시키는 기능이 미흡하다(Box and Luceno, 1997a).

반면에 전기, 전자, 기계, 화학공학 분야의 제어공학에서 활용되는 공학적 공정관리(EPC : Engineering Process Control)기법인 피드백제어는 공정 입력 변수의 조절을 통하여 공정에 이상원인이 존재하더라도 공정 출력값을 미리 규정한 목표값에

이 논문은 2004학년도 동아대학교 학술연구비(공모과제) 지원에 의하여 연구되었음.

* 연락처 : 서순근 교수, 604-714 부산시 사하구 하단2동 840 동아대학교 산업경영공학과, Fax : 051-200-7697, E-mail : skseo@dau.ac.kr
2006년 2월 접수; 2006년 4월 수정본 접수; 2006년 5월 게재 확정.

유지시킴으로써 공정 출력이 목표를 벗어남을 방지하는 제어 기법이다. 즉 고유기술에 기반하여 PID(Proportional-Integral-Derivative)제어기 등을 이용한 공정의 조정을 통하여 공정 출력을 목표값에 유지하는 것이 특징이라 할 수 있다(Del Castillo, 2002). EPC기법의 공정 조절 제어기법은 현재 시점의 공정 출력과 외란(disturbance)을 기반으로 하여 다음 시점의 예측된 외란을 감안한 조정을 실시하여 지속적으로 공정 출력을 목표값에 유지하려는 것이다.

이에 따라 SPC와 EPC기법의 적용 범위 및 유효성을 높이기 위해 두 기법의 장점을 살릴 수 있도록 변형하거나 상호 보완적인 형태로 결합한 새로운 기법들에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다(Lee and Kim, 2005).

이에 관한 기존 연구를 살펴보면, SPC와 EPC기법의 결합에 관한 최초 연구로서 Montgomery *et al.*(1994)은 SPC와 EPC의 차별점에 대한 고찰을 통하여 두 기법의 장점을 살릴 수 있는 결합시스템을 제안하였다. 한편 Vander Wiel *et al.*(1992)은 최소 분산제어와 CUSUM관리도를 이용하여 중합(polymerization)기를 통과한 원료의 점성을 관리하는 Algorithmic SPC(APC로 명명)를 제안하였으며, 또한 Janakiram and Keats(1998)는 중합 공정과 단속 모니터링과 연속 모니터링 공정을 가진 복합 공정에 SPC와 EPC를 동시에 적용하는 방법론을 제시하였다. Tsung and Shi(1999)는 ARMA(1,1) 외란모형 하에서 공정 변화(shift, drift, cyclical shift)가 발생하는 경우에 EPC의 수행도 측도로 RE(Relative Efficiency)와 AE(Absolute Efficiency)를, SPC의 수행도 측도로 ARL(Average Run Length)을 이용하여 두 기법의 결합시스템을 평가하였으며, Tsung and Tsui(2003)는 SPC/EPC 결합시스템에서 공정 평균의 변화 형태와 ARL의 관계를 제시하고 공정 출력의 자기상관 구조에 대하여 연구하였다. 이에 관한 최근까지의 연구동향과 기초이론은 SPC와 EPC의 기존 연구를 통합하고 이의 통합방안 및 연구이슈를 제안한 Lee and Kim(2005)의 논문과 EPC의 이론을 체계적으로 정리한 Del Castillo(2002)의 저서 등을 참조하기 바란다.

본 논문은 연속과 이산부품 제조공정이 혼합된 산업이 보편화됨에 따라 그 유용성이 증대되고 있는 EPC/SPC 결합시스템에 관한 연구로서, SPC기법으로 비교적 작은 공정변화에 대한 검출력과 편리성 측면에서 우수하며 공정제어가 적용되더라도 모니터링 측면에서 효과적이라고 알려진 EWMA관리도를 채택하고, EPC기법으로 공정 출력 분산을 최소로 하는 MMSE(Minimum Mean Square Error)제어, 공정 출력 분산은 약간 증가되지만 공정 입력변수의 조정분산을 크게 감소시킬 수 있는 제약 PI(Constrained Proportional-Integral)제어, 공정 입력변수의 조정횟수를 감소시킬 수 있는 특징을 가진 한계조정기법을 적용하고자 한다. 더불어 두 기법의 장점을 제고하기 위하여 기존 연구의 고정 샘플링 간격에서 가변 샘플링 간격으로 확장한 새로운 EPC/SPC 결합시스템을 제안하고 이들의 제반 특성을 조사하고자 한다.

2. EPC의 제어기법

2.1 모형

본 논문의 공정출력 모형은 식(1)를, 공정 동적모형으로는 식(2)에서 $\delta = 0$ 인 모형을 채택하였다(Box and Luceno, 1997a).

$$e_t = Y_t + z_t \quad (1)$$

e_t : 공정출력

z_t : 공정 외란

Y_t : 공정 동적모형의 출력

$$Y_t = d_t + \delta Y_{t-1} + g(1-\delta)X_{t-1}, 0 \leq \delta < 1 \quad (2)$$

d_t : 공정 변화

g : 공정 이득

X_t : 제어 동작

δ : 동적모형의 관성

식(1)에서 공정 출력(e_t)은 공정의 목표치가 0인 경우에 목표치로부터의 편차로 볼 수 있으며, 공정 외란모형으로는 시계열모형 중에서 그 유용성이 입증된 IMA(1,1)모형을 선정하였다(Box and Luceno, 1997b).

$$z_t = \frac{1-\theta}{1-B} a_t \quad (3)$$

θ : 이동 평균 모수 ($|\theta| < 1$)

a_t : 백색 잡음($N(0, \sigma_a^2)$)

B : 후진연산자($Be_t = e_{t-1}$)

식(2)에서 제어 동작(X_t)은 시간 t 에서 공정 입력 변수의 조정 수준을 의미하고, 동적 모형의 관성(δ)이 0인 경우에는 단반응 모형(zero-order or responsive)이 되며, 0이 아닌 경우에는 일차 동적 모형이 된다.

2.2 MMSE제어

출력오차를 최소로 하는 제어 규칙으로 이를 적용하면 출력 분산(σ_e^2)은 σ_a^2 가 된다. 본 논문에서 채택되는 IMA(1,1)외란모형일 경우 단반응 동적모형이면 θ 가 평활상수인 EWMA 예측치 형태로 표현되는 2.3절의 I제어가, 1차 동적모형이면 PI제어가 MMSE제어가 된다(Box and Luceno, 1997a).

MMSE제어는 통계적 측면에서는 최적이지만, 일반적으로 낮은 강건성(robustness), 복잡한 제어형태, 비현실적 조정 발생 등의 단점을 가지고 있다.

2.3 PI제어

일반적인 이산형 PID제어를 정식화하면 식(4)와 같이 나타낼 수 있으며, 식(4)에서 각각의 성분이 분리되는 경우에 P제

어, I제어, D제어로 구분할 수 있다.

$$gX_t = k_P e_t + k_I \sum_{j=0}^{\infty} e_{t-j} + k_D \nabla e_t \quad (4)$$

$$= k_P e_t + k_I \frac{1}{1-B} e_t + k_D (1-B) e_t$$

단, k_P : 비례 제어계수, k_I : 적분 제어계수

k_D : 미분 제어계수

현장에서 그 사용의 용이성 및 해석상의 이점으로 잘 알려져 있는 PI제어는 상기에서 설명한 PID제어의 특수한 경우로 그 구조면에서 일반적인 PID와 MMSE제어에 비해 보다 단순하게 구성되어 있으며, 결과의 해석이 매우 용이한 경우로서 널리 이용되고 있는 방법이다(Box and Luceno, 1997b).

이산형 PI 제어기법은 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$gX_t = k_P e_t + k_I \sum_{i=1}^t e_i = k_P e_t + k_I \frac{1}{1-B} e_t \quad (5)$$

이산형 PI제어의 구조를 살펴보면 공정 조정을 위하여 최근 두 시점의 자료가 필요하므로 자동화되어 있지 않는 공정에 대해서도 간단한 수작업을 통하여 적용이 용이함을 알 수 있다.

2.4 제약 PI제어

공정 출력 분산을 최소로 하는 MMSE제어에서 요구되는 입력 변수의 조정 시에 과도 보상이 발생하는 문제는 이미 잘 알려져 있으며(Box and Luceno, 1995), 다수 연구자들이 입력 변수의 필요 조정량의 범위에 제약이 존재하는 경우에 공정 출력을 적절하게 조정하는 문제를 고려하여 왔다 이러한 과도한 조정의 문제를 해결하는 한 가지 방법으로 출력 분산의 증가를 어느 정도 허용하더라도 제약조건이 될 수 있는 입력 변수의 조정 분산을 감소시키는 문제로 정식화할 수 있으며 이 두 가지를 고려한 다음의 목적함수를 최소화하는 공정 조정 모수를 찾는 비제약 최적화문제로 정식화할 수 있다.

$$\min_{k_P, k_I} \left\{ \frac{\text{Var}(gx_t)}{g^2 \sigma_a^2} + \beta \frac{\text{Var}(e_t)}{\sigma_a^2} \right\} \quad (6)$$

단, $x_t = X_t - X_{t-1}$, β : 비례상수

Box and Luceno(1995)는 식 (6)을 최소화하는 제약 PI 제어기법을 개발하였으며, 이런 제약 PI제어를 적용하면 MMSE PI제어보다 공정 출력 분산($\text{Var}(e_t)$)이 약간 증가하지만 반면에 공정 입력 변수의 조정 분산($\text{Var}(gx_t)$)은 상당히 감소시킬 수 있으므로 조정 비용 등이 발생하는 경우에 효과적인 방법이 된다.

2.5 한계조정기법

장치산업 및 화학 공정산업에서의 피드백 조정시 이에 드는

비용은 거의 무시할 수 있지만, 실제 이산부품 및 복합산업 환경에서는 이러한 조정으로 인한 비용을 고려하는 것이 보다 현실적이다. 따라서 과거 자료를 이용한 EWMA예측치 등을 이용하여 조정이 필요한 범위를 한정하는 방법을 사용하는 것이 비용측면에서 유리하다. 즉, 피드백 조정에 따른 공정출력 분산이 조금 증가하더라도 조정에 대한 비용적인 측면을 고려하여 조정이 필요하지 않는 범위를 결정하는 것이 더 경제적인 결과를 획득할 수 있다(Box, 1991; Ruhhal et al., 2000).

즉 t 시점과 마지막 조정시점(r)에서 예측된 공정출력값의 차가 다음과 같이 지정된 값보다 클 경우만 공정조정을 실시하는 경우이다.

$$|\hat{e}'_{t+1} - \hat{e}'_{r+1}| \geq L \quad (7)$$

여기서 조정된 공정출력의 예측값은 EWMA예측치 형태인 식(8)에 의하여 계산된다.

$$\hat{e}'_{t+1} = \lambda e'_t + \theta \hat{e}'_t \quad (8)$$

단, \hat{e}'_t : $t-1$ 시점에서 조정량에 대한 t 시점의 예측값

e'_t : t 시점의 조정량(실제값)

3. EPC/SPC 결합시스템

3.1 VSI 관리도

SPC의 적용기법에는 관리도, 공정능력조사 등이 포함되며, 이중에서 이상원인의 발생을 발견하면 제거하는 공정감시기가 주목적인 관리도가 가장 많이 활용되는데, 그 종류로는 Shewart, EWMA, CUSUM, Cuscore 관리도 등이 있다.

본 논문에서는 SPC기법으로 EWMA 관리도를 다음과 같은 이유로 채택하였다. 공정평균이 크게 이동되더라도 공정제어가 실시되기 때문에 작은 공정변화에 우수하다고 알려진 관리도가 보다 유용할 것으로 추측된다. 또한 일반적으로 EWMA 관리도와 CUSUM 관리도의 수행도는 유사하다고 알려져 있는데(Montgomery, 2004), 전자가 비교적 편리하고 IMA(1,1)외란 모형일 경우 MMSE 제어인 I제어와 동일한 형태의 통계량을 타점하고 있다. 더불어 공정출력은 자기상관 자료가 되므로, 이 경우 EWMA 예측치를 이용한 잔차에 적용하면 효과적이라고 알려진 EWMA 관리도를 택하고자 한다(Montgomery and Mastrangelo, 1991).

Reynolds et al.(1988)은 다음 표본 추출 전까지의 샘플링 간격이 현재 추출된 표본의 통계량에 의존하여 결정되는 VSI 관리도를 제안하였다. 즉, 추출된 표본 결과가 목표값(중심선과 경고한계사이) 근처이면 다음 표본 추출까지의 간격을 길게, 그렇지 않으면(경고와 관리한계) 짧게 설정하여 공정 상태를 조기에 판정하는 방법이다. 이러한 방법은 잠재적인 공정 이상상태를 감지하여 이를 반영한 샘플링 간격을 설정하므로

존의 고정된 샘플링간격을 사용하는FSI 관리도보다 더욱 빨리 조치를 취할 수 있다. 특히 Reynolds *et al.*(1988)은 VSI Shewhart관리도에서 샘플링간격을 두 가지로 설정하는 것이 최적임을 증명하였는데, 공정의 목표값으로부터 적절한 크기의 이동을 감지하기 위해서는 짧은 샘플링간격은 가능한 한 짧게 설정되어야 하고, 반면에 긴 샘플링간격은 가능한 한 길게 설정되어야 한다는 것을 보여주고 있다.

평활상수가 λ 인 EWMA관리도의 관리한계는 $\pm 3\sqrt{\lambda/(2-\lambda)} \cdot \sigma$ 로, 두 샘플링 간격으로 설정된 VSI EWMA관리도의 관리한계는 $\pm 3\sqrt{\lambda/(2-\lambda)} \cdot \sigma$ 로, $\pm 0.6713\sqrt{\lambda/(2-\lambda)} \cdot \sigma$ 를 경고한계로 설정할 수 있다(Lucas and Saccucci, 1990). 여기서 VSI 경고한계 계수 0.6713은 주어진 두 가지 가변샘플링간격 하에서 고정 샘플링간격("1")과 기대 가변 샘플링간격이 일치되도록 설정한 값이다.

3.2 제어규칙

제안된 EPC/SPC 결합 시스템은 공정조정을 위한 EPC제어 기법으로는 MMSE제어, 제약 PI제어와 한계조정기법을 적용하였으며, 공정감시를 위한 SPC기법으로는 다음 시점 예측치 (\hat{e}'_{t+1})에 대해 EWMA관리도를 적용하였다. 이 두 가지 방법론을 결합한 제어 및 감시규칙을 적용 제어기법에 따라3개의 그룹(Group 1, 2, 3)으로 구분하여 다음과 같이 12가지 제어규칙을 설정하였다.

3.2.1 Group 1 : MMSE제어(rule 1 ~ rule 4)

- rule 1 : MMSE제어만 적용한 경우
- rule 2 : MMSE제어에 FSI EWMA관리도 결합
- rule 3 : MMSE제어에 VSI(A) EWMA관리도 결합
- rule 4 : MMSE제어에 VSI(B) EWMA관리도 결합

VSI(A) : 0.25(경고한계와 관리한계사이에 속할 경우의 짧은 간격(m_1))와 1.75(경고한계내에 속할 경우의 긴 간격(m_2))을 적용함

VSI(B) : 0.5(m_1)와 1.5(m_2)를 적용함

여기서 rule 1은 EPC만 적용한 경우로 식 (9)의 MMSE제어 (여기서 식 (4)의 I제어 형태가 됨)를 채택하였다.

$$gx_t = k_f e_t \quad (9)$$

$$\text{단, } k_f = -(1-\theta) = -\lambda$$

IMA(1,1) 외란모형인 경우 샘플링간격이 달라져도 역시 IMA(1,1) 모형이 되도록 식(10)과 같이 두 경우(FSI : λ, σ ; VSI : λ_m, σ_m)의 자기상관관계가 일치하도록 λ_m, σ_m 를 정하여,

$$\theta_m \sigma_m^2 = \theta \sigma^2, \lambda_m^2 \sigma_m^2 = \lambda^2 \sigma^2 \quad (10)$$

rule 3과4에 대한EWMA 관리도의 관리한계를 $\pm 3\sqrt{\lambda_m/(2-\lambda_m)}$

$\cdot \sigma_m$ 로, $\pm 0.6713\sqrt{\lambda_m/(2-\lambda_m)} \cdot \sigma_m$ 를 경고한계로 설정하였다. 여기서 m_1, m_2 는 기준이론(m_1 는 가능한 한 짧게, m_2 는 가능한 한 길게 설정하는 것이 우수과 실용성을 감안하여 기대값이 FSI와 같아질 수 있도록 두 가지로 경우(VSI(A)와 VSI(B))로 구분하여 포함시켰다(Reynolds *et al.*, 1988).

한편 rule 1과 2는 rule 3과 4와 달리 가변 샘플링 간격을 선택하지 않고 항상 고정적인 샘플링 간격을 적용하는 경우이다

3.2.2 Group 2 : 제약 PI제어(rule 5 ~ rule 8)

- rule 5 : 제약 PI제어만 적용한 경우
- rule 6 : 제약 PI제어에 FSI EWMA관리도 결합
- rule 7 : 제약 PI제어에 VSI(A) EWMA관리도 결합
- rule 8 : 제약 PI제어에 VSI(B) EWMA관리도 결합

여기서 각 규칙의 EWMA관리도의 계수값과 적용절차는 Group 1의 대응규칙과 동일하며 채택된 제약 PI제어기법의 공정 제어형태는 식(11)을 이용하였는데 Box and Luceno(1995)의 연구에서 우수하다고 추천하고 있는 $P = -0.25$ 를 적용하였다.

$$gx_t = g(X_t - X_{t-1}) = -G\{e_t + P(e_t - e_{t-1})\} \quad (11)$$

단, $G = -k_f, P = k_f/k_I$

3.2.3 Group 3 : 한계조정기법(rule 9 ~ rule 12)

- rule 9 : 한계조정만 적용한 경우
- rule 10 : 한계조정에 FSI EWMA관리도 결합
- rule 11 : 한계조정에 VSI(A) EWMA관리도 결합
- rule 12 : 한계조정에 VSI(B) EWMA관리도 결합

여기서 EWMA 관리도의 관리 및 경고한계의 계수값은 Group I과 II의 대응 규칙과 일치하지만 모든 4가지 rule에 경고한계를 설정하여 공정출력의 예측값이 경고한계와 관리한계 내에 속할 경우만 공정조정을 실시한다

3.3 VSI EPC/SPC 결합시스템

본 논문에서는 크게 3가지 그룹으로 SPC와 결합된 EPC기법을 구분하였다. 이 중에서 3 그룹에 공통적으로 포함된 VSI EPC/SPC 결합시스템의 개념도를 나타내면 <Figure 1>과 같다.

<Figure 1>의 두 시스템의 결합 체계에 대한 기본 절차를 개략적으로 기술하면, 우선 공정으로부터 조정전의 공정출력을 획득하여 조정이 필요할 경우 조정량을 계산한 후 이를 반영한 공정출력의 다음 단계 예측값을 계산한다 VSI관리도의 기본 개념을 적용하여 계산된 예측값이 미리 설정한 공정 경고상한과 경고하한 내에 존재하는 경우에 다음 표본 추출시간을 m_2 로 설정하며 공정조정을 수행한다 만약 한계조정기법을 적용할 경우는 공정조정을 수행하지 않는다 만약 그렇지 않고 경고상한과 관리상한 혹은 경고하한과 관리하한 내에 존재

하는 경우에는 다음 표본 추출시간을 m_1 으로 설정하고 공정 조정을 수행한다. 만약 계산된 예측값이 미리 설정한 관리상한을 초과하거나 혹은 관리하한에 미달하는 경우에는 공정을 중단하고 SPC규칙을 적용한 것과 동일하게 이상원인을 찾아서 제거한 후 공정의 감시 및 조정을 계속적으로 수행하는 방법을 채택하고 있다.

공정출력이 IMA(1,1) 외란모형인 경우에 VSI개념을 도입하기 위하여 본 논문에서는 단위 샘플링간격을 4로 설정하였다. 즉, FSI인 경우 샘플링간격을 4로, VSI개념을 도입한 경우 $m_2 = 1.75, 1.5, m_1 = 0.5, 0.25$ 일 때 샘플링간격을 각각 7, 6, 2, 1로 정하였다.

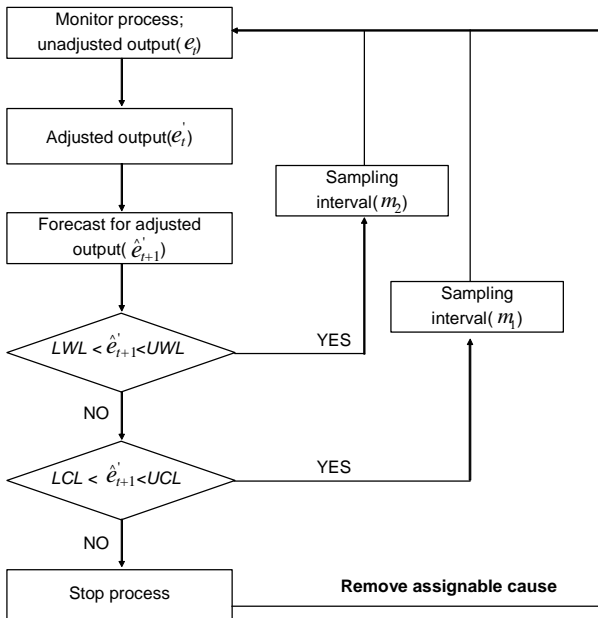


Figure 1. Procedure of VSI EPC/SPC integrated system.

4. 수치실험

4.1 공정변화 양태

대상 공정변화 발생은 다음과 같이 3가지로 구분하여 적용한다.

첫째, 확정적인 시점에 급작스런 공정변화가 발생하는 경우로 식 (12)와 같으며, 이것은 표본 추출시간이 t_0 가 될 때 1회의 공정평균 이동이 발생함을 의미하고 그 발생 크기(μ)는 IMA(1,1) 외란모형의 양태를 고려하여 표준편차의 -0.5배에서 -5배 범위 내에서 설정하였다.

둘째, 확정적인 시점부터 점진적으로 공정변화가 발생하는 경우는 식 (13)과 같으며 단위기간 당 발생크기(s)도 최종 공정평균 이동크기가 식 (12)의 μ 와 동일하게 되도록 설정하였다.

셋째, 확률적인 시점에 급작스런 공정변화가 발생하는 경우로 'Barnard 모형'(Box and Luceno, 1997a)을 변환하여 적용하였는데 이것은 식 (14)와 같으며 공정변화 발생시점과 공정평

균 이동크기가 확률적으로 발생한다.

<case 1> 급작스런 변화(sudden shift)

$$d_t = \begin{cases} \mu & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \quad (12)$$

$$e_s(t, j) = e(t, j) + \mu \times \sigma, t \geq t_0$$

단, j 는 시뮬레이션 반복시 순번

<case 2> 점진적 변화(drift)

$$d_t = \begin{cases} s \times \left(\frac{t-t_0}{\Delta t} \right) & t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t \\ 0 & o/w \end{cases} \quad (13)$$

단, Δt : 점진적 변화 발생 지속시간

$$e_d(t, j) = e(t, j) + \left(\frac{t-t_0}{\Delta t} \right) s \times \sigma, t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t$$

$$e_d(t, j) = e(t, j) + s \times \sigma, t \geq t_0 + \Delta t$$

<case 3> 확률적 변화(random shift)

$$d_t = \begin{cases} \tilde{\mu} & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases} \quad (14)$$

$$t_0 \sim Poisson(L_0), \tilde{\mu} \sim N(\mu, \sigma_\mu^2)$$

$$e_B(t, j) = e(t, j) + \tilde{\mu}, t \geq t_0$$

이러한 공정변화를 통하여 EPC만을 적용한 경우와 SPC에 EPC기법을 결합한 경우의 공정출력에 대한 평균제곱오차(MSE : Mean Square Error), 공정 조정횟수와 연관된 평균조정간격(AAI : Average Adjustment Interval), 입력변수의 변동량을 계산하여 상기의 12가지 제어규칙에 대한 성능을 비교하였으며, 공정변화 탐지를 위한 추가적인 성능 측도로 ARL(Average Run Length)을 이용하여 수행도를 비교하였다. 여기서 4가지 성능 측도의 중요도는 비교상황별로 다를 수 있겠지만 본 논문에서는 제안된 규칙의 비교시의 중요도를 암묵적으로 MSE, AAI, 입력변수 변동량 순으로 정하였으며, EPC에서 공정 변동의 상당부분을 보정할 수 있기 때문에 ARL은 보조적인 성능 측도로 삼았다.

4.2 실험범위

전술한 바와 같이 공정 동적모형이 단반응인 경우와 IMA(1,1)외란모형을 대상으로 3가지 형태의 공정변화가 발생하는 경우에 수치실험을 실시하였다.

외란모형이 IMA(1,1)인 경우의 모수는 $\lambda = 0.2, 0.3, 0.4$ 를 선정하여 실험을 수행하였다. 공정변화가 <case 1>과 <case 2>인 경우 공정평균의 이동량<Case 2>의 경우 최종 이동량 μ 는 -0.5, -1.0, -1.5, -2.0, -2.5, -3.0, -4.0, -5.0 (a)배의 표준편차 곱 ($a \times \sigma$)으로 나타내고, 발생시점은 $t_0 = 1001$ 인 확정적 시점으로 설정하였는데, 이는 단위 샘플링간격이 4이므로 초반

250 단위 샘플링간격 동안에는 공정의 변화가 없음을 나타낸다. 그리고 <case 2>의 경우 공정변화는 t_0 시점에서부터 지속적으로 10 단위 샘플링간격(Δt)동안 증가하도록 설정하였으며, 기울기 s 는 μ 와 Δt 에 의해 정해진다. <case 3>의 경우 공정변화 발생시점 t_0 는 $960 + Poisson(40)$ 으로 설정하였으며 이것은 240 단위 샘플링간격 동안에는 공정의 변화가 없으며 평균 10 단위 샘플링간격을 따르는 포아송 분포에 의해 변화시점이 확률적으로 결정된다. 또한 발생 크기 $\tilde{\mu}$ 는 $N(\mu, \sigma_\mu^2)$ 를 따른 확률변량을 발생시켜 실험을 수행하였으며, σ_μ 는 공정평균의 변화량(a)에 변동계수(0.5)를 곱하여 계산하였다.

각 경우 관리상태에서 시작되어 공정외란과 공정변화량을 생성하여 <Figure 1>과 같은 선정된 공정 제어규칙을 적용하며 \hat{e}'_{t+1} 가 EWMA관리한계 밖이면 공정을 중단하고 이상원인공정변화를 제거한 후 관리상태에서 시작하는 것으로 설정하였다.

이런 과정을 Fortran 프로그램으로 작성하여 수치실험을 수행하였으며, 수치 실험은 시뮬레이션 길이와 반복회수는 각각 2,000과 1,000이고, 공정 이득은 1.0이며 목표치는 0으로 가정하였다.

4.3 수치 예

본 연구에서 제안한 12가지 제어규칙의 활용도를 예증하기 위해 실제를 단순화한 상황을 구성하여 개발기법의 활용방안을 제시하고자 한다. 즉, 공정의 동적 특성은 단반응 모형이고 외란모형은 모수 $\lambda = 0.4$ 를 따르는 IMA(1,1)인 경우 공정변화는 확정적 시점($t_0 = 1001$)에 크기 $-3 \times \sigma$ ($\sigma = 1$)로 발생하며, 고정 샘플링간격은 1분, 공정 이득(g)은 1이다.

EPC기법에 따라 3가지로 구분된 그룹별로 제어규칙의 적용 결과를 분석하였다. 먼저 IMA(1,1) 모형을 이용하여 아무런 조정이 없는 경우의 공정출력과 공정변화 발생 상황을 도시하면 <Figure 2>와 같이 나타낼 수 있다. 이 자료를 대상으로 12가지 제어 및 감시규칙을 적용하여 조정값의 예측치(\hat{e}'_{t+1})를 도시한 그림의 일부 결과(규칙 1, 3, 7, 11)가 <Figure 3>~<Figure 6>과 같으며, <Figure 4>~<Figure 5>에서 m_1 과 m_2 하에서의 관리한계(UCL1과 UCL2 등)가, <Figure 6>에서는 관리한계와 경고한계(UWL1과 UWL2 등)가 표시되어 있다.

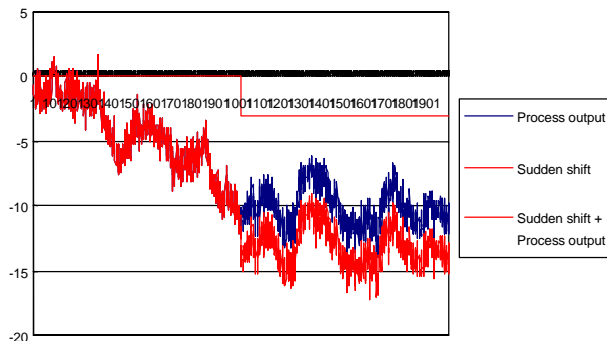


Figure 2. Unadjusted output for a numerical example.

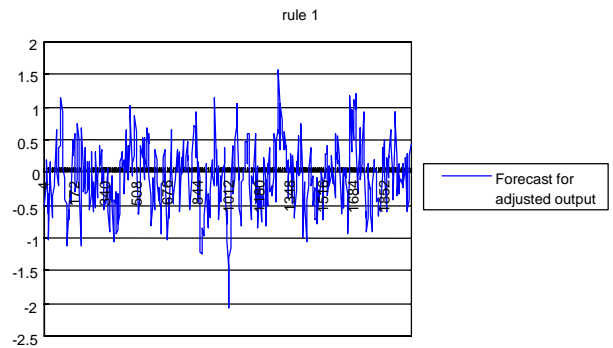


Figure 3. Adjusted output under reference control rule (rule 1).

MMSE제어만을 수행하는 경우(rule 1)를 기준 제어규칙으로 하여 FSI 및 VSI SPC기법을 결합한 경우와 제약PI제어와 한계 조정기법을 적용한 경우의 결과를 살펴보면 VSI SPC기법을 결합한 경우가 대체적으로 그 성능이 우수하므로 이 경우를 중심으로 특징을 정리하면 다음과 같다. <Figure 3>은 기준 제어규칙하의 FSI로 EPC기법만을 적용한 경우로서 \hat{e}'_{t+1} 에 의해 공정변화를 보정하고 있는 양태를 보여주고 있다

4.3.1 MMSE제어기법을 이용한 경우(Group 1 - rule 3)

- ① <Figure 4>의 rule 3은 가변 샘플링간격을 적용하여 조정된 공정출력의 예측값이 경고한계내에 있으면 1분 45초 간격으로 샘플링을 실시하고, 경고한계와 관리한계사이 에 있으면 15초 간격으로 샘플링을 실시한다.
- ② 공정출력 분산은 기준 제어규칙인 rule 1보다 약 5% 감소하며, 공정 입력변수의 조정분산은 약 18% 감소하는 반면에 AAI는 고정 샘플링간격보다 약 0.7배가되어 조정횟수가 1.3배정도로 증가하고 있다. 또한 ARL은 고정 샘플링간격("1")인 경우보다 약 96% 감소하고 있다.

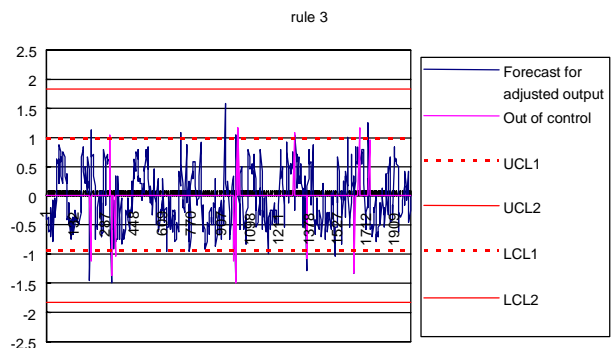


Figure 4. Adjusted output under control rule 3 in Group 1.

4.3.2 제약PI제어기법을 이용한 경우(Group 2 - rule 7)

- ① <Figure 5>의 rule 7은 상기에서 기술한 rule 3의 경우와 동일하게 샘플링간격이 설정된다.
- ② 공정출력 분산은 기준 제어규칙을 적용한 경우보다 약 3% 감소하며, 공정 입력변수의 조정분산은 약 47% 감소

하는 반면에, AAI는 고정 샘플링간격보다 약 0.7배가 되어 조정횟수가 1.3배정도 증가하고 있다. 또한 ARL은 고정 샘플링간격("1")보다 약 97% 감소하고 있다.

의 다양하게 수행된 수치실험 수행 결과는 Lee(2003)를 참조하기 바라며, 요약된 고찰결과만 공정변화 발생 형태별로 정리하여 다음과 같이 제어 규칙을 추천하고자 한다.

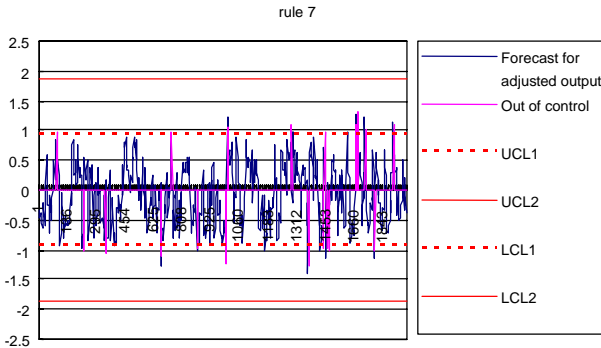


Figure 5. Adjusted output under control rule 7 in Group 2.

4.3.3 한계조정기법을 이용한 경우(Group 3 - rule 11)

- ① <Figure 5>의 rule 11은 상기에서 기술한 rule 3과 7의 경우와 동일하게 샘플링간격이 설정되며, 짧은 샘플링간격이 적용될 경우만 조정을 실시한다
- ② 공정출력 분산은 기준 제어규칙을 적용한 경우보다 약 12% 증가하고, 공정 입력변수의 조정분산은 약 2% 증가하지만, AAI는 고정 샘플링간격보다 약 2.6배이므로 조정횟수가 62% 정도 대폭 감소하고 있다. 그리고 ARL은 고정 샘플링간격("1")보다 약 2.7배 증가하고 있으므로 공정변화 검출능력이 저하됨을 알 수 있다.

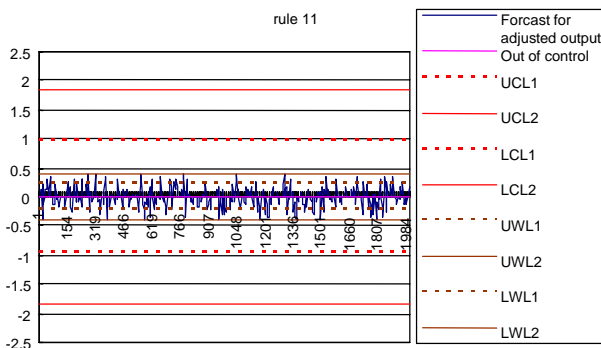


Figure 6. Adjusted output under control rule 11 in Group 3.

따라서 상기의 예시와 같이 어떤 제어규칙을 선정하는가의 문제는 산업 현장별 상황(공정출력의 증가율, 공정 입력변수의 조정분산 감소율, 조정횟수의 감소율 등의 상충관계)을 고려하여 다음 절에서 추천된 제어규칙 중에서 선택하여 적용할 수 있다.

4.4 수치실험 결과고찰

IMA(1,1) 외란모형하에서 3가지 공정변화가 발생하는 경우

(i) 공정의 급작스런 변화가 발생한 경우

변화의 크기가 작은 경우에는 EPC의 MMSE 및 PI제어를 통하여 빠르게 보정할 수 있으며, 변화의 크기가 큰 경우에는 EPC기법에 VSI SPC기법을 결합시킨 규칙(rule 3, 7)이 대응되는 FSI 규칙에 비해 AAI가 조금 줄어드는 단점은 있지만 다른 3가지 기준면에서 상당히 우수하였다. 또한, 조정비용이 중요하게 작용하는 경우에는 rule 11과 더불어 rule 10의 순서로 추천 제어규칙을 제안할 수 있다.

(ii) 공정에 점진적인 변화가 발생하는 경우

추천 규칙은 급작스런 변화가 발생한 경우의 결과와 동일하며, FSI SPC기법을 결합한 규칙(rule 2, 6)보다 VSI SPC기법을 결합한 규칙(rule 3, 7)이 ARL측면에서 공정변화를 보다 잘 감지할 수 있음을 파악하였다. 그리고 급작스런 변화가 발생한 경우의 결과와 비교하여 보면 MSE는 전반적으로 감소하고 있으며, 입력변수의 조정분산은 rule 3과 7의 경우에 전반적으로 감소하고 있는 반면에 rule 11과 10의 경우에 약간 증가하고 있음을 파악하였다.

(iii) 공정에 확률적 변화가 발생하는 경우

추천 규칙은 다른 두 가지 경우의 결과와 동일하며 공정변화의 크기가 클수록 FSI SPC기법보다 VSI SPC기법을 결합시킨 경우가 더 우수하다. 그리고 공정 조정비용이 무시하지 못할 만큼 영향을 줄 때(즉, AAI측면) EPC제어기법에 VSI SPC기법을 결합시킨 규칙(rule 11과 rule 10의 순)이 매우 우수하였다. 전술된 두 가지 공정변화 형태의 결과와 비교하면 MSE와 AAI가 증가하고 ARL이 감소하므로 EPC기법의 적용효과가 상대적으로 떨어짐을 알 수 있다.

요약하면 λ 와 공정평균 이동크기에 따른 12가지 규칙의 4가지 수행도 순위는 급작스런 변화와 점진적 변화일 경우 거의 유사하며, 확률적 변화일 경우 일부분 변동이 있지만 대체적 순위 패턴은 유사하다.

4.4.1 추천된 규칙의 비교

상기와 같이 추천된 규칙은 1 그룹에서 rule 3, 2그룹에서 rule 7, 3그룹에서 rule 10과 11로 정리할 수 있다. 따라서 추천된 제어규칙의 상대적 우월성을 파악하기 위하여 실험결과를 통찰하여 제안된 규칙의 특성을 파악하고자 한다 다양한 수치실험을 실시하였지만 지면제약상 실험결과를 대표할 수 있는, 즉 공정변화 발생 양태별로 $\lambda = 0.4$ 인 경우와 공정변화의 크기는 -1.5, -2.5, -4.0인 경우를 <Table 1>에 정리하여 추천규칙의 전반적인 성능을 비교하였다.

추천규칙들을 비교한 결과를 요약하면 MSE측면에서는 rule 3과 7의 순으로 우수함을 보여주고 있으며 rule 10 및 11과는 차이가 크지 않다. 입력변수의 조정분산측면에서는 rule 7이 가장 우수하고 rule 3, 10과 11과는 차이가 제법 크다. 또한, 평균조정간격(AAI)측면에서는 rule 10과 11순으로 우수하며 rule 3과 7에 비해 큰 차이가 발생된다. 공정변화 탐지를 위한 보조적 성능측도로 사용한 ARL측면에서는 rule 7과 3의 순으로 우수하며 rule 11과 10과는 매우 큰 차이를 보이고 있다.

따라서 조정비용이 발생하지 않거나 미미할 경우이며 특수한 적용 상황이 아닐 때 rule 3과 7을 구별 없이 선택할 수 있지만, 조정비용이 제법 발생할 경우는 전술된 규칙보다 FSI의 rule 10 또는 VSI의 rule 11을 반드시 적용해야 된다.

그리고 공정변화 발생양태별로 그 특징을 살펴보면 추천된 모든 제어규칙에 대해 ARL을 제외한 성능측면에서 대체적으로 점진적, 급작스런, 확률적 변화가 발생하는 경우의 순서로 좋음을 알 수 있다. 특히 확률적 변화가 발생하는 경우에는 두 가지 공정변화와 달리 공정변화 발생시점 및 발생크기가 확률적으로 결정되므로 공정조정의 효과가 떨어져 적용된 규칙간에 제법 큰 차이가 발생하는 경우도 있다. 또한 rule 3과 7에 비해 rule 10과 11이 공정변화의 크기가 크지 않을 경우에 공정변화 양태에 따른 성능측도 값의 변동이 크므로 이런 조건에 상대적으로 덜 강건함을 파악할 수 있다.

5. 결론

이산 제조산업을 바탕으로 발전된 전통적인 품질 및 공정관리 기법(SPC ; 공정의 감시를 통하여 이상원인의 탐지 및 제거과 장치산업 및 화학공정산업을 중심으로 발전된 기존의 공학적 공정관리기법(EPC ; 공정조정을 통하여 변동의 감소는 그 유효성 증대를 위하여 상대 영역에 적용할 수 있도록 변형하거나 상호 보완적인 형태로 결합한 새로운 적용기법들에 대한 연구가 활발하게 수행되고 있다.

본 논문은 이에 관한 연구로서, 먼저 공정조정과 공정감시를 동시에 수행하는 경우를 고려하여 기존의SPC기법에서 활용되고 있는 고정 샘플링간격을 포함한 가변 샘플링간격 EWMA관리도에 EPC의 공정출력 분산을 최소화하는 MMSE 제어, 공정 입력변수의 조정 변동량도 고려한 제약PI제어, 그리고 일정한 범위 내에서는 조정을 실시하지 않는 한계조정기법을 결합시킨 12가지 제어 및 감시기법을 제안하고 이들의 특성을 다양한 수치실험을 통하여 평균제곱오차(MSE), 평균 조정간격(AAI), 입력변수의 변동량, ARL 측면에서 비교하였으며, 이로부터 획득한 결과를 이용하여 제안된 규칙의 우월성을 조사하였다.

따라서 현업 실무자들이 본 논문의 결과를 활용하여 이산부품 제조공정 및 복합산업에 적용함으로써 최적 공정의 유지

Table 1. Comparison of recommended control rules ($\lambda = 0.4$)

shift	rule criteria	sudden shift				drift				random shift			
		rule 3	rule 7	rule 10	rule 11	rule 3	rule 7	rule 10	rule 11	rule 3	rule 7	rule 10	rule 11
-1.5	$MSE(e_t')$	0.957 (0.082) ¹	0.972 (0.086)	0.985 (0.131)	1.106 (0.157)	0.946 (0.080)	0.960 (0.084)	0.985 (0.131)	1.101 (0.154)	0.984 (0.099)	0.995 (0.094)	1.406 (0.337)	1.627 (0.409)
	$Var(x_t)$	0.12785 (0.01351)	0.08299 (0.00970)	0.15692 (0.01508)	0.16689 (0.01707)	0.12603 (0.01314)	0.08164 (0.00952)	0.15724 (0.01498)	0.16729 (0.01696)	0.13471 (0.01801)	0.08610 (0.01164)	0.15463 (0.03189)	0.16122 (0.02841)
	AAI	2.840 (0.372)	2.815 (0.401)	8.909 (0.744)	10.371 (1.364)	2.855 (0.358)	2.816 (0.390)	8.905 (0.746)	10.329 (1.234)	2.907 (0.297)	2.841 (0.366)	12.424 (6.906)	14.085 (32.357)
	ARL	88.402	61.647	946.092	952.042	111.933	80.685	946.700	951.451	37.670	30.635	502.285	527.139
-2.5	$MSE(e_t')$	0.979 (0.081)	0.998 (0.089)	1.020 (0.139)	1.153 (0.172)	0.959 (0.082)	0.975 (0.085)	1.027 (0.177)	1.156 (0.168)	0.993 (0.087)	1.003 (0.093)	1.428 (0.568)	1.666 (0.665)
	$Var(x_t)$	0.13214 (0.01403)	0.08567 (0.01032)	0.15926 (0.01545)	0.16830 (0.01704)	0.12796 (0.01347)	0.08296 (0.00967)	0.16106 (0.01586)	0.16988 (0.01775)	0.13583 (0.01666)	0.08704 (0.01097)	0.14979 (0.03244)	0.16037 (0.03127)
	AAI	2.860 (0.356)	2.844 (0.371)	8.902 (0.916)	10.273 (1.380)	2.846 (0.364)	2.816 (0.393)	9.008 (6.088)	10.411 (7.682)	2.860 (0.364)	2.888 (0.322)	14.729 (13.476)	15.595 (13.002)
	ARL	25.683	16.069	838.028	856.279	60.660	46.002	899.076	930.913	15.921	14.417	121.599	141.953
-4.0	$MSE(e_t')$	1.023 (0.087)	1.043 (0.092)	1.064 (0.155)	1.211 (0.197)	0.977 (0.085)	0.994 (0.091)	1.160 (0.356)	1.321 (0.476)	1.049 (0.120)	1.067 (0.117)	1.194 (0.397)	1.376 (0.472)
	$Var(x_t)$	0.14089 (0.01593)	0.09047 (0.01093)	0.15840 (0.01633)	0.16819 (0.01743)	0.13052 (0.01421)	0.08486 (0.01027)	0.16673 (0.02130)	0.17296 (0.02347)	0.14586 (0.02422)	0.09326 (0.01414)	0.15545 (0.02039)	0.16745 (0.02338)
	AAI	2.881 (0.342)	2.847 (0.366)	8.969 (0.896)	10.413 (1.360)	2.830 (0.386)	2.826 (0.387)	10.860 (23.371)	12.727 (23.680)	2.882 (0.332)	2.858 (0.361)	10.159 (5.901)	12.356 (9.579)
	ARL	3.952	3.904	345.432	409.021	26.572	24.027	579.460	712.751	8.718	8.359	33.832	40.337

(Remark) 1. standard deviation

및 개선을 동시에 달성할 수 있는 공정관리방법으로 활용될 수 있으리라 기대된다.

그리고 본 논문에서 채택된 IMA(1,1)과 단반응 동적모형 외에 ARMA(1,1) 외란모형과 일차 동적모형으로 확장하여 제안된 규칙의 수행도를 평가하는 후속 연구도 요망된다.

참고문헌

- Box, G. E. P. (1991), Bounded Adjustment Charts, *Quality Engineering*, **4**, 331-338.
- Box, G. E. P. and Luceno, A. (1995), Discrete Proportional-Integral Control with Constrained Adjustment, *Journal of the Royal Statistical Society, D-The Statistician*, **44**, 479-495.
- Box, G. E. P. and Luceno, A. (1997a), *Statistical Control by Monitoring and Feedback Adjustment*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- Box, G. E. P. and Luceno, A. (1997b), Discrete Proportional-Integral Adjustment and Statistical Process Control, *Journal of Quality Technology*, **29**, 248-260.
- Del Castillo, E. (2002), *Statistical Process Adjustment for Quality Control*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- Janakiram, M. and Keats, J. B. (1998), Combining SPC and EPC in a Hybrid Industry, *Journal of Quality Technology*, **30**, 189-200.
- Lee, M. S. and Kim, K. J. (2005), A Comparative Study of SPC and EPC with a Focus on Their Integration, *The Korean Society for Quality Management*, **33**, 22-31.
- Lee, S. J. (2003), *Development of Constrained Proportional-Integral Schemes and Integrated Variable Sampling Interval Engineering Process Control & Statistical Process Control System*, Unpublished Ph. D. Dissertation, Dong-A University, Busan, Korea.
- Lucas, J. M. and Saccucci, M. S. (1990), Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes; Properties and Enhancements, *Technometrics*, **27**, 1-12.
- Montgomery, D. C. (2004), *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th ed., John Wiley & Sons, New York, USA.
- Montgomery, D. C., Keats, J. B., Runger, G. C., and Messina, W. S. (1994), Integrating Statistical Process Control and Engineering Process Control, *Journal of Quality Technology*, **26**, 79-87.
- Montgomery, D. C. and Mastrangelo, W. S. (1991), Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data(with Discussion), *Journal of Quality Technology*, **23**, 179-204.
- Reynolds, M. R., Jr., Amin, R. W., Arnold, J. C., and Nachlas, J. A. (1988), \bar{X} Charts with Variable Sampling Intervals, *Technometrics*, **30**, 181-191.
- Ruhhal, N. H., Runger, G. C., and Dumitrescu, M. (2000), Control Charts and Feedback Adjustments for a Jump Disturbance Model, *Journal of Quality Technology*, **32**, 379-394.
- Tsung, F. and Shi, J. (1999), Integrated Design of Run-To-Run PID Controller and SPC Monitoring for Process Disturbance Rejection, *IIE Transactions*, **31**, 517-527.
- Tsung, F. and Tsui, K. L. (2003), A Mean-Shift Pattern Study on Integration of SPC and APC for Process Monitoring, *IIE Transactions*, **35**, 231-242.
- Vander Wiel, S. A., Tucker, W. T., Faltin, F. W., and Doganaksoy, N. (1992), Algorithmic Statistical Process Control ; Concepts and an Application, *Technometrics*, **34**, 286-297.