

막 구조물의 재단도 작성과 막재의 손실률에 관한 연구

A Study on The Cutting Pattern Generation of Membrane Structures and The Loss-Ratio of Material

손 수 덕*
Shon, Su-Deok

정 을 석**
Jeong, Eul-Seok

김 승 덕***
Kim, Seung-Deog

요 약

경량 연성구조시스템 중 하나인 막 구조물은 대공간 구조물에 많이 사용되어진다. 막 구조물은 축강성이 강하고 휨강성이 매우 작은 재료를 주 구조재로 사용하기 때문에 다른 구조물과 달리 구조설계에서는 형상해석, 응력-변형해석 그리고 재단도 등의 일련의 과정을 필요로 한다. 재단도의 작성에는 구조물의 크기나 곡률 그리고 재료적 강성에 따라 많은 변수가 작용하며, 다른 설계과정과는 매우 다르다. 따라서 일반 구조설계용 프로그램은 막 구조물의 구조설계에 부적당하다. 본 연구에서는 막 구조물의 측지선을 이용한 재단도 작성 프로그램을 개발하고, 예제를 통해 재단도 작성결과를 비교 고찰하도록 한다.

Abstract

Membrane structures, a kind of lightweight soft structural system, are used for spatial structures. The design procedure of membrane structures are needed to do shape finding, stress-deformation analysis and cutting pattern generation, because the material property has strong axial stiffness, but little bending stiffness. The problem of cutting pattern is highly varied in their size, curvature and material stiffness. So, the approximation inherent in cutting pattern generation methods is quite different. Therefore the ordinary computer software of structural analysis & design is not suitable for membrane structures.

In this study, we develop the program for cutting pattern generation using geodesic line, and investigate the result of example's cutting pattern in detail.

키워드 : 구조물, 이중 곡면, 측지선, 재단도, 손실률

Keywords : Membrane Structures, Double Curved Surface, Geodesic Line, Cutting Pattern, Loss-Ratio

1. 서 론

대공간구조물은 20세기 중반에 신재료 및 신기술의 개발과 함께 점차 경량화해가기 시작하면서 비약적인 발전을 시작했다. 필요 최소한의 자중으로 최대의 적재하중을 지지하는 경량의 공간구조시스템은 대부분 경제적이며, 힘의 흐름이 직접적으로 구조물의 형태에 표현되기 때문에 미적으로도 아름답다. 연성 구조물로서 막 구조물 최초의 시작은 1950년대 Frei Otto에 의하여 현대건축에서 구조재

로 적용될 수 있는 개념과 디자인의 가능성이 개발되었다. 대표적인 예가 쾰른의 연방정원박람회 시설물 등이며, 초기에는 주로 박람회 등의 가설건축물에 사용되었다. 현수방식의 막 구조물로는 1970년 오사카 일본 오토모바일 산업관이나 1974년 엑스포 미국관도 케이블 보강과 함께 이루어진 대표적인 막 구조물의 사례이다. 영구적인 건축물에 사용된 최초의 예는 1973년 미국의 La Verne대학의 학생관이며, 이 구조물은 1970년 듀폰사가 개발한 4불화에 티렌수지 코팅한 유리섬유를 사용한 최초의 건축물로 잘 알려져 있고, 이때부터 내구성을 갖춘 막재가 건축물에 원활히 사용되기 시작하였다¹⁸⁾.

막 구조물은 3차원 공간에서 곡면을 따라 형성되는 구조물이므로 막 체의 제작을 위해 곡면을 평면

* 정희원, 경북대학교 건축공학과, 공학박사

** 정희원, 세명대학교 건축공학과, 공학석사

*** 정희원, 세명대학교 건축공학과, 부교수

Tel : 043-649-1326 Fax : 043-649-1326

E-mail : sabinus@semyung.ac.kr

에서 재현하는 재단도 작성과정이 필요하다. 공학적 관점에서 볼 때, 곡면은 전개 가능한 곡면과 전개 불가능한 곡면으로 나뉜다. 초기장력의 도입으로 평형상태에 이르는 막 구조물의 곡면은 일반적으로 전개가 불가능한 이중 곡률 곡면이며, 곡면을 평면으로 재단하는 데에는 신축을 동반하는 가공이 필요하다^{8),9),11),14)}.

재단도는 사용 막재의 소비를 줄이기 위해 곡면상의 2점을 잇는 최단거리인 측지선을 이용하여 작성하게 된다. 이러한 측지선을 이용한 연구는 Barnes, Gründig, Moncrieff, Ishii 등에 의해 발전을 하였으며, Tabarrok, Qin 등은 삼각형 세변의 길이가 같아야 한다는 조건을 이용하여 재단도를 구하는 방법으로 최소자승법을 이용하였다^{1),4-8),16)}. 그리고, Phelan과 Haber에 의해 전개도로부터 초기장력에 의해 발생하는 신축을 고려한 연구가 최초로 보고되어 졌으며, Yagi, Ohmori 등은 해석시의 막응력 분포와 실제 발생하는 막응력 분포간의 최적화 방법에 대한 연구를 제안하였다^{3),10)}.

Tsubota는 Harber와 다르게 초기형상을 기준으로 초기 재단도를 작성한 후 응력분포의 평가를 수행하였고 전개도를 내·외부 요소로 나누어 초기평형형상의 응력분포에 근접한 재단도 해석을 수행하였다⁶⁾.

이와 같이 막 구조물은 다른 일반적인 구조와는 달리 형상해석, 응력변형해석 그리고 재단도 작성 등의 일련의 과정을 설계 시에 필요로 하게 된다. 따라서 일반적으로 이용되고 있는 범용 구조해석·설계 프로그램은 막 구조물의 적용에는 부적당하며, 이러한 특수 구조물의 설계 및 시공을 위해 별도의 구조해석 프로그램 및 재단도 작성 프로그램이 필요하다^{14),15)}.

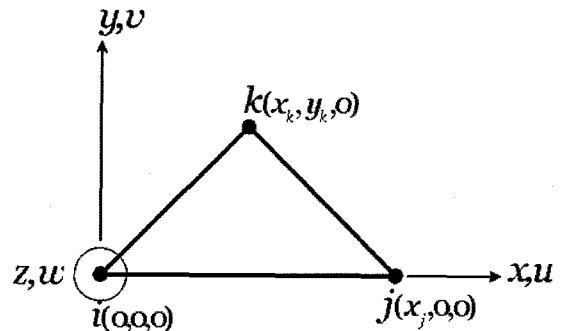
따라서 본 연구에서는 막 구조물의 초기장력으로 평형상태에 도달한 곡면의 형상데이터를 바탕으로 측지선을 이용한 재단도 작성 프로그램 NASScut을 개발하여 적용결과와 재단 패턴에 따른 막 재의 손실률을 비교·검토하는데 목적이 있다. 막 구조물의 초기형상해석에서 사용되는 삼각형요소는 요소들의 부분집합을 구하여 측지선을 탐색하는 방법을 제시하며, 탐색된 측지선을 이용하여 이중 곡률 곡면에 대한 재단도 작성을 한다. 막 재의 손실률을 살펴보

기 위해서 카테나리 곡면과 HP형 곡면에 대해 요소를 이용한 경우와 재단 방향에 따른 손실률도 함께 살펴보고, 곡면의 곡률에 대한 변화를 고찰한다.

2. 초기형상결정과 곡면상의 측지선

막 구조물은 휨강성이 매우 작은 재료를 주 구조재로 사용하므로 초기강성에 민감한 구조체이며, 초기강성을 확보하기 위해서는 초기장력의 도입이 필수적이다. 초기장력으로 인해 형성되는 평형상태의 곡면은 등장력 곡면이 되며, 이 곡면이 막 구조물의 초기형상으로 결정이 된다. 이러한 등장력 곡면을 찾는 과정은 유한요소법을 이용할 경우, 증분방정식을 이용하여 변위나 불평형력을 파라메타로 증분 또는 반복해석을 수행한다.

본 연구에서 사용되는 요소는 <그림 1>의 3절점 3각형 요소를 사용하며, 정의되는 절점의 자유도는 식(1)과 같이 한 절점에 3개의 자유도를 가진다.



요소좌표계 x, y, z

<그림 1> 막요소의 요소좌표계

$$d_x = \begin{Bmatrix} d_{xi} \\ d_{xj} \\ d_{xk} \end{Bmatrix}, d_y = \begin{Bmatrix} d_{yi} \\ d_{yj} \\ d_{yk} \end{Bmatrix}, d_z = \begin{Bmatrix} d_{zi} \\ d_{zj} \\ d_{zk} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

기하학적 비선형성을 고려하기 위해서 식(2)와 같은 비선형 항이 포함된 변형도-변위관계식을 채택하며, 가상일의 원리를 이용하여 증분방정식을 유도하면 식(3)과 같다. 초기형상의 결정은 증분방정식을 이용하여 구조물의 평형상태를 구하는 것이며, 방정식에서 r 은 고차항의 생략 등으로 발생하는 불평형력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right\}$$

$$f - r = [k_E + k_G] d \quad (3)$$

여기서,

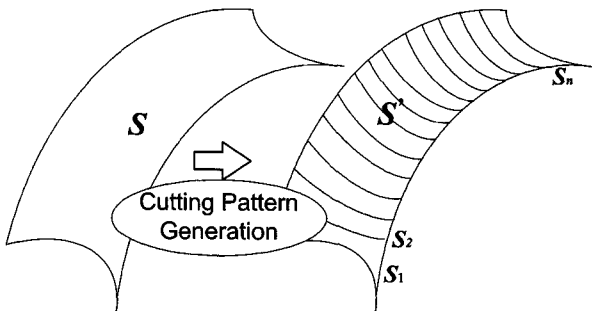
$$r = A_m h_m \cdot A^T \sigma^{(0)} - f^{(0)}$$

$$k_E = A_m h_m [A^T E A]$$

$$k_G = A_m h_m [\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B)]$$

중분방정식을 이용한 결정된 초기형상의 정보는 평형상태에 이른 막 구조물 곡면의 절점 좌표이며, 등장력을 이루는 곡면이 된다. 초기장력의 도입으로 안정화 된 막 구조물 곡면은 주로 이중 곡률을 가지며, 이중 곡률을 가진 3차원 곡면의 경우 2차원 평면으로 전개하는 것은 불가능하다. 따라서 구조물의 건조를 위해서는 최소의 오차를 가진 평면의 재단도를 구성해야만 한다.

재단도 작성의 문제는 일반적으로 다음과 같이 정할 수 있다. <그림 2>와 같이 곡면 S가 주어졌을 때, n개의 스트립을 원소로 하는 집합 S'가 원래의 곡면 S와 최소의 오차를 가지도록 분할하는 것이다.

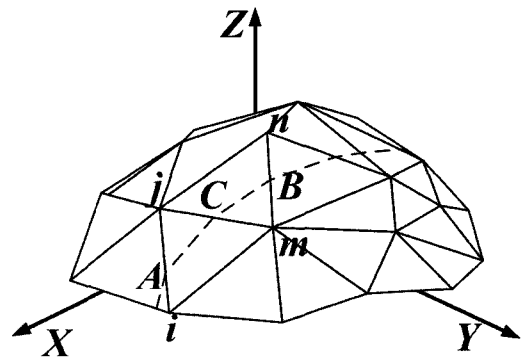


<그림 2> 재단도 생성의 개념

스트립을 이루는 경계는 일반적으로 막 재의 폭을 고려하여 결정한다. 그러나 유한요소해석을 통해 초기형상을 구한 경우 형상은 불연속적 3차원 절점 좌표 값으로 형성되고, 이를 바탕으로 재단을 할 경우 스트립의 경계곡선은 큰 곡률을 가지게 된다. 따

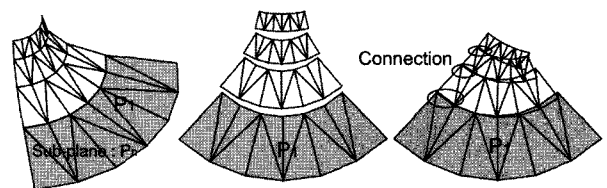
라서 막 재의 소비량 또한 커지게 되므로 곡면은 스트립 경계곡선의 곡률을 줄일 수 있는 측지선을 이용하는 것이 효율적이다. 곡면상의 측지선은 곡면의 식을 구할 수 있으면 그것에 따라서 미분방정식으로 나타낼 수 있지만, 일반적인 막 구조물의 초기형태를 식으로 정확히 표현하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 곡면상의 측지선은 일반적으로 곡면을 이루는 요소의 절점좌표만을 사용하여 구하게 된다.

곡면 위에 존재하는 두 점을 잇는 최단거리인 측지선은 평면으로 전개한 경우에 직선으로 되려는 성질이 있고, 삼각형 요소를 사용한 측지선의 조건은 <그림 3>에서 보는바와 같이 $\angle ACj$ 와 $\angle BCm$ 이 같다는 것이다.

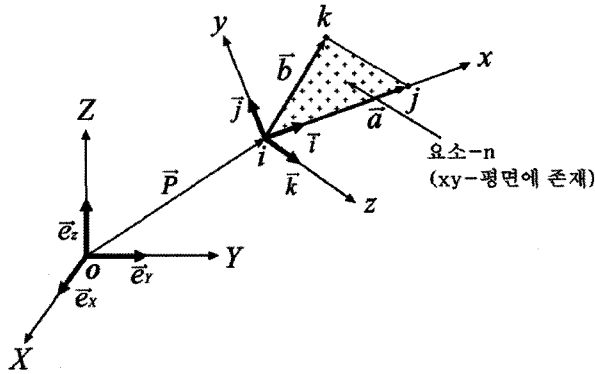


<그림 3> 삼각형 요소로 구성된 곡면의 측지선 조건

삼각형 요소로 구성된 곡면에서 한 요소는 평면을 이룬다. 이는 평면의 조합으로 구성된 곡면은 요소경계면의 적절한 분리를 이용하여 기하학적으로 평면으로 펼칠 수 있다는 것을 의미한다. 즉, <그림 4>와 같이 삼각형으로 구성된 카테나리 곡면에 대하여 전개도를 작성하는 것과 같은 방법으로 곡면을 적절히 펼칠 수 있으며, 펼칠 수 있는 경우의 수는 요소의 수에 따라 증가한다. 여기서 하나 이상의 요소로 이루어진 평면을 전체 평면의 한 부분집합



<그림 4> 삼각형 요소의 전개평면



〈그림 5〉 삼각형 막 요소의 좌표계

인 평면(Pn)으로 정의하면, 두 평면사이를 연결하는 면은 구성요소 하나가 접하는 경계로 연결이 된다. 삼각형 요소로 구성된 평면(Pn)은 내부 각 요소들의 요소 좌표계로 공간상의 값들이 변환되어야만 동일 평면 공간에서 전개가 가능하다. 이를 수행하기 위해서는 요소좌표계와 전체 좌표계간의 관계를 정의 할 필요가 있다.

각 좌표계 간의 관계를 살펴보기 위해 전체좌표계를 X, Y, Z, 요소좌표계를 x, y, z 라 하고, <그림 5>와 같이 각 좌표계에서의 단위 벡터를 고려한다. 여기서 전체 좌표계에서 절점 i, j, k의 좌표를 식(4)와 같이 나타낸다.

$$X_i = \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{Bmatrix}, X_j = \begin{Bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{Bmatrix}, X_k = \begin{Bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{Bmatrix} \quad (4)$$

\vec{i}, \vec{k} 벡터를 a, b로 하고, 식(4)를 이용하면,

$$a = X_j - X_i, b = X_k - X_i \quad (5)$$

윗 식을 이용하면 i, j, k는 다음과 같다.

$$i = \frac{a}{|a|}, k = \frac{a \times b}{|a \times b|}, j = k \times i \quad (6)$$

식(5)를 이용하여, a, b, a x b 벡터를 다음과 같이 계산해 둔다.

$$a = (X_j - X_i)e_x + (Y_j - Y_i)e_y + (Z_j - Z_i)e_z \quad (7)$$

$$b = (X_k - X_i)e_x + (Y_k - Y_i)e_y + (Z_k - Z_i)e_z \quad (8)$$

$$a \times b = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ X_j - X_i & Y_j - Y_i & Z_j - Z_i \\ X_k - X_i & Y_k - Y_i & Z_k - Z_i \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$= \Delta_x e_x + \Delta_y e_y + \Delta_z e_z$$

여기서,

$$\Delta_x = (Y_j - Y_i)(Z_k - Z_i) - (Y_k - Y_i)(Z_j - Z_i)$$

$$\Delta_y = (Z_j - Z_i)(X_k - X_i) - (Z_k - Z_i)(X_j - X_i)$$

$$\Delta_z = (X_j - X_i)(Y_k - Y_i) - (X_k - X_i)(Y_j - Y_i)$$

계산을 간단히 표현하기 위해, 다음과 같은 기호를 도입한다.

$$l_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (10)$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2} \quad (11)$$

식(7)~(11)을 이용하면, 식(6)은 다음과 같다.

$$i = \frac{1}{l_{ij}} (X_j - X_i) = \lambda_x e_x + \lambda_y e_y + \lambda_z e_z \quad (12)$$

$$k = \frac{1}{\Delta} (a \times b) = \nu_x e_x + \nu_y e_y + \nu_z e_z \quad (13)$$

$$j = k \times i = \mu_x e_x + \mu_y e_y + \mu_z e_z \quad (14)$$

윗 식을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} i \\ j \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ \nu_x & \nu_y & \nu_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서,

$$\lambda_x = \frac{X_j - X_i}{l_{ij}}, \lambda_y = \frac{Y_j - Y_i}{l_{ij}}, \lambda_z = \frac{Z_j - Z_i}{l_{ij}}$$

$$\nu_x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \nu_y = \frac{\Delta_y}{\Delta}, \nu_z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

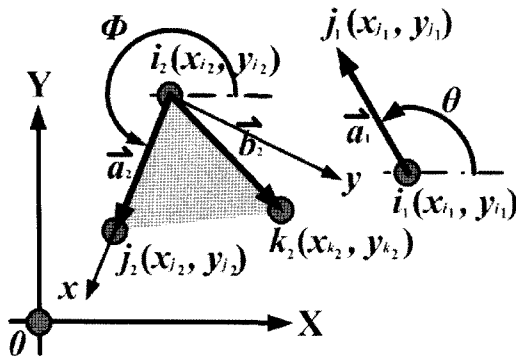
$$\mu_x = \lambda_z \nu_y - \lambda_y \nu_z$$

$$\mu_y = \lambda_x \nu_z - \lambda_z \nu_x$$

$$\mu_z = \lambda_y \nu_x - \lambda_x \nu_y$$

위의 좌표변환행렬을 이용하면 요소좌표계와 전체 좌표계간의 좌표 값을 변환할 수 있다. 즉, 3차원 절점 좌표를 2차원의 요소에 대한 값으로 재 표현할 수 있다.

평면(Pn)을 구성하기 위해서는 한 요소와 다른 한 요소간의 상대적인 2차원 좌표 값이 필요하다. 이때 평면상의 하나의 요소가 다른 하나의 요소와 경계면에서 만날 때 경계면 외의 한 절점 값을 알기 위해서는 요소가 접하는 면의 각도와 이동거리를 구하여야 한다. 따라서 한 요소를 기준으로 다른 한 요소에 대한 상대좌표를 고려하면 <그림 6>과 같이 표현할 수 있다. 그림에서 두 요소가 접하는 면의 기준 되는 요소 경계면을 벡터 a_1 , 인접요소의 접하는 면을 벡터 a_2 라 하면, 경계면 상에 존재하지 않는 점 k_2 가 기준이 되는 요소의 좌표계에서 놓여 질 수 있는 좌표는 식(16)과 같다.



<그림 6> 인접한 요소의 좌표값

$$\begin{Bmatrix} x_m \\ y_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ -T_2 & T_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m - x_k \\ y_m - y_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \quad (16)$$

여기서,

$$a + b = T_1, \quad c - d = T_2$$

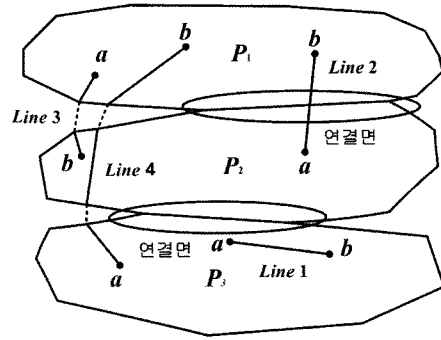
$$a = \cos \theta \cos \Phi = (x_j - x_i)(x_l - x_k) / l^2$$

$$b = \sin \theta \sin \Phi = (y_j - y_i)(y_l - y_k) / l^2$$

$$c = \cos \theta \sin \Phi = (x_j - x_i)(y_l - y_k) / l^2$$

$$d = \sin \theta \cos \Phi = (y_j - y_i)(x_l - x_k) / l^2$$

기준 되는 한 요소와 인접한 다른 요소들이 2차원 공간에서 경계조건을 만족하여 형성된 평면(Pn)들이 평면상에 전체곡면을 재배치하기 위해서는 <그림 7>과 같이 평면(Pn)들 간의 연결면이 필요하게 되며, 연결면은 평면(Pn) 내의 임의의 한 요소경계면이 된다. 이때 곡면위의 측지선은 <그림 7>의 Line 1과 2 처럼 하나의 직선으로도 존재하지만, Line 3과 4 처럼 전체집합영역의 외부경계면을 지날 경우 직선은



<그림 7> 평면(Pn)과 측지선

통과하는 평면(Pn)의 개수만큼 분할된다.

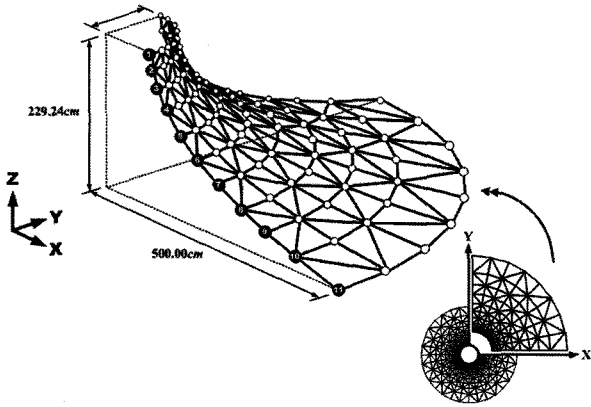
그러나 연결면의 선택에 따라서 분할된 직선은 Line 2와 같이 직선의 형태를 취할 수 있다. 따라서 평면 요소로 구성된 곡면에 존재하는 측지선은 평면의 조합이나 연결면의 조정을 통하여 Line 1이나 2와 같은 상태의 측지선을 가지는 평면(Pn)을 얻을 수 있다. 그러므로 측지선을 찾는 문제는 곧 구하고자 하는 측지선이 Line 1이나 2와 같은 상태의 평면(Pn)을 구성하는 문제가 되며, 평면(Pn)에 분할되지 않고 하나의 직선으로 나타나는 측지선은 요소의 상대적인 절점좌표 값을 이용하여 공간상의 위치정보를 얻을 수 있다.

3. 재단도 작성과 막재의 손실률

본 절에서는 재단도 작성용 프로그램 NASScut을 이용하여 예제를 통해 재단도 작성 결과를 비교한다. 해석대상예제는 카테나리 곡면과 케이블 보강 HP형 곡면을 채택한다. 초기형상은 앞 절에서 다루어진 증분방정식을 이용하여 형상해석을 수행하며, 그 결과를 이용하여 재단도 작성을 한다. 작성되는 재단도는 측지선 및 요소선을 이용할 때 발생하는 막재의 손실률을 곡률에 관하여 분석하고 비교한다.

3.1 카테나리 곡면

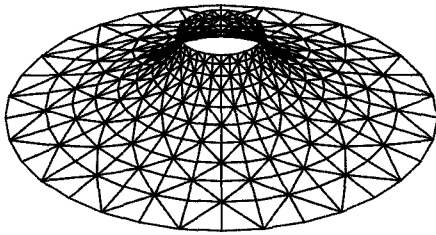
재단도 작성용 가상모델은 <그림 8>과 같은 외부원의 반지름이 500cm, 내부원의 반지름이 100cm, 그리고 높이 229.24cm의 카테나리 곡면이다. 재단도 작성을 위한 형상정보는 형상해석결과를 기초로 작성되며, 해석은 대칭성을 고려하여 1/4만 해석영



〈그림 8〉 카테나리 곡면의 형상 및 해석범위

〈표 1〉 카테나리 곡면의 초기 입력데이터

Thickness	$t = 0.1\text{cm}$
Young's Modulus - Membrane	$E \cdot t = 800\text{kg/cm}$
Poisson's Ratio	$\nu_{xy} = \nu_{yx} = 0.7$

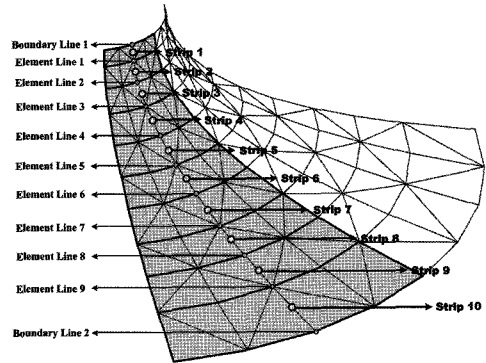


〈그림 9〉 카테나리 곡면의 형상해석 결과형상

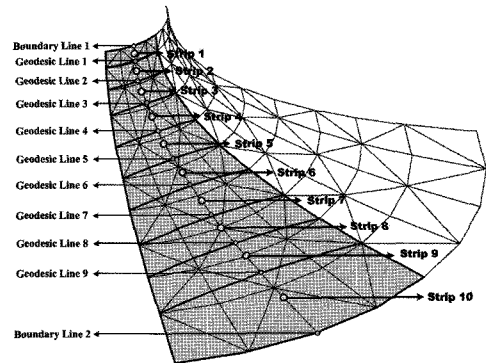
역으로 하여 재단도를 작성하였다.

형상해석에 대한 기초 데이터는 <표 1>과 같고, 모두 99개의 절점과 초기장력 5kg/cm의 160개 삼각형요소로 모델링 되어졌으며, <그림 9>와 같은 형상이 결정된다.

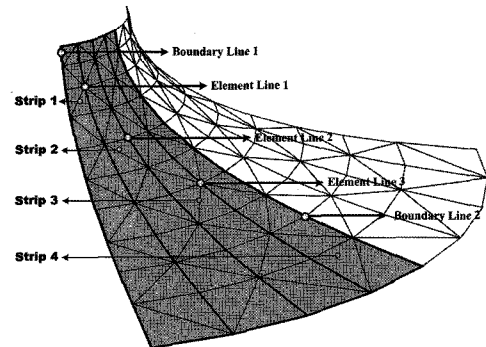
<그림 9>의 해석된 초기형상을 기초로 <그림 10>에서 <그림 13>의 네 가지 재단도 작성용 가상 모델을 설정하며, 각 모델 별 재단형태를 살펴본다. 가상모델에 대해서 간략히 설명하면, Model 1은 경선방향 요소선 경계를 이루는 스트립을 10개로 구성하였고, Model 2는 경선방향 축지선을 이용하여 Model 1과 동일한 방법으로 스트립을 구성하였다. Model 3과 Model 4는 각각 위선방향 요소선이 곧 축지선이 되므로 영역의 위선방향 분할 수를 다르게 적용한다. 이상의 네 가지 재단도 작성용 가상 모델을 이용하여 축지선에 관한 막재의 손실률과 곡



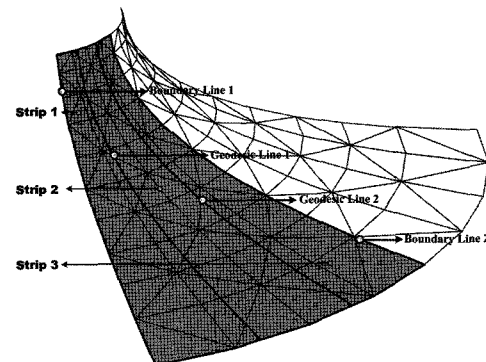
〈그림 10〉 재단도 작성용 가상모델 (Model 1)



〈그림 11〉 재단도 작성용 가상모델 (Model 2)



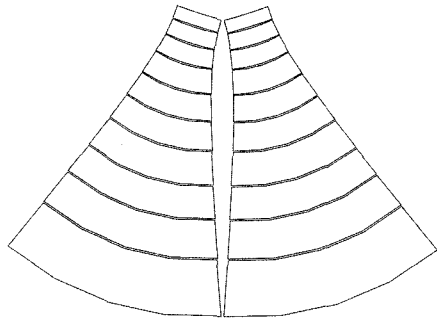
〈그림 12〉 재단도 작성용 가상모델 (Model 3)



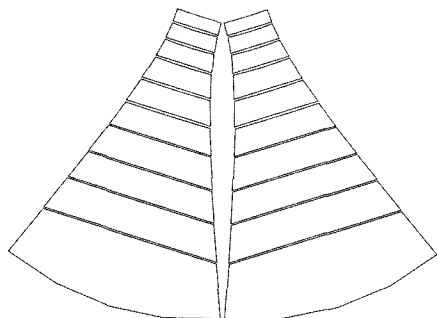
〈그림 13〉 재단도 작성용 가상모델 (Model 4)

를 비교하여 고찰한다.

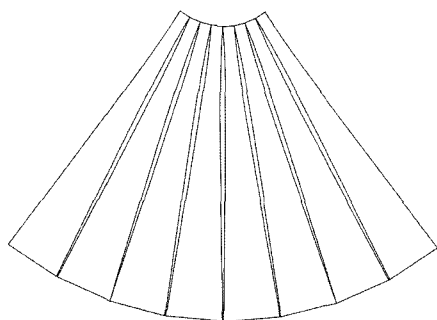
가상모델을 대상으로 재단도를 작성한 결과를 <그림 14>에서 <그림 17>에 나타내었다. 여기서 나



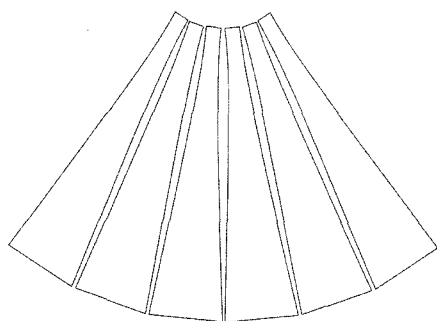
<그림 14> 재단도 작성 결과 (Model 1)



<그림 15> 재단도 작성 결과 (Model 2)



<그림 16> 재단도 작성 결과 (Model 3)



<그림 17> 재단도 작성 결과 (Model 4)

타낸 결과는 해석영역의 전체 재단도를 모델에 따라 작성 한 것이다. 그림에서 볼 때 Model 1은 Model 2보다 스트립 경계면의 곡률이 크다는 것을 쉽게 알 수 있다. 또 Model 3은 모두 4개의 스트립으로 구성되지만 동일한 간격으로 재단하였으므로 동일한 형상과 치수를 가진다.

가상모델별 사용 막재의 소비량에 대한 손실률을 알아보기 위해 <그림 18>과 같이 스트립의 형상을 포함하는 최소의 사각형을 소비될 막재 면적으로 가정하였고, 손실률은 막재 면적에 대한 손실면적의 차이를 이용하여 계산하였다. 가상모델의 각 스트립별 손실률 결과는 <표 2>에서 <표 5>와 같다.



<그림 18> 막 재료 면적과 손실면적

<표 2> 재단도의 스트립 별 손실률 (Model 1)

Strip No.	막재료 면적(cm ²)	스트립 면적(cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	1879.04	1791.21	87.84	4.67
2	2689.11	2354.52	334.59	12.44
3	3706.67	3025.30	681.37	18.38
4	6034.49	4719.00	1315.48	21.80
5	8266.20	6192.12	2074.08	25.09
6	11226.71	8128.04	3098.67	27.60
7	16551.88	11814.18	4737.70	28.62
8	20186.95	13740.85	6446.10	31.93
9	28146.32	19050.06	9096.27	32.32
10	48204.68	33834.10	14370.58	29.81

<표 3> 재단도의 스트립 별 손실률 (Model 2)

Strip No.	막재료 면적(cm ²)	스트립 면적(cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	1814.09	1745.48	68.61	3.78
2	2432.82	2237.30	195.52	8.04
3	3154.40	2838.52	315.88	10.01
4	4960.18	4387.03	573.14	11.55
5	6403.10	5694.80	708.30	11.06
6	8269.67	7440.78	828.89	10.02
7	11951.12	10783.48	1167.64	9.77
8	13626.85	12507.22	1119.63	8.22
9	18848.11	17326.62	1521.49	8.07
10	48185.71	39686.72	8499.00	17.64

<표 4> 재단도의 스트립 별 손실률 (Model 3)

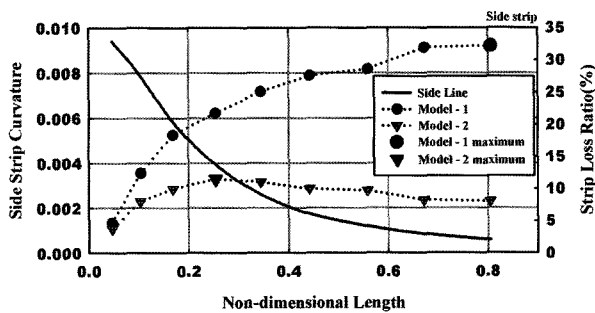
Strip No.	막재료 면적(cm ²)	스트립 면적(cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	47852.55	26161.78	21690.77	45.33

<표 5> 재단도의 스트립 별 손실률 (Model 4)

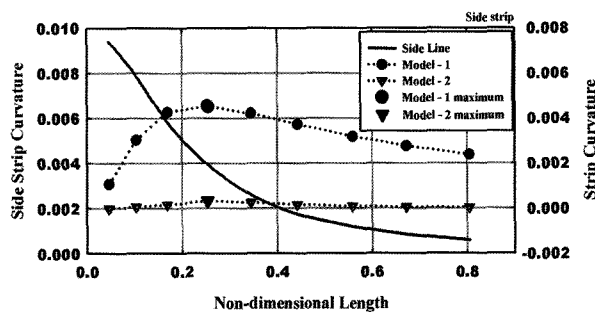
Strip No.	막재료 면적(cm ²)	스트립 면적(cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	63176.34	34545.58	28630.76	45.32

Model 1의 경우 최대 손실률은 32.32%로 9번 스트립에서 나타났다. 그리고 Model 2의 경우는 4번 스트립에서 11.55%의 최대 손실률을 보였다. 그리고 측지선을 이용하여 등간격으로 스트립을 분할하는 Model 3과 Model 4의 손실률은 각각 45.33%와 45.32%로 나타났고, 분할되는 스트립의 수가 많은 Model 3의 경우가 손실률이 조금 더 크다.

<그림 19>는 Model 1과 Model 2의 경선방향 곡률에 따른 스트립별 손실률 변화를 나타낸 곡선이고, 여기서 실선은 카테나리 곡면의 위선방향 곡률의 변화이다. 그림에서 볼 때 손실률 변화는 요소선을 이용한 Model 1의 경우는 계속 증가하지만 측지



<그림 19> 스트립의 손실률 곡선 (Model 1, 2)



<그림 20> 스트립 경계면 곡률 변화 (Model 1, 2)

<표 6> 모델 별 재단도 손실률 비교

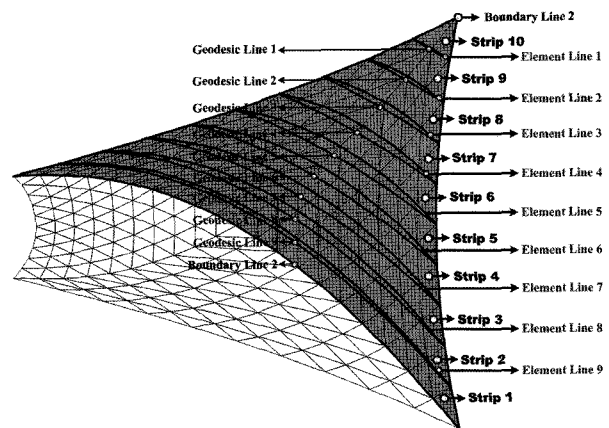
Strip No.	막재료 면적(cm ²)	스트립 면적(cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률 (%)
1	146892.05	104649.37	42242.67	28.76
2	119646.05	104647.95	14998.10	12.54
3	191410.20	104647.12	104647.12	45.33
4	189529.01	103636.73	85892.27	45.32

선은 스트립 4번에서 최고의 손실률을 나타내고 다시 감소한다. 이것은 요소선과 측지선간의 곡률차가 가장 클 때임을 <그림 20>을 통해 알 수 있다.

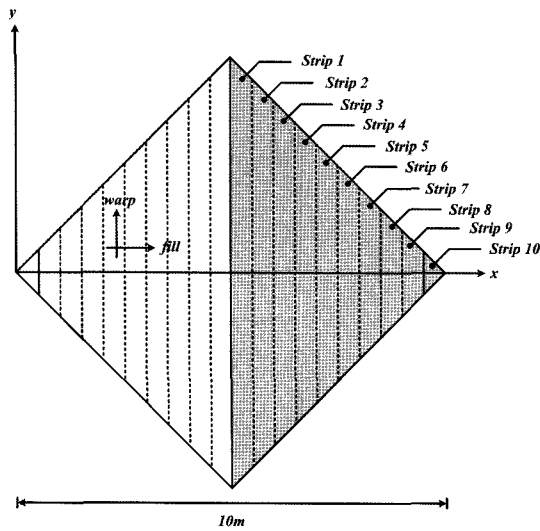
전체 재단영역에 대한 막재의 손실률을 모델 별로 <표 6>에 나타내었다. 표에서 볼 때, 막재의 소비량이 가장 큰 모델은 위선방향으로 분할한 Model 3과 Model 4에서 나타났고, 경선방향 측지선을 이용한 Model 2가 가장 작게 나타났다.

3.2 케이블 보강 HP형 곡면

카테나리 곡면과 더불어 막 구조물 관련 논문이 다루어지는 HP형 곡면을 두 번째 해석모델로 채택하며, 곡면의 외부경계면은 케이블로 보강된 조건을 부여한다. 해석대상모델은 <그림 21>과 <그림 22>에서 보는 것과 같이 대칭이므로 1/2만을 재단도 작성영역으로 하며, 모두 10개의 스트립으로 나눈다. 곡률에 따른 재단도 작성 결과를 살펴보기 위해 모서리의 고저차가 100cm (Model 1), 200cm (Model 2), 300cm (Model 3), 400cm (Model 4), 500cm (Model 5)의 다섯 가지 모델을 채택한다. 또 재단도는 각 모델에서 요소선을 이용하는 Type 1과 측지선을 이용하



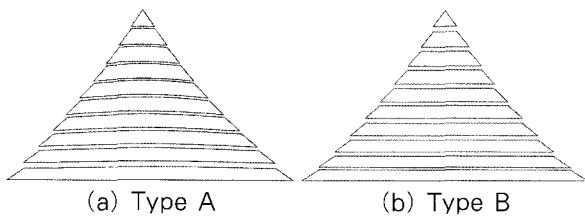
<그림 21> HP형 곡면의 재단도 작성용 가상모델



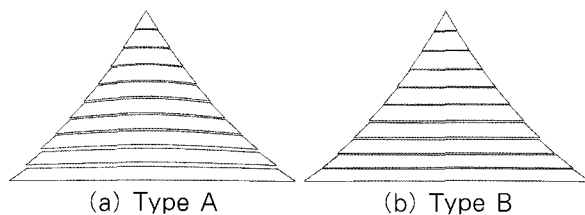
〈그림 22〉 HP형 곡면의 스트립 분할영역

는 Type2 로 나누며, 두 Type에 대해 막재의 손실률을 비교 한다.

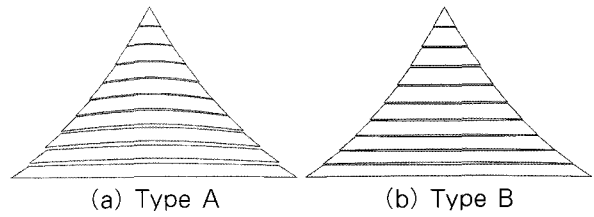
재단도 작성결과를 <그림 23>에서 <그림 27>에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 각 모델에 대하여 Type 1에 비해 Type 2가 스트립 경계면의 곡률이 작음을 알 수 있다. 각 모델 별 재단도에 대해 손실률을 계산하면 <표 7>과 같다. 재단도 손실률 결과표에서 볼 때, 모서리의 고저차가 적은 모델 즉, 곡면의 곡률이 상대적으로 작은 Model 1에서 각 Type 별 최소 손실률을 보였으며, 곡률이 커질수록 손실률은 증가한다. 또 요소선 스트립인 Type 1 보



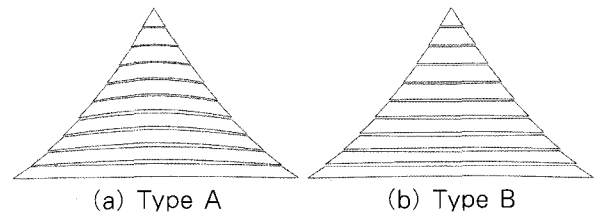
〈그림 23〉 HP형 곡면의 재단도(Model 1)



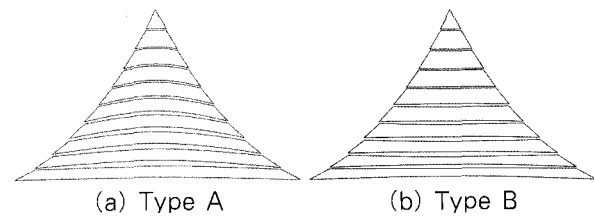
〈그림 24〉 HP형 곡면의 재단도(Model 2)



〈그림 25〉 HP형 곡면의 재단도(Model 3)



〈그림 26〉 HP형 곡면의 재단도(Model 4)



〈그림 27〉 HP형 곡면의 재단도(Model 5)

〈표 7〉 HP형 곡면의 재단도 손실률 비교

Model	막재료 면적(cm ²)	스트립 면적(cm ²)	손실면적 (cm ²)	손실률	
				(%)	
1	Type A	289874.79	217340.67	72534.12	25.023
	Type B	239625.80	213994.40	25631.40	10.696
2	Type A	311338.87	221967.09	89371.78	28.706
	Type B	253824.42	221988.23	31836.19	12.543
3	Type A	346467.04	228408.52	118058.53	34.075
	Type B	268963.37	228458.56	40504.81	15.060
4	Type A	413959.02	260411.47	153396.11	37.092
	Type B	305256.34	250826.50	54429.84	17.831
5	Type A	456477.75	247506.66	208971.09	45.779
	Type B	313266.68	247658.50	65608.18	20.943

다 측지선 스트립인 Type 2가 더 작은 손실률을 보인다. 이와 같은 결과는 곡면의 곡률이 작을수록, 또 측지선을 이용하는 재단도일 경우가 손실률이 낮아지는 것을 의미하며, 더 경제적인 재단도가 된다.

4. 결론

본 논문에서는 막 구조물의 측지선을 이용한 재단도 작성 프로그램 **NASScut**을 개발하여 작성 결과를 비교 고찰 하였다. 재단도 작성용 형상을 결정하기 위해 기하학적 비선형성을 고려한 증분방정식을 유도 하였으며, 삼각형 요소로 구성된 이중 곡률을 가진 곡면의 측지선을 찾는 방법에 대하여 기술하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 카테나리 곡면과 HP형 곡면에 적용한 결과 아래와 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 삼각형 유한요소로 이루어진 이중 곡률을 가진 곡면은 요소의 부분평면조합을 통해 요소 곡면상의 두 점에 대한 측지선을 구할 수 있다. 이것은 부분평면조합내의 직선이 요소 곡면상의 측지선이 되는 조건을 모두 만족하기 때문이다.
- 2) 재단도 생성에 있어서 측지선을 이용하여 구한 재단도가 해석요소를 이용한 재단도의 경우보다 스트립 경계면의 곡률은 낮아지고, 막재의 손실률 또한 낮아진다.
- 3) 막 구조물은 구조물의 곡률이 클수록 막재의 손실률은 커지며 곡률이 큰 모델일수록 측지선을 이용한 재단도가 더 경제적이다. 해석 예에서 볼 때, 요소선의 곡률과 측지선의 곡률차가 가장 큰 부분에서 최대 손실률을 보였다.

막 구조물의 시공과정에서 고려되어야 하는 부분 중에는 막 손실량 뿐만 아니라 설계자가 의도한 미적인 요소와 Welding과정에서의 공기도 고려되어야 한다. 따라서 재단도는 손실률 외에도 다양한 시각에서 작성되는 것이 바람직하다고 사료된다.

감사의글

본 연구는 “건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설기술기반구축사업 (03기반기술C32)”에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Ishii K., "On developing of curved surfaces of

pneumatic structures", *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS)*, Delft, Netherlands, 1972

2. Haug, E., "Numerical design and analysis of lightweight structures", *Air-supported structures, The state of the Art*, Inst. Struct. Engineers, 1980
3. Plelan, D. G. and Haber, R. B., "An Integrated Desing Method for Cable-Reinforced Membrane Structures," *Shells, Membrane and Space Frames, Proceedings IASS Symposium, Osaka, Vol.2., 1986, pp.119~125*
4. E. Moncrieff and B. H. V. Topping, "Computer methods for the generation of membrane cutting patterns", *Computer & Structures Vol.37., No.4, 1990, pp.441~450*
5. Ong C. F., Wakefield D. and Barnes M. R. "Interactive graphic CAD for tension structures", *Computer and Structures, Vol.41., No.6, 1991, pp.1305~1312*
6. 坪田张二, 膜构造の竣工釣り合状态と最適裁断图の決定法, 博士学位论文, 京都大学, 1991
7. Tabarrok, B. and Qin, Z., "Form Finding and Cutting Pattern Generation for Fabric Tension Structures," *Microcomputer in Civil Engineering 8, Elsevier Science Pub. Ltd, 1993, pp.377~384*
8. L. Gründig, L. Ekert and E. Moncrieff, "Geodesic and semi-geodesic line algorithms for cutting pattern generation of architectural textile structures", *Proc. Asia-Pacific Conference on Shell and Spatial Structures, May21-25, China, IASS, 1996, pp.435~443*
9. C. Y. Lai, Z. You and S. Pellegrino, "Shape of deployable membrane reflectors", *Journal of Aerospace Engineering, July, 1998, pp.73~80*
10. Yagi, T. and Ohmori, H., "A New Approach For Cutting Pattern Analysis of Membrane Structures," *Proceeding of the IASS-LAS98 Conference, Australia, Sydney, Vol.2., 1998,*

- pp.895~910
11. Guoxin Yu, Nicholas M. Patrikalakis and Takashi Maekawa, "Optimal development of doubly curved surface", *Computer Aided Geometric Design*, 17, 2000, pp.545~577
 12. J. I. Alvaro and C. Otero, "Designing optimal spatial meshes : Cutting by parallel trihedra procedure", *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS)*, Vol.41(133)., 2000, pp.101~110
 13. M. Ohsaki and K. Uetani, "Shape-stress trade-off design of membrane structures for specified sequence of boundary shapes", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.182., 2000, pp.73~88
 14. Jae-Yeol Kim and Jang-Bog Lee, "A new technique for optimum cutting pattern generation of membrane structures", *Engineering Structures*, 24, 2002, pp.745~756
 15. 김승덕, 손수덕, 조병욱, 손승철, "비선형 해석 프로그램 NASS-98을 이용한 연성 막구조물의 구조설계에 관한 연구", *대한건축학회학술발표논문집*, 제18권 제2호, 1998, pp.27~32
 16. 권택진, 서삼열, 김재열, 이장복, 최호, "막 구조물의 최소자승법을 이용한 재단도 해석에 관한 연구," *대한건축학회논문집 구조계*, 15권, 7호, 통권 129호, 1999, pp.29~36
 17. 배종효, 한상을 "측지선 알고리즘을 이용한 막 구조물의 재단도 생성", *대한건축학회논문집, 구조계*, 제16권 12호, 2000.12, pp.33~40
 18. 이주나, 박선우, 박찬수, "연성구조시스템의 발달과정과 역사적 특성", *한국쉘공간구조학회 논문집*, 제4권 제3호, 2004. 9, pp.93~101