

스트레칭 분리 영역을 포함한 새로운 액적간 충돌 모델의 개발

고권현* · 이성혁** · 노재성** · 유홍선†

Development of a New Droplet Binary Collision Model Including the Stretching Separation Regime

G. H. Ko, S. H. Lee, J. S. Roh and H. S. Ryou

Key Words : Spray (분무), Coalescence(합착), Droplet Collision(액적 충돌), Stretching Separation(스트레칭 분리)

Abstract

The present article proposes a new droplet collision model including the stretching separation regime and the formation of satellite droplets. The new model consists of several equations to calculate the post-collision characteristics of colliding droplets and satellite droplets. These equations are derived from the energy balance of droplets between before and after collision. For binary collision of water droplets, the new model shows good agreement with experimental data for the number of satellite droplets.

1. 서론

액적 충돌(droplet collision)은 빗방울(raindrop)의 형성, 분무(spray) 거동 등의 기본이 되는 매우 중요한 현상으로써 1960년대 이후에 기상학 분야를 중심으로, 그리고 최근에는 분무현상과 관련하여 많은 연구가 진행되어 왔다⁽¹⁻⁶⁾. 특히 내연기관의 분사 시스템이나 화제 억제용 불분무 시스템, 표면 처리 등의 산업분야에서 광범위하게 사용되는 분무의 형성과정에서 액적 충돌은 액적크기 및 속도분포에 직접적인 영향을 주게 되기 때문에 액적 충돌현상에 대한 물리적 이해를 높이는 것은 매우 중요하다.

O'Rourke⁽⁷⁾는 액적 충돌에 대해서 운동학 이론(kinetic theory)과의 유사성을 바탕으로 해석 모델을 제시한 바 있으며 분무의 수치적 해석에 관한 많은 연구에서 광범위하게 사용되어 왔다. 그러나 최근에 와서 O'Rourke 모델⁽⁷⁾이

갖고 있는 문제점들이 지적됨에 따라 충돌모델에 대한 검토가 요구되고 있다⁽⁸⁻¹⁰⁾. 특히 Ko 등⁽¹⁰⁾은 액적간 충돌에 의한 부가적인 미립화 특성이 분무간 충돌 현상의 거시 구조와 액적들의 입경분포에 큰 영향을 미칠 수 있음을 보이고 O'Rourke 모델⁽⁷⁾의 경우 이러한 현상을 적절하게 모사할 수 없음을 지적한 바 있다. 실제로 두 개의 액적이 비스듬히 충돌하게 될 때 발생하는 스트레칭 분리(stretching separation) 과정에서 위성 액적(satellite droplet)이 형성되는 것은 실험적으로 이미 알려진 사실⁽²⁻⁴⁾이며, 이러한 현상은 분무의 평균입경 및 속도분포에 직접적인 영향을 줄 수 있기 때문에 액적 충돌의 계산에서 반드시 고려되어야 한다. 그러나 액적 충돌에 관한 현재까지의 연구에서는 충돌 후 특성의 임계조건에 대해서 주로 다루어져 왔을 뿐 충돌후의 액적 크기나 속도변화에 대한 연구는 매우 부족한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 액적 충돌시 발생하는 스트레칭 분리와 위성 액적의 형성을 모사하기 위한 새로운 액적 충돌 모델을 제시하려 한다. 새로운 모델은 액적 충돌 전후의 에너지 보존식에 근거하여 스트레칭 분리 이후의 액적 직경과 위성 액적의 개수 및 크기, 속도 등을 결정한다. 새로운 모델을 이용한 계산 결과를 기존의 실험연구 및

(2006년 3월 6일 접수 ~ 2006년 6월 1일 심사완료)

*서울대학교 정밀기계설계공동연구소

**중앙대학교 기계공학부

†책임저자, 회원, 중앙대학교 기계공학부

E-mail : cfdmcc@cau.ac.kr

TEL : (02)820-5280, FAX : (02)813-3669

O'Rourke 모델⁽¹⁾의 결과와 비교하여 모델의 성능과 적용성을 검토한다.

2. 액적 충돌 모델

2.1 액적 충돌 현상

일반적으로 액적 충돌 이후의 거동은 다음의 세 가지 무차원수에 의해 지배된다.

$$We = \rho d_1 \vec{u}^2 / \sigma \quad (1)$$

$$\Delta = d_1 / d_2 \quad (2)$$

$$b = 2B / (d_1 + d_2) \quad (3)$$

여기서 We 는 웨버 수를 나타내며 Δ 는 액적의 크기비, b 는 충돌 파라미터(impact parameter)이다. 여기서 B 는 액적 중심에서 또 다른 액적의 중심에 위치한 상대속도 벡터까지의 거리이며 Fig. 1에 나타낸 바와 같다. u 는 두 액적간의 상대속도이며, 하첨자 1과 2는 충돌하는 액적 중에서 상대적으로 작은 액적과 큰 액적을 각각 나타낸다. 충돌 이후의 거동은 크게 반발(bouncing), 합착(coalescence), 스트레칭 분리(stretching separation), 그리고 리플렉시브 분리(reflexive separation) 영역으로 구분할 수 있다. 충돌 거동은 작동 유체의 종류에도 큰 영향을 받게 되는데, 반발영역은 하이드로카본(hydrocarbon) 계열의 액적 충돌에서 주로 발생하며 물 액적의 충돌에서는 거의 나타나지 않는 것으로 알려져 있다.⁽¹⁻⁵⁾ 반발은 액적의 상대속도가 충분히 크지 않은 경우 두 액적 사이의 기상의 압력을 충돌 에너지가 극복하지 못할 때 발생한다. 속도가 증가함에 따라 두 액적이 직접적으로 접촉하게 되면 합착이 발생하는데 합쳐진 액적의 상태가 불안정하게 되면 비스듬히 충돌한 경우에는 스트레칭 분리가, 그리고 정

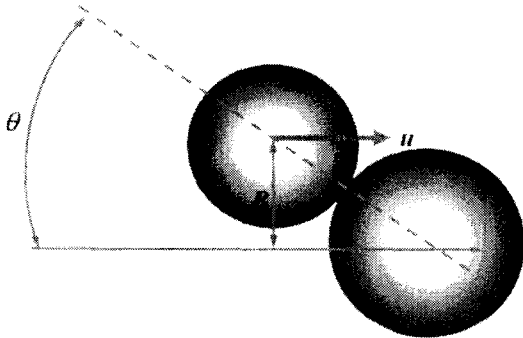


Fig. 1 The kinetic and geometric parameters

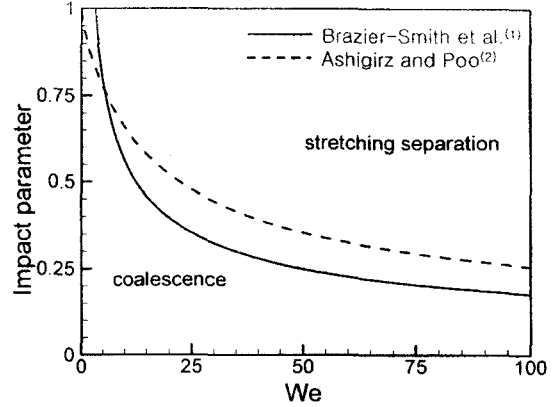


Fig. 2 The boundary between the coalescence and the stretching separation proposed in open literature (1,2) for $\Delta=1$

면으로 충돌한 경우에는 리플렉시브 분리가 이루어지며 각각의 경우 위성 액적의 발생을 동반하게 된다. Brazier-Smith 등⁽¹⁾과 Ashgriz와 Poo⁽²⁾는 물 액적간의 충돌 실험을 통해 일시적으로 합쳐진 액적들의 분리가 발생하는 임계조건을 제시하였으며 Jiang 등⁽³⁾과 Qian과 Law 등⁽⁴⁾은 하이드로카본 액적들에 대한 다양한 실험 데이터와 영역구분을 위한 관계식들을 제시하였다. Fig. 2는 Brazier-Smith 등⁽¹⁾과 Ashgriz와 Poo⁽²⁾에 의해 제시된 $\Delta=1$ 인 물 액적간의 충돌에서 합착과 스트레칭 영역의 경계를 보여주고 있다. Brazier-Smith 등⁽¹⁾이 제시한 두 영역의 경계에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$E_{coal} = \min(1.0, 2.4f(\gamma)/We) \quad (4)$$

$$f(\gamma) = \gamma^3 - 2.4\gamma^2 + 2.7\gamma \quad (5)$$

여기서, $\gamma=1/\Delta$ 이며 0과 1사이에서 임의적으로 추출되는 충돌 파라미터 b 가 E_{coal} 보다 작은 경우에는 합착이 발생되며 그렇지 않은 경우에는 분리가 발생한다. 한편 Ashgriz와 Poo⁽²⁾는 스트레칭 분리의 임계조건을 유도하기 위해서 먼저 두 액적 사이에 상호작용하는 체적을 기하학적 고찰을 통해 다음과 같이 유도하였다.

$$V_{1i} = \phi_1 V_1 \quad (6)$$

$$V_{2i} = \phi_2 V_2 \quad (7)$$

$$\phi_1 = \begin{cases} 1 - \frac{1}{4\Delta^3}(2\Delta - \lambda)^2(\Delta + \lambda) & \text{for } h > \frac{d_1}{2} \\ \frac{\lambda^2}{4\Delta^3}(3\Delta - \lambda) & \text{for } h < \frac{d_1}{2} \end{cases} \quad (8)$$

$$\phi_2 = \begin{cases} 1 - \frac{1}{4}(2-\lambda)^2(1+\lambda) & \text{for } h > \frac{d_2}{2} \\ \frac{\tau^2}{4}(3-\lambda) & \text{for } h < \frac{d_2}{2} \end{cases} \quad (9)$$

여기서 상호작용 높이, $h=0.5(d_1+d_2)(1-b)$ 이며 $\lambda=(1-b)(1+\Delta)$ 로 정의 된다. 그들은 스트레칭 분리가 비스듬한 충돌로 인한 스트레칭 운동 에너지와 두 액적의 연결부위에 작용되는 표면장력 에너지 간의 차이에 의해서 야기된다고 가정하고 각각의 에너지를 다음과 같이 계산하였다⁽²⁾.

$$KE_{st} = \frac{1}{2}\rho[(V_1 - V_{1s})u_1^2 + (V_2 - V_{2s})u_2^2] + \frac{1}{2}\rho[V_{1s}(u_1b)^2 + V_{2s}(u_2b)^2] \quad (10)$$

$$SE_i = 2\sigma[\pi h(\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2)]^{1/2} \quad (11)$$

따라서 스트레칭 분리는 $KE_{st} \gg SE_i$ 의 조건에서 발생한다. 그러나, Brazier-Smith 등⁽¹⁾이나 Ashgriz와 Poo⁽²⁾을 포함한 기존의 실험 연구에서는 위와 같은 임계조건을 제시하는데 중점을 두고 있으며 스트레칭 분리의 수치적 계산을 위해 필수적으로 요구되는 충돌 이후의 액적 크기 변화나 위성 액적의 개수 및 크기, 속도 등에 대한 관계식을 제시하지는 못하였다.

2.2 O'Rourke 모델

최근까지 분무현상에 대한 수치해석 연구들에서 가장 널리 사용되고 있는 액적충돌 모델은 O'Rourke의 모델⁽⁷⁾이다. 이 모델에서 액적간 충돌은 두 개의 액적군(parcel)이 동일한 격자에 놓여있을 경우에 발생할 수 있다고 가정되며 이 경우에 충돌확률을 계산하게 된다. 액적이 충돌할 때 발생하는 여러 현상 중에서 O'Rourke의 모델⁽⁷⁾은 합착과 분리를 고려하고 있으며 두 영역의 경계는 Brazier-Smith 등⁽¹⁾에 의해 제시된 식 (4)를 이용한다.

그러나 O'Rourke의 모델⁽⁷⁾은 Gavaises⁽⁸⁾와 Nordin 등⁽⁹⁾이 지적한 바와 같이 동일격자 내에 두개의 액적이 존재하는 경우를 충돌조건으로 적용하므로 격자크기에 대한 의존성이 발생함은 물론 액적의 방향에 따른 충돌확률을 효과적으로 예측하기 어렵다. 또한 O'Rourke 모델⁽⁷⁾에서는 분리가 발생한 이후의 액적 크기를 충돌전의 액적과 동일하게 처리하고 있으나 많은 실험 결과들⁽¹⁻⁶⁾을 살펴보면 위성 액적의 형성으로 인해 충돌액적의 크기 및 평균 입경이 크게 변화됨을 알 수 있다. Ko 등⁽¹⁰⁾은 분무간 충돌(interspray impingement)과 같이 액적간 충돌 속도가 충

분히 큰 경우에는 충돌로 인해 발생하는 미립화 과정을 고려하는 것이 필수적임을 지적한 바 있다.

2.3 새로운 액적 충돌 모델

본 연구에서 제시하는 액적 충돌 모델에서는 충돌확률의 결정을 위해서 Ko 등⁽¹⁰⁾이 제시한 혼합 모델을 사용한다. 이 모델에서는 임계반경(critical radius) 개념과 충돌액적의 방향성에 대한 고려를 통해 충돌확률을 계산함으로써 충돌여부의 결정에 있어서 O'Rourke 모델⁽⁷⁾이 갖고 있는 문제점들을 개선하였다. 자세한 내용은 문헌^(10,11)에 제시되어 있다.

Fig. 3은 스트레칭 분리의 진행 과정에 대한 사진⁽²⁾과 개략도를 나타내고 있다. 위성 액적의 특성을 정의하기 위해서는 스트레칭 분리과정을 통해 충돌액적으로부터 분리되는 질량(또는 체적)을 결정하는 것이 필요하다. 앞서 식 (6-9)에서 제시된 상호작용에 관련된 체적 중 일부는 원래의 액적으로 돌아갈 것이기 때문에 실제로 위성 액적을 구성하는 체적은 상호작용 체적 보다는 작게 될 것이다. 이를 반영하기 위해서 본 연구에서는 스트레칭 체적이 스트레칭 작용에 관련된 전체에너지에 대한 스트레칭 발생 에너지의 비에 비례할 것으로 가정하여 다음과 같이 계산하였다.

$$V_s = C_V(\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2) \quad (12)$$

$$C_V = \frac{KE_{st} - SE_i}{KE_{st} + SE_i} \quad (13)$$

따라서 기존의 충돌 액적의 직경은 다음과 같이 결정된다.

$$d_{1a} = (1 - C_V \phi_1)^{1/3} d_1 \quad (14)$$

$$d_{2a} = (1 - C_V \phi_2)^{1/3} d_2 \quad (15)$$

여기서 하첨자 a 는 충돌 이후의 액적 특성을 나타낸다. 한편, 위성 액적들의 특성이 일정하다고 가정하면 충돌전후의 질량 및 운동량 보존식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_1^3 + d_2^3 = d_{1a}^3 + d_{2a}^3 + N d_{sa}^3 \quad (16)$$

$$d_1^3 u_1 + d_2^3 u_2 = d_{1a}^3 u_1 + d_{2a}^3 u_2 + N d_{sa}^3 u_{sa} \quad (17)$$

여기서 N 은 위성 액적의 개수이다. 충돌 과정에서 상호작용 체적에 포함되는 않는 부분의 속도는 일정하다고 생각할 수 있으므로 충돌액적의 속도 변화는 무시할 수 있다. 즉,

$$u_{1a,2a} = u_{1,2} \quad (18)$$

이를 바탕으로 위성 액적의 직경 및 속도는 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$d_{sa} = \left[\frac{C_V(\phi_1 \Delta^3 + \phi_2)}{N} \right]^{1/3} d_2 \quad (19)$$

$$\vec{u}_{sa} = \frac{\Delta^3(\phi_1 - \phi_2)}{(1 + \Delta^3)(\Delta^3 \phi_1 + \phi_2)} \vec{u} \quad (20)$$

한편 충돌전후의 에너지 평형을 고려하면 다음과 같다.

$$(EK+ES)_1 + (EK+ES)_2 = (EK+ES)_{1a} + (EK+ES)_{2a} + N(EK+ES)_{sa} + DE \quad (21)$$

여기서 DE 는 충돌과정에서의 에너지 손실항을 나타내며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$DE = \iint \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 dV dt \quad (22)$$

Qian과 Law⁽⁴⁾는 충돌 과정의 에너지 손실항을 상호작용 체적이 갖고 있는 운동에너지 손실항과 표면 에너지 손실항으로 구분하였으며 Jiang 등⁽³⁾은 표면 에너지의 손실이 상대적으로 작다고 가정하여 무시하였다. 본 연구에서도 에너지 손실은 운동에너지에 비례하는 것으로 가정하며 다음과 같이 계산하였다.

$$DE = \alpha \left[\frac{1}{2} \rho C_V (V_1 u_1^2 + V_2 u_2^2) \right] \quad (23)$$

여기서 손실 계수는 작동 유체에 따라 다른 값을 갖게 되는데 물의 경우 Jiang 등⁽³⁾은 0.5를 제시하였다. 또한 위성 액적들의 운동에너지는 스트레칭 체적과 위성 액적들의 속도로부터 다음과 같이 결정된다.

$$N \cdot EK_{sa} = N \left(\rho \frac{\pi}{6} d_{sa}^3 \right) u_{sa}^2 = \frac{1}{2} \rho V_s u_{sa}^2 \quad (24)$$

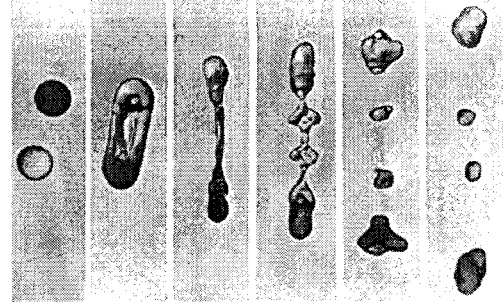
식 (23), (24)를 이용하면 식 (21)로부터 위성 액적들 전체의 표면 에너지, $N \cdot ES_{sa}$ 가 결정되며 식 (19)와의 관계로부터 위성 액적의 개수가 다음과 같이 계산된다.

$$N = \left[\frac{N \cdot ES_{sa}}{\sigma \pi C_V^{2/3} (\Delta^3 \phi_1 + \phi_2)^{2/3} d_2^2} \right]^3 \quad (25)$$

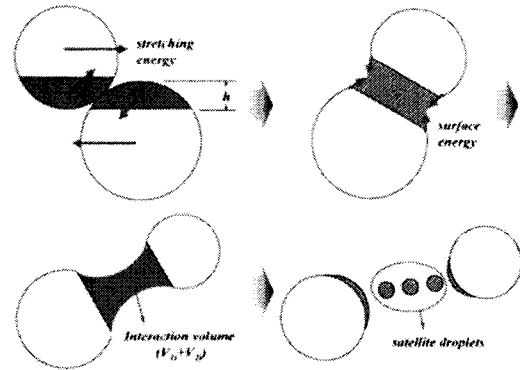
따라서 식 (14-15), (18-20) 및 (25)로부터 충돌 후의 액적 직경과 속도를 계산할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 스트레칭 분리를 고려하여 새롭게 제시된 액적 충돌 모델의 예측 특성을 살펴보기 위해서 두 액



(a) photo (from Ashgriz and Poo⁽²⁾)



(b) schematic diagram

Fig. 3 The photo and schematic diagram of stretching separation process

적간의 충돌 후 거동에 대한 계산 결과를 기존의 실험결과와 비교하여 분석한다.

Fig. 4는 물 액적간의 충돌에서 $\Delta=1$ 인 경우에 웨버 수 We 와 충돌 파라미터 b 에 따른 위성 액적의 개수에 대한 계산 결과를 나타내고 있다. 충돌 과정에서 발생하는 에너지 손실에 대한 손실 계수는 Jiang 등⁽³⁾이 제시한 0.5를 사용하였다. 그림을 살펴보면 충돌 파라미터가 약 0.4에서 0.6사이일 때 액적 개수의 최대값이 나타나는 것을 볼 수 있다. 최대값에 이를 때까지는 두 액적 사이에 비껴나가는 경향이 커지게 되므로 액적 개수가 증가하게 되고 최대값 이후에는 충돌작용에 관계되는 상호작용 체적이 감소하기 때문에 위성 액적의 개수가 감소하게 된다.

Fig. 5는 $\Delta=1$ 의 경우 전체 충돌 파라미터에 걸쳐 적분된 평균직경과 SMD(Sauter Mean Diameter)에 대한 결과를 O'Rourke 모델⁽⁷⁾을 이용한 계산결과와 비교하고 있다. 작은 웨버 수 영역에서 액적의 평균크기가 충돌 전에 비해서 증가하는 것을 볼 수 있는데 이것은 이 영역에서 스

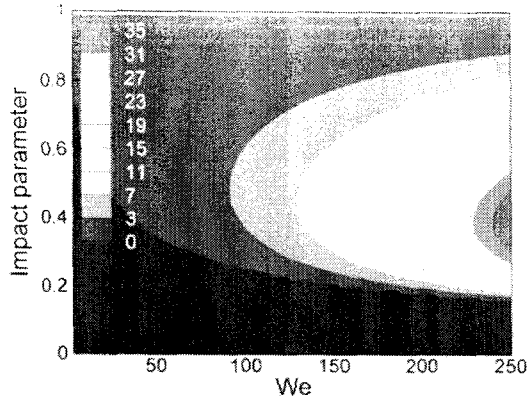


Fig. 4 The calculated number distribution of the satellite droplets after stretching separation of water droplets for $\Delta=1$

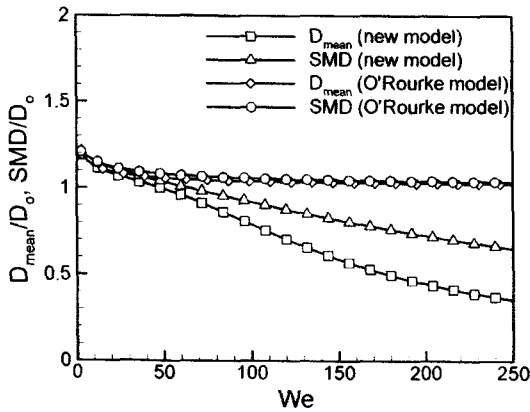


Fig. 5 The variations of the calculated mean diameter and SMD for $\Delta=1$

트레칭 분리보다 합착 현상이 두드러지기 때문이다. 웨버 수가 증가함에 따라 액적의 평균직경과 SMD가 감소되는 경향을 보이고 있으나 O'Rourke 모델⁽⁷⁾의 경우 충돌 전 직경보다 약간 큰 정도에서 일정하게 유지되고 있다. 이것은 O'Rourke 모델⁽⁷⁾의 경우 분리과정에서의 액적 크기의 감소를 고려할 수 없기 때문이다. 그러나 앞서 언급한 바와 같이 실제 액적 충돌 실험결과를 살펴보면 위성 액적의 발생과 액적 크기의 감소를 확인할 수 있으므로 O'Rourke 모델⁽⁷⁾의 이와 같은 결과는 실제의 특성을 적절하게 모사한다고 볼 수 없다. 반면에 새로운 모델의 경우 웨버 수의 증가에 따라 평균직경과 SMD가 감소되는 경향을 보여주고 있다. 특히 웨버 수가 100 이상 증가하면 평균직경과 SMD가 약 30-50% 이상 감소하는 결과를 보여주었다. Fig. 6은 새로운 모델의 예측결과와 Ashgriz와

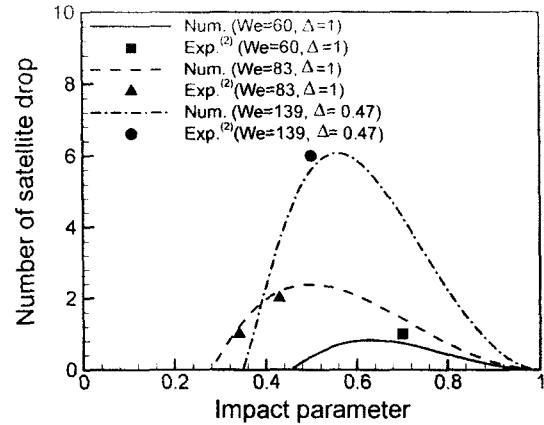


Fig. 6 The comparisons of the calculation results with the experimental data⁽²⁾ for satellite droplet number for water

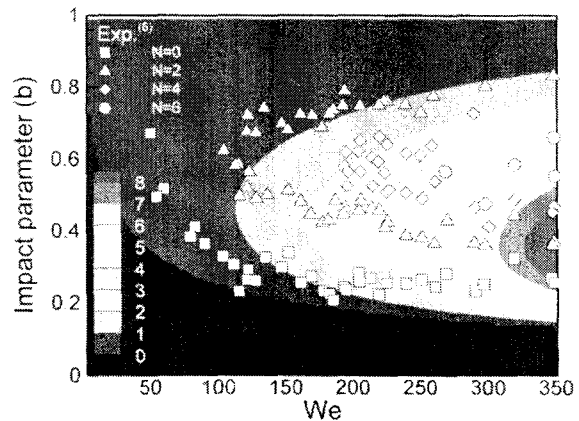


Fig. 7 The comparisons of the calculated results with experimental data⁽⁶⁾ for the satellite droplet number distribution for propanol-2

Poo⁽¹⁾에 제시된 실험 사진들로부터 추출한 위성 액적의 개수를 비교한 것이다. 새로운 모델이 액적 개수의 예측에 있어서 좋은 결과를 보여주고 있다.

Fig. 7은 프로파놀-2 액적에 대한 Brenn 등⁽⁶⁾의 실험 결과와 새로운 모델의 계산 결과를 함께 나타낸 그림이다. 계산 결과는 전체적으로 실험결과의 경향을 따르고 있음을 볼 수 있다. 즉 일정 웨버 수에서 중간크기의 충돌 파라미터일 때 위성 액적의 개수가 가장 크며 충돌 파라미터 작아지거나 커짐에 따라 위성 액적의 개수가 감소하는 경향을 보이고 있다. 그러나 실험 결과에 비해 새로운 모델이 스트레칭 영역을 넓게 예측하고 있으며 합침 영역의 경계도 다소 하향 예측하고 있음을 볼 수 있다. 이것은 새

로운 모델이 기본적으로 물 액적에 대한 Ashgriz와 Poo⁽²⁾의 관계식을 기본으로 하고 있기 때문이다. 기존의 연구들⁽³⁻⁶⁾이 언급한 바와 같이 작동 유체의 물성치는 충돌 현상에 큰 영향을 미치며 특히 하이드로카본 계열의 연료들의 경우 웨버 수가 큰 경우에도 약 0.9 이상의 충돌 파라미터에서 반발현상이 두드러지게 나타나게 된다. 새로운 모델의 경우 이러한 반발에 관련된 에너지 손실을 고려하지 않고 있기 때문에 전체적으로 스트레칭 영역을 넓은 충돌 파라미터 범위에 걸쳐 예측하게 되는 것을 생각된다. 따라서 모델의 일반성을 확보하기 위해서는 반발 현상에 대한 보다 깊은 고찰이 필요할 것으로 생각된다.

4. 결 론

본 연구에서는 액적간 충돌에서 발생하는 스트레칭 분리로 인한 액적의 특성 변화와 위성 액적의 생성을 고려하기 위한 새로운 모델을 제시하였다. 새로운 모델은 기존의 실험결과^(2,6)와 비교되었으며 이를 통해서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 새로운 모델을 이용한 계산에서 스트레칭 분리로 인해 발생하는 위성 액적의 개수는 충돌 액적의 크기비가 1인 경우에 충돌 파라미터가 0.4-0.6의 범위에서 최대값을 나타내었다.

2) 새로운 모델은 액적의 개수 예측에 있어서 물 액적의 경우 실험결과와 좋은 일치치를 보였으나 프로파놀-2 액적의 경우 실험결과에 비해 스트레칭 영역을 넓게 예측하였다.

3) 기존의 O'Rourke 모델⁽⁷⁾의 경우 스트레칭 분리로 인한 액적 크기의 감소 경향을 반영하지 못하였으나 새로운 모델의 경우 평균액적의 감소경향을 반영할 수 있었다.

본 연구를 통해 제시된 새로운 액적 충돌모델은 보다 적절한 분무 해석을 구현하는데 도움을 줄 수 있을 것으로 사료된다. 그러나 다양한 작동 유체에 대해 적용하기 위해서는 액적간의 반발과 리플렉시브 분리에 대한 고찰이 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

- (1) P. Brazier-Smith, S. Jennings and J. Latham, "The Interaction of Falling Rain Drops: Coalescence", Proc. Roy. Soc. Lon. (A), Vol. 326, 1972, pp. 393-408.
- (2) N. Ashgriz and J. Y. Poo, "Coalescence and Separation in Binary Collision of Liquid Drops", J. of Fluid Mech. Vol. 221, 1990, pp. 183-204.
- (3) Y. J. Jiang, A. Umemura and C. K. Law, "An Experimental Investigation on the Collision Behavior of Hydrocarbon Droplets", J. Fluid Mech., Vol. 234, 1992, pp. 171-190.
- (4) J. Qian and C. K. Law, "Regimes of Coalescence and Separation in Droplet Collision", J. Fluid Mech., Vol. 331, 1997, pp. 59-80.
- (5) M. Orme, "Experiment on Droplet Collisions, Bounce, Coalescence and Disruption", Prog. Energy Combust. Sci., Vol. 23, 1997, pp. 65-79.
- (6) G. Brenn, D. Valkovska, and K. D. Danov, "The Formation of Satellite Droplets by Unstable Binary Drop Collisions", Physics of Fluids, Vol. 13, No. 9, 2001, pp. 2463-2477.
- (7) P. J. O'Rourke, "Collective Drop Effects on Vaporizing Liquid Sprays", Ph.D. Thesis, Mech. and Aerospace Eng., Princeton University, USA, 1981.
- (8) M. Gavaises, "Modeling of Diesel Fuel Injection Processes, Ph.D. Thesis, Imperial College of Sci. and Tech. and Med., Dept. of Mech. Eng., University of London, 1997.
- (9) N. Nordin, "Complex Chemistry Modeling of Diesel Spray Combustion", MS Thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2000.
- (10) G. H. Ko, S. H. Lee, H. S. Ryou, and Y. K. Choi, "Development and Assessment of a Hybrid Droplet Collision Model for Two Impinging Sprays", Atomization and Sprays, Vol. 13, 2003, pp. 251-272.
- (11) S. H. Lee, G. H. Ko, and H. S. Ryou, "A Numerical Study on the Spray-to-Spray Impingement System", KSME Int. J., Vol. 16, No. 2, 2002, pp. 235-245.